TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE

Les numéros entre parenthèses qui se trouvent dans le texte renvoient aux articles à consulter. Quand l'article se trouve dans un autre volume que le numéro de renvoi, ce volume est indiqué en chiffres romains.

La fraction placée à côté du numéro d'ordre de certaines figures indique le rapport entre les dimensions linéaires du dessin et de l'appareil figuré.

DU MÊME AUTEUR :

—

COURS DE PHYSIQUE ÉLÉMENTAIRE

A L'USAGE DES LYCÉES ET DES ÉTABLISSEMENTS D'INSTRUCTION SECONDAIRE

2e ÉDITION

1 vol. in-8°, avec 750 figures intercalées dans le texte.

L'introduction de cet ouvrage dans les établissements d'instruction publique a été autorisée par décision de Son Excellence M. le Ministre de l'Instruction publique, en date du 27 juillet 1863.

Toulouse, imprimerie Paul PRIVAT, rue Tripière, 9. — 834

TRAITÉ

ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE

AVEC LES APPLICATIONS

A LA MÉTÉOROLOGIE ET AUX ARTS INDUSTRIELS

A L'USAGE

DES FACULTÉS, DES ÉTABLISSEMENTS D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE
ET DES ÉCOLES SPÉCIALES DU GOUVERNEMENT

PAR

P. A. DAGUIN

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE
PROFESSEUR DE PHYSIQUE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE, ETC.

QUATRIÈME ÉDITION

Refondue et considérablement augmentée, avec 2000 figures environ intercalées dans le texte.

TOME PREMIER

PARIS
LIBRAIRIE CH. DELAGRAVE
RUE SOUFFLOT, 15

TOULOUSE
P. PRIVAT, LIBRAIRE-ÉDITEUR
RUE DES TOURNEURS, 45

1878

ERRATUM

Pages :	Lignes :	Au lieu de :	Mettre :
29	22	$R = \frac{h^2 + d^2}{2d}$	$R = \frac{h^2 + d^2}{2h}$
57	2	$= w\frac{t^2}{n^2} + \frac{wt^2}{2n}$	$= w\frac{t^2}{2} + \frac{wt^2}{2n}$
58	11	$\sqrt{u \pm 2wc}$	$\sqrt{u^2 \pm 2wc}$
59	19	*ad, ac*	*ab, ac*
70	7	$= \overline{AS}^2$	$+ \overline{AS}^2$
116	5	a sin *Nm*	a sin *Nan*
205	11 en remont.	*An, an'*	*Aa, nn'*
216	16 id.	(259)	(262)
223	19	(sous le radical), $5d$	$54d$
254	9 en remont.	(218)	(315)
263	8	(188)	(285)
281	2	normale *nb*	normale *no*
347	5	$\frac{(P_1 + p)V}{(P'_1 + p')V'} = 1 + ...$	$\frac{P_1 V}{P'V'} = 1 + ...$
358	1 à 6	le facteur P a été omis au premier terme du deuxième membre.	
384	10 en remont.	(93)	(79)
385	13 id.	(79)	(93)
406	10 id.	supprimer P sous le radical	
407	9 id.	Hrepath	Herapath
415	24 et 25	(*fig.* 376) *cc*	(*fig.* 378), *cc*
506	5	dans la formule $(m - m') + ...$	$(m - m')\, v + ...$
516	1	conterrita	excita
564	8	(*fig.* 411)	(*fig.* 441)
602	7	$V + V' = \sin 2\pi n\theta + ...$	$V + V' = C \sin 2\pi n\theta + ...$
603	2	(674)	(614)
657	2	(748)	(768)
740	12	(598)	(711)

PRÉFACE

L'étude de la physique se répand chaque jour davantage, soit à cause des emprunts de plus en plus nombreux que lui font les arts industriels, soit à cause de l'importance que l'on attache avec raison à la connaissance des phénomènes et des lois de la nature. Ceux même qu'une éducation trop exclusivement littéraire a laissés dans l'ignorance des principes généraux de la science, se pressent aujourd'hui autour des chaires publiques pour y entendre développer les théories au moyen desquelles ils puissent se rendre compte des merveilleuses applications que l'industrie multiplie autour d'eux, et pénétrer le secret de ces procédés variés dont les résultats les frappent d'étonnement.

Nous avons cherché à favoriser cette tendance générale des esprits, en exposant dans un ordre méthodique, et avec les développements que comportent les connaissances élémentaires des mathématiques, les différentes théories de la physique, et en montrant comment elles se prêtent à l'interprétation des phénomènes naturels. Nous avons adopté un cadre assez large pour donner une idée exacte d'une science qui fait sans cesse des progrès rapides, et dont les méthodes se perfectionnent d'une manière si remarquable.

C'est surtout dans le champ des applications que le progrès se manifeste aujourd'hui. Ce résultat ne doit pas être attribué seulement à l'entraînement général des esprits vers les spéculations industrielles, mais aussi au degré de perfectionnement auquel sont arrivées la plupart des branches de la physique. C'est, en effet, le propre de toute science de ne se plier aux applications que lorsqu'elle est suffisamment avancée, et celle qui va nous occuper remplit aujourd'hui cette condition. Nous avons eu soin de faire connaître, après l'exposition des théories qui leur ont donné naissance, les appareils et les procédés dont l'industrie emprunte le principe à la physique, et qui se multiplient autour de nous chaque jour, pour l'amélioration des conditions de l'existence, et au grand avantage de la civilisation. Nous avons pensé que l'utilité de la science ressortirait ainsi davantage, et que ce serait un spectacle bien fait pour élever la pensée, que celui de l'homme luttant avec la nature, lui arrachant un à un ses secrets; puis, fort de cette découverte, domptant les éléments, se les appropriant, et parvenant enfin à les plier à ses usages et à ses caprices.

Sans l'histoire de la science, on l'a dit depuis longtemps, il n'y a pas de science complète. C'est surtout dans les sciences physiques qu'il est utile de remonter à l'origine des découvertes, de suivre la filiation des idées, qui, mûries par les siècles, ont enfin conduit à la conquête de la vérité. Quoi de plus propre à développer l'esprit philosophique et à agrandir l'intelligence, que de suivre les progrès de l'esprit humain à travers les temps, d'observer ses hésitations, ses tâtonnements, en présence d'erreurs regardées comme des vérités inattaquables, et rendues imposantes par des siècles de domination! Que d'illusions, que d'incertitudes, que de chutes au milieu des ténèbres qui environnaient les premiers inventeurs, avant que l'adoption de la bonne méthode, de la méthode expérimentale, ne fût venue imprimer aux recherches une marche plus sûre et plus féconde!

La jeunesse des écoles reste généralement trop étrangère à l'histoire de la science. Tandis qu'on ne lui laisse pas ignorer les principaux actes de ces conquérants tristement fameux qui ont épouvanté la terre de leurs forfaits, à peine lui fait-on connaître les noms de quelques-uns de ces bienfaiteurs de l'humanité, dont le génie a illuminé leur siècle et donné l'élan à la civilisation; qui ont ouvert des routes nouvelles et enrichi le monde de découvertes précieuses, dont on profite chaque jour sans en rechercher l'origine, ou dont un long usage fait méconnaître le mérite et l'utilité. Pour nous ramener à une plus juste appréciation de l'importance des vérités acquises, il suffit le plus souvent de signaler l'erreur qui les a précédées; et pour exciter à la reconnaissance envers les grands hommes au génie et à la persévérance desquels on en doit la découverte, il n'y a qu'à rappeler combien il leur a fallu souvent faire preuve de courage et d'abnégation, pour les proclamer, malgré les fureurs de l'ignorance et du fanatisme, au prix de leur repos et quelquefois au péril de leur vie.

Pour répondre à cette pensée, nous avons indiqué succinctement l'origine et la marche à travers les siècles des différentes branches de la physique, en insistant principalement sur l'histoire des découvertes capitales, de celles qui ont fait époque, ou qui, en imprimant un rapide élan à la science, ont servi de point de départ à un grand nombre d'autres découvertes. Nous avons pensé que cette manière d'aborder l'étude de la physique permettrait d'acquérir une idée plus complète de l'état actuel de nos connaissances en faisant mesurer le chemin parcouru, et qu'elle ferait saisir plus nettement la portée des théories modernes, en en signalant le point capital, et faisant ressortir les difficultés qu'il y avait surtout à surmonter.

Depuis la publication de la précédente édition de cet ouvrage, la physique a fait de remarquables progrès. Beaucoup de questions nouvelles ont été abordées, d'autres approfondies et élucidées. Plusieurs théories ont été développées et perfectionnées, de manière à pouvoir se prêter à l'interprétation d'une multitude de faits découverts chaque jour. En outre, les esprits se sont de plus en plus passionnés pour la partie spéculative de la science, éblouis par l'éclat des horizons nouveaux ouverts par la récente théorie mécanique de la chaleur. Plusieurs systèmes hardis ont été proposés, qui ont donné lieu à de longues polémiques soutenues par de nombreuses expériences auxquelles on n'avait pas encore songé, et dont la science a heureusement profité.

Sans pénétrer trop avant dans le champ de cette science, neuve encore, et dans l'enfance en beaucoup d'endroits, nous avons cru ne pas devoir laisser ignorer à nos lecteurs l'existence de ces aperçus nouveaux, qui attirent aujourd'hui à un haut degré l'attention du monde savant. Du reste, nous n'avons abordé qu'avec réserve cette partie spéculative de la science, nous contentant, le plus souvent, d'indiquer les questions soulevées, en marquant le point où l'on est arrivé, plutôt que d'en donner une exposition étendue.

Nous avons été encouragé dans cette manière de faire par le souvenir du passé : quand, lors de la publication de notre première édition, en 1855, nous avons, le premier dans un ouvrage classique, consacré quelques pages à l'équivalent mécanique de la chaleur, il nous a été reproché d'introduire dans l'enseignement des nouveautés qui n'avaient pas encore reçu une sanction suffisante. Or, peu d'années après, ces nouveautés étaient au moins indiquées dans tous les ouvrages de physique, même les plus élémentaires, et elles figurent aujourd'hui dans les programmes officiels, pour les grades universitaires les moins élevés.

Depuis une quinzaine d'années, les méthodes d'expérience employées, soit dans les recherches, soit dans l'enseignement public, ont reçu de notables perfectionnements, et chaque branche de la physique emprunte aujourd'hui à plusieurs autres ses moyens d'expérimentation. C'est ainsi que l'électricité et le magnétisme jouent un rôle dans les expériences sur l'acoustique, la chaleur, la lumière; que les lois et les appareils d'optique sont appliqués dans beaucoup d'expériences qui n'ont aucun rapport avec la lumière ; que les vibrations sonores sont utilisées dans une foule de circonstances, pour la mesure du temps. Il nous a donc fallu assez souvent invoquer des principes qui ne sont exposés que plus loin. Nous avons tâché de faire en sorte qu'il n'en résultât aucun embarras pour le lecteur, qui pourra, du reste, se renseigner plus complétement, et par anticipation, sur ces principes, en ayant recours à la table alphabétique placée à la fin du quatrième volume.

INTRODUCTION

Omnia in pondere, numero et mensurâ constant.
(*L'Ecclésiaste.*)

Numeri regunt mundum.
(*Les Pythagoriciens.*)

1. Physique générale. — Il existe en dehors de nous, un nombre immense d'objets divers, susceptibles d'agir sur nos sens de différentes manières; on leur a donné le nom de *corps*, de *matière*. La réunion de tous les corps, c'est-à-dire de tout ce qui peut exciter en nous des impressions, constitue l'*univers* matériel ou la *nature*.

La *Physique* générale, dans l'acception la plus étendue du mot, a pour objet l'étude de la nature entière; elle peut donc être définie *la science de la nature*. On la désigne aussi sous le nom de *Philosophie naturelle*.

2. Phénomènes. — Quand nous jetons un regard attentif autour de nous, nous reconnaissons bientôt que tout n'est pas dit quand nous avons constaté les propriétés extérieures des corps, c'est-à-dire les qualités qui affectent immédiatement nos sens. Ces corps sont susceptibles d'agir les uns sur les autres, soit directement, au moins en apparence, soit par l'intermédiaire de certains *agents* ou *forces* naturelles que nous aurons à faire connaître. De là, des *phénomènes* qu'il importe surtout d'étudier. Remarquons ici que, dans les sciences, le mot *phénomène* n'implique pas, comme dans le langage vulgaire, l'idée d'une chose extraordinaire. Un phénomène est simplement un fait, une manifestation. Ainsi, la pluie, le vent, la chute d'un corps, la combustion du bois, l'écoulement de l'eau, sont des phénomènes.

De l'espace et du temps. — Quand on étudie avec quelque attention les phénomènes naturels, on arrive bientôt à cette conclusion remarquable par sa généralité, que tout phénomène est un *mouvement*, ou le résultat d'un mouvement. A vrai dire, il ne pourrait en être autrement, car les phénomènes ne peuvent nous être connus qu'à la suite d'impressions reçues par nos sens, et ces impressions, qui se manifestent par des changements dans l'état de nos organes, ne peuvent être produites que par l'impulsion ou le choc de quelque matière; ce qui suppose le mouvement. Or, l'idée de mouvement en contient deux autres qui en sont inséparables : celle d'*espace* et celle de *temps*. En effet, un mouvement n'est autre chose qu'un changement de lieu, qui entraîne l'idée d'espace; et ce changement de lieu s'accomplit avec plus ou moins de rapidité, d'où découle l'idée de temps.

Le *temps* est une notion abstraite qui naît de l'observation que nous faisons chaque jour, de la *succession* dans les faits physiques ou moraux. C'est par la continuité dans l'existence des corps que l'esprit finit par distinguer le passé du présent et de l'avenir[1]. Nous comprenons très-nettement le temps; cependant, ainsi que de toutes les idées premières, il est presque impossible de le définir : « *Si nemo ex me quærat scio, si quærenti explicare velim, nescio.* » Le temps, tel que nous le comprenons, est *infini* dans le passé comme dans l'avenir; nous ne pouvons concevoir qu'il ait pu avoir un commencement, ni qu'il puisse avoir une fin; car, au delà des limites que notre imagination voudrait lui imposer, nous ne pourrions nous empêcher de voir encore le temps.

Quant à l'*espace*, c'est ce que nous nous figurons, abstraction faite de tous les objets qui nous entourent; c'est ce que notre esprit perçoit quand nous songeons au néant. L'espace est infini; car, supposons-lui pour un moment des limites, au delà, quelque effort de volonté que nous fassions, nous distinguerons toujours l'*espace*.

3. Classification des sciences physiques. — Si le théâtre de la

[1] *Tempus item per se non est, sed rebus ab ipsis*
Consequitur sensus, transactum quid sit in ævo;
Tum, quæ res instet, quid porro deinde sequatur.
T. LUCRETII, *De rerum naturâ* (Lib. I).

nature est infini, combien doit être vaste la science qui se propose d'en scruter les secrets! Aussi, le nombre prodigieux des objets et des faits qui s'offrent à l'étude du philosophe, et l'immense variété que présentent les phénomènes naturels, ont-ils nécessité le partage des sciences physiques en plusieurs branches, la vie d'un homme ne pouvant suffire à en embrasser toutes les parties.

Un premier coup d'œil jeté sur l'univers nous montre que la matière est disséminée dans l'espace en fragments isolés, inégaux, le plus souvent arrondis, et séparés les uns des autres par des intervalles immenses. Tels sont la terre sur laquelle nous vivons, et les astres qui brillent dans la portion de l'espace accessible à nos investigations. Nous ne faisons que commencer à acquérir des connaissances sérieuses sur la constitution matérielle et sur l'origine des corps célestes; mais les mouvements de ceux qui sont le plus rapprochés de nous ont été démêlés avec une précision admirable, et leur étude est l'objet principal de l'*astronomie*. Les progrès rapides de cette science l'eurent bientôt séparée des autres parties de la philosophie naturelle, qui ne s'occupèrent plus, dès lors, que des corps du globe terrestre.

Parmi ces corps, il en est qui possèdent une forme et une structure déterminées, essentielles à leur existence; ils ne durent qu'un certain temps, pendant lequel ils accomplissent une série de phénomènes spéciaux; ils proviennent d'êtres semblables à eux-mêmes, et s'accroissent par pénétration de substance dans la profondeur des parties déjà existantes. Ces corps sont les êtres organisés, comprenant les végétaux et les animaux; leur étude est l'objet de la *botanique* et de la *zoologie*, qui sont deux branches de l'*histoire naturelle*. On y joint la *minéralogie* et la *géologie*, dont l'une s'occupe de décrire et de classer les substances non organisées ou *minérales*, et dont l'autre traite du globe terrestre considéré dans son ensemble, des matières qui le composent, et de l'arrangement de ces matières au-dessous de sa surface.

Les sciences que nous venons d'énumérer étant mises à part, il reste à étudier les phénomènes que les corps non organisés sont susceptibles de produire quand ils sont mis en rapport les uns avec les autres, ou soumis à l'influence des agents naturels, comme la chaleur, la lumière... Cette étude elle-même constitue deux sciences distinctes : la *Physique proprement dite*, qui est l'objet de ce livre, et la *Chimie*.

Il y a des phénomènes qui, indépendants de la nature des corps, se manifestent de la même manière, quelle que soit la substance dont ils sont formés. D'autres, au contraire, dépendent essentiellement de cette substance et ne se produisent plus, ou se présentent avec des caractères différents, quand on emploie des corps d'une autre nature. La chute d'un corps est un phénomène qui rentre dans la première catégorie; car nous verrons que tous les corps abandonnés à eux-mêmes tombent de la même manière. Les phénomènes qui ont lieu quand un corps brûle rentrent dans la seconde; car ils dépendent de la nature du corps sur lequel on opère. Par exemple, si l'on emploie du bois, du soufre ou du marbre; avec le premier de ces corps, il se produit une flamme vive, de la fumée et un résidu terreux nommé cendre; avec le second, on obtient une flamme bleue et faible, une vapeur piquante qui excite la toux; et avec le dernier, la combustion ne peut plus avoir lieu.

4. Définition de la physique. — Les phénomènes qui sont indépendants de la nature des corps sont du domaine de la *Physique* proprement dite : on la définit *l'étude des phénomènes généraux*, ou *des propriétés générales des corps*. La Chimie traite des propriétés *particulières* à chaque espèce de corps.

Remarquons que les phénomènes que considère la Physique étant indépendants de la nature des corps, ces derniers ne doivent pas être altérés; autrement, quand on emploierait des substances différentes, les modifications éprouvées, et, par suite, les circonstances du phénomène changeraient. Dans les phénomènes de chimie, au contraire, les corps devront nécessairement éprouver des changements de nature, qui constitueront l'essence même de ces phénomènes particuliers à chaque espèce de substance. De là, une nouvelle définition : *La Physique est l'étude des phénomènes qui n'apportent pas de changements permanents dans la nature des corps;* tandis que la Chimie se réserve l'étude de ceux qui sont accompagnés de changements permanents. Ainsi, dans le phénomène général de la chute des corps, leurs propriétés ne sont pas modifiées pendant qu'ils tombent et après qu'ils sont tombés. Quand un corps brûle, au contraire, il est profondément altéré, et à sa place on trouve d'autres substances. Quand un corps fond par l'action du feu, il éprouve bien un changement dans ses propriétés extérieures, puisqu'il devient liquide; mais ce changement n'est pas *permanent,* car ce corps reprend, après le refroidissement, son premier aspect; c'est donc là un phénomène de physique. Remarquons aussi que la fusion par le feu est un phénomène général : les substances solides les plus diverses, les métaux, la glace, le verre, la cire, etc., sont susceptibles de fondre par l'action de la chaleur.

Depuis un certain nombre d'années, la physique, ne se confinant plus dans les choses de notre globe, s'élance dans l'immensité des espaces célestes, pour y étudier les causes, explorer la constitution des mondes lointains, avec lesquels nous sommes mis en relation par la lumière, et expliquer, malgré leur effroyable distance, quelques-uns des phénomènes qui s'y accomplissent.

3. Origine des sciences physiques. — Les sciences physiques, au milieu desquelles nous venons de distinguer la Physique proprement dite, sont aussi anciennes que la civilisation. Leur histoire dans les temps *primitifs* ne peut donc se séparer de celle des autres sciences. Cependant, on peut dire que c'est dans l'ordre physique que nos premières connaissances ont été acquises. En effet, les sciences physiques sont essentiellement filles de l'observation, et les premières observations sont aussi anciennes que l'espèce humaine. Mais ce ne sont pas de simples notions, des connaissances éparses qui constituent une science. Si l'on cherche à quelle époque les premiers résultats ont été coordonnés et liés entre eux de manière à former un corps de doctrine, on trouve qu'il règne à cet égard une grande obscurité.

Aussi haut qu'on puisse remonter dans la nuit des temps, on reconnaît que les civilisations les plus anciennes appartiennent à l'Orient, et que les peuples qui peuvent se vanter de l'antiquité la plus reculée sont les Indiens, les Chaldéens, les Éthiopiens et les Égyptiens; c'est donc à eux que nous devons les premiers rudiments des sciences.

La première science, toute pratique d'abord, a dû être l'agriculture, qui fut la conséquence de l'agglomération des hommes sur les bords des grands fleuves de l'Asie, où le terrain fertile trop restreint ne pouvait suffire de lui-même à les nourrir. La nécessité pour les agriculteurs de prévoir le retour des saisons, fit observer les mouvements des astres et donna naissance à l'astronomie.

Ces premières connaissances passèrent à Babylone, lorsque les Chaldéens s'en emparèrent dans le vingt-sixième siècle avant l'ère chrétienne; puis en Égypte, qui atteignit son plus haut degré de prospérité sous Sésostris, vers l'an (—1500). Quoiqu'on ait beaucoup exagéré l'étendue des sciences chez les Égyptiens, on ne peut s'empêcher de reconnaître qu'ils avaient atteint, ainsi que les Babyloniens, un degré de civilisation très-avancé, comme l'attestent, entre autres, ces monuments gigantesques dont les ruines nous frappent encore d'étonnement et d'admiration. Du reste, les connaissances de ces peuples restaient renfermées au fond de colléges de prêtres, qui, dans un but de domination, les cachaient sous des emblèmes obscurs, au vulgaire entretenu dans les superstitions les plus grossières.

C'est au milieu des colonies grecques, sorties de l'Égypte et de l'Asie-Mineure, que l'on voit pour la première fois les sciences vulgarisées et cultivées pour elles-mêmes. Vers l'année 530 avant notre ère, Thalès va en Égypte, en rapporte les connaissances auxquelles il a été initié, et les propage dans une école célèbre qu'il crée à Milet, en Ionie. Pythagore, après un voyage aux mêmes contrées, fonde, en Italie, son école de Crotone; et rien n'est plus admirable que de voir avec quelle vigueur de génie il s'élance à la découverte de grandes vérités, qu'il parvient à pressentir telles qu'elles ont été démontrées plus tard par les efforts prolongés de la science moderne.

L'école de Milet jeta d'abord un assez vif éclat, mais elle ne produisait plus en physique que des systèmes sans valeur, quand Archélaüs la transporta à Athènes. Là, on ne s'occupa guère d'abord que de morale. Platon, disciple de Socrate, y ranima le goût de la physique, après avoir voyagé en Égypte et en Italie. Il eut pour successeur Aristote (—383), dont le vaste génie embrassa la nature entière, fit faire des progrès immenses à l'histoire naturelle, mais n'ajouta à la physique proprement dite que des erreurs, au milieu desquelles brillent çà et là quelques rares vérités.

Parallèlement à l'école de Pythagore, nous trouvons encore en Italie celle des Éléates et la secte atomistique. Démocrite (—400), qui appartenait à la dernière, développe le système des atomes et du vide, indiqué antérieurement par Empédocle, Zénon, Leucippe, et s'élève en physique à la connaissance de quelques vérités fondamentales qui ont été conservées dans la science. Son système des atomes, dont les bases sont encore admises aujourd'hui par la plupart des physiciens, a été soutenu par Épicure et chanté par Lucrèce, dans son poëme *De rerum naturâ*.

Peu de temps après Aristote, Ptolémée Soter, fils de Lagus, 288 ans avant notre ère, fonde en Égypte la bibliothèque d'Alexandrie, et attire dans cette ville l'élite des savants de la Grèce. Telle fut l'origine de cette école fameuse, qui pendant dix siècles entretint le goût des études scientifiques, et jeta un éclat si vif que plusieurs historiens font dater de cette époque l'origine des vraies sciences. On y remarque, dès le principe, Euclide le créateur des mathématiques; et plus tard Hipparque, qui imprime à l'astronomie un essor inattendu; Ctésibius, puis Héron son disciple, auxquels la mécanique, principalement celle des fluides, doit de notables progrès.

Archimède de Syracuse, né 287 ans avant J.-C., laissant de côté la méthode facile des conjectures, fait des découvertes immortelles qui sont restées dans la science comme un monument de son génie.

Dans le premier siècle de notre ère, nous remarquons Sénèque le naturaliste, et Pline le savant compilateur. En 138, Ptolémée (Claude) imagine son système du monde, à Alexandrie.

A partir de cette époque, les arts et les sciences s'éclipsent presque totalement jusqu'au quatorzième siècle. Les chrétiens, devenus puissants, repoussent systématiquement toute science. Déjà les quatre cent mille volumes réunis dans le Bruchion d'Alexandrie avaient été incendiés lors de la prise de cette ville par J. César (—48); il restait encore trois cent mille volumes dont le nombre avait été depuis lors considérablement augmenté, lorsque, en 390, Théophile, patriarche de la ville, fit brûler le temple de Sérapis, dans lequel étaient rassemblés les manuscrits qui renfermaient toute la science de l'antiquité. Ce désastre, à jamais regrettable, fut attribué plus tard à Amrou, et à tort, car Orose, qui vivait 200 ans avant l'envahissement de l'Égypte par Omar, en 640, ne trouva que des armoires vides. Ce n'est d'ailleurs que 591 ans après l'événement, que l'historien arabe Abd-Allatif accusa pour la première fois Amrou de cette œuvre fanatique de destruction. Les restes de cette collection précieuse furent sauvés par le calif Almaden, et transportés en Espagne.

Les Arabes, en effet, loin d'avoir été opposés aux progrès des sciences et des arts, ont, au contraire, conservé et transmis les connaissances de l'antiquité à l'Europe plongée dans les ténèbres du moyen âge. Après que Mahomet, en 622, eut imposé à l'Arabie la croyance en un seul Dieu, Bagdad était devenu, sous les Abassides, le centre des sciences et des lettres (632 à 1258). Les écrits des anciens y étaient traduits, admirés, commentés. Plus tard, ce foyer fut transporté à Cordoue, qui, après avoir vu naître Sénèque et Lucain, fut illustrée par Averrhoès le savant commentateur d'Aristote.

Pendant ce temps, au septième siècle, Justinien détruisait toutes les écoles de l'empire, excepté celles d'Alexandrie dont toutes les chaires étaient occupées par des chrétiens. L'invasion des Barbares dans l'empire d'Occident acheva de compromettre l'avenir des sciences. L'empire d'Orient eut moins à souffrir; Constantinople était restée le dépôt des connaissances humaines, quand les croisés s'en emparèrent, au treizième siècle, et détruisirent un grand nombre de bibliothèques. Les débris qui leur échappèrent furent recueillis avec ardeur à l'époque de la Renaissance.

L'avénement de cette époque fameuse dans l'histoire de l'esprit humain avait été heureusement préparé par les Arabes. Ce sont, en effet, les Maures d'Espagne qui, aux onzième et douzième siècles, instruisaient l'Europe, lorsque la prise de Constantinople par Mahomet II (1453), fit fuir en Italie les savants Byzantins. Ceux-ci apportèrent et répandirent dans l'Occident les manuscrits grecs et romains qui avaient pu être sauvés de la destruction. L'imprimerie, inventée en 1440, favorisa singulièrement cette résurrection du savoir de l'antiquité. Les esprits éblouis se jetaient avec avidité sur ce riche trésor, et pendant plusieurs siècles, l'esprit humain, écrasé par la supériorité de cette science si heureusement retrouvée, ne fit que rapprendre ce que l'on avait su dix-huit siècles auparavant, et contracta, sous l'influence de l'admiration, une docilité et une sorte de servilité qui entrava pendant longtemps tout progrès et toute initiative. On ne fit donc que commenter les anciens manuscrits et suivre aveuglément les idées d'Aristote, dont l'autorité devint telle que l'on considérait comme un crime de changer quelque chose à ce qu'il avait enseigné.

Cependant, le cordelier Roger Bacon, au treizième siècle, tenta de secouer le joug de l'autorité scolastique; mais il fut condamné à une prison perpétuelle, au pain et à l'eau, et ne sortit qu'après avoir promis de ne plus s'occuper de physique, et François Bacon, au quinzième siècle, dans son *Novum organum* indiqua les règles qu'il faut suivre dans les recherches scientifiques.

Le seizième et le dix-huitième siècles nous présentent une période remarquable de l'histoire des sciences. C'est alors que l'on vit Kepler, Galilée, Descartes, Newton, Huyghens, accumuler les découvertes; c'est alors (1657) que fut créée, à Florence, cette célèbre Académie de l'expérience (*del cimento*), qui enrichit la science d'un si grand nombre d'observations originales.

Nous arrèterons à cette époque ce que nous devions dire sur l'origine des sciences physiques. A partir du quinzième siècle, la bonne méthode est trouvée et adoptée. Les sciences désormais marchent d'un pas sûr, mais lentement pendant longtemps encore; car, si les préoccupations d'art et de spéculations philosophiques de la Grèce, la barbarie guerrière des Romains, les invasions des Barbares ont empêché leur développement dans les temps anciens; les troubles du moyen âge qui forçaient chacun à songer à sa sûreté, les persécutions de l'ignorance et du fanatisme, les discussions religieuses et les guerres implacables qui en furent la suite, en un mot l'usage partout et toujours de la violence qui ne sait que détruire et est impuissante à rien fonder, en ont ralenti l'essor dans les temps plus rapprochés de nous. Avant d'exposer en quoi consiste cette méthode, qui a fait sortir les sciences, et en particulier la Physique, du cercle vicieux dans lequel elles tournaient depuis tant de siècles, examinons avec quelques détails l'objet que se propose cette dernière science définie comme il a été dit plus haut (4).

6. Objet de la physique. — La première chose à faire est de constater les phénomènes, de décrire avec soin les circonstances qui les accompagnent et les conditions nécessaires à leur apparition. Cela fait, on remarque le plus souvent qu'il existe entre les différentes circonstances d'un même phénomène, des relations ou dépendances qui les lient les unes aux autres d'une manière invariable; de sorte que, si l'on vient à changer une de ces circonstances, les autres éprouvent des modifications déterminées. Par exemple, quand on comprime de l'air dans un vase fermé, on remarque que l'effort à exercer est d'autant plus grand, que l'espace dans lequel cet air a été refoulé est plus petit. On fait ainsi un rapprochement entre ces deux éléments du phénomène de la compression de l'air, savoir : le volume réduit qu'on le force à occuper, et l'effort qu'il faut exercer pour vaincre son ressort.

Lois. — Une semblable relation entre différentes circonstances d'un phénomène, se nomme *loi physique*. Il arrive assez souvent que la loi est simple et susceptible d'être exprimée par un énoncé mathématique. C'est ce qui a lieu dans l'exemple qui précède, car on a reconnu que *la force de ressort d'une même masse d'air est en raison inverse du volume qu'elle occupe.* Ces lois régissent tous les phénomènes, elles en sont la représentation complète. Leur existence n'avait pas échappé aux philosophes de l'antiquité. Platon, interrogé sur les occupations de la divinité, répond qu'elle *géométrise* sans cesse; voulant exprimer par là, comme le dit Montucla, que l'univers est gouverné par des lois géométriques. Galilée disait : le livre

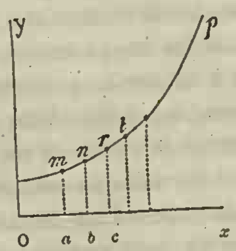


Fig. 1.

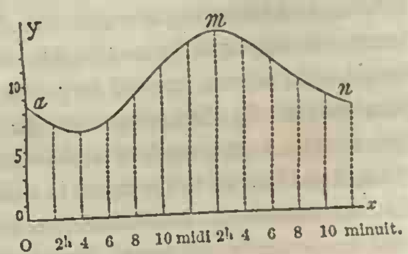


Fig. 2.

de la nature est écrit en caractères mathématiques, pour le lire et le comprendre, il faut être géomètre.

7. Représentation graphique des phénomènes. — Souvent une loi est trop compliquée pour qu'on puisse l'énoncer en langage ordinaire. Alors, pour se rendre compte de la marche du phénomène, ou pour saisir la relation qui existe entre les deux quantités que l'on veut comparer, on représente les différentes valeurs numériques de l'une d'elles par des longueurs ou *abscisses*, Oa, Ob, Oc... (*fig.* 1), comptées sur une droite Ox, à partir d'un point O nommé *origine*; et les valeurs correspondantes de l'autre quantité, par des perpendiculaires menées aux extrémités des abscisses, et nommées *ordonnées*. Les longueurs qui représentent ainsi des nombres doivent renfermer autant de fois l'unité de longueur choisie arbitrairement, que ces nombres contiennent de fois l'unité abstraite. On joint ensuite les extrémités m, n, r, t,... des ordonnées, par une ligne courbe, et avec d'autant plus de sûreté que ces points sont plus rapprochés. Les inflexions de cette courbe, la manière dont elle s'éloigne ou se rapproche de l'axe Ox, pour les différentes distances à l'axe Oy, donnent alors une idée de la manière dont varient, l'une par rapport à l'autre, les deux quantités que l'on compare.

Par exemple, veut-on connaître la marche de la température de l'air pendant une journée, on représentera les heures par des longueurs égales prises sur l'axe Ox (*fig.* 2), et les degrés de température aux différentes heures, par des *ordonnées* dont on réunira les extrémités par une courbe. Cette courbe ayant la forme représentée dans la figure, on en conclura que la température a été en diminuant de minuit à quatre heures du matin, a augmenté jusqu'à deux heures après midi, puis a baissé jusqu'à minuit.

Il peut arriver que l'inspection de la courbe conduise à la découverte d'une loi, que la comparaison directe des nombres donnés par l'expérience n'aurait pu faire soupçonner. Par exemple, si la courbe était une de ces lignes étudiées par les géomètres, et dont les propriétés sont bien connues, la relation qui existe entre les ordonnées et les abscisses de cette courbe, c'est-à-dire son équation rapportée aux axes Ox et Oy, exprimerait la loi cherchée. Si donc on reconnaît au premier aspect, que la courbe ressemble à une ligne connue, on procédera de la manière suivante : On écrira l'équation générale de la courbe rapportée aux axes Ox, Oy, en lui donnant des *coefficients indéterminés*, puis on portera successivement dans cette équation autant de couples de valeurs des abscisses et des ordonnées qu'il y aura de coefficients; ce qui donnera des équations de condition au moyen desquelles on calculera les valeurs de ces coefficients, que l'on portera dans l'équation générale. On remplacera ensuite dans cette équation, x et y successivement par les autres couples de nombres donnés par l'expérience, et l'on verra si ces nombres satisfont à l'équation. S'il en est ainsi, on en conclura que la courbe appartient bien à l'espèce qu'on avait soupçonné, et son équation exprimera la loi mathématique du phénomène.

8. **Explication des phénomènes.** — Les lois physiques une fois établies, on s'en sert pour expliquer les grands phénomènes de la nature, tels que la pluie, le vent, le tonnerre, l'arc-en-ciel, etc..... Expliquer un phénomène naturel, consiste donc à faire voir comment il se rattache aux lois relatives aux corps et aux agents qui concourent à sa production. Cela fait, la tâche du physicien n'est pas terminée, il lui faut encore remonter aux *causes* des phénomènes.

9. **Causes.** — *Tout phénomène suppose une cause,* est un axiome en

physique comme en philosophie. Nous appelons *cause*, ce qui produit un effet, un mouvement. Un phénomène en suppose un autre, antérieur, par lequel une action est exercée sur un corps ou système de corps, pour lui imprimer le mouvement qui constitue le phénomène produit. Nous ne pouvons nous expliquer un semblable résultat sans admettre, entre deux corps mis en rapport, un lien, une coaction de l'un sur l'autre, soit par contact apparent, comme dans le choc, soit par l'intermédiaire d'une substance, allant de l'un à l'autre sans interruption. L'axiome des anciens, qu'*une cause ne peut agir directement là où elle n'est pas*, s'impose donc à notre esprit, et nous ne pouvons concevoir une action exercée à distance, à moins qu'il n'existe un milieu continu entre les deux points, à l'un desquels est produit l'effet, tandis qu'il provient de l'autre.

On distingue plusieurs sortes de causes, d'après l'ordre suivant lequel elles dépendent les unes des autres. Il y a d'abord les *causes prochaines* ou *immédiates* qui font sentir directement leur action pour produire un effet, et qui sont ordinairement faciles à découvrir. Mais elles-mêmes doivent le plus souvent leur pouvoir d'agir à d'autres causes supérieures, qui les dominent et sont dominées de leur côté par une cause plus générale produisant un grand nombre de phénomènes auxquels elle sert de lien commun. Par exemple, si l'on demande quelle est la cause qui fait courir un train sur un chemin de fer; chacun répondra que c'est *la locomotive* attelée en avant du train. Mais d'où provient la force de cette machine? de la *vapeur*, qui elle-même doit sa force de ressort à *la chaleur* communiquée à l'eau de la chaudière. Voilà déjà trois causes échelonnées et subordonnées les unes aux autres. On peut demander encore quelle est l'origine de la chaleur développée par la combustion qui a lieu dans le foyer, et l'on invoquera l'*affinité chimique* qui détermine la combinaison des éléments du combustible avec l'oxygène de l'air..... Nous voilà donc arrivés à une cause supérieure : l'*affinité*, peu connue dans son essence, et dans laquelle on doit chercher l'origine du mouvement pris pour exemple.

Sans remonter aussi haut, on peut attribuer ce mouvement à la *chaleur*, qui se présente alors comme une *cause générale*, c'est-à-dire engendrant un nombre très-considérable de phénomènes.

10. Causes générales. — Les causes générales sont beaucoup moins nombreuses qu'on ne serait tenté de le supposer en considérant l'immense variété des phénomènes naturels. On peut les ramener à *quatre* seulement : 1° la *gravitation* ou tendance des corps à se porter les uns vers les autres; 2° les *forces moléculaires* qui agissent dans les profondeurs les plus secrètes des corps et déterminent une foule de mouvements extérieurs, souvent très-énergiques; 3° la cause unique des phénomènes de *chaleur* et de *lumière;* 4° l'*électricité*, à laquelle on rapporte les phénomènes du *magnétisme*. Ce sont là les quatre grandes causes générales, les agents, les forces de la nature. On y joint quelquefois la *vie*, origine des phénomènes qui s'accomplissent dans les êtres organisés vivants. Mais la vie n'est qu'un effet de la combinaison, dans des conditions particulières, des quatre causes que nous venons d'énumérer, plutôt qu'une cause spéciale. Du reste, nous n'avons pas à nous occuper ici de la vie, dont l'étude est l'objet d'une science spéciale, la *physiologie* ou *biologie*.

11. Cause première. — Il est bien probable que les *causes générales* dépendent d'une seule *cause première*, au moyen de laquelle on pourrait, si elle était connue, expliquer et prévoir tous les phénomènes. On reconnaîtrait alors que les lois du monde physique sont des vérités tout aussi absolues que les théorèmes de la géométrie, dont le mathématicien fait jaillir la démonstration, d'un petit nombre d'axiomes tirés de son entendement, et de définitions qu'il s'est posées lui-même. En ne sortant pas de l'ordre physique, il est évident que l'essence de la cause première nous échappera toujours. C'est l'ambition et l'objet le plus élevé de la science de se rapprocher avec sûreté, et le plus possible, de ce mystérieux point de départ, et c'est à la *physique* qu'incombe cette tâche ardue. En effet, c'est dans l'étude des phénomènes qui ne sont pas compliqués par l'intervention de la substance des corps que l'on peut espérer de remonter des effets aux causes; et le physicien se trouve précisément dans cette condition favorable. Aussi, la physique a-t-elle été quelquefois définie l'*étude des causes*.

On est parvenu, à peu près, à établir ou à pressentir la manière d'agir et les propriétés de chacune des causes générales. Mais vient-on à se proposer de remonter à la *cause première*, la marche devient lente et pleine d'hésitations, d'autant plus que l'imagination accourt pour jouer son rôle, toujours prête à conspirer contre la raison. On peut dire, à cet égard, qu'il y a deux sortes de physique. La première, la *physique positive*, étudie les faits et leurs lois au moyen de l'observation et de l'expérience. Les acquisitions qu'elle fait chaque jour resteront à son avoir, et ne pourront vraisemblablement subir que des modifications de détail destinées à les compléter ou à les perfectionner. La seconde, la *physique spéculative*, qui est la métaphysique de la science, s'applique à la recherche de la *cause première*, et s'efforce, après lui avoir trouvé une définition plus ou moins certaine, de la plier à l'interprétation de tous les phénomènes.

Cette seconde physique a subi déjà bien des révolutions. Les anciens n'en ont guère connu d'autre. Chaque philosophe prétendait interpréter la nature et surtout expliquer la formation de l'univers, au moyen de systèmes dans lesquels il s'appliquait avant tout à faire autrement que ceux qui l'avaient précédé. Quelques-uns trouvaient le principe de toutes choses dans l'eau, d'autres dans l'air, dans la terre, d'autres enfin réunissaient ces trois éléments en y joignant le feu. Il en est qui supposaient que les diverses substances avaient existé de toute éternité à l'état de mélange intime (c'était le chaos antique), et qu'elles avaient ensuite été séparées de manière à faire apparaître les corps tels que nous les voyons. Mais il fallait un moteur pour produire ce triage. Le *feu* parut généralement propre à remplir ce rôle. On imagina aussi de douer la matière d'une sorte d'amour ou de haine, portant les éléments à se réunir ou à se séparer.

Les physiciens du siècle actuel et du siècle précédent, découragés par la difficulté du sujet et dégoûtés des systèmes par l'abus qu'en avaient fait les anciens et certains philosophes postérieurs à la Renaissance, qui avaient voulu raisonner des choses avant d'avoir rassemblé un nombre suffisant de faits, s'en tinrent pendant longtemps aux *causes générales*, s'appliquant à les définir, à découvrir les lois de leur manifestation, sans trop se préoccuper d'en sonder la nature et de remonter à la cause première qui leur donne leur activité. La physique spéculative, tombée dans le discrédit auprès de beaucoup de bons esprits, était même complètement abandonnée, lorsqu'on reconnut, dans les commencements du siècle actuel, après avoir considéré le nombre immense de faits acquis, que les phénomènes, mieux connus, présentaient des points de contact multipliés et venaient se ranger, comme d'eux-mêmes, sous un petit nombre de causes générales. On remarqua aussi que ces causes générales ont entre elles des corrélations intimes et qu'elles peuvent être produites les unes par les autres, et l'on soupçonna bientôt qu'elles ne sont que des manifestations diverses d'une cause supérieure qu'on espéra dès lors de pouvoir découvrir. On rentra donc avec ardeur dans une carrière désertée depuis si longtemps; mais, cette fois, en s'appuyant sur une masse imposante de faits et sur des lois expérimentales nombreuses et solidement établies.

Déjà, à la suite des travaux admirables d'Huyghens, d'Young, de Fresnel, d'Arago,..... sur la nature de la lumière, on avait été conduit à admettre l'existence d'une substance universellement répandue, constituant un état particulier de la matière et qu'on a nommé l'*éther*. Très-subtile et excessivement légère, cette matière remplit le vide qui sépare les unes des autres ces masses isolées d'une nature plus grossière, les astres, dont la lumière nous arrive à travers cet éther, qui sert ainsi d'intermédiaire actif entre tous les corps de l'univers. La *lumière* et la *chaleur* consistent alors en une agitation particulière de l'éther, et l'électricité, en une manifestation différente de cet agent, dont la science s'efforce actuellement de définir le caractère.

Vers 1842, la découverte capitale d'une relation entre la chaleur et le travail mécanique, qui peuvent se transformer l'un dans l'autre en conservant un rapport constant, a fait faire un grand pas à la question, et déjà l'on entrevoit, avec une certaine confiance, comme cause première, une impulsion générale imprimée, dans les temps primitifs, à la matière disséminée dans l'espace et à l'éther qui le remplit. Cette impulsion se répercute d'âge en âge à travers les siècles pour produire, par transmission de mouvement, tous les phénomènes qui se manifestent tant sur notre globe que dans les parties de l'espace accessibles à nos observations.

Nous aurons soin, quand nous serons assez avancés dans l'étude de la physique, de faire connaître les bases de cette imposante synthèse que l'on rencontre au point de départ de chaque branche de la science, qu'elle pénètre, pour ainsi dire, dans toutes ses parties et dont elle domine tous les sommets. En attendant, nous ferons plus d'une fois allusion à ce nouveau point de vue de la physique moderne, soit pour affirmer ou faire pressentir d'avance comment on peut remonter à l'origine de divers phénomènes primordiaux, soit pour éviter d'avoir à revenir plus tard sur certains développements, qu'il n'y aura plus dès lors qu'à rappeler. Mais ce n'est qu'après avoir étudié les propriétés de la chaleur, que nous serons en possession des connaissances nécessaires pour discuter, avec quelque assurance, les preuves de ce système grandiose, dont l'exposé général servira de conclusion à ce livre. En attendant, nous nous contenterons de remonter aux causes générales, et, après avoir fait connaître les lois suivant lesquelles se manifeste leur activité, nous nous servirons de cette connaissance pour expliquer les phénomènes.

12. Théorie. — Il est assez ordinairement facile de reconnaître de quelle cause générale dépend un phénomène; mais ce qui présente souvent de grandes difficultés, c'est d'établir les propriétés ou la manière d'agir de cette cause, et de trouver comment les phénomènes et leurs lois découlent de ces propriétés; c'est là un des points les plus délicats de la science.

Le résultat d'un semblable travail constitue une *théorie physique*. On nomme donc ainsi l'ensemble des faits, des lois et des conséquences qu'on peut en déduire, qui se rattachent à une seule cause même secondaire. C'est ainsi que nous avons la *théorie* de la lumière, celle de la pesanteur, etc. Dans un sens plus restreint, on appelle aussi *théorie* l'ensemble des phénomènes qui s'expliquent en partant d'un même fait élémentaire et de ses lois établies par l'observation. C'est dans ce sens que l'on dit, en optique, la *théorie de la réflexion;* tous les phénomènes y sont expliqués en partant des lois suivant lesquelles la lumière se réfléchit, sans se préoccuper de savoir comment ces lois dérivent des propriétés de l'agent lumineux. De même, dans la *théorie de la rosée* on explique ce phénomène au moyen des propriétés de la vapeur d'eau, sans avoir besoin de connaître l'origine des lois qui président à la formation de cette vapeur.

Une *théorie,* pour être bonne, doit rendre compte de tous les faits que produit la cause considérée, jusque dans leurs plus fins détails; et cela naturellement, sans qu'il soit nécessaire de faire des suppositions, de torturer, pour ainsi dire, les lois et les faits acquis. Il faut encore que les résultats numériques qu'elle permet de calculer soient d'accord avec ceux que fournit l'observation directe. Si, de plus, les déductions logiques que l'on en peut tirer conduisent à prédire des phénomènes nouveaux que l'expérience vienne ensuite confirmer, cette théorie portera avec elle la preuve la plus convaincante de sa réalité. La théorie des ondulations de la lumière nous offrira un pareil exemple.

Pour établir une théorie physique et suivre logiquement les conséquences du principe d'où l'on est parti, il faut comparer entre elles des quantités qui sont liées par des relations souvent très-compliquées. L'attention ne pourrait suffire à un pareil travail sans le secours du calcul mathématique; c'est pourquoi on en fait souvent usage en physique.

13. Physique mathématique. — On peut encore, prenant pour point de départ les lois fondamentales qui expriment la manière d'être d'une cause et lui servent de définition, déduire, au moyen de l'analyse algébrique, toutes les conséquences de ces lois. Tel est l'objet de la *physique mathématique.* Dans cette science, toute moderne, on se propose, non plus de remonter des faits aux causes, mais de descendre des causes aux faits; on cherche à représenter par des formules algébriques les phénomènes et les lois auxquelles ils sont soumis, et à arriver par l'analyse à des conséquences, quelquefois à des résultats nouveaux que l'expérience devra toujours vérifier jusque dans leurs valeurs numériques, ce qui viendra confirmer l'exactitude du point de départ. Les géomètres ont déjà établi plusieurs théories semblables; nous ferons connaître en temps et lieu les résultats auxquels ils ont été conduits.

14. Systèmes. — Il peut arriver que la cause générale d'une certaine classe de phénomènes ne soit pas connue dans sa nature intime; on en est réduit alors, pour lier les faits, à créer des *hypothèses*, des *systèmes* qui, pour mériter d'être adoptés, doivent rendre compte des phénomènes et de leurs lois. Ces systèmes ne doivent pas être confondus avec les théories « le système est l'explication des faits par les causes possibles; la théorie est l'explication des faits par les causes réelles... Les vraies théories se font d'elles-mêmes... La vraie théorie n'est que l'enchaînement naturel des faits qui, dès qu'ils sont assez nombreux, se touchent et se lient les uns aux autres par leur seule vertu propre (1). » On a peut-être trop médit des hypothèses, à cause de l'abus qu'on en faisait dans l'ancienne physique. Cependant, elles ont l'avantage de soutenir la mémoire, en liant entre eux un grand nombre de faits, et d'en rendre l'étude plus attrayante, en provoquant des recherches et des discussions, souvent ardentes, pour les soutenir ou les combattre. Toutes les

(1) Flourens, sur Buffon, p. 82 et 197.

sciences, disait Fontenelle, ont leur chimère, après laquelle elles courent sans pouvoir l'atteindre; mais en chemin elles attrapent d'autres connaissances fort utiles. Les hypothèses sont les rêves de la science, rêves dans lesquels la logique doit toujours conserver ses droits, et qu'il faudra être prêt à repousser, dès qu'elles présenteront quelques contradictions avec les faits.

Dans tous les cas, pour établir une théorie ou un système, il faudra commencer par découvrir les lois auxquelles sont assujettis les phénomènes, lois qui forment, il ne faut pas l'oublier, le véritable fond, la partie solide et durable de la science. Quelle marche devra-t-on suivre pour atteindre ce but?

15. Observation. — Expérience. — Souvent l'*observation* suffira, ou sera seule possible, comme lorsqu'il s'agit d'étudier ce qui se passe dans les régions élevées de l'atmosphère. D'autres fois on aura recours à la *méthode expérimentale*.

Il arrive fréquemment que plusieurs causes agissant en même temps, il en résulte des phénomènes complexes dont les lois se mêlent, de sorte qu'il est presque impossible d'en distinguer aucune. On fait alors des *expériences*, c'est-à-dire que l'on cherche à séparer les faits simples les uns des autres, à supprimer ceux qui ne sont pas dus à la cause dont on cherche les lois. La nature est ainsi placée dans des conditions particulières qu'elle ne présente pas habituellement, et il est possible alors de discerner les lois élémentaires qui étaient d'abord voilées par des effets étrangers. Par exemple, quand un corps chaud se refroidit, une partie de sa chaleur lui est soustraite par l'air qui l'environne, tandis que l'autre est lancée directement dans tous les sens. Pour connaître les lois que suit la perte de chaleur par cette dernière voie seule, on expérimente en plaçant le corps dans une enceinte dont on a enlevé l'air, de sorte que l'effet dû à la présence de ce gaz se trouve supprimé.

Il y a une grande différence entre l'*observation* et l'*expérience*. Par la première on examine les phénomènes tels que la nature les présente, on les épie pour ainsi dire, on guette le moment où ils apparaissent; tandis que par l'expérience on les fait naître, on en varie les circonstances, on sépare les effets dus à des causes différentes, et souvent on parvient à amplifier les résultats pour les rendre plus faciles à distinguer. Par l'expérience, on se propose encore de vérifier les causes des phénomènes en cherchant à les réaliser en petit, tels que la nature nous les présente ordinairement. C'est ainsi qu'en reproduisant tous les effets de la foudre au moyen de l'électricité, on prouve que la foudre a elle-même pour origine l'électricité.

L'art de l'expérience est tout moderne. Ce n'est pas à dire pour cela que les anciens l'aient cependant complètement ignoré, malgré la coutume qu'avaient la plupart de leurs philosophes de raisonner *à priori* sur la nature. Pythagore et la secte Italique dont il est le chef, adoptèrent la méthode expérimentale; Aristote a tenté quelques expériences, par exemple, sur la propagation de la chaleur dans les corps, et Archimède en a fait un assez grand nombre. Nous avons dit (5) comment Roger Bacon, au treizième siècle, essaya d'en appeler de l'autorité scolastique à l'expérience. Plus tard, au dix-septième siècle, François Bacon, dans son *Novum organum* définit bien la méthode expérimentale, mais il ne l'appliqua pas. Cette méthode avait été, non-seulement pressentie, mais encore appliquée avec bonheur un siècle auparavant, par Léonard de Vinci, qui fut à la fois un grand artiste et un physicien éminent. « L'expérience seule, disait-il, doit servir à étudier la nature; c'est en l'appliquant et la variant de mille façons qu'on peut découvrir les lois générales auxquelles seule elle peut nous conduire. »

La méthode expérimentale, si féconde entre les mains des modernes, fut d'abord mise en pratique par Galilée, Boyle, Newton, apportée en France par Mariotte, et suivie dès lors par tous les bons esprits. Mais les savants illustres qui l'appliquèrent les premiers ne s'en tinrent pas à l'observation des qualités des choses, ils mesurèrent les quantités, cherchant leurs rapports et soumettant au raisonnement mathématique et au calcul les résultats de ces comparaisons. L'observation et l'expérience seules ne suffisent pas, en effet, aux progrès de la science; c'est par l'application de la logique mathématique aux faits observés et surtout mesurés dans leurs circonstances multiples, qu'elle a pu prendre depuis le dix-septième siècle un essor jusque-là inconnu. Depuis l'invention de la bonne méthode, les progrès des sciences, en soixante ans, ont mis à néant la plupart des opinions anciennes, et les connaissances humaines s'accumulent avec une rapidité tellement croissante, que nous pouvons encore dire comme Sénèque : « La postérité sera étonnée des choses que nous avons ignorées. »

16. Mesures de précision. — Lorsqu'on se propose de trouver la loi physique d'un phénomène, il devient nécessaire d'en mesurer les éléments, pour les comparer, et de cette comparaison faire sortir la loi cherchée. Mesurer est donc, en dernière analyse, l'opération à laquelle l'expérimentateur est amené lorsqu'il veut découvrir une loi. Il existe un grand nombre de méthodes usuelles pour mesurer des grandeurs de différentes espèces; mais ces méthodes, qui suffisent dans les circonstances ordinaires, sont loin de comporter la précision nécessaire au physicien.

La plupart des mesures se ramènent à des évaluations de longueurs ou de poids. Par exemple, les surfaces et les volumes, quand ils sont définis géométriquement, s'évaluent au moyen de certaines de leurs dimensions linéaires. Quand un corps présente une forme indéterminée, son volume s'obtient au moyen de pesées, comme nous le verrons plus tard en parlant de la mesure des densités. Les températures, les pressions exercées par les fluides, s'évaluent au moyen d'échelles graduées; les angles au moyen d'arcs divisés. Le temps se mesure souvent par l'espace que parcourt l'extrémité d'une aiguille, mais souvent aussi en comptant combien de fois se répète un mouvement de durée constante très-courte prise pour unité. Il est donc important d'avoir des moyens précis de mesurer les longueurs et les poids. Pour ces derniers, on emploie la *balance*, dont nous traiterons au chapitre de la pesanteur. Nous allons nous occuper, dès à présent, de la mesure du temps et de celle des longueurs, en commençant par ces dernières.

17. Vernier. — Quand une longueur est considérable, il suffit ordinairement d'y porter une règle représentant l'unité adoptée, par exemple le *mètre* ou une de ses subdivisions, d'observer combien de fois cette unité tout entière y est contenue, et combien des subdivisions les plus petites tracées sur la règle sont renfermées dans la fraction qui dépasse. Mais, quelque petites que soient les dernières subdivisions, il arrive ordinairement que l'extrémité de la longueur à mesurer ne coïncide pas avec un des traits de division. Quand on n'a pas besoin d'une grande précision, la fraction de subdivision qui reste s'évalue *par estime;* mais quand on veut obtenir un résultat très-précis, on la mesure au moyen du *vernier*.

Le *vernier* consiste en une règle AB (*fig.* 3) divisée d'une manière particulière et pouvant glisser le long de celle qui porte les divisions dont on veut évaluer les fractions. Supposons que ces divisions soient des *millimètres* et qu'on exige que l'erreur commise soit moindre que $\frac{1}{10}$ de millimètre. Le vernier devra avoir alors *neuf* millimètres de longueur, ou *onze* mill., et être partagé en *dix* parties égales, qui seront moindres ou plus grandes que celles de la règle, de $\frac{1}{10}$ de millimètre. — Supposons le premier cas, et soit LA la longueur à mesurer. On voit qu'elle renferme trois divisions de la règle, c'est-à-dire trois millimètres, plus une fraction de division *ac*. Pour évaluer cette fraction, on pousse le vernier contre l'extrémité A de la barre LA. Comme les divisions de la règle diffèrent très-peu de celles du vernier, il arrive *ordinairement* qu'un des traits de

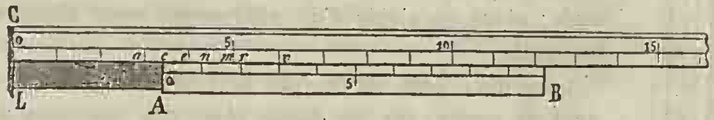


Fig. 3.

division de celle-ci se trouve sur le prolongement d'un de ceux du vernier, par exemple du *troisième*. Alors la distance *mr* des deux traits précédents sera de $\frac{1}{10}$ de millimètre, puisqu'elle n'est autre chose que la différence entre une division du vernier et une de la règle; *ne* sera égal à $\frac{2}{10}$, et enfin *ac*, à $\frac{3}{10}$, c'est-à-dire à autant de fois $\frac{1}{10}^{mm}$ qu'il y a d'unités dans le numéro du trait de division du vernier, pour lequel il y a coïncidence.

Il peut arriver qu'il n'y ait pas deux traits sur le prolongement l'un de l'autre. Il en serait ainsi, par exemple, si, la barre étant plus courte de $\frac{1}{2}$ dixième de millimètre, on poussait le vernier de cette quantité vers la gauche. Mais alors on voit que, dans ce cas le plus défavorable, il n'y aurait à hésiter qu'entre deux divisions du vernier, et l'erreur commise serait de $\frac{1}{2}$ dixième de millimètre, en plus ou en moins, suivant le numéro du vernier que l'on choisirait.

Quelquefois le vernier AB (*fig.* 4) est appliqué du côté de la barre à mesurer; son extrémité *c* étant alors placée au même niveau que l'extrémité de la barre, il faut évaluer la fraction de division *ac*. Or, si la coïncidence a lieu en *n*, à la troisième division du vernier à partir du point *c*, on voit que la distance *cb* sera égale à $\frac{3}{10}$ de millimètre, et que l'on aura, par conséquent, $ac = (1 - \frac{3}{10}^{mm}) = \frac{7}{10}^{mm}$. Pour éviter de faire une soustraction, on écrit, dans ce cas, les numéros du vernier en sens inverse, le zéro en B et le n° 10 en c. Alors, le numéro pour lequel il y a coïncidence sera $10 - 3 = 7$, ou le nombre cherché.

Si l'on donne au vernier une longueur de 19, 39, 49, ou 21, 41, 51 millimètres, en le divisant en 20, 40, 50 parties égales, on pourra apprécier $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{50}$ de millimètre. Il est rare qu'on aille au-delà, à cause de la difficulté de tracer des traits assez fins pour qu'une différence moindre que $\frac{1}{50}^{mm}$ ne soit pas perdue dans leur épaisseur. Quelquefois cependant on va jusqu'à $\frac{1}{100}$ dans des instruments très-délicatement gradués; alors on s'aide d'un microscope pour distinguer les traits.

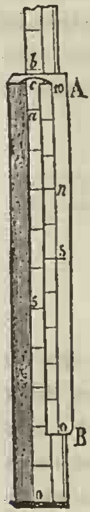


Fig. 4.

Le *vernier* peut servir aux divisions tracées sur les arcs de cercle. On lui donne alors une courbure telle qu'il puisse s'appliquer exactement sur cet arc gradué. Souvent alors cet arc est divisé en demi-*degrés*, et le vernier en donne les *trentièmes*; de sorte que les angles sont obtenus en soixantièmes de degré, c'est-à-dire en minutes.

Le *vernier* porte le nom de son inventeur, le géomètre français Pierre Vernier, mort en 1637. On le nomme quelquefois *nonius*, principalement quand on l'applique aux arcs, du nom du portugais Nonius, inventeur d'un moyen ingénieux mais tout différent, de mesurer les fractions de division des arcs (1).

18. Cathétomètre. — Une des plus heureuses applications du vernier est celle qu'on en fait au *cathétomètre*. Cet appareil, imaginé par Gay-Lussac et Dulong et Petit, et perfectionné successivement par MM. Gambey, Pouillet et Perreaux, est destiné à mesurer la différence de niveau de deux points, situés ou non sur la même verticale; autrement dit, la distance de deux plans horizontaux passant

(1) La méthode de Nonius consistait à tracer sur le limbe du cercle quarante-quatre circonférences équidistantes; la première, divisée en degrés, c'est-à-dire en quatre-vingt-dix parties égales par quart de cercle; la deuxième, en quatre-vingt-neuf parties; la troisième, en quatre-vingt-huit,..... et la quarante-quatrième en quarante-six parties. Le côté mobile de l'angle à mesurer tombe toujours sensiblement sur un trait de division d'une des circonférences. On transforme ensuite en degrés le nombre de divisions indiqué, au moyen d'une simple proportion.

par ces points. Il consiste en une règle verticale de bronze RR (*fig.* 5), divisée en millimètres et fixée à un tube de laiton *dc*, qui peut tourner autour d'un arbre vertical en acier porté par le pied de l'instrument. Dans ce mouvement, chaque arête de la règle décrit une surface cylindrique. On rend l'axe de rotation exactement vertical en plaçant le pied, qui lui est perpendiculaire, dans une position horizontale; ce qui s'obtient au moyen des vis calantes *a*, *a*. Deux niveaux à bulle d'air *p*, *p*, perpendiculaires l'un à l'autre, servent à reconnaître si cette condition est remplie. Le long de la règle RR, peut glisser une double boîte *mn*, qui supporte une lunette grossissante *ll*, dont l'axe est rendu horizontal au moyen de la vis *u* et du niveau à bulle d'air K parallèle à cet axe. Dans l'intérieur de la lunette, à l'endroit qu'on nomme le *foyer*, sont tendus deux fils très-fins, l'un horizontal et l'autre vertical, dont la rencontre marque un point fixe au milieu du *champ*, c'est-à-dire de l'espace circulaire qui se voit à travers l'instrument. Ce système de fils se nomme *micromètre focal* ou *réticule*. La boîte *mn* est composée de deux parties : l'une, *n*, munie d'une vis de pression V, destinée à la fixer à la règle; l'autre, *m*, qui porte la lunette et est liée à la première, par une *vis de rappel v*, dont l'écrou est en *o*. La pièce *m*, représentée à part en *m'*, porte un vernier donnant les cinquantièmes de millimètre. On voit, en *n'* et *n''*, la manière dont la boîte *m'n'* est ajustée à la règle. Le poids P sert à équilibrer l'appareil.

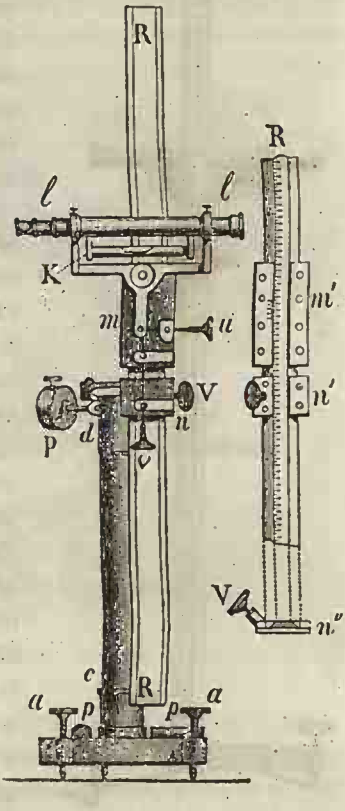


Fig. 5.

Pour mesurer la différence de niveau de deux points, on commence par viser l'un d'eux avec la lunette, en faisant tourner la règle RR, et faisant glisser le système *mn*, jusqu'à ce que ce point paraisse coïncider à peu près avec le centre du réticule. On serre ensuite la vis de pression V, on achève d'établir la coïncidence en déplaçant lentement la lunette au moyen de la vis de rappel *v*, et l'on note à quelle division et fraction de division de la règle correspond le zéro du vernier. On vise l'autre point de la même manière, et le déplacement qu'il a fallu imprimer au zéro du vernier représente la différence de niveau cherchée.

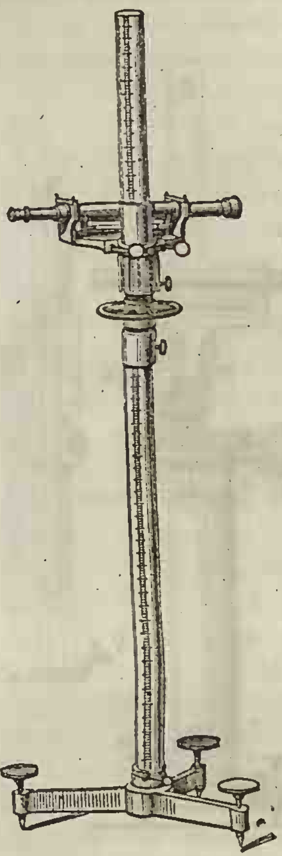


Fig. 6.

On a apporté au cathétomètre une modification heureuse imaginée par Gambey. L'échelle divisée est tracée sur une arête, bien verticale, du tube *dc* (*fig.* 5), qui remplace la règle, et dont l'extérieur présente souvent alors la forme d'un prisme. L'équipage portant la lunette glisse le long de cette colonne qu'enveloppe la double boîte *m*, *n*. Une semblable disposition se voit dans le cathétomètre perfectionné de M. Deleuil (*fig.* 6), dans lequel le centre de gravité de tout le système mobile est placé exactement sur l'axe vertical de rotation, de manière qu'il n'y a plus besoin de contre-poids. En outre, la vis de rappel *v* (*fig.* 5) est remplacée par une disposition ingénieuse. Un écrou roulant, qui se voit entre les deux boîtes (*fig.* 6), porte deux filets superposés *de sens inverse*, venant mordre sur deux vis, aussi de sens inverse, dont sont munies les deux boîtes, à celles de leurs extrémités qui sont en présence. Quand on fait tourner l'écrou, les deux boîtes se rapprochent ou s'éloignent l'une de l'autre, suivant le sens de la rotation.

19. Mesure des angles. Théodolite. — Pour mesurer la distance angulaire de deux points éloignés, c'est-à-dire l'angle formé par deux rayons visuels passant par ces points, on se sert d'un cercle métallique à limbe divisé en degrés, au centre duquel tourne une lunette à réticule, dont l'axe décrit un plan parallèle à celui du cercle. Cette lunette est portée par une règle ou *alidade* dont les extrémités, munies de verniers, parcourent les divisions du limbe. Après avoir placé le cercle dans un plan qui passe par les deux points, on vise l'un d'eux de manière qu'il semble coïncider avec la rencontre des fils du réticule, et l'on voit quelle position occupe sur le limbe, le zéro du vernier. On vise ensuite l'autre point, et l'arc qu'a dû parcourir ce zéro représente l'angle cherché.

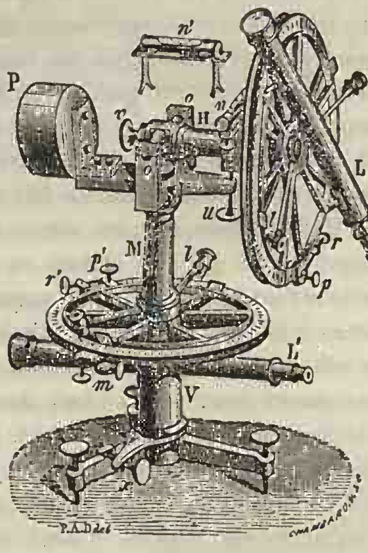


Fig. 7.

Le *théodolite* est un des instruments les plus précis qu'on puisse employer dans ces sortes de mesures. Il se compose essentiellement de deux cercles divisés, l'un vertical, l'autre horizontal (*fig.* 7). Le premier, équilibré par le contre-poids P, peut tourner autour d'un axe horizontal H passant par son centre, et devient fixe quand on serre la vis *v*. Sur ce cercle tourne la lunette à réticule L. Au lieu d'être portée par une alidade, elle est fixée à un autre cercle glissant, à frottement doux, dans l'intérieur du premier, et portant aux extrémités de deux diamètres perpendiculaires, quatre verniers que l'on observe au moyen de microscopes mobiles *l*, *l*. On observe quatre verniers pour plus de sûreté; on prend la moyenne des quatre indications qu'ils fournissent. Le cercle intérieur entraîne une pince *p*, que l'on fixe au cercle extérieur par une vis de pression, et qui porte une vis de rappel *r*, servant à mouvoir lentement le cercle intérieur, et, par conséquent, la lunette L.

Le cercle horizontal est mobile autour de l'arbre vertical V porté par le pied de l'instrument. On peut le rendre fixe au moyen du système de pince à vis de rappel *m*. Ce cercle contient aussi un cercle intérieur portant quatre verniers, et est muni d'une pince p' à vis de rappel r'. Avec le cercle intérieur, tourne un manchon M, dans lequel passe un pivot en acier, et qui porte tout le système PL du cercle vertical. La lunette L', mobile entre certaines limites, sert à reconnaître si l'appareil n'a pas bougé pendant les observations. Pour cela, on fait coïncider le centre du réticule qu'elle contient, avec un point éloigné, au moyen de la vis de rappel x, qui s'appuie sur une des branches du pied de l'instrument.

Le théodolite est fréquemment employé en astronomie et dans les mesures géodésiques, d'où lui vient son nom. Pour qu'il donne de bons résultats, il faut que l'arbre MV soit parfaitement vertical. On remplit cette condition en agissant sur les vis calantes du pied, jusqu'à ce que le niveau à bulle d'air n, perpendiculaire à VM, reste toujours horizontal quand on fait tourner le système PL autour de MV. Il faut aussi, le plus souvent, que l'axe H soit parfaitement horizontal; ce que l'on obtient en agissant sur la vis u, jusqu'à ce que le niveau mobile n', qu'on appuie par deux fourchettes sur deux parties cylindriques égales de l'arbre H, conserve sa bulle d'air en son milieu quand on le retourne bout à bout. Si l'on vise alors successivement deux points situés dans deux *plans verticaux* différents, le déplacement du cercle vertical, mesuré sur le cercle horizontal, fera connaître l'angle de ces deux plans, ou la projection sur l'horizon de l'angle des rayons visuels passant par les deux points. C'est ce qu'on appelle *réduire un angle à l'horizon*. Cela suppose que les points considérés sont assez éloignés pour qu'on puisse regarder le plan du cercle vertical comme passant par l'axe MV.

Dans les observatoires astronomiques, on emploie un théodolite fixe, de grandes dimensions, auquel on donne le nom d'*altazimuth*.

20. Comparateur. — Pour comparer les longueurs de deux barres et évaluer exactement leur différence, on emploie le *comparateur*, inventé par Lenoir, vers 1800. Cet instrument se compose d'une table mn (*fig.* 8) qui peut se raccourcir ou s'allonger à volonté, la partie m pouvant s'enfoncer plus ou moins dans la partie n. En d est un talon fixe contre lequel on appuie l'une des extrémités d'une barre ad, dont l'autre extrémité est pressée par une pièce mobile ab, contre laquelle le ressort r pousse un levier coudé bOc. Ce levier, dont les bras bO, Oc ont des longueurs très-différentes, peut tourner autour du point O, et alors son extrémité c parcourt un arc A divisé en millimètres, dont le centre est en O. Un vernier tracé en c donne les fractions de millimètre. Après avoir placé l'une des barres en da, on note à quelle division de l'arc A correspond le zéro du vernier c. Substituant ensuite à la barre da, celle qu'on veut lui comparer, on voit de combien de divisions s'est déplacé ce zéro. De ce déplacement, on déduit celui du point a, c'est-à-dire la différence cherchée,

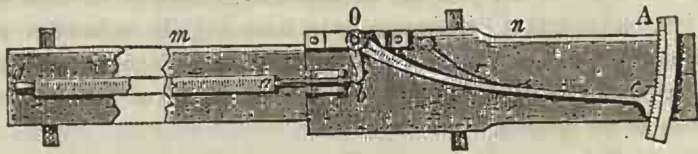


Fig. 8. — $^1/_{10}$.

quand on connaît le rapport entre les deux déplacements; rapport qui se détermine, une fois pour toutes, au moyen de deux barres dont la différence est connue d'avance. Supposons que ce rapport soit égal à 20 et que le vernier puisse apprécier $\frac{1}{50}^{mm}$, le déplacement observé en c devra être divisé par 20; l'erreur commise sera elle-même divisée par ce nombre, et celle qui restera dans la différence cherchée sera au plus de $\frac{1}{1000}$ de millimètre. Le comparateur pourrait servir à mesurer les petites épaisseurs; mais il vaut mieux, dans ce cas, employer la vis micrométrique.

21. Vis micrométrique. — Une vis d'acier V (*fig.* 9) travaillée avec beaucoup de soin, et dont le pas est très-petit, traverse un écrou que porte un des côtés d'un cadre métallique MN. Cette vis est munie d'une tête ab en forme de plateau circulaire, dont le contour est divisé en un certain nombre de parties égales, 400 par exemple. Pour mesurer l'épaisseur d'une lame l, on l'engage entre l'extrémité arrondie de la vis et un talon fixe opposé t, puis on fait mouvoir la vis de manière à exercer une légère pression. On note alors quelle division du plateau correspond à un repère fixe rr. Enlevant ensuite la lame, on

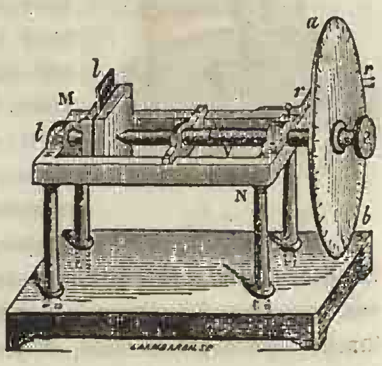


Fig. 9. — $^1/_3$.

amène l'extrémité de la vis contre le talon *t*, en ayant soin de compter les tours et les fractions de tours. L'épaisseur cherchée est égale à autant de fois le pas de la vis qu'il a fallu faire de tours; car on sait que, pour chaque tour, une vis s'avance dans le sens de son axe, d'une quantité égale à son pas, et pour chaque fraction de tour, d'une fraction égale de son pas. Les fractions de tour étant données par les divisions du plateau, on apprécie $\frac{1}{400}$ du pas. Si donc il est de $\frac{1}{2}^{mm}$, on obtiendra l'épaisseur de la lame à $\frac{1}{800}$ de millimètre près.

Une échelle tracée sur le repère *rr*, et dont les divisions sont égales au pas de la vis, fait connaître le nombre de tours sans qu'on ait besoin de les compter.

Quand la lame n'est pas très-dure, on la met entre deux plaques de verre, qu'on laisse en place pendant la seconde opération.

22. Sphéromètre. — Cet instrument est une vis micrométrique disposée d'une manière particulière (*fig.* 10). La vis est verticale, et l'écrou, porté par trois pieds terminés par des pointes émoussées, que l'on pose sur une plaque horizontale de verre dépoli. On commence par faire arriver l'extrémité inférieure de la vis, dans le plan des trois pieds; ce que l'on reconnaît en donnant latéralement de petits coups avec une baguette légère. Si la vis est trop basse, l'instrument tourne comme sur un pivot; si elle est trop élevée, il ne se déplace pas, et si la condition cherchée est remplie, il glisse assez facilement sur la plaque, en produisant un cri ou son particulier. On engage ensuite au-dessous de la vis, la lame dont on veut mesurer l'épaisseur, en relevant cette vis jusqu'à ce qu'elle touche légèrement la lame, et que, par de petits chocs, l'instrument produise en glissant le même son que dans la première opération. L'oreille est assez délicate pour reconnaître l'identité de deux sons, même après un temps assez long. La quantité dont la vis a été relevée par rapport à sa première position, quantité déduite du nombre de tours, fait connaître l'épaisseur cherchée.

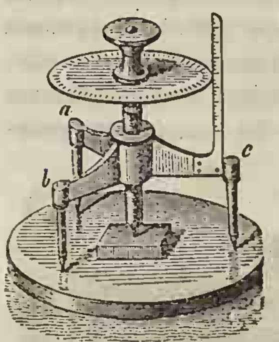


Fig. 10. — 1/5.

Le sphéromètre donne les millièmes de millimètre. La précision en est limitée par la difficulté d'appuyer la pointe de la vis, toujours de la même manière dans les deux opérations. Voici comment M. Perreaux lève cette difficulté. La vis VV (*fig.* 11) est forée suivant son axe, et dans l'intérieur glisse, à frottement doux, une tige d'acier *po*, dont la pointe *p* remplace celle de la vis, et dont l'extrémité *o* pousse un levier *ra*, ayant son point d'appui *r* fixé à la barre *eca* que porte la tête DD. L'extrémité *a* de ce levier soulève en *n* une aiguille *cne* mobile autour du point *c*. Dès que la pointe *p* touche, la tige *po* repoussée, soulève l'aiguille *cne;* et l'on fait en sorte qu'elle s'arrête toujours dans la même position. L'instrument ainsi modifié permet d'apprécier $\frac{1}{6000}$ de millimètre.

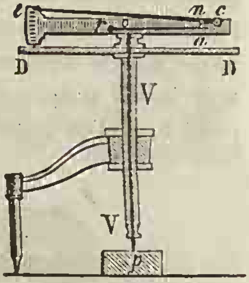


Fig. 11.

La première idée du sphéromètre est due à l'opticien de Laroue qui le destinait à évaluer la courbure de la surface des lentilles. Quand on veut faire cette application, on emploie souvent un sphéromètre à deux pieds, dont les extrémités sont dans un même plan avec l'axe de la vis. On mesure la flèche h, et, en appelant $2d$ la distance des deux pieds, on a, pour déterminer le rayon R de la sphère, la corde $\sqrt{h^2+d^2}$ étant moyenne proportionnelle entre le diamètre 2R de la sphère et sa projection sur ce diamètre,

$$h^2 + d^2 = 2hR; \qquad \text{d'où : } R = \frac{h^2+d^2}{2d}.$$

Quand le sphéromètre a trois pieds, d représente le rayon de la circonférence passant par leurs extrémités.

Pour que le même instrument puisse servir à des lentilles de dimensions diverses, souvent les pieds peuvent se visser à différentes distances de la vis, sur les branches horizontales *a, b, c* (*fig.* 10).

23. Machine à diviser la ligne droite. — Dans certains appareils, on mesure les longueurs au moyen de divisions établies à l'avance, comme dans le cathétomètre. La vis micrométrique donne la facilité de les tracer avec une grande précision.

La *machine à diviser* se compose d'une longue vis d'acier VV, à tête divisée (*fig.* 12), dont l'extrémité opposée à la tête est appuyée contre un obstacle fixe, de manière qu'elle ne peut pas s'avancer dans le sens de son axe. Cette vis traverse un écrou mobile *e*, auquel est fixée une règle *rr*, qui peut glisser parallèlement à la vis. Un levier articulé *on*, porté par la règle et mobile autour d'un axe qui lui est parallèle, soutient un burin *n* à pointe d'acier ou de diamant. Soit à diviser en un certain nombre de parties égales une longueur *ab* prise sur un tube *tt*. On fixe ce tube parallèlement à la règle *rr*, sur deux supports, de manière qu'il puisse tourner sur lui-même sans se déplacer dans le sens de sa longueur, et l'on fait mouvoir la vis jusqu'à ce que la pointe du burin *n* coïncide avec le point *b*. Si l'on imprime alors un léger mouvement de rotation au

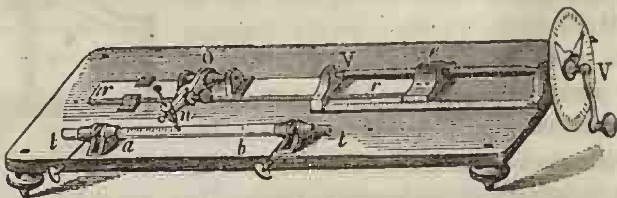


Fig. 12. — $^1/_{10}$.

tube, un trait transversal est tracé par le burin, qu'on amène ensuite au point *a*, en ayant soin de compter le nombre de tours et de fractions de tours de la vis, et l'on marque un nouveau trait. On divise ensuite le nombre entier ou fractionnaire de tours effectués, par le nombre de divisions que l'on veut obtenir dans la longueur *ab*. On connaît ainsi de quelle quantité angulaire il faut faire tourner la tête de la vis pour passer d'un trait de division au suivant. — Quand il s'agit d'une lame à diviser, on forme les traits en faisant jouer l'articulation du levier *on*.

Si l'on veut marquer sur une ligne droite, des divisions de grandeur donnée *l*, il faut connaître le pas *p* de la vis. Ce pas étant compris dans la longueur *l*, un nombre de fois représenté par $l : p$, la vis devra faire un nombre de tours égal à $l : p$ pour que la pointe du burin parcoure un espace égal à *l*.

Il est important, pour la régularité, que les traits n'aient pas des longueurs quelconques. Voici comment on remplit cette condition dans le cas d'un tube. On fixe à l'une des extrémités de ce tube une pièce à oreilles *vv'* (*fig.* 13), portant des vis *v*, *v'* qui viennent buter contre deux arrêts A, $\alpha\beta$ destinés à limiter la rotation du tube sur lui-même. Deux plaques α, β mobiles autour d'un axe vertical *i*, peuvent être écartées de la vis *v'*. A chaque cinquième trait, on tourne la plaque α, en α', ce qui permet de former un trait plus long que les autres; et à chaque dixième trait, on tourne les deux plaques α et β, de manière à obtenir un trait plus long encore.

Pour trouver le numéro du disque qui doit être amené, pour chaque trait, en face du repère, il faut faire un calcul arithmétique qui rend l'usage de la machine lent et pénible. On évite cet inconvénient de la manière suivante. A l'arbre de la vis est adapté, à frottement assez dur, une espèce de compas *aoc* (*fig.* 13), dont on écarte les deux branches, d'une quantité angulaire égale à la fraction de tour que doit faire la vis pour passer d'un trait de division au suivant, et on les fixe dans cette position au moyen d'une vis de pression *u*. L'une des branches *a* étant en face du repère *r*, on fait tourner la vis de manière à amener *c* en *r*; alors *a* vient en *a'*. Après avoir marqué le trait de division, on ramène le système *aoc* dans sa position primitive *sans faire tourner la vis*, puis on fait tourner cette dernière de manière à ramener *c* en *r*, on marque le second trait, et ainsi de suite.

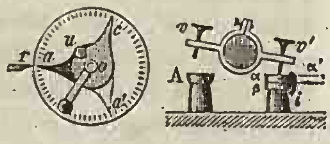


Fig. 13.

Machine à diviser perfectionnée. — Malgré cette ingénieuse disposition, l'usage de la machine à diviser exige encore une attention soutenue de la part de l'opérateur; aussi, a-t-elle reçu de nombreux perfectionnements entre les mains de plusieurs constructeurs. Tantôt la vis fait mouvoir le burin, comme dans la machine de la *fig.* 13, tantôt elle fait mouvoir une table sur laquelle est fixée la pièce à diviser. C'est ce qui a lieu dans la machine (*fig.* 14) construite par M. Duboscq. La vis V traverse un écrou fixé sous la table T, qui peut glisser sur des rails en fer *l'l'*, *ll* parallèles à l'axe de la vis. La pièce à diviser est fixée sur cette table, avec de la cire, ou au moyen de vis de pression. Le mouvement est imprimé à la vis V, par l'intermédiaire d'un engrenage conique RP, et d'une manivelle *m* placée à la portée de la main gauche de l'opérateur, dont la main droite conduit le burin *b*. La vis V ne doit pouvoir tourner que dans un sens. Pour cela, la roue d'angle R est fixée à un manchon, représenté à part en R' au bas de la figure, et qui enveloppe un arbre formant le prolongement de la vis V', autour duquel ce manchon peut tourner à frottement doux. Au même arbre est fixée une roue à rochet que pousse un cliquet à ressort r, quand le manchon tourne de gauche à droite par le haut, et qui reste en repos quand le manchon tourne de droite à gauche.

L'appareil est disposé de manière à limiter, sans que l'opérateur ait à s'en occuper, l'étendue du mouvement de la vis correspondant à une division à tracer. Pour cela, le manchon porte une roue divisée a, $a'a'$, et un plateau un peu plus grand c, c'. Derrière le plateau se trouve un buttoir fixe n', qui correspond au zéro de la roue divisée a, $a'a'$. Celle-ci porte un second buttoir mobile n que l'on fixe, au moyen d'une vis de pression, à une distance angulaire du buttoir n' déterminée par la distance que l'on veut donner aux

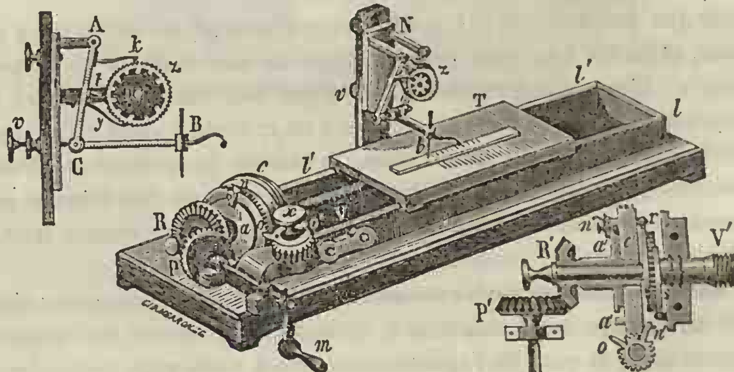


Fig. 14.

traits de division. Deux arrêts o, o' sont destinés à arrêter les buttoirs n, n'. Voici comment on procède : le buttoir fixe n' étant appuyé, en dessous, contre l'arrêt o', on fait tourner la vis, de gauche à droite, jusqu'à ce que le buttoir n vienne frapper l'arrêt o, et l'on donne un coup de burin; puis on fait tourner la manivelle en sens contraire, le manchon tourne sans entraîner la vis, le buttoir n' vient toucher l'arrêt o', et tournant de nouveau de gauche à droite jusqu'à ce que le buttoir n revienne en o, on marque un second trait au burin, et ainsi de suite.

Si les arrêts o, o' étaient fixes, on ne pourrait faire faire à la vis plus d'un tour à la fois. Pour éviter cet inconvénient, on fait en sorte qu'ils s'écartent alternativement des faces de la roue a et du disque c. Pour cela, ces arrêts sont fixés par une vis de pression x

sur un pignon, dans les dents duquel s'engage le filet d'une vis taillée dans le contour du disque c, c'. Quand ce disque tourne de gauche à droite, le pignon tourne, et l'arrêt o' s'écartant du disque, l'arrêt o s'approche de la roue a, de manière à être rencontré par le buttoir n. Le contraire a lieu lors du mouvement inverse, dans lequel la vis V reste en repos. Les arrêts peuvent se rapprocher plus ou moins (comme les branches a et c de la *fig.* 13), suivant la quantité angulaire dont doit tourner la vis entre chaque trait de division.

Voici maintenant comment se règle la course du burin. Ce burin est suspendu à un support fixe N, par un système de leviers représenté à part et de profil en ACB. Les pièces AC et CB sont articulées en A et C. La course est limitée, d'un côté par l'extrémité de la vis v, qu'on enfonce plus ou moins, et de l'autre, par le contour du disque D, sur lequel vient s'appuyer le buttoir t. Ce disque porte des échancrures équidistantes et alternativement de deux profondeurs différentes. Une roue à rochet z, appliquée contre le disque, est sollicitée à chaque coup de burin par le cliquet k. Quand le burin a oscillé quatre fois, c'est-à-dire a formé quatre traits, la roue z a tourné de manière que le disque présentant au buttoir t une des échancrures peu profondes, le burin peut s'avancer davantage, et le cinquième trait est plus long. Après quatre nouveaux traits, se présente une échancrure très-profonde, et le dixième trait est encore plus long; et ainsi de suite.

Ainsi modifiée, la machine à diviser est d'un usage si sûr et si facile, qu'on peut en confier la marche à un moteur mécanique. C'est ainsi que Froment a construit des machines à diviser qui tracent jusqu'à 1000 divisions dans un millimètre, et qui marchent sous l'influence d'un moteur électro-magnétique.

24. Machine à diviser les arcs de cercle. — Pour partager un arc de cercle ou une circonférence en parties égales, on emploie une machine composée d'une *plate-forme*, ou plateau circulaire en laiton, d'un grand diamètre, et mobile autour d'un axe vertical qui lui est perpendiculaire et passe par son centre. Sur le contour de ce plateau sont taillées des dents égales, dans lesquelles s'engage le filet d'une *vis sans fin*, munie d'une large tête divisée. Cette vis ne peut se déplacer dans le sens de sa longueur, et à chacun de ses tours la plate-forme tourne sur elle-même, de manière qu'une dent vient prendre la place de celle qui la précède. L'arc à diviser est fixé sur la plate-forme de manière que les deux centres coïncident. Un burin, porté par une règle fixe, placée au-dessus de l'appareil, peut glisser dans le sens du rayon, et sert à tracer les *transversales* ou traits de division. Pour partager un arc en un nombre donné de parties égales, on amène l'une de ses extrémités sous la pointe du burin, puis on fait tourner la vis jusqu'à ce que cette pointe se trouve à l'autre extrémité de l'arc. En divisant ensuite le nombre entier ou fractionnaire de tours, par le nombre de divisions demandé, on connaîtra le mouvement à imprimer à la vis pour passer d'une division à la suivante.

C'est à Ramsden que l'on doit l'application de la vis micrométrique aux machines à diviser les arcs. Depuis, Gambey a porté ces appareils à un degré de précision inespéré, en créant ces magnifiques machines à diviser, qui excitent encore l'admiration des savants et des artistes.

25. Mesure du temps. — Pour mesurer le temps, dans les expériences, on peut se servir d'une horloge à pendule, dont l'échappement fait entendre, à chaque oscillation, un bruit sec, qui permet de compter les secondes, tout en faisant des observations. Quand on veut évaluer les fractions de seconde, on emploie un *chronomètre*, espèce de grosse montre très-précise, dont l'aiguille *co* (*fig.* 15) marche par saccades correspondantes à $\frac{1}{4}$ ou à $\frac{1}{5}$ de seconde. Comme ces mouvements ne sont pas accompagnés d'un bruit appréciable, on emploie, pour n'être pas obligé de suivre l'aiguille des yeux, l'une des méthodes suivantes.

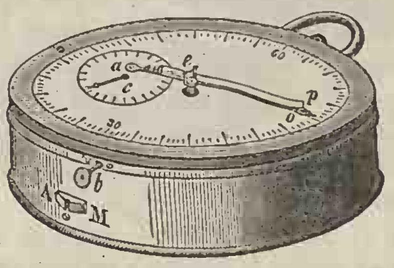


Fig. 15. — $^2/_3$.

La première consiste à ne laisser marcher l'aiguille que pendant le temps que l'on veut évaluer. Pour cela on l'arrête, en poussant du côté A un petit verrou AM, qui fait alors appuyer un levier, sur le balancier du chronomètre. Au moment où l'on veut commencer à compter le temps, on pousse le verrou du côté M, l'aiguille se met en marche, et on l'arrête à la fin de l'expérience, en poussant le verrou du côté A. On lit ensuite sur le cadran le chemin parcouru par l'aiguille. Un autre cadran, *c*, donne le nombre de tours entiers de l'aiguille *eo*.

Chronomètre à pointage. — Dans la seconde méthode, l'aiguille *aco* (*fig.* 15) marque sur le cadran un point noir au moment où l'on presse un petit bouton *b*. Cette aiguille est alors surmontée d'un fin ressort en acier *cp*, terminé par une pointe recourbée *p*, qui peut passer à travers un chas pratiqué dans l'extrémité *o*. Dans ce chas, on a déposé une gouttelette d'une encre épaisse. Quand on pousse le bouton *b*, un étrier, *e*, fixé à un manchon qui entoure l'axe de l'aiguille *aco*, s'abaisse instantanément pour remonter aussitôt, et il entraîne dans ce mouvement le ressort *cp*, dont la pointe *p* traverse le chas en se chargeant d'encre, et imprime un point noir sur le cadran. On n'a donc qu'à pousser le bouton *b* au commencement et à la fin de l'expérience, pour connaître l'espace qu'a parcouru l'aiguille pendant sa durée. On a construit de ces chronomètres qui permettent d'évaluer $\frac{1}{50}$ et même $\frac{1}{60}$ de seconde.

Nous verrons plus tard comment on peut mesurer le temps avec une précision extrême, et dans ses plus petites subdivisions, au moyen des *vibrations* de durée connue, d'un diapason d'acier, vibrations entretenues au moyen d'un courant d'électricité, et se dessinant sur une surface recouverte de noir de fumée, de manière qu'il n'y ait plus qu'à les compter.

26. Méthodes de précision. — Il existe des méthodes générales qui permettent d'obtenir, même avec des instruments grossiers, des résultats d'une grande précision. Par exemple, pour obtenir une mesure très-précise, on répètera un grand nombre de fois l'opération qui doit la fournir, et l'on prendra la *moyenne* arithmétique de tous les résultats obtenus, c'est-à-dire qu'on divisera leur somme par leur nombre. Évidemment, cette moyenne sera plus approchée de la valeur exacte, que chacun des nombres qui auront servi à la calculer. En effet, les erreurs commises affectent les résultats, tantôt en les augmentant, tantôt en les diminuant; quand on fait la somme, ces erreurs doivent, en partie du moins, s'entre-détruire; et enfin, quand on la divise par le nombre des résultats, l'erreur qui restait est elle-même divisée par ce nombre. — Il est bon aussi, pour avoir une idée du degré de précision obtenu, de comparer la moyenne, aux deux valeurs qui en diffèrent le plus, et aussi à la différence de ces valeurs extrêmes.

Méthode de multiplication. — Cette méthode consiste à mesurer un *multiple,* par un certain nombre n, de la quantité cherchée, et à diviser ensuite ce multiple par n. L'erreur commise dans la mesure obtenue directement est elle-même divisée par n. Soit, par exemple, à mesurer le diamètre d'un fil métallique très-fin : on l'enroulera sur un cylindre assez gros, en ayant soin que tous les tours se touchent bien exactement, et l'on mesurera, par un moyen quelconque et parallèlement à l'axe du cylindre, l'espace occupé par un grand nombre de ces tours, 200 par exemple. En divisant ensuite l'espace mesuré, par 200, on aura le diamètre cherché. Or, si l'on suppose qu'on ait commis une erreur de $\frac{1}{2}$ millimètre, le résultat définitif ne comportera plus qu'une erreur de $\frac{1}{400}^{mm}$. C'est par cette méthode qu'on mesure le pas de la *vis micrométrique.* Le comparateur peut être regardé comme une application de la méthode de multiplication; la quantité observée étant un multiple de celle que l'on veut évaluer.

Comme nouvel exemple, supposons qu'on ait à peser avec une balance très-délicate, un corps d'un poids x très-faible, et tel que l'on ne possède pas de fractions de gramme assez petites pour obtenir un résultat précis. On placera le corps dans l'un des bassins, A, de la balance, et l'on mettra dans l'autre B, une quantité de sable sec capable de lui faire équilibre, c'est-à-dire ayant le même poids x que le corps. Ce dernier sera porté ensuite dans le bassin B, à côté du sable, et l'on rétablira l'équilibre en mettant dans le bassin A une quantité de sable dont le poids sera évidemment égal à $2x$. Transportant alors le corps dans le bassin A, le sable qui, dans le bassin B, lui fera équilibre, devra peser $3x$... En continuant ainsi, on finira par avoir dans l'un des bassins, une masse assez considérable de sable, dont le poids sera égal à autant de fois x que le corps aura été posé de fois dans l'un ou l'autre bassin. Supposons que ce soit 50 fois, et que le sable qui se trouve en dernier lieu dans le bassin opposé à celui où se trouve le corps, soit pesé avec une erreur de 1 milligramme. Il faudra, pour avoir le poids du corps, diviser celui du sable par 50; l'erreur, divisée elle-même par 50, ne sera donc plus que de $\frac{1}{50}^{mg}$; tandis que les balances les plus délicates ne peuvent répondre que de $\frac{1}{4}^{mg}$.

Cette méthode peut servir à comparer deux étalons de poids qui diffèrent très-peu; dans ce cas, il faut évidemment changer ces étalons de bassin, à chaque équilibre que l'on établit.

27. Méthode de répétition. — On emploie souvent dans la mesure des angles, un procédé très-précis dont la description achèvera de donner une idée de la fécondité de la méthode de multiplication. Soit à mesurer la distance angulaire de deux points éloignés A et B (*fig.* 16), au moyen d'une lunette à réticule L, mobile sur un cercle gradué, disposé comme le cercle vertical du théodolite (19). Le zéro du vernier du cercle intérieur i qui porte la lunette L (*fig.* 16) étant fixé en face du zéro, o, du limbe e, on vise le point A, en faisant tourner le cercle *extérieur* e, que l'on fixe à son tour au moyen de sa pince à vis de pression. On amène ensuite la lunette dans la direction cB, en faisant tourner le cercle *intérieur* i, et le déplacement, ov, du vernier mesure l'angle cherché x. Pour appliquer la méthode de répétition, on vise de nouveau le point A, en faisant tourner le cercle *extérieur* e, de manière que son zéro vient en o', et le vernier,

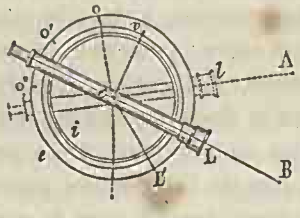


Fig. 16.

de v en o; puis ramenant la lunette dans la direction cB, en faisant tourner le cercle *intérieur* i, le vernier revient en v, et l'arc $o'v$ est égal à $2x$. On dirige ensuite la lunette suivant cA, en faisant tourner le cercle e, ce qui amène son zéro o''; puis on vise de nouveau le point B, en faisant tourner le cercle i; le vernier revient en v, et l'arc $o''v$ est égal à $3x$. En continuant ainsi, on finira par avoir à mesurer un multiple nx de l'arc cherché, et en divisant ce multiple par n, l'erreur de lecture sera divisée elle-même par R. Il restera les erreurs de *visée;* mais elles se compenseront, au moins en partie, les unes augmentant, les autres diminuant la valeur de l'arc nx.

Cercle répétiteur. — Cette méthode, dont la première idée est due à Tobie Mayer, a été développée et appliquée par Borda, au moyen de son *cercle répétiteur*. Dans cet instrument, le cercle extérieur est aussi muni d'une lunette, que nous désignerons par l. Cette lunette étant pointée vers A, pendant que la lunette L est dirigée vers B (*fig.* 16), on amène l dans la direction cB, en faisant tourner le cercle *extérieur*, de manière que la lunette L vient en cL′. Ramenant ensuite cette lunette de cL′ en cA, on lui fait décrire l'angle $L'cl = 2x$. On dirige ensuite L suivant cB, en faisant tourner e, ce qui porte la lunette l en L′, puis on ramène cette dernière en cA, sans déplacer les cercles i et e. Les lunettes se trouvent alors dans leur première position, seulement le zéro du cercle e a tourné d'une quantité égale à x, et est venu en o'; d'où il résulte que, si l'on répète les opérations qui viennent d'être décrites, on aura à mesurer un arc égal à $3x$, et ainsi de suite.

28. Méthode des corrections successives. — Cette méthode, dont l'astronomie fait un fréquent usage, est aussi employée en physique. Nous allons la faire connaître par un exemple. Soit à évaluer la capacité d'un flacon bouché à l'émeri. Si l'on connaissait le poids de l'eau à la température de 4° que peut contenir ce flacon, autant ce poids renfermerait de grammes, autant la capacité du flacon contiendrait de centimètres cubes; puisque le gramme n'est autre chose que le poids d'un centimètre cube d'eau à 4°. Pour trouver ce poids d'eau on pèsera d'abord le flacon plein d'air, puis rempli d'eau à 4°. Désignons par π et P les poids obtenus; $P-\pi$ représenterait le poids de l'eau, si le flacon, lors de la première pesée, n'eût pas contenu de l'air, dont le poids s'est ajouté à celui du verre. La valeur $P-\pi$ est donc trop faible de tout le poids de cet air. Supposons que l'eau à 4° pèse n fois autant qu'un volume d'air égal pris dans les circonstances de l'expérience. Le poids de l'air qui remplit le flacon sera $(P-\pi)\frac{1}{n}$, si nous supposons, pour le moment, que $P-\pi$ soit le poids exact de l'eau. Alors le poids de l'eau qui remplit le flacon serait

$$(P-\pi)+(P-\pi)\frac{1}{n}=(P-\pi)\left(1+\frac{1}{n}\right). \qquad [1]$$

Cette expression ne représente pas encore le poids exact du liquide, puisque $(P - \pi)$, et par conséquent le terme $(P - \pi)\frac{1}{n}$ se trouve trop faible. Mais l'erreur qui reste dans la valeur [1] est moindre que celle qui entache la valeur $P - \pi$. Si nous employons maintenant cette valeur [1], pour calculer le poids de l'air, ce poids sera

$$(P - \pi)\left(1 + \frac{1}{n}\right)\frac{1}{n};$$

et le poids de l'eau deviendra

$$(P - \pi) + (P - \pi)\left(1 + \frac{1}{n}\right)\frac{1}{n} = (P - \pi)\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right); \quad [2]$$

valeur plus approchée que [1], et qui, multipliée par $1 : n$, donnera le poids de l'air plus exactement encore. En ajoutant ce nouveau poids à $P - \pi$, nous aurons pour le poids de l'eau,

$$(P - \pi)\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3}\right);$$

valeur beaucoup plus approchée que les précédentes. En continuant ainsi, on pourra pousser l'approximation aussi loin qu'on pourra le désirer.

29. Calcul numérique des expériences. — Il résulte de ce qui précède, qu'une mesure ne peut être obtenue avec une exactitude absolue, et qu'elle n'est jamais qu'une approximation. Une mesure précise est celle dans laquelle l'erreur commise est très-petite par rapport au nombre trouvé. C'est ainsi qu'une longueur de plusieurs kilomètres peut être regardée comme mesurée avec précision, quand l'erreur n'est que de quelques décimètres ; tandis qu'une erreur de $\frac{1}{10}$ de millimètre est très-considérable quand il s'agit de l'évaluation d'une longueur de quelques millimètres seulement. Dans les applications du calcul numérique aux résultats fournis par l'expérience, il faudra donc toujours négliger les quantités très-petites, moindres que les erreurs commises en mesurant ces résultats; les conserver serait compliquer inutilement les opérations. De même, quand on calcule un résultat en fraction décimale, il ne faut conserver qu'un certain nombre de chiffres décimaux, qui dépend de l'étendue des erreurs commises en mesurant les quantités que l'on combine. Autrement on tomberait dans la faute de ce calculateur qui exprimait la distance du soleil à la terre en millimètres, tandis que l'erreur commise en mesurant le nombre qui servait de base à son calcul, était de plus cent mille lieues.

30. Manière d'établir une loi. — Puisque les mesures ne donnent que des approximations, comment pourra-t-on, en les comparant, en déduire des lois physiques? Il faudra d'abord examiner avec attention si les nombres trouvés se rapprochent de ceux qui satisferaient à une loi simple, de manière qu'en les modifiant très-peu cette loi se trouvât représentée. De plus, ces corrections devront avoir lieu, tantôt en ajoutant, tantôt en retranchant quelque chose aux données de l'expérience. Si enfin elles sont moindres que les erreurs probables des observations, on pourra admettre la réalité de la loi, et attribuer les différences à l'imperfection des mesures.

Les constructions graphiques (7) sont, dans ce cas, d'un secours précieux, parce qu'elles montrent aux yeux la forme générale d'une courbe dont les petites irrégularités doivent être mises sur le compte des erreurs d'observation. Au reste, ce sera toujours avec réserve qu'on devra admettre que la loi est vraie rigoureusement, plutôt qu'approximativement. C'est ainsi que certaines lois, longtemps admises comme rigoureuses, ont dû plus tard être considérées comme approximatives, à la suite d'expériences plus précises. Telles sont les lois de la compression et de la dilatation des gaz. Quelquefois des considérations mathématiques, aidées de calculs dont l'expérience a vérifié toutes les conséquences, viennent confirmer les lois expérimentales et donnent plus de hardiesse à les admettre. Il en est de même quand une loi est constatée par plusieurs systèmes d'expériences indépendants les uns des autres, et conduisant toujours aux mêmes résultats.

31. Conclusions. — Les détails dans lesquels nous venons d'entrer, sur les méthodes de mesure et la manière d'en interpréter les résultats, montrent que l'exécution des expériences de physique exige des soins minutieux, une patience à toute épreuve, et une adresse d'autant plus exercée, qu'il faut souvent tirer parti des moyens les plus restreints, des circonstances les plus défavorables. C'est ce qui faisait dire à Franklin qu'un physicien devait savoir « scier avec une vrille et percer avec une scie. » L'expérimentateur devra posséder un esprit juste, un jugement solide pour tirer des inductions rigoureuses, remarquer la liaison des phénomènes, les comparer avec sûreté et en saisir l'ensemble, pour généraliser ensuite les résultats qui sont susceptibles de l'être. L'imagination joue aussi un rôle important dans les recherches scientifiques; car l'intuition précède le plus souvent la réflexion. Mais il faut être toujours prêt à la maîtriser, pour éviter les écarts qui jetteraient hors de la vérité.

L'observation et l'expérience doivent toujours être la base de l'étude de la nature; ce n'est qu'en s'appuyant sur les données qu'elles fournissent, qu'on peut éviter de se laisser égarer par les idées préconçues et l'esprit de système qui ont entraîné les anciens physiciens dans un si grand nombre d'erreurs, partagées de leur temps par les esprits les plus éminents.

Qui n'a entendu parler des tourbillons, dans lesquels Descartes voulait forcer toute la nature à entrer; des quatre éléments d'Aristote; de la matière subtile, que l'on adaptait à l'explication de tous les phénomènes? L'horreur du vide a été longtemps regardée comme une vérité incontestable, et servait à expliquer des faits qui ne demandaient qu'à être débarrassés de cette hypothèse pour recevoir leur véritable interprétation. Ces systèmes *à priori*, qui ne sont appuyés sur aucune observation positive et dont les sciences étaient autrefois encombrées, plaisent souvent par ce qu'ils ont de brillant et par la facilité avec laquelle ils semblent se plier à l'explication des phénomènes. Mais il faut se mettre en garde contre leurs illusions séduisantes, parce que, ne s'appuyant pas sur les faits, ils tentent d'expliquer la nature d'une manière vague, et accoutument l'esprit à se contenter d'à peu près, à admettre des rêveries à la place d'explications rigoureuses. Aujourd'hui nous lisons comme des romans la plupart des anciens systèmes, qui ont eu autrefois un si grand retentissement, et ils ne nous intéressent plus qu'au point de vue de l'histoire de l'esprit humain.

Cependant, au milieu de tant de divagations, les anciens philosophes ont rencontré parfois, sur la physique, quelques rares vérités; comme ces joueurs aux jeux d'adresse qui, sans habileté, atteignent quelquefois par hasard le but. Mais ces vérités n'étaient alors que des affirmations dépourvues de preuves, et n'avaient pas plus de solidité que toutes les imaginations répandues autour d'elles.

Si, depuis quelque temps, les physiciens reviennent à la science spéculative, c'est après avoir, suivant le précepte de Buffon, « rassemblé des faits pour se donner des idées, » et, en cherchant à remonter des effets aux causes, et non plus, en partant de la raison pure, à descendre des causes imaginées *à priori*, aux effets à expliquer. D'abord, l'analyse des phénomènes par l'observation et l'expérience, en dehors de toute hypothèse, puis la synthèse.

C'est en suivant cette marche indiquée par la logique et le bon sens, et en usant de méthodes et d'instruments admirablement perfectionnés, que les physiciens peuvent aujourd'hui, avec sûreté, se livrer à l'étude des phénomènes et de leurs lois, puis remonter des faits acquis aux causes particulières, de celles-ci aux causes générales, pour se rapprocher ensuite le plus possible de la cause première qui domine tous les phénomènes du monde physique.

LIVRE PREMIER

CHAPITRE PREMIER

DE LA MATIÈRE ET DU MOUVEMENT

> Quæ tamen omnia corporea constare necesse est
> Natura, quoniam sensus impellere possunt :
> Tangere enim aut tangi, nisi corpus, nulla potest res.
> T. LUCRETII, *De rerum naturâ*, (Lib. I).

§ I. — DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DE LA MATIÈRE

32. Définition de la matière. — On nomme *matière* tout ce qui peut affecter les sens. Une pierre, l'eau, l'air sont de la matière. Un *corps* est une portion de matière limitée dans tous les sens. L'essence de la matière nous échappe; nous ne connaissons que les diverses manières dont les corps nous impressionnent, c'est-à-dire leurs propriétés.

La matière possède plusieurs propriétés générales, dont les unes sont *nécessaires*, et peuvent servir à la définir, et dont les autres nous ont été révélées par l'observation. Nous entendons par *propriétés nécessaires*, celles sans lesquelles nous ne pourrions concevoir l'existence des corps; il y en a deux, l'*étendue* et l'*impénétrabilité*.

Étendue. — L'*étendue* est la propriété que possède chaque corps d'occuper une certaine portion de l'espace, que l'on appelle son *volume*. Un corps présente toujours les trois dimensions : longueur, largeur, profondeur; ce n'est que par abstraction que l'on peut considérer, en géométrie, des surfaces qui n'ont que deux dimensions, et des lignes qui n'en ont qu'une.

Impénétrabilité. — On nomme ainsi la propriété en vertu de laquelle un corps exclut tout autre corps du lieu qu'il occupe. Une pointe que l'on enfonce dans une planche ne fait que refouler le bois et se loger à sa place; une pierre qui tombe à travers l'eau ne fait aussi qu'en écarter les parties; mais des portions de ces corps n'occupent jamais au même instant la même place. L'impénétrabilité paraît avoir été formulée nettement pour la première fois par Euler.

D'après les deux propriétés qui précèdent, on peut définir la matière *tout ce qui a l'étendue et l'impénétrabilité*. L'étendue seule ne peut suffire à constituer un corps, comme le voulaient Descartes, Malebranche, Spinosa; ainsi, l'image produite par un miroir n'est pas un corps, car à l'endroit où nous la voyons, derrière le miroir, il peut y avoir d'autres corps, un mur par exemple. L'ombre d'un objet, produite par le soleil, est aussi étendue, mais n'est pas impénétrable; ce n'est donc pas un corps.

33. Des trois états des corps. — La matière peut se présenter à nous sous trois états différents : l'état *solide*, l'état *liquide* et l'état *gazeux*, sous lesquels états ils portent les noms de *solides*, *liquides* et *gaz*. On nomme aussi collectivement *fluides* les liquides et les gaz.

Les corps *solides* sont ceux qui ont une forme déterminée qu'on ne peut modifier sans un effort extérieur très prononcé; le volume et la forme de ces corps abandonnés à eux-mêmes restent constants, pourvu que la température ne change pas. Tels sont le fer, le soufre, le marbre.

Dans les *fluides*, au contraire, la forme peut être modifiée avec la plus grande facilité; les parties les plus intimes de ces corps sont très mobiles et peuvent être déplacées par le moindre effort. Le volume des *liquides* reste cependant constant, et ils se moulent au fond des vases qui les contiennent; par exemple, l'eau, le mercure. Tandis que les *gaz* tendent toujours à augmenter de volume, remplissent entièrement l'espace qui leur est offert, et il faut un effort extérieur, comme la résistance des parois d'un vase, pour limiter leur volume. Tels sont l'air, le gaz d'éclairage, l'acide carbonique qui se dégage de l'eau de Seltz ou des vins mousseux.

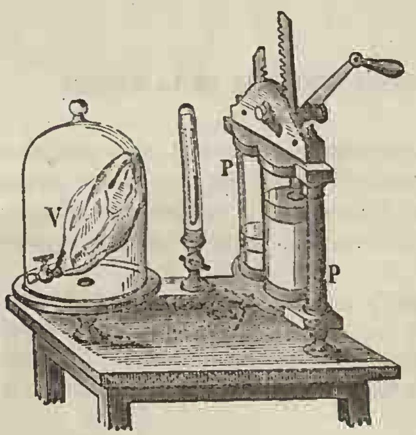


Fig. 17.

Pour prouver la tendance des gaz à augmenter de volume, on prend une vessie fermée V (*fig.* 17) contenant un peu d'air ou d'un autre gaz, et on l'introduit sous une cloche de verre ou *récipient* R, dont on peut extraire l'air au moyen d'un système de pompes PP, que nous décrirons plus loin sous le nom de *machine pneumatique*. A mesure qu'on enlève l'air du récipient, on voit la vessie se gonfler par la force expansive du gaz qu'elle renferme. Si cet effet ne se produit pas avant qu'on ait raréfié l'air, c'est que ce dernier gaz possède aussi une force expansive qui contre-balance celle du gaz intérieur. Quand on laisse rentrer l'air dans le récipient, la vessie reprend son volume primitif. Dans cette expérience, due à Otto de Guericke, on peut remplacer la vessie par une boule de verre très-mince remplie de gaz; on voit cette boule éclater quand on a raréfié suffisamment l'air autour d'elle.

Un même corps peut se présenter successivement sous les trois états, suivant la température à laquelle il est soumis. Ainsi, l'eau peut être *liquide*, comme cela a lieu habituellement dans nos climats; *solide*, alors elle constitue la glace, ou enfin à l'état de *gaz* ou de vapeur invisible, telle qu'elle existe dans l'air quand il est humide. Le soufre, ordinairement solide, fond ou devient *liquide* quand on l'expose à l'action du feu, puis se réduit à l'état de vapeur ou de *gaz*. Enfin, le gaz d'éclairage peut être rendu *liquide*, puis congelé, c'est-à-dire amené à l'état *solide*, quand on le refroidit suffisamment.

Éther. — A ces trois états des corps il y a lieu d'ajouter l'*éther* (11), sur lequel nous reviendrons, quand nous discuterons la constitution des corps sous les divers états[1].

Indépendamment de l'étendue et de l'impénétrabilité, la matière possède d'autres *propriétés générales*, que l'observation a fait connaître, et qu'elle présente également sous les trois états. Nous allons passer en revue celles qu'il faut connaître dès à présent.

34. I. Divisibilité. — Les corps peuvent être partagés en plusieurs parties, qui elles-mêmes peuvent subir la même opération. Cette propriété a reçu le nom de *divisibilité*. La division des corps peut être portée à un point extrême; par exemple, on peut faire des feuilles d'or assez minces pour que 25000 superposées ne donnent qu'un millimètre d'épaisseur. On fabrique des fils d'argent doré sur lesquels l'épaisseur de la couche d'or n'est que de $\frac{1}{300}$ du diamètre du fil. Au moyen de la filière, on peut rendre ce fil tellement fin, que le mètre ne pèse que 8 milligrammes. La couche d'or n'a alors à peu près que $\frac{1}{800\,000}$ de millimètre d'épaisseur. En l'examinant au microscope, on n'y distingue pas de solutions de continuité, et si l'on trempe le fil dans l'acide nitrique, qui dissout l'argent, il reste un petit fourreau d'or excessivement mince, qui résiste à l'action de l'acide comme ferait un morceau d'or massif.

Wollaston est parvenu à fabriquer des fils de platine n'ayant que $\frac{1}{1200}$ de millimètre d'épaisseur[2]. Il en faut 200 mètres environ pour former un poids de 1 centigramme, quoique le platine soit le plus lourd des métaux. Ces fils peuvent néanmoins supporter des poids de quelques milligrammes, être rougis sans se

[1] Livre II, chapitre 2.

[2] Pour obtenir ces fils, on prend un cylindre de platine enveloppé d'une couche épaisse d'argent, et l'on fait passer le tout par des trous de filière de plus en plus fins. Le rapport entre le diamètre du cylindre de platine et l'épaisseur de la couche d'argent restant constant, lorsqu'on a obtenu un fil très-fin, ce fil contient dans son intérieur un fil de platine d'une ténuité extrême, que l'on dégage en dissolvant l'enveloppe d'argent par l'acide nitrique.

fondre, dans la flamme d'une bougie, comme le platine en masse, et résister comme lui à la plupart des acides. Dans cet état de ténuité, les propriétés sont donc restées les mêmes.

Il existe, dans certaines infusions, des animaux tellement petits qu'il faut, pour les distinguer, employer les microscopes les plus puissants; cependant ces petits êtres possèdent des organes variés, destinés aux fonctions de la vie. Quelle doit être la petitesse de ces organes! et pourtant ils sont eux-mêmes composés de parties distinctes.

Un centigramme de carmin suffit pour colorer sensiblement un très-grand volume d'eau renfermant un nombre prodigieux de millimètres cubes, et dans chaque millimètre cube, il existe encore un grand nombre de parcelles de carmin. C'est surtout avec les odeurs que l'on peut entrevoir à quel point peut être poussée la division des corps : un petit morceau de musc, placé dans une balance en équilibre, laisse exhaler une odeur intolérable par son intensité. Cette odeur provient de parties de musc qui se répandent en vapeur dans l'air de la chambre où l'on opère. Or, si l'on suppose que cet air se renouvelle continuellement, la balance sera encore en équilibre au bout d'une année; ce qui montre que la matière odorante disséminée dans le volume énorme d'air qui a circulé autour de la balance, n'a pas de poids appréciable. L'imagination est épouvantée du nombre de parties dans lesquelles cette portion imperceptible de musc a été ainsi divisée; car chaque millimètre cube d'air contient un grand nombre de ces parties, et le volume d'air considéré renferme un nombre immense de millimètres cubes.

35. Atomes, molécules. — L'extrême divisibilité de la matière était connue des philosophes de l'Inde et de l'ancienne Grèce, et, dès les temps les plus reculés, on discutait la question de savoir si la division des corps pouvait être poussée à l'infini, ou bien si l'on devait arriver à des parties indivisibles et inaltérables. Mathématiquement parlant, la division n'a pas de limites; car, quelque petite que soit la parcelle obtenue, puisqu'elle est étendue, elle est divisible, et chaque nouvelle partie jouit de la même propriété. Mais il s'agit, non de ce qui se conçoit, mais de ce qui est réellement. Sur ce point, les avis ont été longtemps partagés. Empédocle, Anaxagore, Aristote admettaient la division indéfinie de la matière. Démocrite emprunta à Leucippe l'opinion contraire, et nomma *atomes* les parties dernières et inattaquables dont il supposait les corps composés. Épicure acheva de développer les idées de Démocrite, qui trouvèrent au dix-septième siècle un défenseur ardent chez Gassendi, tandis que Descartes soutenait l'opinion d'Aristote.

Aujourd'hui que les progrès de la physique et surtout de la chimie permettent de s'appuyer sur des faits plus nombreux et sur des expériences plus concluantes, les physiciens admettent généralement que les corps se composent de parties premières excessivement petites et qui échappent à la vue aidée des instruments d'optique les plus puissants, mais néanmoins de dimensions finies et inaltérables par toutes les causes connues. Ces parties, qui sont à la limite de la division possible de la matière, sont appelées *atomes* ou *molécules*.

L'existence des atomes est basée principalement sur l'observation des phénomènes qui se manifestent quand les corps se combinent entre eux : la constance dans les propriétés des produits, quels que soient les moyens employés pour les obtenir, les lois mêmes qui régissent les combinaisons[1], l'identité de propriétés des substances que l'on sépare des corps composés formés, quand on en fait l'analyse, montrent que, dans toutes ces migrations, les parties premières des corps n'ont pas subi d'altérations; autrement, les résultats différeraient, suivant la petitesse des parties intéressées dans les phénomènes, et les substances sorties de ces réactions variées ne présenteraient plus les mêmes propriétés. Ajoutons à ces considérations, que les corps, quand on les fait passer lentement de l'état liquide à l'état solide, prennent des formes régulières polyédriques, sous lesquelles on les nomme *cristaux*. Ces formes montrent que les parties premières s'arrangent régulièrement et toujours de la même manière, pour chaque substance dans les mêmes conditions, quelles que soient les opérations ou les combinaisons par lesquelles on ait pu les faire passer avant d'en former un *cristal*.

Nous distinguerons avec les chimistes deux espèces d'atomes, les uns simples et indivisibles par tous les moyens connus, les autres composés des premiers et divisibles seulement par les moyens de la chimie. Les phénomènes physiques s'arrêtent à ces derniers; ce sont eux que l'on nomme plus particulièrement *molécules*. Les molécules sont donc des groupes d'atomes d'espèces différentes, associés de manière à constituer une *combinaison*. Les molécules ne sont pas modifiées ou divisées dans les phénomènes de la physique, de sorte que ces phénomènes ne dépendent ni de la nature, ni du nombre, ni du mode de groupement des atomes qui les composent.

Les molécules sont d'une petitesse extrême et n'ont pu être aperçues : le phénomène de la cristallisation, cette architecture des corps solides, prouve qu'elles possèdent des propriétés différentes aux différents points de leur surface. Leur forme est inconnue, cependant elle doit avoir une grande influence sur les propriétés des corps qui en sont formés. Pythagore pensait même que les atomes des différentes substances ne différaient que par leur forme, et que de là provenaient les propriétés particulières des divers corps. Cette opinion, en la restreignant aux corps simples, n'aurait rien d'inadmissible, mais l'état actuel de la science ne permet pas de se prononcer. On sait seulement que les atomes ne se touchent pas et sont séparés par des espaces considérables par rapport à leur volume. Cela résulte de deux propriétés générales que nous allons d'abord faire connaître : la *compressibilité* et la *dilatabilité*.

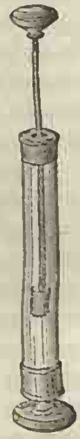
36. II. Compressibilité. — On nomme ainsi la propriété qu'ont les corps de céder, en diminuant de volume, quand on exerce des efforts extérieurs ten-

[1] Parmi ces lois, nous citerons les deux suivantes : 1° les corps se combinent en proportions définies, et non en proportions quelconques, comme on l'a cru longtemps; 2° quand deux corps se combinent en plusieurs proportions, la quantité de l'un d'eux étant supposée constante, il faut doubler, tripler, etc., celle de l'autre, pour passer du composé qui en renferme le moins à ceux qui en renferment davantage : c'est la *loi des proportions multiples* des chimistes.

dant à rapprocher leurs parties. Cette propriété a été admise de tout temps pour les corps solides. On en remarque les effets dans les constructions : quand on enlève les cintres en charpente qui soutiennent les voûtes des grands ponts pendant qu'on les construit, il se fait un abaissement sensible à la clef de voûte. Les colonnes des édifices se raccourcissent sensiblement quand elles supportent de très-grandes charges ; c'est ce qui est arrivé aux piliers qui soutiennent le dôme du Panthéon à Paris, et il a fallu remédier à cet accident.

On a longtemps mis en doute la compressibilité des liquides ; cependant ils se compriment plus que les solides. Voici comment J. Perkins l'a prouvé. On remplit totalement de liquide un tube métallique (*fig.* 18), nommé piézomètre, dont l'extrémité *c* est traversée par une tige cylindrique *t*, qui passe à frottement à travers des lames de cuir gras, et soutient un anneau de cuir, *n*. L'instrument est introduit dans une pièce de canon dont la bouche est munie d'une pompe destinée à y comprimer de l'eau. La compression se transmet au liquide intérieur du piézomètre par l'intermédiaire de la tige *t*, qui alors s'y enfonce, et l'index de cuir *n*, qui, avant l'expérience, a été placé en *c*, tout au bas de la tige, s'en trouve notablement éloigné quand on a supprimé la compression. La barre *t* a donc pénétré dans le piézomètre, dont l'eau a, par conséquent, diminué de volume. Il est à remarquer que le piézomètre, également comprimé en dedans et en dehors, ne peut augmenter de capacité par extension, comme cela aurait lieu si la pression était exercée sur la tige seulement.

Fig. 18.


F. 19. 1/5.

C'est surtout dans les corps gazeux que la compressibilité se montre à un haut degré. Si l'on remplit d'un gaz, d'air par exemple, un tube fermé à l'une des extrémités (*fig.* 19), on pourra, en y enfonçant un piston prenant bien juste, réduire considérablement le volume du gaz, et l'on éprouvera une résistance d'autant plus grande que ce volume aura été plus réduit.

Élasticité. — Quand on a comprimé un corps solide par deux côtés opposés, souvent il conserve, au moins en partie, le changement de forme qu'on lui a fait subir. D'autres fois, le corps reprend de lui-même et instantanément sa forme et son volume primitifs, dès qu'on cesse d'agir sur lui. Cette tendance à revenir au premier état constitue l'*élasticité*, propriété que possèdent à un haut degré les fluides, comme nous le verrons plus tard.

37. III. Dilatabilité. — Tous les corps augmentent de volume, ou se *dilatent*, quand on les échauffe, et se contractent quand on les refroidit. Pour mettre cette propriété en évidence, on peut employer le *pyromètre* de Sgravesande, qui consiste en un anneau (*fig.* 20) à travers lequel une sphère peut passer exactement. Vient-on à faire chauffer cette sphère, elle ne peut plus passer, la chaleur ayant augmenté son volume, et elle reste soutenue par les bords de l'anneau. Mais au bout d'un certain temps, elle tombe, parce qu'elle s'est contractée en se refroidissant.

Pour prouver la dilatabilité d'un liquide, on en remplit un petit ballon de verre surmonté d'un tube étroit *m* (*fig.* 21), et l'on marque le point, *m*, où se tient le niveau dans ce tube. On échauffe ensuite la boule, et l'on voit le niveau s'élever dans le tube, et d'autant plus que la capacité de la boule est plus grande et le tube plus étroit. Quand on laisse refroidir l'instrument, le niveau revient au point *m*.

S'il s'agit d'un gaz, on l'introduit dans le même instrument, en le séparant de l'air extérieur au moyen d'une goutte de liquide, qui se soutient dans le tube et l'obstrue s'il est suffisamment étroit, ou bien on recourbe ce tube en forme de S (*fig.* 21) et l'on met une petite colonne de liquide dans la courbure inférieure S. La chaleur de la main appliquée sur la boule suffit pour repousser rapidement la colonne. Les gaz se dilatent beaucoup plus que les liquides, et ceux-ci plus que les solides.

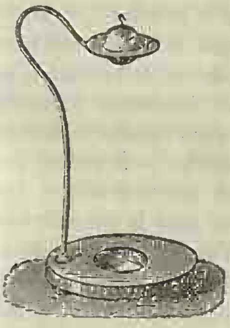


Fig. 20. — 1/5.

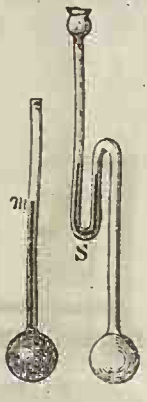


Fig. 21.

38. IV. Porosité. — Tous les corps étant compressibles et se contractant par le froid, nous devons en conclure que leurs molécules peuvent être rapprochées, et par conséquent qu'elles ne se touchent pas. Comme un corps, quelque comprimé et quelque froid qu'il soit, peut toujours diminuer de volume quand on le comprime ou qu'on le refroidit davantage, nous voyons que jamais les atomes n'ont pu être amenés jusqu'au contact. Les espaces *invisibles* qui existent entre les molécules des corps se nomment les *pores* de la matière, et l'existence de ces pores constitue la porosité, propriété admise par Lucrèce et nettement définie par Gassendi.

La porosité, qui se déduit de la compressibilité et de la contraction par le froid, est, en outre, attestée par un grand nombre de phénomènes chimiques, dans lesquels on voit un corps formé par la combinaison de deux autres présenter un volume moindre que la somme de leurs volumes. Ce résultat provient de ce que les atomes de l'un des corps se sont insinués dans les pores qui séparaient ceux de l'autre. Remarquons, en passant, que ce phénomène n'est pas opposé à l'idée que nous nous formons de l'impénétrabilité ; car ce sont les parties réelles de la matière, c'est-à-dire les atomes, qui sont impénétrables. Les volumes que les corps nous présentent sont donc des *volumes apparents*, à cause des vides qui séparent les atomes et les molécules.

Comme exemple, nous citerons l'expérience qui suit, due à Réaumur. On remplit à moitié d'eau un long tube fermé à l'une de ses extrémités, et l'on achève de le remplir avec de l'alcool, ou de l'acide sulfurique, concentrés. Après avoir fermé exactement l'orifice, on agite le tube pour mêler les deux liquides, qui d'abord n'étaient que superposés, et l'on voit un vide se former dans le tube à la partie supérieure.

Pour rendre ce résultat plus saillant, nous avons modifié l'expérience de la manière suivante. On verse dans un flacon *a* (*fig.* 22), à section rectangulaire et à moitié rempli d'eau, de l'alcool coloré. On se sert pour cela d'un entonnoir *cd* à bec effilé et courbé à angle droit, de manière que l'alcool vienne s'étendre sur l'eau et lui reste superposé sans s'y mêler. Quand le flacon est plein, on y adapte, avec un bouchon qui prend bien juste, et sans remuer les liquides, un tube *an* dans lequel on refoule l'alcool, en enfonçant le bouchon, jusqu'à un point *n* que l'on marque. Si alors on fait tourner le flacon sur lui-même, en l'inclinant, on voit le niveau baisser rapidement à mesure que le mélange des deux liquides s'effectue.

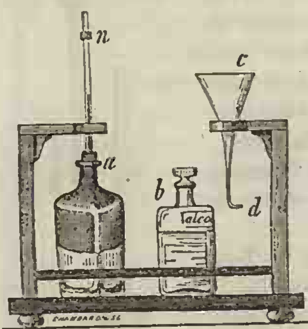


Fig. 22. — 1/..

Porosité accidentelle. — Il ne faut pas confondre la porosité *intermoléculaire* que nous venons de définir avec la porosité telle qu'on l'entend dans l'acception vulgaire de ce mot. Les pores sont alors des vides accidentels qui existent dans les *corps solides;* ce sont des solutions de continuité, des espaces dans lesquels la matière manque; espaces visibles, du reste, avec des instruments grossissants, et perméables souvent aux liquides et aux gaz, ce qui n'a pas lieu pour les pores intermoléculaires. C'est ainsi que certaines pierres, le bois..., sont poreux.

L'expérience suivante, que l'on donne quelquefois comme preuve de la *porosité*, ne démontre réellement que l'existence de pores accidentels dans certains solides d'origine organique. On prend un gros tube de verre *ar* (*fig.* 23) fermé à sa partie supérieure au moyen d'un disque de bois *c*, coupé perpendiculairement aux fibres, et maintenu par une vis que termine un entonnoir *a'*. On verse du mercure dans l'entonnoir; puis, au moyen de la *machine pneumatique*, on extrait par le robinet *r* l'air que contient le tube. On voit alors le mercure, qui n'est plus retenu par l'air qui remplissait l'appareil, tomber sous forme d'une pluie argentée, après avoir traversé les pores organiques du disque de bois. Ces pores sont ici de petits canaux visibles au microscope, qui servaient au passage de la sève. Le petit tube recourbé *t* empêche le mercure de pénétrer dans la machine pneumatique. — Une rondelle de peau de chamois peut remplacer le disque de bois. On peut aussi substituer l'eau au mercure; seulement alors le liquide tombe par grosses gouttes au lieu de se diviser en gouttelettes fines.

Citons encore une espèce d'agate nommée *hydrophane*, qui est opaque quand elle est sèche, et qui, plongée dans l'eau, devient transparente en augmentant de poids. Cet effet est dû à l'eau qui pénètre dans les pores accidentels, après en avoir chassé l'air, que l'on voit sortir sous forme de petites bulles. En séchant, la pierre reprend son poids et son aspect primitifs.

39. V. Mobilité. — Nous voyons à chaque instant autour de nous, des corps qui changent de place, qui se *meuvent*, et d'autres en *repos*, c'est-à-dire qui occupent toujours la même position dans l'espace. La propriété de pouvoir changer de place, de pouvoir être mis en mouvement, constitue la *mobilité* des corps.

Nous ne pouvons reconnaître qu'un corps est en mouvement qu'en observant comment varie sa distance à d'autres corps supposés en repos. Si ce repos est réel, le mouvement sera dit mouvement *absolu;* s'il n'est qu'apparent, le mouvement sera *relatif*. C'est ainsi que les mouvements d'un voyageur qui va et vient dans la chambre d'un navire en marche, ne sont que relatifs, les divers objets auxquels il rapporte les positions successives qu'il occupe étant eux-mêmes en mouvement. Tous les mouvements que nous observons à la surface de la terre sont relatifs, puisque notre globe est animé de deux mouvements principaux, l'un autour de son axe, l'autre de translation autour du soleil.

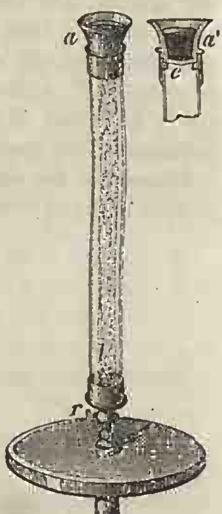


Fig. 23. — 1/6.

Le *repos* peut être aussi *absolu* ou *relatif;* absolu quand le corps occupe réellement le même point de l'espace; relatif quand il conserve les mêmes distances aux objets environnants considérés comme en repos, mais qui n'y sont pas en réalité. Nous ne connaissons dans l'univers aucun corps en repos absolu; car tous ceux qui sont situés sur la terre sont entraînés avec elle; le soleil tourne sur lui-même et est emporté avec tout le système planétaire dans un rapide mouvement qui a été démontré au commencement du siècle actuel; et les étoiles, ordinairement regardées comme fixes, parcourent plusieurs millions de lieues par année, comme l'attestent leurs déplacements relatifs, découverts en 1738 par Cassini, et qui nous paraissent excessivement faibles à cause de l'immense distance de ces astres.

Il est bien probable que le repos absolu n'existe nulle part dans l'univers et même, comme nous le verrons, que les parties intimes des corps sont dans une agitation continuelle qui échappe à notre vue, comme les molécules elles-mêmes. Il semble donc que le mouvement soit une condition de l'existence de la matière.

40. VI. Inertie. — La matière est incapable de jouer par elle-même un rôle actif. Un corps ne peut de lui-même se mettre en mouvement, et un corps qui se meut, ne peut de lui-même modifier le mouvement qu'il possède. C'est en cela que consiste l'*inertie* de la matière, propriété distinguée par Galilée. Nous voyons bien tous les jours un corps agir pour imprimer un mouvement à un autre, mais il n'est qu'intermédiaire, et a reçu lui-même, d'une cause antérieure, l'impulsion qu'il ne fait que transmettre.

Il résulte de l'*inertie*, qu'un corps qui se meut et est abandonné à lui-même, doit continuer à marcher en ligne droite et indéfiniment, puisqu'il ne peut de lui-même modifier ni sa direction ni sa vitesse. Cependant l'expérience semble contredire cette conséquence, et nous voyons les corps en mouvement, s'arrêter au bout d'un temps plus ou moins long. Cela tient à ce qu'ils ne sont pas abandonnés complétement à eux-mêmes, mais soumis à des causes, au premier abord inaperçues, qui ralentissent peu à peu leur mouvement. Parmi ces causes, nous citerons, comme les plus ordinaires, le *frottement* et la *résistance des fluides*. Par exemple, une boule lancée sur un terrain horizontal couvert d'aspérités arrive bientôt à l'état de repos; tandis que, lancée avec la même force sur un tapis bien tendu, elle s'arrête après avoir parcouru un plus long espace, et sur un parquet poli, après avoir parcouru un espace plus long encore. Ce qui montre que la destruction du mouvement de la boule est due, au moins en partie, au frottement qu'elle éprouve sur la surface.

Résistance des milieux. — Si l'on suspend par un fil une balle de plomb sous une cloche de verre, et qu'on lui donne une impulsion dans le sens horizontal, on voit la balle osciller d'une manière régulière. Ce mouvement devrait durer indéfiniment, cependant il finit par s'arrêter. Ce résultat est dû à la résistance de l'air que contient la cloche; car, si l'on raréfie ce gaz au moyen de la machine pneumatique, le mouvement dure beaucoup plus longtemps, et d'autant plus qu'on laisse moins d'air. Si, au contraire, la balle est plongée dans l'eau, on la voit s'arrêter après avoir accompli seulement quelques oscillations. On peut conclure de là, par induction, que si l'on pouvait enlever la totalité de l'air et supprimer la résistance que le fil oppose à la flexion, à son point d'attache, le mouvement durerait indéfiniment.

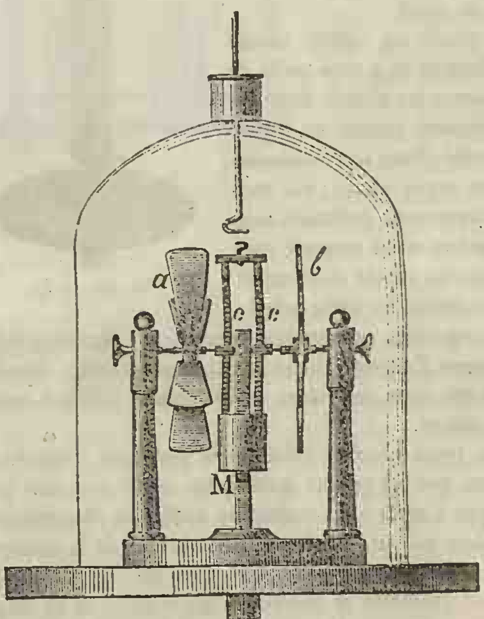


Fig. 24. — 1/6.

L'expérience du *double moulinet dans le vide*, met aussi en évidence la résistance des fluides : une même impulsion est donnée aux deux moulinets *a* et *b* (*fig*. 24), au moyen d'un poids M, auquel sont adaptées deux crémaillères *c*, *c* à dents égales. Ce poids, qui peut glisser le long d'une colonne verticale fixée au milieu de l'appareil, est d'abord soutenu par un crochet adapté à l'extrémité d'une tige qui traverse des lames de cuir gras fermant, à sa partie supérieure, un récipient sous lequel est placé l'appareil. Quand on fait tourner la tige, le poids tombe, et les crémaillères, agissant alors sur des pignons dentés égaux affermis sur les arbres des moulinets, leur impriment des vitesses égales. Les moulinets sont identiques, si ce n'est que les ailes de l'un, *b*, ont leur plan perpendiculaire à l'axe de rotation, tandis que les ailes de l'autre, *a*, sont dans des plans parallèles à cet axe. On voit le moulinet dont les ailes frappent l'air de plat, s'arrêter longtemps avant l'autre. Si l'on fait l'expérience, après avoir enlevé l'air du récipient, les moulinets s'arrêtent à très-peu près au même moment. La petite différence qu'on observe provient d'un peu d'air qu'on ne peut enlever totalement. Les ailes *a* peuvent être tournées sur elles-mêmes de 90°; alors, il n'y a plus de différence dans la durée du mouvement des deux moulinets dans l'air.

Les corps célestes nous offrent l'exemple de mouvements qui n'ont pas été altérés depuis les temps historiques. C'est que ces corps se meuvent dans le vide, ou du moins dans un milieu tellement rare que sa résistance n'a pu modifier leur vitesse d'une quantité appréciable pour nos instruments les plus précis[1].

L'*inertie* a été reconnue par Galilée et formulée pour la première fois par Descartes dans son livre *des Principes*, où il en fait la base de toute sa physique mécanique. Euler la réunit à l'étendue et à l'impénétrabilité, pour en constituer l'essence de la matière. Du temps de Kepler, on n'avait aucune idée de l'inertie, si bien que pour expliquer la persistance du mouvement des planètes, il leur supposait la faculté de se donner elles-mêmes l'impulsion, et appelait *mouvement animal*, le mouvement qui en résultait.

Puisqu'un corps ne peut de lui-même changer son état de repos ou de mouvement, il faut qu'il existe des causes, étrangères à ce corps, capables de produire ces effets. Ces causes ont reçu le nom de *forces;* et comme un phénomène est toujours un mouvement ou le résultat d'un mouvement, tous les phénomènes sont dus à des forces. Il importe donc de donner, avant tout, quelques notions générales sur le mouvement, et sur les forces. Nous commencerons par le mouvement considéré en lui-même, indépendamment des causes qui peuvent le faire naître. Nous nous occuperons ensuite des forces et de la manière de les considérer en physique.

[1] Laplace, en comparant les observations modernes avec celles d'Hipparque, a prouvé que, depuis 2000 ans, le temps de la rotation de la terre autour de son axe n'avait pas varié de $0^s,01$, la plus petite fraction de temps qu'on pût apprécier à l'époque où il vivait.

§ 2. — DU MOUVEMENT ET DES FORCES.

I. Du mouvement en lui-même, ou cinématique.

41. L'étude du *mouvement* forme la *cinématique*. On nomme *mobile* le corps dont on considère le mouvement. Le mouvement peut être *de translation*, dans lequel tous les points du corps marchent parallèlement les uns aux autres ; ou *de rotation* autour d'un axe ; ou enfin une combinaison de ces deux mouvements.

Le mouvement de translation peut être *rectiligne* ou *curviligne*. Nous nous occuperons d'abord du premier cas, dans lequel ce mouvement étant le même pour tous les points du corps, on peut, pour simplifier, considérer un seul point matériel. Le mouvement d'un pareil point peut être *uniforme* ou *varié*.

42. Mouvement uniforme. — Le mouvement uniforme est celui dans lequel des espaces égaux sont parcourus par le mobile dans des temps égaux. *Le rapport constant entre l'espace parcouru et le temps employé à le parcourir;* ou, ce qui revient au même, *l'espace parcouru dans l'unité de temps,* se nomme la *vitesse* du mouvement uniforme. Cette sorte de mouvement est celui que présentent les corps abandonnés entièrement à eux-mêmes ; puisque, en vertu de l'*inertie*, ils ne peuvent rien changer aux conditions de leur mouvement.

Proposition I. — *L'espace parcouru dans le mouvement uniforme est proportionnel au temps.* Cette proposition est la conséquence même de la définition de la vitesse. Il en résulte que, si l'on désigne par v la vitesse, et par e l'espace parcouru au bout du temps t, on aura

$$[1] \qquad e = vt; \qquad \text{d'où} \quad v = \frac{e}{t}, \qquad \text{et} \quad t = \frac{e}{v}.$$

L'expression [1] se nomme la *formule du mouvement uniforme*. Les deux autres servent à calculer la vitesse, quand l'espace parcouru et le temps sont donnés ; et le temps, quand l'espace et la vitesse sont connus. Dorénavant, nous prendrons toujours la *seconde sexagésimale* pour unité de temps.

Fig. 25.

Il résulte de la formule [1] que, si nous représentons le temps t par la longueur DC (*fig.* 25) (ce qui veut dire que cette longueur renferme autant de fois l'unité de longueur que le temps représenté renferme de secondes), et la vitesse par AD perpendiculaire à DC, l'aire du rectangle ABCD représentera l'espace parcouru ; c'est-à-dire qu'il contiendra autant de fois l'unité de surface, que l'espace parcouru renferme de fois l'unité de longueur.

43. MOUVEMENT VARIÉ. — Dans le *mouvement varié*, les espaces parcourus par le mobile pendant des temps égaux ne sont plus égaux entre eux ; l'état du mouvement change à chaque instant, ce qui ne peut avoir lieu que par l'intervention de causes étrangères au corps. Il résulte de là que la vitesse ne peut plus se définir comme dans le cas du mouvement uniforme.

La *vitesse, à un instant donné*, dans le mouvement varié, *est le rapport entre l'espace infiniment petit parcouru à partir de cet instant, et le temps aussi infiniment petit employé à parcourir cet espace*, temps pendant lequel le mouvement doit être regardé comme uniforme. En d'autres termes, *la vitesse est la dérivée de l'espace par rapport au temps*. On dit encore que *c'est la vitesse du mouvement uniforme* qui animerait le mobile, si, à l'instant considéré, il était abandonné entièrement à lui-même, c'est-à-dire débarrassé de toutes les causes capables de modifier son mouvement.

44. Mouvement uniformément varié. — Il peut arriver que la vitesse varie d'une quantité constante pendant le même temps, le mouvement est dit alors *uniformément varié*, et la quantité dont varie la vitesse *dans une seconde*, se nomme *l'accélération*. On distingue le mouvement *uniformément accéléré*, quand la vitesse va en augmentant, et le mouvement *uniformément retardé* quand elle va en diminuant, auquel cas *l'accélération* doit être prise *négativement*.

Proposition II. — *Dans le mouvement uniformément varié, le changement éprouvé par la vitesse pendant un certain temps est proportionnel à ce temps*. En effet, soit u la vitesse initiale du mobile, ou la vitesse à un instant donné à partir duquel on compte le temps, w *l'accélération*, c'est-à-dire la *variation constante de la vitesse en une seconde*, quantité qui caractérise le mouvement varié dont il s'agit, et enfin v la vitesse au bout de t secondes, on aura, d'après la définition même du mouvement uniformément varié :

$$[2] \qquad v = u \pm wt.$$

Le signe (+) correspond au cas où le mouvement est accéléré, et le signe (—) au cas où il est retardé. Dans ce dernier cas, la vitesse devient nulle quand on a $u = wt$, c'est-à-dire au bout d'un nombre de secondes représenté par $u : w$.

La formule [2] contient l'énoncé de la proposition. Si l'on y fait $u = 0$, ce qui veut dire que le mobile part de l'état de repos, on aura

$$[3] \qquad v = wt;$$

On voit donc que *la vitesse acquise au bout d'un certain temps par un mobile partant de l'état de repos, est proportionnelle à ce temps.*

Proposition III. — *Dans le mouvement uniformément accéléré, l'espace parcouru par un mobile partant de l'état de repos, est proportionnel au carré du temps employé à le parcourir.*

En effet, la vitesse est la dérivée de l'espace par rapport au temps (43); si donc on remonte à la fonction dont cette vitesse, $v = wt$, est la dérivée, on trouve, pour l'espace parcouru

$$[4] \qquad e = \tfrac{1}{2} wt^2$$

formule qui exprime la loi énoncée.

On peut aussi trouver cette formule par la méthode élégante qui suit, donnée par Galilée, auquel nous sommes redevables de la découverte des lois du mouvement varié.

Représentons le temps par la longueur AB (*fig.* 26), et la vitesse au bout de ce temps, par la longueur BC prise sur la perpendiculaire à l'extrémité de AB. Divisons le temps AB en parties égales très-petites $A\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$... Les vitesses acquises après les temps représentés par les longueurs $A\alpha$, $A\beta$, $A\gamma$..., seront données par les ordonnées αa, βb, γc..., qui sont proportionnelles à ces temps, d'après ce que nous venons de voir. Supposons maintenant que, pendant chacune des fractions du temps $A\alpha$, $\alpha\beta$..., la vitesse soit constante et égale à celle qui n'a lieu réellement qu'à la fin de cette fraction; le mouvement étant uniforme, les espaces parcourus pendant les temps $A\alpha$, $\alpha\beta$..... seront représentés (42) par les surfaces des rectangles Aa, $\beta b'$, $\gamma c'$...; et l'espace parcouru au bout du temps AB, par la somme de ces rectangles. Cette somme diffère de la surface du triangle rectangle ABC de tout ce qui dépasse l'hypoténuse AC. Il est facile de voir que, si le temps AB avait été divisé en un nombre plus grand, double par exemple, de parties égales, la somme des rectangles aurait moins différé de la surface du triangle ABC (l'excès aurait été diminué, des parties qui sont ombrées sur la figure) et, à mesure que les subdivisions du temps seront plus nombreuses, la somme des aires des rectangles différera de moins en moins de l'aire du triangle ABC. Enfin, à la limite, quand le temps sera partagé en un nombre infini de parties égales infiniment petites, c'est-à-dire quand la vitesse variera d'une manière continue, l'espace parcouru pendant le temps AB sera représenté par la surface de ce triangle. Or, cette surface a pour mesure $\frac{1}{2}$ AB $\times$ BC; posant AB $= t$, BC $= v$, et remarquant qu'on a déjà trouvé $v = wt$, on obtient pour l'espace parcouru $e = \frac{1}{2}$ AB $\times$ BC $= \frac{1}{2} wt^2$.

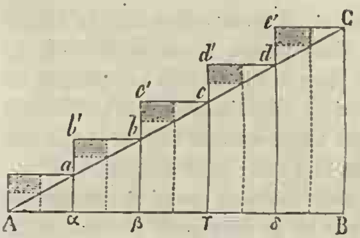


Fig. 26.

Démonstration analytique. — Cette démonstration peut se traduire analytiquement de la manière suivante. Divisons le temps en n parties égales représentées par $t : n$. Les vitesses, après les intervalles de temps

$$\frac{t}{n},\quad \frac{2t}{n},\quad \frac{3t}{n},\ldots\ldots n\frac{t}{n},\quad \text{seront}\quad w\frac{t}{n},\quad 2n\frac{t}{n},\ldots\ldots nw\frac{t}{n},$$

d'après la formule [3]. Si nous supposons le mouvement uniforme pendant chaque subdivision du temps, avec la vitesse qui n'existe réellement qu'à la fin de chacune d'elles, les espaces parcourus pendant les intervalles successifs seront

$$w\frac{t^2}{n^2},\qquad 2w\frac{t^2}{n^2}\qquad 3w\frac{t^2}{n^2},\ldots\ldots\ldots nw\frac{t^2}{n^2},$$

d'après la formule du mouvement uniforme.

La somme, S, de ces espaces sera, en mettant $w\, t^2 : n^2$ en facteur commun,

$$S = w\frac{t^2}{n^2}(1+2+3+\ldots\ldots+n) = w\frac{t^2}{n^2} + \frac{wt^2}{2n}$$

la quantité entre parenthèses étant la somme des termes d'une progression arithmétique, somme égale à $\frac{1}{2}(n+1)\,n$. Si maintenant, faisant $n = \infty$, on suppose que la vitesse varie d'une manière continue, la somme S deviendra l'expression de l'espace e parcouru dans le mouvement uniformément accéléré, le second terme sera nul, et l'on aura $e = \frac{1}{2}\,wt^2$.

En comparant cette démonstration à celle qui précède, on voit que le terme $wt^2 : 2\,n$ doit représenter la somme des petits triangles $Ce'd$, $dd'c$, $cc'b$,..... (*fig.* 26) qui dépassent la ligne AC; ce qui peut se voir directement, car ils sont tous égaux au triangle $A\,\alpha\,a$, qui a pour valeur $\frac{1}{2}\,w\,\frac{t}{n}\times\frac{t}{n}$, et il y en a n.

45. Conséquences. — 1° La formule [4] montre que l'espace parcouru $\frac{1}{2}\,wt^2$ dans le mouvement uniformément accéléré, par un mobile qui part de l'état de repos, est égal à l'espace qu'il parcourrait d'un *mouvement uniforme* avec la vitesse moyenne $\frac{1}{2}\,v$, c'est-à-dire $\frac{1}{2}\,wt$.

2° Il résulte de la même formule que, si l'on appelle a l'espace parcouru après une seconde, les espaces parcourus après

	1ˢ,	2ˢ,	3ˢ	4ˢ.....
seront	a,	$4a$,	$9a$,	$16a$.....,

et les espaces parcourus pendant chaque seconde en particulier,

$$a, \qquad 3a, \qquad 5a, \qquad 7a,\ldots\ldots$$

espaces qui sont entre eux *comme la suite des nombres impairs*, et qui se déduisent de ceux de la série précédente en retranchant de chacun d'eux celui qui le précède immédiatement.

3° L'espace parcouru pendant un certain temps, dans le mouvement uniformément accéléré, est la moitié de l'espace parcouru d'*un mouvement uniforme pendant le même temps* en vertu de la vitesse acquise. En effet, cette dernière vitesse, au bout du temps t, est égale à wt, et l'espace qu'elle fait parcourir à un mobile pendant le temps t, est wt^2, d'après la formule [1] (42).

4° On a souvent besoin de connaître la vitesse acquise en fonction de l'espace parcouru. Pour l'obtenir, il suffira d'éliminer t entre les deux équations $v = wt$, $e = \frac{1}{2}\,wt^2$, et il viendra.

$$[5] \qquad v = \sqrt{2we}.$$

Cette vitesse $\sqrt{2we}$ est dite *due à l'espace e*, expression qu'il ne faudrait pas prendre à la lettre.

5° **Réciproque.** — *Quand les espaces parcourus par un mobile sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir, le mouvement est uniformément accéléré.* En effet, d'après l'énoncé, l'espace parcouru au bout du temps t est représenté par $e = kt^2$, k étant une constante, et si l'on prend la dérivée par rapport au temps, on trouve $2kt$ pour la valeur de la vitesse. Cette vitesse est donc proportionnelle au temps ; ce qui est le caractère du mouvement uniformément accéléré (44).

46. Cas où le mobile possède une vitesse initiale. — Quand le mobile possède une vitesse initiale u, au moment à partir duquel on compte le temps, les formules du mouvement uniformément varié sont

$$v = u \pm wt, \qquad e = ut \pm \tfrac{1}{2} wt^2, \qquad v = \sqrt{u \pm 2we}.$$

Le signe $(+)$ correspond au mouvement *accéléré*, et le signe $(-)$ au mouvement *retardé*. La première de ces formules a déjà été démontrée (44) ; la seconde se trouverait par les deux méthodes exposées au même numéro, en ayant soin d'augmenter toutes les vitesses considérées d'une quantité constante représentant la vitesse initiale. La troisième s'obtient en éliminant t entre les deux autres. Nous aurons occasion d'appliquer ces formules et de les discuter, dans le chapitre suivant. Remarquons seulement que l'espace parcouru est égal à celui qui serait parcouru d'un mouvement uniforme avec une vitesse constante égale à la moyenne des vitesses extrêmes $\frac{1}{2}(u + v)$, ou $u \pm \frac{1}{2} wt$.

47. DU MOUVEMENT COMPOSÉ. — Considérons un point matériel a qui parcourt, d'un mouvement uniforme, une droite ab (*fig.* 27) pendant que cette droite se transporte parallèlement à elle-même, aussi d'un mouvement uniforme, et de manière que son extrémité a parcoure la droite ac. Le point matériel se déplacera comme s'il était animé de deux vitesses simultanées, l'une sur la droite ab, l'autre due au déplacement de cette droite. Le mouvement produit par la combinaison de ces deux vitesses se nomme *mouvement composé* ou *mouvement résultant*.

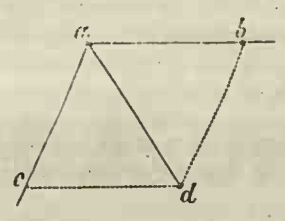


Fig. 27.

48. Parallélogramme des vitesses. — Supposons que le point matériel a parcoure l'espace $ab = cd$, d'un mouvement uniforme pendant le temps t que met la droite ab à venir de ab en cd, ce qui veut dire que les espaces ab, ac sont entre eux comme les vitesses du point sur la droite ab, et de celle-ci parallèlement à elle-même. On voit que le point sera arrivé en d au bout de ce temps t, et comme on peut dire la même chose à tous les instants du mouvement, le mobile aura parcouru d'un mouvement uniforme la diagonale ad. Il résulte aussi de là que la vitesse suivant ad dans le mouvement composé, ou *vitesse résultante*, sera représentée par la longueur de cette diagonale, si les longueurs ab et ac représentent la vitesse du point sur la droite ab, et la vitesse de celle-ci parallèlement à elle-même.

Ce résultat, connu sous le nom de *parallélogramme des vitesses*, est dû à Galilée; on l'énonce ainsi : *La vitesse résultante de deux vitesses constantes simultanées est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur les deux droites qui représentent les directions et les grandeurs de ces vitesses.*

Dans le cas du mouvement uniforme, les espaces parcourus étant proportionnels aux vitesses, on voit que l'espace parcouru dans le mouvement composé sera représenté par la diagonale du parallélogramme construit sur les espaces qui seraient parcourus pendant le même temps en vertu de chacun des mouvements composants en particulier. Cette construction donne le moyen de trouver la position du mobile au bout d'un temps donné.

Ce qui précède s'applique au cas du mouvement varié, en considérant des temps infiniment petits, pendant lesquels le mouvement est uniforme.

Décomposition d'une vitesse en deux autres. — On peut se proposer de remplacer la vitesse qui anime un point matériel, par deux autres dans deux directions données *ab*, *ac* (*fig.* 27), et qui, animant simultanément le mobile, produiraient la vitesse qu'il possède. Pour avoir les grandeurs des vitesses cherchées, on mènera par l'extrémité de *ad* qui représente la vitesse donnée, des parallèles aux directions des *vitesses composantes;* les longueurs *ad*, *ac* représenteront alors évidemment les grandeurs de ces vitesses.

II. Des forces en général.

49. De l'origine des forces. — On nomme *force* toute cause de mouvement ou de modification de mouvement. Tous les phénomènes étant des mouvements, on peut dire que les forces n'en sont que les causes immédiates. Si donc, on veut rechercher l'origine des forces, il faudra remonter aux causes générales (10) : *gravitation, forces moléculaires, chaleur et lumière, électricité, forces vitales.*

Une force agit toujours *en poussant* ou *en tirant*, et quand elle ne peut produire d'effet, à cause de quelque obstacle qu'elle ne peut vaincre, il y a *pression* ou *tension*.

Les forces ne peuvent exister sans la matière, qui leur sert comme d'appui, et dont elles semblent émaner. Ainsi, les attractions, la chaleur, l'électricité ne se montrent jamais sans un corps dont partent ces divers effets.

Les forces sont des quantités, car on conçoit des forces plus grandes ou plus petites les unes que les autres; on peut donc les représenter par des nombres, en en choisissant une pour unité.

On nomme *forces égales* deux forces qui, agissant dans des directions diamétralement opposées sur un même point ou sur deux points liés invariablement entre eux, laissent ces points en repos. La réunion de deux, trois..... forces égales forme une force double, triple..... de chacune d'elles.

On distingue dans une force trois choses : 1° le *point d'application*, c'est le point du corps sur lequel la force agit directement ; si les autres parties du corps obéissent à l'action de la force, c'est qu'elles sont liées au point d'application ; 2° la *direction*, qui est la ligne droite suivant laquelle la force tend à entraîner son point d'application, et l'entraîne réellement, s'il n'est soumis à aucune autre action ; 3° l'*intensité*, ou l'énergie avec laquelle la force agit ; on l'exprime par le nombre d'unités de force qu'elle contient.

Dans la mécanique, on a coutume de représenter les forces par des lignes droites, partant du point d'application dans leur direction, et ayant pour longueur autant de fois l'unité de longueur que la force contient de fois l'unité de force. Il en résulte qu'une multitude de questions sur les forces peuvent se traiter par les méthodes de la géométrie.

50. Proposition. — *Le point d'application d'une force peut être transporté en un point quelconque de sa direction, sans que son effet en soit modifié, pourvu que ce nouveau point soit invariablement lié au premier.* En effet, nous pouvons, sans rien changer à l'état du système, appliquer à ce nouveau point deux forces contraires égales à la force donnée et dirigées suivant la même droite. L'une de ces forces détruira la force donnée, qui lui est opposée, et le système se réduira à la seconde des forces auxiliaires, qui se trouve appliquée au second point considéré.

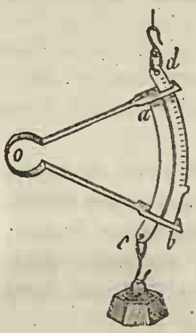


Fig. 28.

51. Unité de force. Dynamomètres. — Dans la pratique, on prend souvent pour *unité de force* l'effort avec lequel un poids de 1 kilogramme tend le cordon auquel on le suspend[1], de sorte qu'une force qui, en agissant de bas en haut, soutient un poids de 10 kilogrammes, est égale à 10 fois l'unité de force. Quand une force n'agit pas de bas en haut, on emploie, pour en estimer l'intensité en kilogrammes, des instruments nommés *dynamomètres*. Un des plus usités est le *peson à ressort* (*fig.* 28). Les deux branches d'un ressort en acier *aob* se rapprochent plus ou moins, suivant l'effort exercé en *c* sur l'arc métallique *ac* fixé en *a* à la branche *oa*, et qui traverse librement la branche *ob*. A celle-ci est soudé en *b* un autre arc *bd* qui traverse la branche *oa*. La quantité dont se rapprochent les deux branches se mesure sur une graduation que porte l'arc *bd*, et qui s'établit directement, en accrochant en *c* des poids gradués, pendant que l'instrument est suspendu librement en *d*.

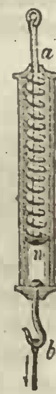


Fig. 29.

[1] Nous verrons plus loin que cet effort n'est pas le même aux différentes latitudes géographiques. L'unité est donc variable, mais trop peu pour qu'il soit nécessaire, dans les applications, de tenir compte de ses variations. Du reste, rien n'empêcherait d'adopter pour unité le kilogramme tel qu'il est en un lieu déterminé de la terre.

La *fig.* 29 représente le *dynamomètre de Leroy :* un ressort en hélice *an*, logé dans un tube *ab*, est soutenu en *n* par une tige graduée, qui sort plus ou moins du tube quand on applique une force au crochet *b*. Ce dynamomètre, comme celui qui précède, n'est propre à mesurer que des efforts assez faibles; on s'en sert surtout pour peser les corps.

Pour les forces intenses, on se sert du *dynamomètre de Régnier*, qui consiste en un ressort ovale *manb* (*fig.* 30), dont les parties *a* et *b* se rapprochent, quand on agit aux extrémités *m* et *n* dans des *sens opposés*. Le rapprochement est indiqué par une aiguille O*r*, dont l'extrémité parcourt des divisions tracées sur un secteur fixé en *a*. Cette aiguille est déplacée par un levier coudé *c*, sur lequel agit le repoussoir *bc* articulé en *c*, et le frottement en O la fait rester dans la position où elle a été poussée. La graduation s'établit directement au moyen de poids. Chaque division correspond à 10 kil. Une seconde graduation sert pour mesurer les forces quand elles agissent dans la direction *ab*, comme lorsqu'on veut apprécier la force des mains. — Avec cet instrument, on a trouvé que l'effort musculaire des deux mains d'un homme est d'environ 50 kil., et seulement de 33 kil. pour une femme. L'effort moyen d'un homme, pour soulever un fardeau, est de 130 kil. Un cheval développe en tirant, une force de 300 kil.; et un homme, le septième environ de cette quantité.

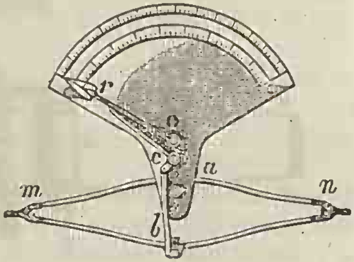


Fig. 30.

Citons encore le *dynamomètre de Poncelet* (*fig.* 31), formé de deux ressorts réunis à leurs extrémités par des bandes, articulées *a*, *a*, ce qui fait que les accroissements de distance des parties *m*, *n* sont proportionnels, jusqu'à une certaine limite, aux forces agissant dans la direction *mn*.

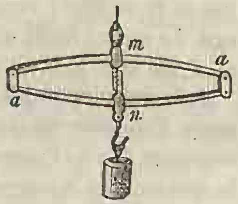


Fig. 31.

52. Cette propriété a été appliquée par M. Morin dans la construction d'un de ses *dynamomètres enregistreurs*, destinés à faire connaître les intensités successives d'une force variable. Entre les deux ressorts AA',BB' (*fig.* 32) marche perpendiculairement aux pièces d'attache C,C', une bande de papier enroulée sur deux cylindres G,F, qu'un mouvement d'horlogerie, M, fait tourner régulièrement. Un pinceau, *a*, porté par la pièce C', trace sur le papier en mouvement une droite parallèle à GF, quand les ressorts ne sont pas tendus, et quand ils le sont, une courbe dont les ordonnées parallèles à CC' représentent les intensités successives de la force, tandis que les abscisses indiquent les époques où ces intensités se sont montrées. — Le mouvement est imprimé au cylindre F par un cône E, qui est sollicité lui-même par un cordon qui s'enroule sur un rouleau mené par l'horloge. On obtient ainsi un mouvement uniforme de la bande de papier, malgré l'augmentation d'épaisseur des couches enroulées sur le cylindre F.

53. Dynamomètres de rotation. — Quand on veut évaluer l'effort à développer pour faire tourner l'arbre d'une machine, on peut employer la *mani-*

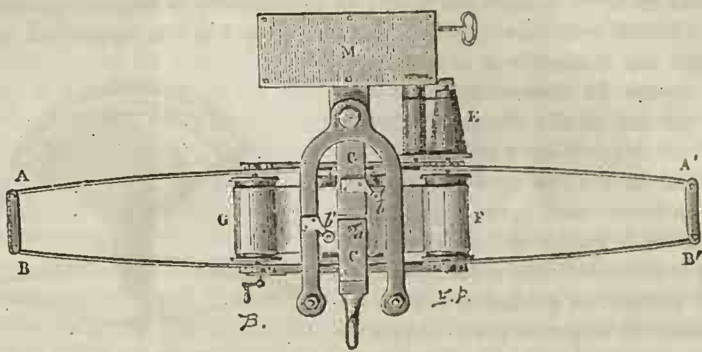


Fig. 32.

velle dynamomètrique (*fig*. 33), que l'on adapte à cet arbre au moyen de trois vis de pression. Le mouvement est imprimé par l'intermédiaire d'un ressort R*p*, fixé en R, et libre à l'extrémité opposée, qui porte une poignée *p* sur laquelle on agit. Le ressort fléchit alors plus ou moins, suivant la résistance à vaincre, et son extrémité libre parcourt un arc *ac*, dont les divisions indiquent des kilogrammes.

Si le mouvement doit être imprimé à l'arbre, par un moteur quelconque au moyen d'une courroie sans fin, le dynamomètre porte deux ressorts sur le prolongement l'un de l'autre, et dont les extrémités libres sont réunies par une poulie qu'embrasse la courroie motrice. Les ressorts fléchissent, et la poulie tourne plus ou moins par rapport à une roue fixée sur l'arbre et qui remplace l'arc *ac* (*fig*. 33). — M. Morin a adapté à ce dynamomètre, un appareil enregistreur dont la bande de papier marche parallèlement à un rayon de cette roue.

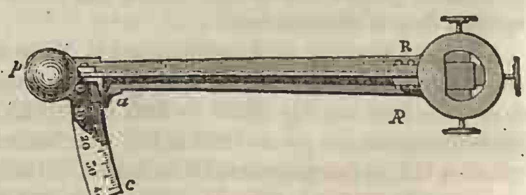


Fig. 33.

54. Statique. — Dynamique. — On dit que plusieurs forces se font équilibre quand elles se contre-balancent de manière à laisser en repos le corps ou le système de corps sur lequel elles agissent, ou de manière à ne pas altérer le mouvement de ce système s'il en possède un d'avance. La *statique* est la science de l'équilibre. Archimède est regardé comme le créateur de cette partie de la mécanique. On y cherche quelles relations doivent exister entre les trois choses qui caractérisent chaque force d'un système, pour qu'il y ait équilibre.

La *dynamique* s'occupe des lois du mouvement que produisent les forces. Galilée a jeté les fondements de cette science; avant lui on ne s'était guère occupé que de l'équilibre, et la mécanique n'avait fait presque aucun progrès depuis Archimède. Comme parties de la statique et de la dynamique, nous avons encore à nommer l'*hydrostatique* et l'*hydrodynamique*, qui sont la statique et la dynamique des *fluides*.

La dynamique repose sur trois principes essentiels : 1° l'*inertie de la matière* dont nous avons déjà parlé (40); 2° l'*indépendance des effets des forces agissant simultanément sur un même corps;* 3° l'*égalité de l'action et de la réaction*. Nous allons nous occuper des deux derniers.

55. I. Principe expérimental. — *L'action d'une force sur un corps est indépendante de l'état de repos ou de mouvement de ce corps.* — Comme l'essence des forces nous est inconnue, ce n'est que par l'expérience que ce principe a pu être découvert. Or, on a constaté que les résultats prédits en l'admettant comme vrai, sont toujours d'accord avec ceux de l'observation. On remarque aussi, journellement, que les mouvements *relatifs* (39) des différentes parties d'un système ne sont pas altérés par une impulsion commune qu'on leur imprime. Par exemple, les différentes pièces d'une montre continuent à se mouvoir de la même manière, les unes par rapport aux autres, quand on la transporte[1]; les mouvements d'un voyageur dans un navire qui marche régulièrement sur une mer calme, conservent avec les différentes parties du navire, les mêmes rapports de direction et de vitesse que si ce navire était en repos; enfin, la plupart des mouvements qui s'accomplissent à la surface de la terre sont indépendants de son déplacement dans l'espace. De là résulte le principe énoncé.

Fig. 34.

En effet, soient deux corps identiques sous tous les rapports a et b (*fig.* 34); l'un, a, est en repos, et nous imprimons à l'autre, b, une vitesse v, au moyen d'une force f, agissant dans la direction bx pendant un temps très-court θ; v est aussi la vitesse *relative* entre les deux corps. Faisons agir de nouveau la force f dans la direction bx, pendant le temps θ, sur l'un et l'autre corps. Le corps a recevra la vitesse v qu'avait reçue le corps b quand il était en repos, et le corps b prendra une vitesse $v + v'$. Or, si v', qui est le résultat de l'impulsion donnée en second lieu au corps b par la force f, n'était pas égal à v, la vitesse relative

[1] S'il n'en est pas toujours de même d'une pendule que l'on transporte, c'est que l'impulsion n'est pas imprimée également à toutes ses parties; car l'extrémité inférieure du balancier ne reçoit pas directement cette impulsion.

des deux corps $(v + v' - v)$ serait différente de v; ce qui est contraire à l'expérience. Il faut donc que la vitesse imprimée au corps b en mouvement, soit v, comme s'il était en repos. Si l'on fait agir de nouveau la force sur les deux corps, le premier prendra la vitesse $2v$, d'après ce qui vient d'être dit, et le second devra prendre la vitesse $3v$, pour que la vitesse relative reste égale à v; et ainsi de suite.

56. Conséquences. — Il résulte du principe qui précède, établi par Galilée, que, *si plusieurs forces agissent simultanément sur un même corps, chacune d'elles produit l'effet qui lui est propre, comme si elle était seule.* Car l'effet qu'elle produit ne dépend pas du mouvement que les autres forces peuvent ou ont pu communiquer au corps.

Il résulte encore du même principe que : *une force constante en direction et en intensité anime d'un mouvement uniformément varié le point matériel sur lequel elle agit.* En effet, *l'accélération* w, produite par la force, reste constante, puisque son effet ne dépend pas de la vitesse préalable du mobile. Cette vitesse sera donc wt au bout de t secondes; c'est-à-dire qu'elle est proportionnelle au temps, ce qui est le caractère du mouvement *uniformément varié.*

Réciproquement, *quand un mobile soumis à une seule force marche en ligne droite avec un mouvement uniformément varié, la force qui l'anime agit dans la direction de ce mouvement avec une intensité constante.* En effet, la vitesse variant de la même quantité pendant des intervalles de temps égaux, quelque petits qu'ils soient, il est évident que la force produit toujours la même accélération pendant le même temps, c'est-à-dire qu'elle agit toujours avec la même intensité.

57. II. Réaction égale et opposée à l'action. — Une force F, agissant sur un corps A, émane toujours d'un autre corps B plus ou moins éloigné de A, et le corps B est à son tour soumis à un effort venant du corps A, égal à F et dirigé en sens opposé; de sorte que si le corps A tend à se rapprocher ou à s'éloigner du corps B, ce dernier éprouvera la même tendance et avec la même énergie; ce qui s'énonce en disant que *toute action est accompagnée d'une réaction égale et opposée.* Ce principe est un résultat de l'expérience. Par exemple, si un aimant attire un morceau de fer, ce dernier attire l'aimant avec la même force; comme on peut le prouver en faisant flotter ces deux corps sur des morceaux de liége placés sur l'eau, et en s'opposant à leur mouvement l'un vers l'autre au moyen de cordons contenant de petits dynamomètres; ces instruments indiquent la même tension. Quand un cheval placé dans un bateau tire sur un câble fixé au bord de ce bateau, il ne peut lui imprimer aucun mouvement, l'effort qu'il exerce sur son collier étant contre-balancé par celui, en sens contraire, qu'il exerce avec ses pieds sur le plancher, pour s'opposer à la réaction qui tend à l'entraîner en arrière.

Le principe qui nous occupe est vrai dans l'état de mouvement aussi bien que dans l'état d'équilibre. Ainsi, un cheval qui fait monter un poids de 100 kilog., en tirant une corde qui passe sur une poulie, exerce un effort égal seulement à

100 kilog. (en négligeant le frottement de la poulie), comme s'il ne faisait que soutenir le poids sans l'élever, ainsi qu'on peut le vérifier au moyen d'un dynamomètre.

Depuis longtemps on avait remarqué que toute action est accompagnée d'une *réaction* en sens contraire; mais, avant Descartes et Newton, on n'avait pas énoncé d'une manière nette *l'égalité entre l'action et la réaction.*

58. MESURE DES FORCES PAR LE MOUVEMENT. — Souvent, au lieu de mesurer les forces par des poids (51), on les mesure par leurs effets, ce qui se fait sans qu'on ait besoin de rien connaître de leur nature. Les effets des forces dépendent de la *masse* des corps sur lesquels elles agissent.

Masse. — On définit souvent la *masse* d'un corps *la quantité de matière qu'il contient.* La masse est donc proportionnelle, pour une même substance, au nombre des molécules du corps. Cette définition serait comprise sans difficulté, si les molécules de tous les corps étaient identiques; mais comme il n'en est pas ainsi, elle a le défaut d'être très-vague. Toutefois, elle suffit pour donner une idée générale du sens du mot. Ce qu'il importe surtout, c'est de bien préciser ce qu'on doit entendre par *masses égales.* Or, on y arrive facilement en partant de la définition des *forces égales* (49), et l'on dit que *deux masses égales sont celles qui, soumises à des forces constantes égales, en reçoivent des accélérations égales.* En réunissant 2, 3, 4..... masses égales, on forme une masse *double, triple, quadruple,* etc.

59. Propositions. — **I.** *Deux forces constantes sont entre elles comme les masses auxquelles elles impriment des accélérations égales.* Considérons n masses égales m, m, m... (*fig.* 35), soumises à n forces égales f, f, f... parallèles entre elles. Ces masses recevront des accélérations égales, et, par suite, conserveront les mêmes positions relatives. Nous pourrons donc les supposer, par la pensée, liées entre elles de manière à ne former qu'une seule masse égale à $n \times m$; et à cette masse il faut les n forces f, ou une force égale à $n \times f$, pour qu'elle reçoive la même accélération qu'une seule des masses m recevrait de la force f.

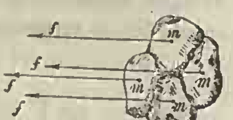


Fig. 35.

II. *Deux forces constantes sont entre elles comme les accélérations qu'elles impriment à deux masses égales.* Supposons que les deux forces F et f soient commensurables, et soit Q leur commune mesure, on aura $F = NQ$, $f = nQ$, d'où $F : f = N : n$ [1]. Soit encore w l'accélération que la force Q imprime à la masse donnée; les forces NQ et nQ imprimeront à cette masse les accélérations $V = Nw$, $v = nw$, puisque chaque force égale à Q agit comme si elle était seule (55), d'où $V : v = N : n$ [2]. Des deux proportions [1] et [2] on déduit enfin $F : f = V : v$.

Si les forces que l'on compare ne sont pas commensurables, il suffira de supposer Q infiniment petit.

III. *Deux forces constantes sont entre elles comme les produits des masses par* *les accélérations qu'elles leur impriment*. Soient F et F′ les deux forces agissant sur les masses m, m', et leur imprimant les accélérations w, w', et considérons une force auxiliaire f capable d'imprimer l'accélération w' à la masse m. En comparant les forces F et f, qui agissent sur la masse m, puis les forces f et F′ qui impriment la même accélération aux masses m et m', on aura, d'après les propositions I et II,

$$F : f = w : w' \quad \text{et} \quad f : F' = m : m';$$

$$\text{d'où} \quad F : F' = mw : m'w',$$

en multipliant les deux premières proportions terme à terme.

Le produit mw se nomme *quantité de mouvement*. Deux forces constantes sont donc entre elles comme les quantités de mouvement qui leur correspondent.

Supposons, par exemple, deux boules de masses m et m' dépourvues d'élasticité, lancées l'une vers l'autre et se rencontrant avec des vitesses v et v'. Elles s'arrêteront après le choc, si l'on a $mv = m'v'$; et les forces constantes qui les ont lancées, seront égales, si elles ont agi pendant le même temps.

Descartes paraît être le premier qui ait énoncé le principe de la proportionnalité des forces aux quantités de mouvement; mais il se trompa dans l'interprétation qu'il en fit en étudiant le choc des corps. Wallis comprit le premier toute la portée de ce principe, et l'appliqua avec succès à la même question, comme nous aurons occasion de le voir plus tard.

IV. *Une force constante a pour mesure la quantité de mouvement qui lui correspond, si l'on prend pour unité de force constante celle qui imprime à l'unité de masse une accélération égale à l'unité, c'est-à-dire à 1 mètre.*

En effet, la proposition III donne

$$F : F' = mw : m'w'.$$

Supposons que F′ soit l'unité de force, et m' l'unité de masse, il faudra aussi que w' soit égal à l'unité, et l'égalité deviendra $F = mw$; ce qui veut dire que F contient autant de fois l'unité de force, définie comme il a été dit, qu'il y a d'unités abstraites dans le produit du nombre m par le nombre w.

Si la force à mesurer n'est pas d'intensité constante, on peut encore évaluer son intensité, *à un moment donné*, au moyen de la *quantité de mouvement*; mais il faut prendre alors pour l'*accélération* celle qui serait produite pendant l'unité de temps, si l'intensité de la force conservait pendant cet intervalle la valeur qu'elle possède réellement au moment où l'on veut la mesurer.

60. Impulsion, activité, d'une force. — Si une force constante, $F = mw$, agit pendant un temps t, elle imprimera à la masse m une vitesse $V = Ft$. Le produit, Ft, de l'intensité de la force par le temps se nomme l'*impulsion* ou l'*activité* de la force pendant ce temps. Si la force varie, l'impulsion sera la somme des impulsions élémentaires produites pendant les instants infiniment petits dans lesquels on aura décomposé le temps.

Force instantanée. — On a nommé ainsi une force qui n'agit que pendant un temps tellement court qu'il n'est pas mesurable, comme dans le choc. Aussi, Poisson a-t-il substitué le mot de *percussion* à la dénomination de *force instantanée*, qui peut donner des idées fausses.

61. Définition mathématique de la masse. — La formule $F = mw$ donne $m = F : w$. On voit donc que la masse peut se définir le *rapport entre une force constante quelconque et l'accélération qu'elle produit*. Telle est la définition adoptée généralement en mécanique analytique.

Parmi les forces constantes on distingue la *pesanteur*, dont l'accélération a été mesurée avec précision; nous verrons (135) qu'un corps qui tombe librement reçoit *en une seconde* une accélération égale, à Paris, à $9^m,8088$. Désignons cette quantité par g; si P représente le poids d'un corps et m sa masse, nous aurons

$$P = mg, \qquad \text{d'où} \qquad m = \frac{P}{g} \qquad [1]$$

L'expérience montre que g change un peu d'un lieu à un autre; mais le poids P, qui provient de l'action de la pesanteur, change de même, de sorte que le rapport $P : g$ reste constant. On peut donc dire que la masse d'un corps est mesurée par le rapport entre son poids et le nombre g.

Unité de masse. — D'après la définition de l'unité de force (59), l'unité de masse doit être celle qui recevrait de l'unité de force une accélération égale à 1 mètre. Il est facile de trouver quel poids devrait avoir un corps pour contenir cette unité; il suffit de faire $m = 1$ dans la formule [1], et l'on en tire $P = g$. Ce qui montre qu'un corps qui contient l'unité de masse doit peser 9,8088 kilog. Un litre d'eau, à la température de 4°, pesant 1 kilog., on voit qu'il faudrait, pour représenter l'unité de masse, un volume d'eau de 9,8088 décimètres cubes à 4°.

Nous verrons plus tard (149) comment on peut comparer les masses au moyen des poids; alors on prend pour unité de masse celle de l'unité de poids.

62. COMPOSITION DES FORCES. — Dans la mécanique, on cherche, pour simplifier, à remplacer les forces d'un système par un moins grand nombre d'autres capables du même effet; et l'on démontre qu'on peut toujours les remplacer par *deux*, et souvent par *une seule*, qui se nomme alors la *résultante* du système. La recherche de la résultante de plusieurs forces constitue le problème de la *composition* de ces forces, qui, elles-mêmes, sont dites les *composantes* de la résultante. Nous allons faire connaître, à cause de l'usage que nous aurons à en faire, la solution de ce problème dans quelques cas particuliers.

63. Résultante des forces concourantes. — On nomme *forces concourantes*, celles qui sont appliquées au même point. Quand, en même temps, ces forces sont dirigées suivant la même ligne droite, la résultante est égale à la somme des forces qui agissent dans un sens, moins la somme de celles qui agissent en sens opposé, et elle est dirigée dans le sens de la plus grande somme. Cela résulte de ce que chacune des forces du système agit comme si elle était seule (55).

Parallélogramme des forces. — Considérons deux forces concourantes appliquées en A (*fig.* 36), et dirigées suivant Ab et Ac; soient AB et AC les *vitesses* que ces forces imprimeraient séparément au corps dans un temps très-petit θ. La vitesse du mouvement composé résultant de l'action simultanée des forces sera représentée par la diagonale AR (48), et la résultante, devant produire le même effet que les composantes réunies, sera capable de donner cette vitesse au corps pendant le temps θ; elle devra donc être dirigée suivant AR. De plus, les forces, agissant sur une même masse, sont entre elles comme les vitesses imprimées après le même temps (59). Si donc AB et AC représentent les intensités des composantes, la longueur AR représentera l'intensité de la résultante. On voit donc que *la résultante de deux forces concourantes est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme ayant pour côtés les longueurs qui représentent ces forces*. C'est là la *règle du parallélogramme des forces*, attribuée à Stévin.

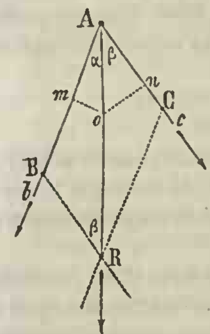


Fig. 36.

Pour trouver la résultante par le calcul, il suffira de résoudre, par les méthodes de la trigonométrie, le triangle BAR (*fig.* 36), dans lequel on connaît les côtés AB et BR = AC, et l'angle compris ABR, qui est le supplément de l'angle BAC des composantes. On calculera ainsi l'angle BAR, qui déterminera la direction de la résultante, et le côté AR, qui en représentera l'intensité.

Dans le cas où l'angle des composantes est droit (*fig.* 37), le triangle BAR est rectangle, et l'on a, pour déterminer l'intensité et la direction de la résultante, les deux équations

$$\overline{AR}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \quad \text{et} \quad \cos \overline{BAR} = \overline{AB} : \overline{AR}.$$

Corollaire. — *Les distances om, on* (*fig.* 36), *d'un point quelconque de la résultante aux composantes, sont en raison inverse des intensités de ces composantes.* En effet, le triangle ABR donne $\overline{AB} : \overline{AC} = \sin\beta : \sin\alpha$. On a aussi $\overline{on} : \overline{om} = \sin\beta : \sin\alpha$; d'où l'on déduit, en combinant les deux proportions, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{on} : \overline{om}$.

64. Décomposition d'une force en deux autres appliquées au même point. — On peut se proposer le problème inverse : étant données une force AR et deux directions Ab, Ac (*fig.* 36) situées dans un même plan avec AR, trouver les intensités que devraient avoir deux forces agissant dans ces directions, pour produire le même effet que la force AR. Pour résoudre cette question, il n'y aura qu'à mener par le point R des parallèles aux directions données Ab, Ac, et les longueurs AB, AC interceptées sur ces droites représenteront évidemment les intensités des composantes.

Le même problème peut se résoudre par le calcul; car, dans le triangle BAR, on connaît le côté AR, l'angle BAR et l'angle ARB égal à RAC. On pourra donc calculer le côté AB, et le côté BR qui est égal à AC.

Dans le cas où l'angle BAC est droit (*fig.* 37), on a

$$\overline{AB} = \overline{AR} \cos \overline{BAR} \quad \text{et} \quad \overline{AC} = \overline{AR} \cos \overline{RAC} = \overline{AR} \sin \overline{BAR}.$$

Chacune des composantes cherchées est donc égale à la résultante multipliée par le *cosinus* de l'angle qu'elle fait avec elle, et n'est autre chose que la projection de cette résultante sur sa direction.

65. Applications. — La décomposition d'une force en deux autres appliquées au même point est d'un usage continuel pour reconnaître l'action d'une force quand elle n'agit pas dans la direction du mouvement que prend son point d'application.

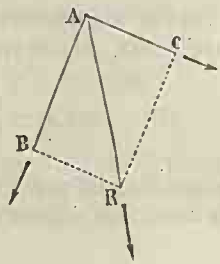


Fig. 37.

Par exemple, considérons un bateau halé obliquement au moyen d'un câble A*f* (*fig.* 38), sur lequel on agit du rivage, et ne pouvant s'avancer que dans la direction A*a*, à cause de l'action du gouvernail, ou des efforts que l'on exerce de l'intérieur pour l'empêcher de s'approcher de la rive. Décomposons la force qui représente la traction exercée suivant A*f*, en deux autres, l'une A*a* dans la direction du mouvement, l'autre A*b* perpendiculaire à cette direction. Cette dernière est détruite à chaque instant par les efforts dont nous venons de parler, tandis que la composante $Aa = f \cos. \alpha$ produit le mouvement. On voit que cette composante est d'autant plus grande que la direction du câble fait un angle plus petit avec A*a*, et, par suite, ici, qu'il est plus long. C'est là sans doute l'origine de cette opinion erronée, qu'on a plus de force en tirant un fardeau avec une longue corde qu'avec une courte.

En général, quand on voudra connaître l'effet d'une force qui n'agit pas dans la direction du mouvement, il faudra la remplacer par deux autres, l'une perpendiculaire à cette direction et qui sera détruite, l'autre dans cette direction et qui représentera une force capable à elle seule du même effet que la force donnée, dont elle est la projection sur la direction du mouvement.

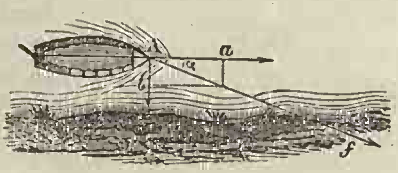


Fig. 38.

66. Composition d'un nombre quelconque de forces concourantes. — Pour trouver la résultante d'un nombre quelconque de forces concourantes situées ou non dans le même plan, on remplace d'abord deux de ces forces par leur résultante; puis on compose cette résultante partielle avec une troisième force, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il n'en reste plus qu'une qui sera la résultante finale du système.

67. Parallélipipède des forces. — Dans le cas de trois forces à composer AP, AQ, AS (*fig.* 39), après avoir remplacé les deux forces AP, AQ par leur résultante Ar, on compose celle-ci avec AS, ce qui donne la résultante AR des trois forces données. On voit que cette résultante n'est autre chose que la diagonale du parallélipipède, ayant pour arêtes les longueurs qui représentent les trois forces données. Cette construction se nomme le *parallélipipède des forces*.

Quand l'angle trièdre A est droit, on a, pour trouver l'intensité de la résultante,

$$\overline{Ar}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AQ}^2, \quad \text{et} \quad \overline{AR}^2 = \overline{Ar}^2 + \overline{AS}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AQ}^2 + \overline{AS}^2 .$$

Si l'on veut trouver sa direction par le calcul, on considère les triangles ARP, ARS, ARQ, qui sont rectangles en P, en S et en Q, et donnent

$$\cos\alpha = \frac{AP}{AR}, \qquad \cos\gamma = \frac{AS}{AR}, \qquad \cos\beta = \frac{AQ}{AR},$$

α, γ, β étant les angles que fait la résultante avec les trois forces données. Deux de ces égalités suffisent pour avoir la direction cherchée.

68. Décomposition d'une force en trois autres. — On peut se proposer de remplacer une force AR (*fig.* 39) par trois autres capables du même effet et dirigées suivant trois droites Ap, Aq, As. Pour obtenir les intensités des composantes, on construira un parallélipipède ayant AR pour diagonale, et dont les arêtes soient dirigées suivant Ap, Aq, As; ce qui se fera en menant, par le point R, trois plans parallèles respectivement aux plans sAp, sAq, pAq. Ces plans couperont les directions données, aux points P, Q, S, qui seront les extrémités des longueurs représentant les intensités des composantes cherchées.

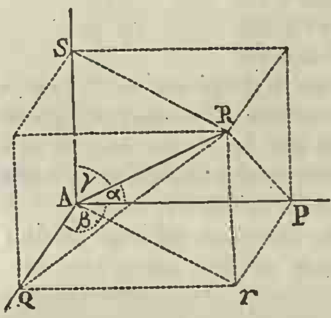


Fig. 39.

Dans le cas où l'angle trièdre A est droit, le parallélipipède est rectangle, et les triangles rectangles ARP, ARQ, ARS donnent

$$AP = AR\cos\alpha, \qquad AQ = AR\cos\beta, \qquad AS = AR\cos\gamma,$$

qui serviront à calculer les intensités des composantes. On voit que chacune d'elles est égale à la résultante multipliée par le *cosinus* de l'angle qu'elle fait avec la direction de cette résultante.

69. Composition des forces parallèles. — Considérons d'abord le cas de deux forces parallèles et de même sens, AP, BQ (*fig.* 40); on démontre en statique, que *la résultante de ces deux forces a une intensité égale à leur somme, est parallèle à leur direction commune, et que son point d'application partage la* *droite AB qui joint les points d'application des composantes, en deux parties réciproquement proportionnelles à leurs intensités*; de sorte que l'on a

$$P : Q = BC : AC.$$

Dans les cas où les forces sont de sens contraire, *la résultante est égale en intensité à leur différence, parallèle à leur direction, dirigée dans le sens de la plus grande, et son point d'application* C (*fig.* 41), *se trouve du côté de cette dernière force, au-delà de BA et à des distances des points A et B qui sont entre elles en raison inverse des intensités des composantes*, de sorte que l'on a $P : Q = BC : AC$. La position du point C se détermine dans les deux cas, au moyen des proportions ci-dessus, qui donnent

$$BC + AC : Q + P = BC : P, \qquad \text{et} \quad BC - AC : P - Q = BC : P,$$

$$\text{ou} \quad [1] \quad AB : R = BC : P, \qquad \text{et} \quad AB : R = BC : P. \quad [2]$$

La proportion [1] s'applique au cas des forces de même sens, et [2] au cas des forces de sens contraire. Elles donnent les valeurs de BC, et par suite les positions du point C.

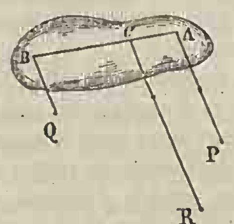


Fig. 40.

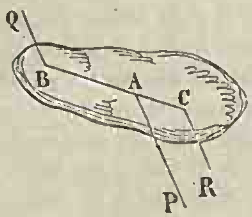


Fig. 41.

70. Couples. — Dans le cas des forces parallèles et de sens contraire, il peut arriver que les deux composantes soient égales en intensité; alors la résultante est nulle, et la relation [1] donne $BC = \infty$; ce qui veut dire qu'il n'y a pas de résultante unique. Un pareil système se nomme *couple*. Un couple a pour effet de faire tourner le corps auquel il est appliqué; il ne peut être tenu en équilibre par un point fixe; mais deux points fixes situés dans son plan suffisent pour détruire son effet.

71. Décomposition d'une force en deux autres parallèles à sa direction. — Étant donnée la force R appliquée en C (*fig.* 40), on demande de la remplacer par deux autres qui lui soient parallèles, et appliquées aux points A et B. Supposons d'abord que le point C soit situé entre les points A et B; les composantes seront de même sens, et la proportion $AB : R = BC : P$ donnera la composante P, appliquée en A; l'autre, Q, sera égale à $R - P$.

Si les points A et B sont du même côté du point C (*fig.* 41), les deux composantes seront de sens contraire, et celle qui est appliquée au point A le plus rapproché du point C sera de même sens que R. Cette composante P se déduira de la relation AB : R = CB : P, et l'autre, de la relation R = P — Q.

72. Composition des forces parallèles en nombre quelconque. — Supposons d'abord que toutes les forces P, P′, P″ P‴, P$^{\text{v}}$ (*fig.* 42), appliquées aux points *a*, *b*, *c*, *d*, *e* soient dirigées dans le même sens, on les composera deux à deux dans un ordre quelconque, et après avoir obtenu les résultantes partielles *r*, *r′ r″*, on arrivera à la résultante définitive R, égale à la somme des composantes, parallèle à leur direction commune, et appliquée en un point O dont la position s'obtiendra au moyen des proportions qu'il aura fallu poser pour trouver les positions des points d'application des résultantes partielles.

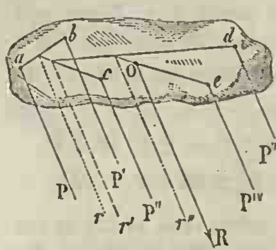


Fig. 42.

Si les forces données ne sont pas toutes dirigées dans le même sens, on composera d'abord toutes celles qui sont dirigées dans un sens, puis celles qui sont dirigées dans le sens opposé, et il restera à composer les deux résultantes partielles par la règle donnée plus haut. Il pourra arriver que ces résultantes partielles soient égales; alors le système formera un *couple*.

73. Centre des forces parallèles. — La position du point d'application O de la résultante d'un système de forces parallèles ne dépend que des positions des points d'application des composantes, et du rapport entre leurs intensités (69). Il résulte de là que, si ces forces changeaient de direction en restant toujours parallèles entre elles et en conservant les mêmes rapports d'intensité, le point d'application de leur résultante conserverait la même position. C'est pour cela que ce point est appelé *centre des forces parallèles*. On le définit : *le point par lequel passe constamment la résultante d'un système de forces parallèles, de quelque manière qu'on les fasse tourner autour de leur point d'application, tout en les laissant parallèles entre elles.* On voit aussi que, si, les forces restant parallèles, leurs points d'application sont invariablement liés entre eux, on pourra faire tourner le système de ces points autour du centre des forces parallèles, sans que la résultante cesse de passer par ce point; de sorte que, s'il était fixe, le système resterait en équilibre dans toutes les positions qu'on pourrait lui donner en le faisant tourner autour de ce point.

III. De la manière d'employer les forces. — Machines.

74. Machines. — Lorsqu'on veut employer les forces, il arrive souvent qu'on ne peut les appliquer aux points matériels qu'elles doivent mouvoir. On les fait alors agir sur ces points, par l'intermédiaire de corps solides ou fluides, mobiles dans quelques-unes de leurs parties, gênés dans d'autres, et qui sont destinés à modifier, soit l'intensité, soit la direction de l'effort à exercer.

On nomme *machine, tout corps ou assemblage de corps, destiné à transmettre l'action des forces.* Souvent ce n'est qu'avec des machines qu'il est possible d'utiliser les forces. Par exemple, pour moudre le blé, scier le bois, au moyen de l'eau ou du vent, on les fera agir sur des roues garnies d'aubes ou de voiles, et ce mouvement sera transmis, soit à la meule, soit aux scies, par l'intermédiaire de rouages ou d'autres *organes.* Une foule d'instruments, tous les outils peuvent être regardés comme des machines.

Dans une machine, il y a toujours des obstacles fixes ou des points d'appui autour desquels certaines pièces peuvent tourner ou osciller. De plus, il existe constamment deux systèmes de forces : les unes, destinées à produire le mouvement, sont nommées *puissances, forces mouvantes* ou *forces motrices;* les autres sont les forces qu'il faut vaincre; on les nomme *forces résistantes* ou *résistances.* Ces dernières sont elles-mêmes de deux espèces : les *résistances du premier ordre,* ou *résistances utiles,* sont celles qu'il faut vaincre pour obtenir l'effet désiré (telles sont la résistance que le bois oppose à la scie, et le grain à l'action de la meule); les autres, nommées *résistances du second ordre* ou *résistances passives,* sont produites par les obstacles qui se rencontrent dans toutes les machines, comme frottements, chocs contre des parties fixes, résistance à la flexion, résistance de l'air ou d'autres fluides. Ces résistances sont le plus souvent nuisibles, on cherche à les diminuer autant que possible; par exemple, pour les frottements, par l'interposition de corps gras.

75. Machines simples et machines composées. — Nous appellerons *machines simples* celles dans lesquelles la puissance et la résistance utile sont appliquées au même corps, ou bien à deux corps différents qui agissent directement l'un sur l'autre sans autre corps intermédiaire.

Les machines simples, quand elles sont formées de corps solides et rigides peuvent toutes se ramener au *levier,* dont nous parlerons plus loin (150), ou au *plan incliné.* Par exemple, le treuil, les roues dentées, les poulies peuvent être considérées comme des systèmes de levier; la vis, le coin, comme des systèmes de plans inclinés.

Les *machines composées* sont celles dans lesquelles il existe des corps intermédiaires entre ceux sur lesquels agissent directement la puissance et la résistance utile. On peut les regarder comme des assemblages de machines simples. Dans une machine composée, on distingue trois parties principales : 1° le *récepteur,* sur lequel les forces mouvantes agissent directement; c'est, dans un moulin à vent, les ailes garnies de voiles sur lesquelles le vent exerce son action; 2° l'*opérateur,* corps qui agit pour produire le résultat que l'on attend de la machine; c'est la meule dans un moulin, la scie dans une scierie mécanique; 3° la *communication du mouvement,* composée de tous les corps ou *organes* intermédiaires servant à transmettre le mouvement, du récepteur à l'opérateur. Cette troisième partie n'existe pas dans les machines simples.

76. Travail d'une force. — Pour apprécier l'effet d'une force, il faut considérer, non-seulement l'intensité avec laquelle elle agit, mais encore la quantité dont elle déplace son point d'application. *On nomme travail d'une force constante, au bout d'un temps donné, le produit de son intensité, par le chemin parcouru par son point d'application*, en supposant que celui-ci se déplace dans la direction même de la force. Si cette dernière condition n'a pas lieu, il faudra décomposer la force en deux autres, l'une dans la direction du mouvement, l'autre perpendiculaire, qui sera détruite. Le travail de la première composante, énoncé comme il vient d'être dit, sera alors le travail de la force donnée. On peut donc le définir : *le produit du chemin que parcourt le point d'application, par la projection de la force sur cette direction*, car la composante efficace n'est autre que cette projection (64) ; ou bien, ce qui revient au même, *le produit de l'intensité de la force par la projection du chemin parcouru, sur sa propre direction.*

On voit que le *temps* n'entre pas dans la définition du travail ; un même travail pouvant être réalisé dans un temps plus ou moins long.

Le travail d'une force est nul 1° quand la vitesse du point d'application est nulle ; 2° quand la force n'agit pas ; 3° quand elle agit perpendiculairement à la direction du mouvement. Ainsi, un cheval qui ne peut faire avancer une voiture trop chargée, ne crée pas de travail, quoiqu'il exerce un effort constant ; un cheval qui marche *sans tirer* devant une voiture qui roule parce qu'elle est sur une pente, ne produit aucun travail, la force qu'il représente étant nulle. Il en serait de même d'un cheval qui agirait perpendiculairement au plan des roues, en supposant qu'elles ne puissent glisser latéralement sur le sol.

Si la force considérée n'est pas constante, on partagera le temps en instants infiniment petits, pendant lesquels l'intensité ne varie pas, et le produit de cette intensité par la projection du chemin parcouru pendant chacun de ces instants, sera le *travail élémentaire* de la force. La somme des travaux élémentaires, au bout d'un temps donné, sera le *travail total* produit pendant ce temps.

77. Kilogrammètre. — On prend pour *unité de travail* l'unité de force ou le kilogramme, multipliée par l'unité de chemin parcouru, ou le mètre : cette unité de travail se nomme *kilogrammètre*. D'après cette définition, un cheval qui traîne un fardeau en développant un effort constant de 80 kilogrammes, mesuré au dynamomètre, et qui parcourt ainsi 100 mètres plus ou moins rapidement, produit un travail de 8,000 kilogrammètres.

Cheval-vapeur. — Dans l'industrie, on évalue le travail accompli en *une seconde* par une machine, au moyen d'une unité spéciale, nommée *cheval-vapeur*, parce que c'est en comparant le travail des premières machines à vapeur à celui des chevaux qu'on a été amené à en faire usage. Le cheval-vapeur est représenté par un certain nombre de kilogrammètres qui n'est pas toujours le même. Cependant on adopte assez généralement 75^{km} *par seconde*, d'après les expériences de Watt et Bolton, c'est-à-dire le travail d'une force de 75^{k}, dont le point d'application parcourrait 1^{m} *en une seconde*. Ce travail ne représente pas celui d'un cheval ordinaire, il est environ trois fois plus fort ; les expériences qui ont servi à l'établir ayant été faites avec des chevaux des plus robustes exerçant des efforts exceptionnels. On évalue à 45^{km} seulement le travail d'un cheval ordinaire par seconde, et comme les chevaux vivants ne peuvent travailler que 8 heures au plus par 24 heures, il faudrait posséder $\frac{75 \times 24}{45 \times 8}$, ou 5 chevaux vivants pour fournir en 24 heures le travail d'un *cheval-vapeur* dû à un moteur inanimé, comme la vapeur ou une chute d'eau, agissant continuellement sans se fatiguer.

78. Mesure de la quantité de travail. — Quand une force agit par l'intermédiaire d'une corde *avec une intensité constante*, on mesure le travail accompli pendant un certain temps, en séparant la corde en deux parties que l'on réunit par un *dynamomètre*. Cet instrument marque, en kilogrammes, l'effort exercé, et on le multiplie par le chemin parcouru.

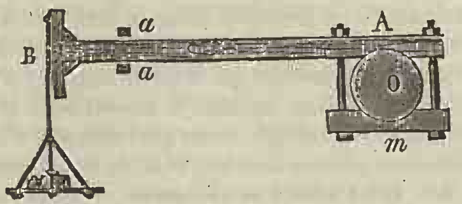


Fig. 43.

Au moyen du dynamomètre enregistreur de M. Morin (52), on peut déterminer le travail d'une force variable *produisant un mouvement uniforme*, en évaluant l'aire comprise entre la courbe tracée par le pinceau, et la droite qu'il décrit quand les ressorts ne sont pas tendus. En effet, un élément de cette aire est égal au produit de l'intensité de la force, que représente l'ordonnée de cet élément, par le déplacement du papier pendant un temps infiniment petit, déplacement proportionnel au chemin parcouru par un point de la direction de la force.

Dans le cas d'un arbre tournant, le travail qu'il transmet au reste de la machine s'évalue de la même manière, au moyen du dynamomètre de rotation muni d'un enregistreur. On emploie aussi, fréquemment, dans ce cas, l'appareil qui suit.

Frein dynamométrique. — Cet appareil, imaginé par de Prony, consiste en une barre AB (*fig.* 43) portant à l'une de ses extrémités, B, un plateau destiné à recevoir des poids, et muni à l'autre de boulons au moyen desquels on peut en rapprocher une pièce de bois *m*, échancrée, ainsi que la barre en A, de manière à envelopper une partie du contour de l'arbre O dont on veut évaluer le travail. Cet arbre, supposé horizontal et cylindrique, étant séparé du reste de la machine, on charge le plateau de poids de plus en plus forts, et l'on serre en même temps les boulons, jusqu'à ce que la barre se tienne horizontalement quand l'arbre est animé de la vitesse uniforme qu'il possède habituellement. Des arrêts *a*, *a* limitent les oscillations de la barre pendant les tâtonnements qu'exige cette opération. Quand on a établi l'équilibre comme il vient d'être dit, le travail transmis par l'arbre est égal au travail résistant dû au frottement, puisque la vitesse est uniforme. Ce dernier travail est le même que si, l'arbre étant fixe, le frein tournait dans le même temps sous l'influence d'une force égale au poids total P qu'il soutient. Or, en désignant par R la distance OB, et par *n* le nombre de tours faits en une seconde, le travail de ce poids, pendant le même temps, sera égal à

P multiplié par le chemin $2\pi Rn$ parcouru par le point d'application, c'est-à-dire à $2\pi Rn \times P$.

Quand l'arbre n'est pas horizontal, on suspend le plateau à une corde passant sur une poulie de renvoi, et venant s'attacher à la barre, de manière à lui être perpendiculaire ainsi qu'à l'arbre tournant. Si l'arbre n'est pas cylindrique, on l'enveloppe d'un manchon en fonte que l'on fixe avec des coins, et sur lequel agit le frein.

79. Principe de la transmission du travail. Effet utile. — Quand une machine marche d'un *mouvement uniforme*, le travail moteur est égal au travail résistant. Or, ce dernier se divise en deux parties, l'une produite par l'opérateur, l'autre employée à vaincre les résistances passives. Il en résulte que le travail de l'opérateur est moindre que le travail moteur. On nomme *effet utile, travail utile* ou *rendement* d'une machine, le rapport entre le travail de l'opérateur et celui du moteur Par exemple, on dit que l'effet utile d'une machine est 0,60 quand les résistances passives absorbent 0,40 du travail moteur représenté par 100.

80. Effet utile d'un récepteur. — On peut aussi comparer le travail de la force motrice à celui qu'en reçoit le récepteur qui, ordinairement, ne prend pas la totalité du travail de cette force. Par exemple le travail d'une masse d'eau qui tombe sur une roue à aubes est égal, au bout d'un certain temps, au poids de l'eau tombée, multiplié par la hauteur de la chute (76). Pour que ce travail fût entièrement transmis à la roue, il faudrait que l'eau quittât les aubes avec une vitesse nulle ; sans cela elle serait encore capable de produire, avec la vitesse qui lui reste, une quantité de travail, perdue par le récepteur. Or, il n'en est pas ainsi ordinairement. De plus, une partie du travail de l'eau est détruite par les frottements sur les parois du canal qui la conduit à la roue, par des chocs, des remous. On appelle *effet utile d'un récepteur* le rapport entre le travail qu'il transmet et celui de la force motrice. Les meilleurs récepteurs hydrauliques donnent 0,60 à 0,80 *d'effet utile.*

81. Principe des vitesses virtuelles. — Considérons une machine qui marche d'un *mouvement uniforme*, et supposons qu'il n'y ait pas de résistances passives. Appelons P la puissance, R la résistance et p et r les projections sur leurs directions des déplacements qu'éprouvent leurs points d'application pendant le même temps : nous aurons (79), $Pp = Rr$. Ce résultat s'applique aussi au cas où il n'y a pas de mouvement, c'est-à-dire au cas de l'équilibre ; seulement il faut alors l'énoncer ainsi ; *la puissance et la résistance sont réciproquement proportionnelles aux projections sur leur direction, des chemins infiniment petits parcourus au premier moment par leur point d'application, si l'équilibre vient à se rompre.*

Il résulte de là que, si P est 2, 3, 4... fois plus petit que R, p sera 2, 3, 4... fois plus grand que r. Ce principe, dont Lagrange attribue la découverte à Galilée, a été énoncé par Descartes, en disant que l'*on perd en temps ce que l'on gagne en force.* Jean Bernouilli l'a généralisé et en a fait, sous le nom de *principe des vitesses virtuelles*, l'une des bases de la statique. Avant lui, on ne l'avait appliqué qu'aux machines simples.

82. Principe des forces vives. — Nous avons vu (59) que l'intensité d'une force constante peut se mesurer par la quantité de mouvement, mw, qu'elle communique à un corps libre, de masse m, pendant une seconde. L'espace parcouru pendant la première seconde par ce mobile *partant de l'état de repos*, est égal à $\frac{1}{2}w$ (45). En multipliant cet espace par l'intensité mw de la force, on aura le produit $\frac{1}{2}mw^2$, qui représente le travail accompli par la force pendant 1^s.

Le produit mw^2 a été nommé par Leibnitz *force vive*, par opposition au nom de *force morte* qu'il appliquait à une force qui ne produirait pas de mouvement, mais ne ferait qu'agir contre un obstacle fixe. Une grande querelle, qui a duré plus de quarante ans, et à laquelle prirent part les premiers mathématiciens de l'époque, s'éleva à cette occasion vers le commencement du dix-huitième siècle. Les uns voulaient, avec Leibnitz, Huyghens, les Bernouillis..., que l'on comparât les forces par les carrés des vitesses; les autres, avec Archimède, Descartes,

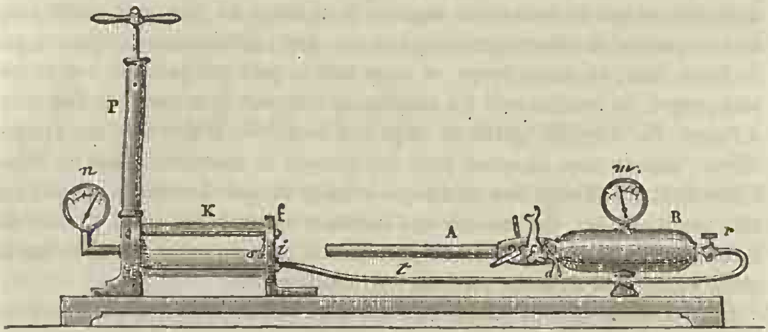


Fig. 44.

Newton..., par la *quantité de mouvement*. Clarcke et Dalembert firent voir qu'il suffisait d'introduire la considération du temps, pour mettre tout le monde d'accord. Nous voyons que la *force vive* représente, non l'intensité de la force, qui se mesure toujours par la quantité de mouvement, mais le double du *travail* que cette force accomplit pendant une seconde, quand elle agit sur une masse entièrement libre, partant de l'état de repos.

Pour la distinguer de la force vive mw^2, Rankine nomme *énergie* le produit $\frac{1}{2}mw^2$, et M. Belanger le nomme *puissance vive*, expressions qui commencent à être adoptées.

83. Le contraste entre la *force vive* et la force morte ressort d'une manière frappante dans l'expérience suivante due à M. E. Bourdon : on comprime de l'air, au moyen d'une pompe foulante P, dans deux récipients K et R (*fig.* 44) communiquant par un tube t. Le récipient R est muni d'un canon de fusil A contenant une balle de métal. En lâchant la détente d, on fait ouvrir une soupape, l'air comprimé chasse le projectile, et celui-ci, animé de la force vive amassée pendant le parcours du canon, vient frapper un clapet *s* qui ferme le réservoir K en *if*, le force à s'ouvrir et s'introduit en K, malgré la pression qui tient ce clapet fermé. Le résultat peut encore avoir lieu, même si, le robinet *r* étant fermé, la pression est plus grande en K qu'en R. — Si le projectile était en bois léger, le clapet ne céderait plus, la force vive dépendant, non-seulement de la vitesse, mais encore de la masse du mobile.

84. De l'essence des forces. — Dans tout ce qui précède, nous avons considéré les forces comme causes immédiates de mouvement ou de modification de mouvement, sans nous préoccuper de leur nature. C'est ainsi qu'on procède en mécanique rationnelle, et ce point de départ suffit aux raisonnements et aux déductions mathématiques sur les forces. Mais le physicien doit se demander ce qu'elles sont en elles-mêmes; cherchons donc comment, dans l'état actuel de la science, on doit comprendre l'idée de force.

Un premier fait à remarquer, c'est que, dans une multitude de cas, on voit distinctement que le mouvement imprimé à un corps lui vient d'un autre corps antérieurement en mouvement et qui, à son tour, devient cause et joue le rôle de force. Mais, en même temps, ce corps moteur perd une partie de son impulsion propre, de manière qu'il y a simplement transport de mouvement d'un corps à l'autre. Par exemple, quand un corps reçoit un choc, il part avec une certaine vitesse, mais le corps choquant perd une quantité de mouvement dont on trouve l'équivalent dans l'impulsion qu'a reçue le corps choqué. Lorsque la vapeur, animée par la chaleur, fait mouvoir une machine, elle ne le fait qu'en perdant une certaine quantité de chaleur en rapport avec le travail produit; or nous verrons que la chaleur est un mode particulier de mouvement.

On peut donc dire, au moins dans un grand nombre de cas, qu'un corps ne reçoit une impulsion qu'aux dépens de celle d'un autre corps. La force vive d'un corps moteur est, suivant l'expression de Poncelet [1], un véritable travail *disponible*, prêt à se transmettre à un autre corps. Le fait de cette transmission, qui, en définitive, constitue la force, se fait d'une manière qui échappe à notre observation et même à notre entendement, mais il faut bien l'admettre comme un fait d'expérience de chaque jour.

Réciproquement, un corps ne peut perdre son mouvement qu'en le communiquant, et nous verrons que, lorsqu'un mouvement semble anéanti par un obstacle, c'est qu'il s'est transformé en chaleur, c'est-à-dire en un autre genre de mouvement.

On voit donc, en généralisant les considérations qui précèdent, que *la cause d'un mouvement est un autre mouvement*, et en y réfléchissant bien, on a peine à comprendre qu'il en puisse être autrement, et la notion de force, comme le dit N. M. Carnot [2] est une notion métaphysique et obscure. Aussi, aujourd'hui, la plupart des physiciens, rejettant les forces comme entités, n'y voient plus qu'une

[1] *Introduction à la mécanique industrielle*, p. 114.

[2] *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement* (1803).

expression indiquant le fait de la transformation d'un mouvement en un autre. En réalité, nous n'observons que des effets, et l'on n'a jamais vu ni isolé les forces. Ce que l'on saisit bien, ce sont les quantités de mouvements produites, ou les pressions et tensions quand il n'y a pas mouvement. La science en revient donc aux idées de Descartes, qui expliquait tout par le mouvement : « Donnez-moi de l'étendue et du mouvement, disait-il, et je me charge de faire le monde » ; mais ce système ne pouvait avoir de consistance qu'après la découverte de la *théorie mécanique de la chaleur*, qui a conduit au principe de la *conservation de l'énergie*, c'est-à-dire à ce résultat que, dans l'état actuel du monde physique, il existe une impulsion générale qui se déplace et se transforme, de manière que rien ne se perde ni ne se crée en fait de mouvement pas plus qu'en fait de matière.

Cependant, il existe certaines actions, comme celles que produit la gravitation, et en général toutes les actions s'exerçant à distance, auxquelles semble ne pouvoir s'appliquer cette manière de considérer les forces. Nous discuterons en temps et lieu ces divers cas, encore obscurs, et nous verrons que les actions à distance, sans aucun lien intermédiaire, ne peuvent être acceptées par la raison.

§ 3. — MOUVEMENT CURVILIGNE. — FORCE CENTRIFUGE.

85. Du mouvement curviligne. — Un corps en mouvement et abandonné à lui-même doit nécessairement marcher en ligne droite, en vertu de l'*inertie*. Pour qu'il suive une ligne courbe, il faut donc qu'une force, dirigée vers la partie concave de la courbe, vienne à chaque instant le détourner de la direction du dernier élément qu'il vient de parcourir. Si cette force cessait d'agir, le mobile quitterait la courbe en continuant à marcher dans la direction de cet élément, c'est-à-dire suivant la tangente à la courbe.

86. Force centrifuge dans le mouvement circulaire uniforme. — Quand un point matériel parcourt *une circonférence d'un mouvement uniforme*, la résultante des forces qui agissent sur le mobile doit passer par le centre de la circonférence. S'il n'en était pas ainsi, cette force pourrait être décomposée en deux autres, l'une dirigée suivant le rayon, l'autre dans un plan perpendiculaire à ce rayon, qui aurait pour effet, soit de détourner le point, du cercle décrit, soit de modifier sa vitesse, et alors le mouvement ne serait pas uniforme. De plus, cette résultante doit avoir une intensité constante, car elle dévie à chaque instant le mobile, dont la vitesse ne varie pas, d'une quantité constante par rapport à l'élément qu'il vient de parcourir.

La force, qui empêche le mobile de quitter la circonférence suivant la tangente, et le ramène sans cesse vers le centre, se nomme *force centripète;* elle détruit à chaque instant la tendance du mobile à s'éloigner du centre, tendance qui a reçu le nom de *force centrifuge*, et qu'il vaudrait mieux nommer *tendance centrifuge*. Les forces centripète et centrifuge se nomment collectivement *forces centrales*. Elles sont nécessairement égales à chaque instant du mouvement.

87. Pour bien faire comprendre l'antagonisme des deux forces centrales, considérons un élément infiniment petit de la circonférence, *mc* (*fig.* 45), faisant avec la direction *c'ma* de l'élément *c'm*, un angle *amc* infiniment petit. Joignons au centre du cercle, les extrémités de l'élément *mc*, et menons *cb* parallèle à *ma*. La figure *macb* est un parallélogramme; car, *mc* étant infiniment petit, *ac* doit être considéré comme parallèle à *mb*. On voit, d'après la règle du parallélogramme des vitesses, que, pendant que le mobile parcourt l'arc *mc*, il parcourrait l'espace *ma*, en vertu de sa vitesse suivant *c'm*, s'il n'était soumis à aucune force; et l'espace *mb*, sous l'influence d'une force dirigée de *m* au centre, si la vitesse suivant *c'm* n'existait pas. Cette force est la *force centripète;* son effet, composé avec l'impulsion suivant *ma*, produit le mouvement résultant dans la direction *mc*.

Menons *ad* parallèle à *mc;* nous formons le nouveau parallélogramme *mcad*. La vitesse du mobile suivant la diagonale *ma* peut être décomposée en deux autres, l'une suivant l'élément *mc* de la circonférence décrite, l'autre suivant le

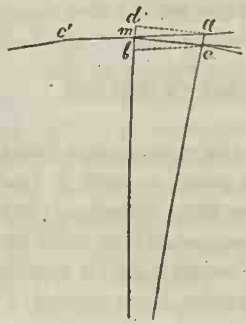


Fig. 45.

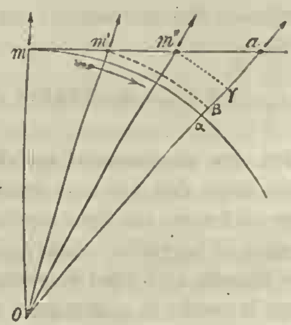


Fig. 46.

prolongement *md* du rayon. Cette dernière représente la *force centrifuge*, et comme on a $md = ac = mb$, on voit qu'elle est, à chaque instant, détruite par la force *centripète*, qui lui est égale et opposée; ce qui fait que la vitesse suivant *mc* reste seule. Si la force centripète cessait d'agir, la résultante *ma* des vitesses *mc*, *md*, entraînerait le mobile suivant la tangente.

On dit souvent que le mobile, s'échappe suivant le prolongement du rayon. C'est que l'on suppose alors que celui-ci se déplace avec le mobile. Ainsi, le mobile venant successivement en *m*, *m'*, *m''*, *a* (*fig.* 46), peut être considéré comme ayant occupé successivement les points α, β, γ, *a* du rayon prolongé, qui a lui-même pris successivement les positions *om'*, *om''*, *oa*.

La force centrifuge nous montre comment un mouvement peut donner naissance à une répulsion apparente entre un corps et un point autour duquel tourne ce corps.

88. Effets de la force centrifuge. — La force centrifuge se manifeste dans une foule de circonstances. C'est elle qui tend et peut même rompre le cordon, à l'un des bouts duquel est attaché un corps que l'on fait tourner autour de l'autre extrémité. Si le corps est remplacé par un vase ouvert rempli d'eau, ce liquide ne tombe pas quand l'ouverture, tournée vers le centre, regarde en bas pendant le mouvement de rotation dans un plan vertical. — Quand on lance une pierre au moyen d'une fronde, la pierre s'échappe du cercle qu'on lui fait décrire, dès qu'on lâche un des cordons qui la retiennent, et part suivant la tangente, avec la vitesse qui l'anime en ce moment. — C'est la force centrifuge qui fait quelquefois éclater les meules de grès qui tournent très-rapidement; qui force l'écuyer à s'incliner vers le centre du cercle que décrit dans le cirque, le cheval qui le porte. — Si l'on suspend deux poids égaux aux extrémités d'un cordon qui passe sur une poulie très-mobile (*fig.* 47), il y a équilibre, dans l'état de repos; mais si l'on vient à faire osciller l'un de ces poids, la force centrifuge qui

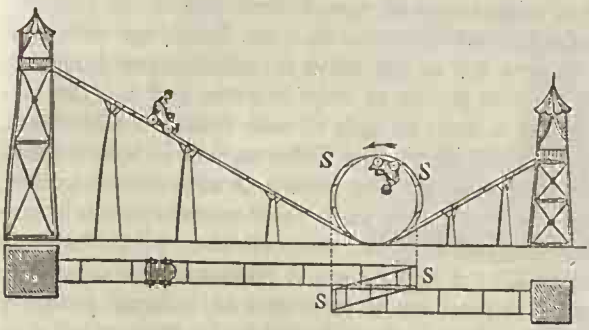


Fig. 48.

Fig 47.

se développe dans l'arc qu'il décrit périodiquement fait monter l'autre poids, à chaque oscillation.

Pour expulser l'eau des étoffes, du linge, on emploie, sous le nom *d'essoreuses*, des machines consistant en un tambour vertical, dans lequel on place les tissus mouillés, et auquel on imprime un mouvement rapide de rotation sur lui-même. La force centrifuge amène l'eau contre la paroi, et elle est lancée au dehors, par une multitude de trous dont cette paroi est criblée.

On doit à M. Clavières un appareil, nommé *chemin de fer aérien*, qui est une application curieuse de la force centrifuge. Deux rails parallèles (*fig.* 48), soutenus par des supports en fer, forment d'abord une pente de $0^m,44$ par mètre, puis une spire d'hélice SS de 4^m de diamètre et dont l'axe est horizontal. Un chariot porté sur des roues à gorge qui s'appuient sur les rails, et dans lequel peut se placer un homme, roule sur la pente, puis parcourt avec une grande rapidité la spire SS, sur laquelle il est constamment pressé de dedans en dehors par la tendance centrifuge. La résistance des rails dans la spire, ou plutôt la réaction qui résulte de la pression qu'ils supportent, représente la *force centripète*. Le chariot remonte ensuite une seconde pente, sur laquelle sa vitesse est bientôt détruite.

Les effets de la force centrifuge ont été remarqués dès la plus haute antiquité : Anaxagore, Plutarque, pour expliquer pourquoi les corps célestes ne tombent pas sur la terre, invoquent la force centrifuge résultant de leur mouvement circulaire. Cependant les philosophes anciens n'avaient sur cette force que des notions vagues. J.-B. de Benedictis, au quinzième siècle, est le premier qui lui ait donné pour origine l'*inertie* ou la tendance des corps à suivre la ligne droite. Galilée et Descartes ont eu plus tard une idée juste de la force centrifuge; mais c'est Huyghens qui a eu l'honneur d'en découvrir les lois dans le mouvement circulaire.

89. Lois de la force centrifuge dans le mouvement circulaire. — *La force centrifuge, dans le mouvement circulaire, est : 1° proportionnelle au carré de la vitesse; 2° proportionnelle à la masse du mobile; 3° en raison inverse du rayon du cercle décrit.*

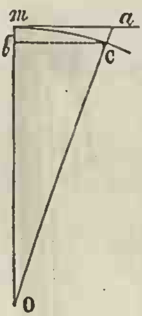


Fig. 49.

Ces lois sont renfermées dans une formule que nous allons démontrer. Soit mc (*fig.* 49) un arc infiniment petit de circonférence, décrit pendant un temps infiniment petit θ, par un mobile dont la masse est égale à l'unité. Pendant le même temps, le mobile parcourrait, sous l'influence seule de la force centripète F, l'espace mb d'un mouvement uniformément accéléré; car cette force agit avec une intensité constante pendant le temps infiniment petit θ. On aura donc (44) $mb = \frac{1}{2} F \theta^2$. On a aussi $mb = \overline{mc}^2 : 2R$, l'arc mc, se confondant avec sa corde; et $mc = v\theta$ parce que le mouvement est uniforme pendant le temps θ; v étant la vitesse du mobile. En éliminant mc et mb entre ces trois équations, il vient $F = v^2 : R$; formule qui donne la valeur de la force centripète, ou de la force centrifuge qui lui est égale.

Nous avons supposé la masse du mobile égale à l'unité. Si cette masse est m, il faudra multiplier le second membre de la formule par m; car chaque unité de masse du mobile tend à fuir le centre avec la même énergie, et la formule devient

$$[1] \qquad F = m \frac{v^2}{R},$$

qui contient les lois énoncées ci-dessus.

Quand le mouvement est uniforme, la valeur de F peut s'exprimer en fonction du temps T employé par le mobile à faire un tour entier. La valeur, en fonction de la vitesse v, de l'espace $2\pi R$ parcouru pendant ce temps, est alors égale à vT (42), et l'on a $2\pi R = vT$. Portant la valeur de v tirée de cette égalité, dans la formule [1], elle devient

$$[2] \qquad F = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

On voit donc que, *lorsque plusieurs corps de même masse décrivent pendant le même temps des circonférences de différent rayon, les forces centrifuges sont proportionnelles aux rayons de ces circonférences.*

90. Si le mouvement *circulaire* n'est pas uniforme, la force qui agit sur le mobile devra toujours être dans le plan du cercle, sans quoi elle donnerait une composante perpendiculaire à ce plan, qui en détournerait le mobile. Supposons cette force décomposée à chaque instant en deux autres, l'une suivant le rayon, l'autre tangente à la circonférence. La première n'a pas d'effet pour modifier la vitesse, puisqu'elle est perpendiculaire à sa direction; c'est la force centripète, F, qui sert à maintenir le mobile sur la circonférence. L'autre fait varier la vitesse, on la nomme force *tangentielle;* elle a pour mesure (59) la masse du mobile multipliée par l'accélération que cette composante produirait si elle restait constante pendant l'unité de temps. La force centripète, et la force centrifuge qui lui est égale à chaque instant, sont toujours représentées par la formule $F = mv^2 : R$. Remarquons que la vitesse variant d'un instant à l'autre, la force centripète doit varier aussi, de manière à être toujours égale à la force centrifuge; sans cela, le mobile quitterait la circonférence.

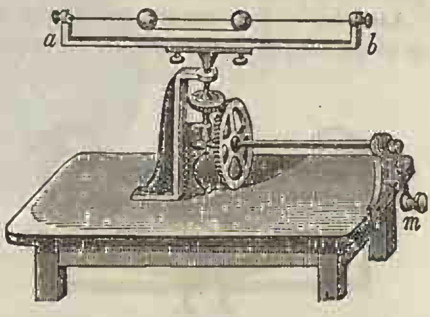


Fig. 50.

91. Cas d'une courbe quelconque. — La formule [1] s'applique au cas général où le mobile décrit une courbe quelconque; seulement, R représente alors le *rayon de courbure* de la courbe au point considéré[1]. En effet, le mobile peut être regardé comme parcourant l'arc commun à la courbe et à son cercle osculateur en ce point. La force centrifuge, toujours normale, variera d'intensité avec la vitesse et le rayon de courbure, et il faudra que la force qui agit sur le mobile ait une composante *centripète* qui soit égale à la force centrifuge à chaque instant. C'est Newton qui a ainsi généralisé la formule de la force centrifuge. Huyghens, qui l'avait établie dans le mouvement circulaire et auquel on doit aussi la découverte du cercle osculateur, n'avait pas fait ce dernier pas; ce qui est d'autant plus étonnant, comme le dit Dalembert, que les deux pas qu'il avait faits étaient beaucoup plus difficiles.

92. Expériences sur la force centrifuge. — Pour vérifier par expérience

[1] Le *rayon de courbure* en un point d'une courbe est le rayon d'une circonférence qui a deux éléments consécutifs communs avec la courbe en ce point. Le cercle compris dans cette circonférence se nomme *cercle osculateur;* il a même tangente et même normale que la courbe, à l'endroit du contact.

les lois de la force centrifuge, on emploie un appareil composé d'un arbre vertical (*fig.* 50), qu'on peut faire tourner sur lui-même au moyen d'un pignon, d'une roue dentée et d'une manivelle *m*. Un plateau qui termine l'arbre vertical soutient successivement différentes pièces, telles que *ab*, qu'on y fixe au moyen de vis. Sur la barre *ab* est tendue une baguette métallique qui traverse deux boules pouvant glisser librement d'une extrémité à l'autre.

Si les deux boules, de même masse, sont réunies par un fil et placées à égale distance de l'axe de rotation, elles conservent cette position pendant qu'on fait tourner l'appareil. Mais si l'une d'elles est plus éloignée de l'axe, elle entraîne l'autre de son côté. Si les deux boules, placées à égale distance de l'axe, ont des masses inégales, la plus lourde entraîne l'autre. Enfin, ces deux boules inégales restent en repos, si leurs distances à l'axe sont en raison inverse de leurs masses, ce qui vérifie que la force centrifuge est proportionnelle au rayon du cercle décrit, quand le temps de la rotation est le même.

Liquide. — Pour montrer les effets de la force centrifuge dans les liquides, on adapte sur l'arbre tournant de l'appareil (*fig.* 50) un système de deux ballons

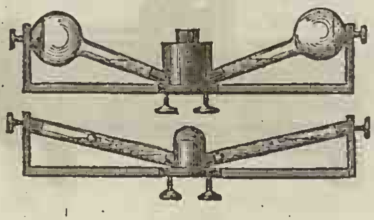


Fig. 51.

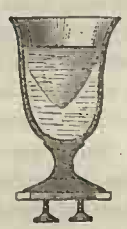


Fig. 52.

à long col (*fig.* 51) placés obliquement et communiquant avec un réservoir central rempli de liquide. Pendant la rotation, le liquide monte jusque dans les ballons, et redescend quand le mouvement s'arrête. C'est par une cause analogue que l'eau, à laquelle on imprime un mouvement de rotation dans un vase de révolution, se creuse en forme de *paraboloïde* d'autant plus profond que la rotation est plus rapide. On peut faire cette expérience au moyen du vase (*fig.* 52) qui s'adapte sur l'arbre de l'appareil (*fig.* 50).

La pièce B (*fig.* 51) porte deux tubes inclinés contenant de l'eau. Dans l'un, est une balle de métal, et dans l'autre, une balle de liége qui flotte sur l'eau. Pendant le mouvement, on voit la balle de liége se porter vers l'axe de rotation et s'appuyer sur la surface *inférieure* du liquide, qui s'est porté à l'extérieur, tandis que la balle de métal s'élance à l'extrémité la plus élevée du tube en traversant le liquide. Cette différence d'effets sur les deux balles tient à ce que, à volume égal, le métal a plus de masse que le liquide, et que le contraire a lieu pour le liége. — Si l'un des tubes renfermait différents liquides incapables d'agir chimiquement les uns sur les autres, on les verrait, pendant le mouvement, se placer dans un ordre tel que les plus denses soient les plus éloignés de l'axe.

93. Gaz. — La tendance centrifuge se manifeste dans les gaz comme dans les autres corps. Le jeu de l'éventail nous en offre un exemple familier : l'air est chassé des plis de ce petit instrument quand on l'agite en lui imprimant un mouvement de rotation autour du poignet, tandis que si l'on ne fait que le mouvoir parallèlement à lui-même l'air n'est pas projeté.

Le *ventilateur à force centrifuge*, imaginé par Desaguillers, est une application importante de la force centrifuge des gaz. Cet appareil consiste en un tambour TT (*fig.* 53), dans l'intérieur duquel tourne rapidement un axe *o* portant des ailes quadrangulaires dont les bords rasent les faces intérieures du tambour. L'air

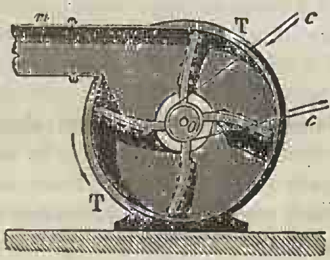


Fig. 53.

emprisonné entre ces ailes reçoit un mouvement de rotation, se presse sur le contour du tambour et parvient au canal *m*, dirigé tangentiellement, dans lequel il se précipite avec toute sa vitesse. De larges ouvertures ménagées au milieu des deux bases, permettent à l'air de se renouveler continuellement. — Le ventilateur est utilisé, dans l'agriculture, pour nettoyer le blé, et dans les forges, comme machine soufflante. On s'en sert encore pour ventiler ; par exemple dans les mines. L'air du lieu que l'on veut purifier est amené par des conduits, aux ouvertures pratiquées au milieu des bases du tambour.

Une disposition analogue a été imaginée pour élever l'eau dans la *pompe centrifuge* américaine : l'eau est conduite par des tuyaux, aux ouvertures latérales, et chassée par la force centrifuge dans un tuyau d'ascension muni, à son origine, d'une soupape s'ouvrant de bas en haut. La vitesse de rotation doit être d'autant plus grande que l'eau doit être poussée plus haut.

CHAPITRE II

PESANTEUR — GRAVITATION

..... C'est pourquoi la lune ne se meut point selon le mouvement de sa pesanteur, estant son inclination déboutée et empeschée par la violence de la révolution circulaire.

PLUTARQUE (trad. d'AMYOT).

§ 1. — GRAVITATION

94. Définition de la pesanteur. — Les corps, abandonnés à eux-mêmes, se précipitent vers la surface de la terre, on dit qu'ils tombent. La cause de ce phénomène se nomme *pesanteur* ou *gravité*.

La pesanteur est attribuée ordinairement à l'*attraction* du globe sur les corps, et elle n'est qu'un cas particulier d'un phénomène général, la tendance qu'ont les corps à se porter les uns vers les autres. Cette cause générale, dont nous allons d'abord nous occuper, a été découverte dans les corps célestes par Newton, qui en a défini les lois et lui a donné le nom de *gravitation* ou *pesanteur universelle*. Nous verrons, à la fin de ce chapitre (161), comment on peut en montrer l'existence dans les corps situés à la surface de la terre.

95. Lois de Kepler. — Pour définir la gravitation, Newton est parti des lois qui régissent les mouvements des planètes. Ces lois, connues sous le nom de *lois de Kepler*, s'énoncent ainsi :

1° *Les planètes décrivent des ellipses peu allongées, dont le soleil occupe l'un des foyers.*

2° *Les aires décrites par un rayon vecteur mené du centre du soleil au centre de la planète, sont proportionnelles au temps employé à les décrire.*

3° *Les carrés des temps des révolutions des diverses planètes sont proportionnels aux cubes des grands axes des orbites.*

Ces lois s'appliquent au mouvement des satellites; seulement, la troisième ne se rapporte qu'à ceux qui tournent autour de la même planète. Newton a remarqué que, pour que cette troisième loi s'appliquât à la lune et au soleil supposé en mouvement autour de la terre, il faudrait que le temps de la révolution du soleil fût de quatre cent soixante-quinze ans au lieu d'un an; tandis que si l'on suppose que la terre tourne autour du soleil, le temps de sa révolution comparé à celui des autres planètes est bien d'accord avec la loi; ce qui montre que c'est la terre qui tourne autour du soleil, et non le soleil autour de la terre.

Kepler fit ressortir ces belles lois, avec une sagacité admirable, du dépouillement d'une immense quantité d'observations, amassées pendant de longues années par Tycho-Brahé et par lui-même. Les calculs auxquels il dut se livrer remplissent sept cents pages in-folio. On ne disposait alors que de moyens imparfaits d'observation, et cela fut heureux en un sens, car les planètes, en agissant les unes sur les autres, altèrent mutuellement la régularité de leurs mouvements, et si Kepler eût eu à comparer des résultats plus précis, peut-être n'eût-il réussi à rien démêler au milieu de toutes ces perturbations. Transporté d'admiration à l'aspect de la majestueuse simplicité des lois qu'il venait de découvrir, il s'écrie dans un enthousiasme bien légitime : « Le sort en est jeté, j'écris mon livre ; il sera lu par l'âge présent ou par la postérité, peu importe ; il pourra attendre un siècle son lecteur : Dieu n'a-t-il pas attendu six mille ans un contemplateur de ses œuvres ![1] » Cependant, Kepler ne put remonter à la cause générale dont ces lois découlent ; il en donnait même des raisons qu'on est péniblement surpris de voir proposées par un aussi profond géomètre. C'est à Newton qu'il était réservé de trouver et de définir la cause dont Kepler avait si bien su comprendre les effets ; cette cause est la *gravitation*.

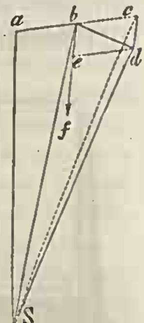


Fig. 54.

96. Lois de la gravitation. — La tendance des corps à se porter les uns vers les autres a fait dire qu'il y a *attraction* entre eux ; mais ce n'est là qu'une manière commode de s'exprimer, qu'il faut bien se garder de prendre à la lettre, comme nous le verrons plus loin (100). Voici les lois de la gravitation :

1° *Les corps s'attirent en raison composée des masses.*

2° *L'attraction varie en raison inverse des carrés des distances.*

Si donc on représente par φ l'attraction de l'unité de masse sur l'unité de masse à l'unité de distance, l'attraction mutuelle de deux masses m, m' à la distance d, sera $\frac{\varphi mm'}{d^2}$.

En partant de ces deux lois, on démontre par l'analyse mathématique, que :

3° *Une sphère composée de couches concentriques homogènes attire comme si toute sa masse était réunie à son centre.* De sorte qu'un point matériel qui obéirait à l'action d'une semblable sphère, prendrait une direction passant par son centre.

Pour établir les lois de la gravitation, Newton a commencé par déduire du principe des aires (95) que les planètes sont sollicitées par une force qui passe par le centre du soleil. Soit S (*fig.* 54) ce centre, et ab un élément infiniment petit décrit par la planète pendant un temps, θ, aussi infiniment petit. Abandonnée à elle-même, la planète continuerait à marcher en ligne droite et parcourrait, pendant le temps θ, l'espace bc égal à ab ; mais comme elle décrit une courbe, il faut qu'elle reçoive une impulsion qui, combinée avec la vitesse suivant bc, lui fasse parcourir un élément bd incliné par rapport à ab. Soit bf la direction de cette

[1] *Harmonia mundi*, lib. V, *prœmium*, t. V, p. 269.

impulsion, et be l'espace qu'elle ferait parcourir à la planète, si elle agissait seule pendant le temps θ ; bd sera la diagonale du parallélogramme construit sur bc et be. Or, d'après le principe des aires, les triangles abS et bdS sont équivalents ; abS étant aussi équivalent à bcS, puisque bc est égal à ab, on voit que bdS sera équivalent à bcS. Ces deux derniers triangles ont même base, bS ; il faut donc que leurs hauteurs soient égales, c'est-à-dire que cd soit parallèle à bS, et, par conséquent, que bf se confonde avec bS. La direction de la force qui sollicite la planète passe donc par le centre S du soleil ; c'est la *force centripète.*

Voici comment Newton est arrivé à la seconde loi de la gravitation. La force centripète étant égale à chaque instant à la force centrifuge, si l'on appelle a et a' les attractions exercées par le soleil sur l'unité de masse de deux planètes placées à des distances d et d', et si l'on suppose que les orbites elliptiques soient des circonférences, ce qui est peu éloigné de la vérité, on aura (89)

$$a = \frac{4\pi^2 d}{T^2}, \qquad a' = \frac{4\pi^2 d'}{T'^2}; \qquad \text{d'où} \quad \frac{a}{a'} = \frac{d}{d'}\,\frac{T'^2}{T^2},$$

T et T′ étant les durées des révolutions. D'après la dernière loi de Kepler, on a $T^2 : T'^2 = d^3 : d'^3$; relation qui, combinée avec la précédente, donne $a : a' = d'^2 : d^2$.

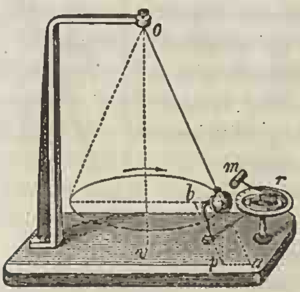


Fig. 55.

97. Action de la terre sur la lune. — Newton a vérifié cette dernière loi en comparant l'attraction de la terre à sa surface, à l'attraction qu'elle exerce sur la lune, qui se trouve à une distance moyenne du centre de la terre égale à environ 60 rayons terrestres, et qui tourne autour de ce centre en 27$^{\text{jours}}$,322, ou en 2 360 580 secondes, dans une orbite qui diffère peu d'une circonférence. L'attraction A de la terre sur chaque point de la lune sera égale à la force centrifuge, c'est-à-dire à $\frac{4\pi^2 \times 60R}{T^2} = \frac{2\pi \times 60}{T^2} 2\pi R$, T étant le temps de la révolution de la lune, R le rayon de la terre, ou 2πR la circonférence d'un méridien, égale à 40 000 000 mètres. En remplaçant R, T et 2πR par leur valeur, on trouve A $= 0^{\text{m}},00\,264$. Or, ce nombre est 3600 fois plus petit que le nombre $9^{\text{m}},8$, qui représente l'accélération due à la pesanteur à la surface de la terre (135) ; car, en multipliant 0,00264 par 3600, on trouve $9^{\text{m}},5$, et 3600 est le carré de 60. L'accord est donc aussi satisfaisant qu'on pouvait l'espérer, eu égard aux conditions d'approximation dans lesquelles le calcul a été fait. — Il résulte de là qu'un corps qui pèserait 3600 kil. à la surface de la terre, ne pèserait que 1 kil. à la distance où est la lune ; il parcourrait pendant la première seconde de sa chute $1^{\text{mm}},32$; tandis que, à la surface de la terre, un corps tombe en 1^{s} de $4^{\text{m}},9044$, comme nous le verrons plus loin (135).

98. On voit que si la lune ne tombe pas sur la terre, et les planètes sur le soleil, c'est qu'elles en sont empêchées par la force centrifuge résultant de leur mouvement de révolution autour de l'astre central. On peut donner une image de cette sorte d'équilibre entre les deux forces, par l'expérience suivante. Une boule *b* (*fig.* 55) suspendue à un fil, est maintenue dans une position oblique *ob*, par un support sur lequel elle ne fait que s'appuyer. On imprime à cette boule une impulsion latérale, au moyen d'un marteau à ressort *mr*. La boule décrit alors une courbe fermée, la force centrifuge l'empêchant de se rapprocher de la position d'équilibre *ov* en obéissant à la composante de son poids perpendiculaire à *ob*, composante qui représente la force centripète.

Si le mouvement ne se ralentissait pas, la projection, sur un plan horizontal, de la courbe décrite serait une ellipse dont le centre serait sur *ov*. Mais, comme la résistance de l'air atténue peu à peu la vitesse du mobile, la force centrifuge décroît, et le cordon se rapproche de la position *ov*, de manière que la composante efficace, qui diminue avec l'angle *mov*, lui soit toujours égale. Le centre de la boule décrit donc une sorte de spirale tracée sur une sphère ayant son centre en *o*.

99. Conséquences. — En partant des lois de la gravitation, on a pu donner l'explication vraie du phénomène des marées « ce tombeau de la curiosité humaine, » suivant l'expression d'un ancien, et montrer qu'il est produit par l'action de la lune et du soleil sur les eaux de la mer. Ces mêmes lois ont conduit à calculer les masses du soleil et des planètes, en prenant pour unité la masse de la terre. Cette application admirable avait surtout frappé l'imagination des contemporains de Newton, et sur son tombeau, à l'abbaye de Westminster, il est représenté une balance à la main, pesant des globes qui figurent les corps célestes.

On peut, par l'analyse mathématique, et en partant des lois de la gravitation, retrouver les lois de Kepler. On peut aussi, et c'est là l'objet principal de la *mécanique céleste*, calculer les perturbations provenant des actions mutuelles des planètes, et prédire ainsi, longtemps à l'avance, les positions des corps de notre système solaire. La concordance entre les résultats du calcul et ceux de l'observation, vient confirmer chaque jour l'exactitude des lois établies par Newton. La découverte, en 1846, de la planète *Neptune*, dont l'existence a été devinée par M. Leverrier, en cherchant, par l'analyse, la cause de certaines perturbations d'Uranus, a fourni une nouvelle et éclatante confirmation de ces grandes lois.

100. De l'origine de la gravitation. — Il nous reste à chercher ce qu'est en elle-même cette gravitation, dont les effets s'observent même aux distances immenses où sont les étoiles, car les deux astres qui forment une étoile double tournent l'une autour de l'autre en suivant les lois de Kepler, ce qui suppose celles de la gravitation.

Depuis Newton, on s'est laissé aller peu à peu à attribuer la gravitation à une *attraction*, à une faculté d'attirer dont serait douée la matière, et l'on s'est si bien habitué à cette idée, qu'elle a fini par sembler toute naturelle. Cependant, comment concevoir qu'une cause agisse sans intermédiaire, là où elle n'est pas, même à des distances immenses? Il faudrait alors renoncer à l'*inertie*, une des propriétés de la matière les mieux démontrées, et qui est confirmée par les observations de chaque jour. Newton a souvent employé le mot d'attraction, mais il a eu bien soin d'avertir, en plusieurs endroits de ses ouvrages, qu'il ne l'emploie que dans un sens mathématique pour exprimer un effet, sans prétendre en connaître la cause. Il traite même d'absurde « la supposition d'une gravité innée inhérente et essentielle à la matière, tellement qu'un corps puisse agir sur un autre à distance et au travers du vide sans aucun intermédiaire qui propage de l'un à l'autre leur force et leur action réciproque. » Il dit encore : «..... Ce que j'appelle *attraction* peut être produit par impulsion ou par d'autres moyens qui me sont inconnus. Je n'emploie ici ce terme que pour désigner une force, en vertu de laquelle les corps tendent réciproquement à s'approcher, quel qu'en soit le principe [1]..... »

Puisqu'il faut renoncer à l'attraction, comment expliquer la tendance des corps à se porter les uns vers les autres? tendance non modifiée par la présence des corps interposés, et, comme nous le verrons (110), indépendante de la substance des corps et ne dépendant que de leurs masses. Il faut avouer que la science ne possède à cet égard que des pressentiments. On entrevoit seulement que l'éther dans lequel se balancent les corps célestes joue encore ici le principal rôle. Le P. Secchi remarquant que, dans les phénomènes électriques, la rupture d'équilibre de l'éther produit des attractions, penche à attribuer la gravitation à la diffusion inégale de l'éther dans l'espace et autour des astres[2]. M. E. Saigey précise davantage, en invoquant l'ébranlement de l'éther par les molécules des corps pesants, ébranlement qui détruirait l'homogénéité du milieu éthéré[3]. Mais l'explication est très-vague et exigera encore bien des efforts pour être complétée. Ce qui est certain, c'est que, dans l'état actuel de la science, on ne peut plus admettre l'attraction comme attribut de la matière.

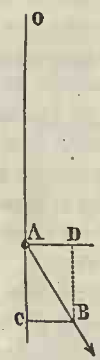


Fig. 56.

Cependant nous continuerons à nous servir de ce mot, mais comme le faisait Newton, en n'y voyant que l'expression d'un effet dont les lois sont parfaitement connues, mais dont la cause est encore très-obscure.

§ 2. — DIRECTION DE LA PESANTEUR. — CENTRE DE GRAVITÉ.

101. Direction de la pesanteur. — La pesanteur étant due à l'attraction apparente de la terre, dont la forme est à peu près sphérique, la direction suivant laquelle les corps tombent librement doit passer sensiblement par le centre du globe. Cette direction est donnée par le fil à plomb en équilibre. En effet, soit OA

[1] *Lettre à Bentley, et optique*, liv. III, question 31.
[2] *L'unité des forces physiques* (1874), p. 535.
[3] *La physique moderne* (1867), p. 145.

(*fig.* 56) un fil à plomb *en équilibre*, et supposons que la pesanteur ait une direction autre que AC; AB, par exemple. Cette force pourrait être décomposée en deux autres, l'une AC, détruite par la résistance du point O; l'autre AD, perpendiculaire à AC. L'effet de cette dernière composante serait de déplacer le fil à plomb; il ne serait donc pas en équilibre.

La direction du fil à plomb en équilibre se nomme *verticale*. On appelle plan *horizontal*, tout plan perpendiculaire à la verticale, et droite horizontale, toute droite située dans un plan horizontal.

La rotation de la terre ne change pas la direction de la chute d'un corps, parce que ce corps possède avant de tomber, la même vitesse que la terre. Il en est comme de la pierre qu'on laisse tomber du haut du mât d'un navire en marche, et qui tombe à son pied, en vertu de la composition des mouvements; ainsi que Gassendi en a fait l'expérience, pour réfuter une objection des adversaires du système de Copernic.

Cependant, quand un corps tombe de très-haut, il dévie vers l'Est, parce qu'il est, au point de départ, sur une circonférence décrite du centre de la terre, sensiblement plus grande qu'au point d'arrivée, où il parvient, par conséquent, avec une vitesse plus grande que celle qui existe en ce dernier point. Newton avait annoncé ce résultat, que des expériences faites par Guglielmini, Benzemberg et Reich ont ensuite confirmé. Pour 158m,5 de hauteur, le calcul indique que la déviation doit être de 27mm,6, et Reich a trouvé, dans les mines de Freyberg, 28mm,3.

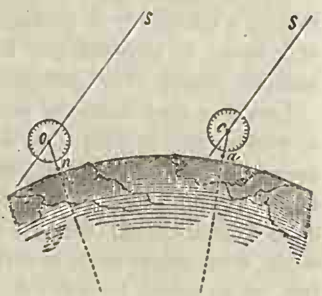


Fig. 57.

Trois fils à plomb suspendus dans le voisinage les uns des autres sont deux à deux dans un même plan. On peut s'en assurer en plaçant l'œil de manière à cacher chacun d'eux successivement au moyen des deux autres. Ces trois fils sont donc parallèles, ou se rencontrent en un même point. On reconnaît que c'est la dernière condition qui est remplie en mesurant les angles que font les directions de deux fils à plomb très-éloignés l'un de l'autre, *on*, *ca* (*fig.* 57), avec les rayons visuels, *os*, *cs* dirigés, au même instant, sur une même étoile, rayons qui sont parallèles, à cause de l'immense distance des étoiles à la terre. Les angles ainsi mesurés ne sont pas égaux, et il est facile de voir que leur différence est égale à l'angle que font entre eux les deux fils à plomb, qui se rencontrent sensiblement au centre de la terre[1].

[1] La terre n'étant pas rigoureusement sphérique, toutes les verticales ne se rencontrent pas exactement au même point. Il en résulte qu'il n'y a pas *d'antipodes réciproques*, si ce n'est aux pôles et à l'équateur; c'est-à-dire que la verticale d'un lieu, prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre la terre de l'autre côté du centre, ne coïncide pas avec la verticale de ce point de rencontre.

Le rayon du globe étant de 1500 lieues, on peut regarder deux verticales peu éloignées l'une de l'autre, comme parfaitement parallèles; l'angle qu'elles font entre elles n'est que de 1′, pour une distance de 1852^{m}, et de 1″ pour une distance de 31^{m}.

102. Poids, centre de gravité. — *Le poids d'un corps est la résultante ou la somme de toutes les forces égales dues à la pesanteur qui agissent sur chacun des points matériels qu'il renferme.* On se fait une idée du poids d'un corps par la pression qu'il exerce sur la main qui le soutient; et l'on dit quelquefois que *le poids d'un corps est l'effort qu'il faut faire pour le soutenir.* Le poids ne dépend pas de l'état du corps, il reste le même si on le pulvérise, si on le liquéfie, etc.

On appelle *centre de gravité* d'un corps, *le centre des forces parallèles, dues à la pesanteur, appliquées à tous les points matériels qu'il contient;* autrement dit, *le point d'application du poids.* D'après les propriétés du centre des forces parallèles (73), on voit que *le centre de gravité est un point tel que le corps reste en équilibre dans quelque position qu'on le place, en le faisant tourner autour de ce point supposé fixe.* On définit quelquefois le centre de gravité par cette propriété.

C'est Archimède qui a le premier considéré le centre de gravité; il a de plus cherché à déterminer sa position dans un grand nombre de solides, de surfaces et de lignes, en supposant tous les points de ces figures remplacés par des points matériels pesants. Voici quelques résultats :

Lorsqu'un corps *homogène* possède un centre de figure, son centre de gravité se confond avec ce point. Car, de part et d'autre d'une ligne droite quelconque, menée par le centre de figure, on trouve le même nombre de points, situés de la même manière, et soumis à des forces égales. Par exemple, le centre de gravité d'une ligne droite est au milieu de sa longueur; celui d'une circonférence, d'un cercle, d'une sphère ou de sa surface, d'une ellipse, d'un ellipsoïde ou de sa surface, est au centre. Le centre de gravité du périmètre ou de la surface d'un parallélogramme est au point de rencontre de ses diagonales. Celui d'un cylindre droit, au milieu de son axe; d'un prisme, au milieu de la droite qui joint les centres de gravité des deux bases, etc.

On démontre que : 1° le centre de gravité de la surface d'un triangle est sur la droite qui joint l'un des sommets au milieu du côté opposé, et au tiers de cette droite à partir du côté; ou, ce qui revient au même, au point de rencontre des trois médianes. 2° Le centre de gravité du périmètre d'un triangle se confond avec le centre du cercle inscrit au triangle formé en joignant les milieux des trois côtés. 3° Le centre de gravité du volume d'une pyramide ou d'un cône se trouve sur la droite qui joint le sommet au centre de gravité de la base, et au quart à partir de cette base.

La considération du centre de gravité est très-importante pour trouver les conditions d'équilibre des corps pesants gênés par quelques obstacles. Nous allons en donner plusieurs exemples.

103. Équilibre d'un corps suspendu par un point fixe. — Pour qu'un corps pesant suspendu librement par un point fixe o (*fig*. 58) soit en équilibre, il faut et il suffit que la droite oc qui passe par le point fixe et par le centre de gravité c soit verticale. En effet, au lieu de la pesanteur agissant sur tous les points du corps, considérons son poids P appliqué au centre de gravité; cette force est détruite par la résistance du point fixe, quand la droite oc est verticale. Si, au contraire, cette droite était dirigée suivant oc', la force P pourrait être décomposée en deux autres, l'une $c'r$, suivant le prolongement de oc' qui serait détruite, et l'autre perpendiculaire à cette droite et qui aurait pour effet de faire tourner le corps autour du point o.

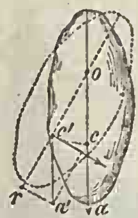


Fig. 58.

Quand le corps est suspendu par un *axe horizontal* il suffit, pour l'équilibre, que la verticale qui passe par le centre de gravité rencontre cet axe.

101. Équilibre stable et instable. — On distingue deux sortes d'équilibres : l'*équilibre stable*, qui est tel que, si l'on dérange *très-peu* le système de la position d'équilibre, il tend à y revenir sous l'influence des forces qui le sollicitent; et l'*équilibre instable* ou *instantané*, dans lequel le système, dérangé *très-peu* de la position d'équilibre, tend à s'en écarter davantage. Par exemple, un prisme posé sur une table par une de ses faces latérales est en équilibre *stable;* car, si on le soulève un peu en le faisant tourner autour d'une arête, il retombe sur cette face. Mais il est en équilibre *instable* quand il s'appuie sur une arête. L'équilibre instable ne peut être réalisé par l'expérience à moins de résistances, comme des frottements; car le plus petit ébranlement, et il y en a toujours, suffit pour le détruire. — Nous avons dit qu'il faut déplacer *très-peu* le système; autrement, il pourrait prendre une nouvelle position d'équilibre, et ne pas revenir à la première, quoiqu'elle fût stable. C'est ainsi que, si l'on déplaçait trop le prisme, il retomberait sur une autre face.

Quand un corps suspendu par un point est en équilibre, l'équilibre est *stable* si le centre de gravité se trouve plus bas que le point de suspension, comme cela résulte de l'inspection de la *fig*. 58. L'équilibre est *instable* dans le cas contraire (*fig*. 59). En effet, si l'on déplace un peu le corps, de manière que le centre de gravité vienne de c en c', on voit que la composante, du poids $c'b$, perpendiculaire à oc, tend à éloigner davantage le corps de la position d'équilibre.

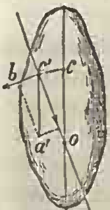


Fig. 59.

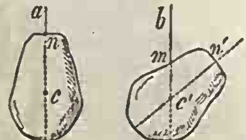


Fig. 60.

Si le centre de gravité se trouve au point, ou sur l'axe de suspension, l'équilibre a lieu dans toutes les positions du corps (99). On dit alors que l'*équilibre est indifférent*.

La condition d'équilibre d'un corps suspendu par un point, fournit un moyen théorique de déterminer le *centre de gravité* d'un corps, homogène ou non, et de forme quelconque : on suspend ce corps par un fil fixé en un point n de sa surface (*fig.* 60); quand il y a équilibre, le prolongement de ce fil dans le corps passe par le centre de gravité. On suspend ensuite le corps par un autre point m, et l'on a une seconde direction passant également par le centre de gravité; ces deux directions mc', $c'n'$ se rencontreront nécessairement, et leur point de rencontre c', sera le centre de gravité cherché.

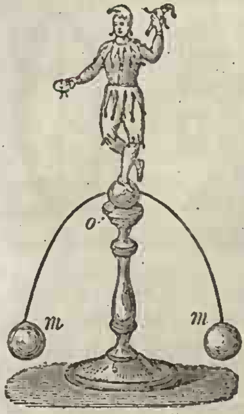


Fig. 61.

105. Corps appuyé par un point sur un plan horizontal. — Pour qu'un corps ainsi appuyé, soit en équilibre, il faut, et il suffit que le point d'appui se trouve sur la même verticale que le centre de gravité. Dans ce cas, l'équilibre est ordinairement *instable*, parce que ce dernier point est le plus souvent, au-dessus du plan, et, par conséquent, du point d'appui. Cependant si l'on dispose des masses m, m, comme dans la *fig.* 61, de manière à abaisser le centre de gravité au-dessous du point d'appui o, l'équilibre sera stable.

Quand le corps a une forme telle que le point de sa surface par lequel il s'appuie sur un plan horizontal, change quand on le dérange de sa position, l'équilibre (qui a toujours lieu quand la verticale du centre de gravité passe par le point d'appui) est *stable*, si le centre de gravité s'élève dans ces déplacements, et *instable* s'il s'abaisse. En effet, le centre de gravité tendant toujours à descendre, ramènera, dans le premier cas, le corps à la position d'équilibre, et l'en écartera dans le second. Le premier cas se présente quand la sphère décrite du centre de gravité G (*fig.* 62) avec un rayon égal à sa distance au point d'appui lors de l'équilibre, est en dedans de la surface du corps dans le voisinage de ce dernier point. L'équilibre est *instable*, au contraire, lorsque cette sphère enveloppe la surface du corps; et l'équilibre est indifférent quand la surface du corps coïncide avec la sphère.

Fig. 62.

On reconnaît ainsi qu'un ellipsoïde à trois axes, reposant sur un plan horizontal, est en équilibre quand il s'appuie par un de ses six sommets : l'équilibre est *stable* aux extrémités du petit axe, et *instable* aux extrémités du grand. Quand le solide s'appuie par une des extrémités de l'axe moyen, l'équilibre est *stable* pour les déplacements du centre de gravité dans le plan de la section principale qui contient le grand axe, et *instable* pour les déplacements dans la section qui contient le plus petit.

Ce qui précède s'applique au cas d'un corps s'appuyant par plusieurs points en ligne droite; seulement, dans ce cas, les déplacements du centre de gravité n'ont lieu que dans un plan perpendiculaire à la droite qui passe par tous ces points.

106. Base de sustentation. — Quand un corps repose sur un plan horizontal par trois ou un plus grand nombre de points non en ligne droite, on appelle *base de sustentation* la surface la plus grande qu'on puisse circonscrire sur le plan, en joignant les points d'appui les uns aux autres. Cela posé, pour que le corps soit en équilibre, *il faut et il suffit que la verticale qui passe par le centre de gravité rencontre le plan, dans l'intérieur de la base de sustentation.* Il est évident d'abord que cette condition suffit; car, lorsqu'elle est remplie, la force appliquée au centre de gravité ne fait que presser le corps contre le plan. En second lieu, l'équilibre ne peut avoir lieu si, le centre de gravité étant en G (*fig.* 63), la verticale Gp perce le plan horizontal en m, en dehors de la base de sustentation. En effet, on peut décomposer le poids Gp en deux forces, l'une dirigée suivant Ga passant par le point a de la base le plus rapproché du point m, et l'autre suivant Gb perpendiculaire à Ga. Cette dernière composante agit pour renverser le corps en le faisant tourner autour du point a. Quant à la première, elle peut elle-même se décomposer en deux forces, l'une verticale, an, détruite par la résistance du plan, l'autre suivant le prolongement ac, de ma, qui tend à faire glisser le corps pendant qu'il chavire, si le frottement ne s'y oppose pas. On voit aussi que l'équilibre, quand il a lieu, est toujours stable; car on ne peut alors éloigner le corps de sa position d'équilibre sans le soulever, et, par suite, sans élever son centre de gravité.

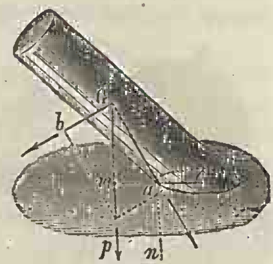


Fig. 63.

Il résulte de ce qui précède que, pour qu'un homme soit en équilibre sur ses pieds, il faut que la verticale du centre de gravité, qui se trouve vers le milieu du bassin, passe par la base de sustentation. Cette base est ici limitée par le contour extérieur des pieds et par deux lignes droites qui joindraient, l'une les deux talons, et l'autre les extrémités antérieures. On est plus stable sur les deux pieds, surtout quand ils sont écartés, que sur un seul; parce que, dans le premier cas, la base de sustentation étant plus grande, le centre de gravité, et, par suite, le corps peut être déplacé dans des limites plus étendues, sans sortir des conditions d'équilibre. — Quand on porte un fardeau, on se penche instinctivement du côté opposé à la charge, pour ramener au-dessus de la base de sustentation, le centre de gravité qui s'est rapproché de cette charge.

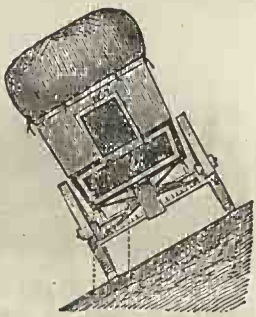


Fig. 64.

Ce que nous venons de dire s'applique au cas d'un corps posé sur un plan incliné, si l'on suppose que le frottement ou toute autre cause l'empêche de glisser. Ainsi, pour qu'une voiture qui penche sur un terrain incliné (*fig.* 64) ne verse pas, il faut que la verticale qui passe par le centre de gravité rencontre le sol entre les roues. On voit qu'il y a avantage, pour la stabilité, à tenir la charge le plus bas possible ; car si, dans le cas de la figure, le centre de gravité était au point c' au lieu d'être au point c, l'équilibre ne pourrait pas avoir lieu avec la même inclinaison latérale.

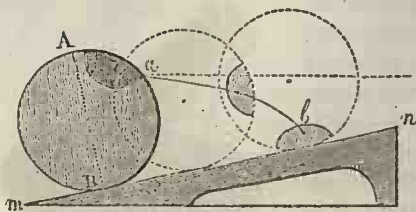


Fig. 65.

107. On peut énoncer d'une manière générale les conditions pour qu'un système pesant soit en équilibre stable ou en équilibre instantané. Il faut, pour l'équilibre stable, que la hauteur du centre de gravité soit un *minimum* par rapport aux positions voisines qu'il prend quand on dérange un peu le système de l'état d'équilibre, et un *maximum*, pour l'équilibre instable. Cela tient à ce que *le centre de gravité tend toujours à descendre.*

Cette tendance sert à expliquer certains résultats qui étonnent au premier abord ; AB (*fig.* 65) est un cylindre de bois qui remonte le plan incliné *mn*, parce que son centre de gravité, situé tout près du bord, à cause d'une masse de plomb qu'on y a incrustée, tend à descendre suivant la ligne *ab*. — La *fig.* 66 représente un *double cône* posé sur deux barres qui s'écartent en montant et sur lesquelles on le voit s'avancer du côté le plus élevé. Ce résultat provient de ce que les deux cônes s'appuient par des points de plus en plus éloignés de leur base commune, c'est-à-dire de plus en plus rapprochés de leur axe. Ce dernier, qui contient le centre de gravité, s'abaisse réellement si les barres font un angle suffisamment ouvert.

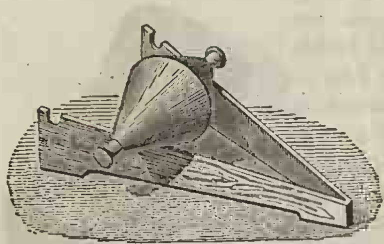


Fig. 66.

Dans tout ce que nous avons dit sur le centre de gravité, nous avons supposé tacitement que les corps ne se déforment pas en vertu de leur compressibilité, et, par conséquent, que le centre de gravité ne change pas de position dans leur intérieur.

108. Mouvements occasionnés par le déplacement du centre de gravité. — On peut, en déplaçant le centre de gravité d'un système mobile, produire divers mouvements curieux dont nous allons citer deux exemples.

Culbuteur chinois. — Le *culbuteur*, nommé aussi *sautriaut*, a été importé de Chine, vers 1770. Il consiste en un petit pantin articulé, représenté dépouillé de son costume, en D*m* (*fig.* 67), et qui descend des degrés en s'appuyant alternativement sur les pieds et sur les mains, qui sont d'une grande longueur. Le corps, représenté sur une plus grande échelle en RR′, se compose d'une pièce de bois léger OO′, surmontée de deux réservoirs R, R′ contenant un peu de mercure qui peut passer de l'un à l'autre par deux petits canaux. Les jambes et les bras sont fixés à des axes qui passent par les trous O,O′, situés près des bords opposés de la pièce de bois.

Supposons le pantin posé en D*a*; le mercure occupe le réservoir inférieur, et l'axe d'appui *o* étant sur le côté, le corps s'incline en D′*o*. En même temps, un fil de soie, *r*, attaché à une petite traverse réunissant les jambes en *a* et s'enroulant sur une poulie fixée au haut du bras, se tend par l'effet du déplacement de D vers D′, et fait tourner les bras, qui tombent en *b*′, où ils sont arrêtés par une cheville. Le centre de gravité étant ainsi porté vers la droite de l'axe *o*, le corps continue à décrire l'arc A et vient dans la position *mn*, en s'appuyant sur les mains en P. Les bras étant plus courts que les jambes, le mercure coule alors en *n*, son poids fait monter l'extrémité *m*, le système tournant autour de l'axe des bras, le fil *r*′ s'enroule sur la poulie, et les jambes renversées s'abattent vers la droite; le point *m* décrit alors l'arc A′, et le pantin tombe dans la position *nm*′, les pieds posés en T sur le second degré. Là, les mouvements se reproduisent comme en D*a*, le pantin retombe sur ses mains en P′, et ainsi de suite.

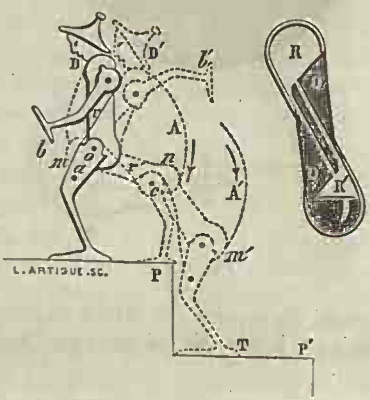


Fig. 67. — 1/3.

Horloge mystérieuse. — Cet appareil, imaginé par Lenormand, vers 1836, et notablement perfectionné par M. H. Robert qui l'a rendu pratique, consiste en un cadran en glace bien transparente, sur lequel des aiguilles marquent les heures, sans moteur apparent (*fig.* 68). Dans le contre-poids *n* de l'aiguille est logé un mouvement de montre qui fait parcourir régulièrement une circonférence à une masse de platine, de manière à déplacer peu à peu le centre de gravité de l'aiguille, et, par conséquent, à changer graduellement sa position d'équilibre. Supposons que l'aiguille soit équilibrée de manière à se placer horizontalement quand le centre de gravité particulier de la masse de platine est en A (*fig.* 68), et soit P le poids de cette masse, *p*, celui de l'aiguille, et *g*, son centre de gravité, abstraction faite de la masse de platine. Pour qu'il y ait équilibre dans la position horizontale de l'aiguille, il faut que le point d'application de la résultante des poids P et *p*, appliqués en A et en *g*, soit en *a* sur la verticale qui passe par l'axe de rotation o de l'aiguille, de manière que l'on ait $\frac{p}{P} = \frac{Aa}{ga} = \frac{Ho}{og}$ (69). Si maintenant le centre de gravité, de A vient en C, le point d'application de la résultante viendra en un point c tel que l'on ait $\frac{Cc}{cg} = \frac{p}{P} = \frac{Ho}{og} = \frac{Aa}{ga}$; HC est donc parallèle à oc, et comme HC $=$ HA, il faut que oc soit égal à oa. Le point c parcourt donc une circonférence ayant son centre en o, en suivant le mouvement du centre de gravité de la masse de platine, puisque oc est toujours parallèle à HC; et comme le point d'application c doit toujours être sur la verticale passant par l'axe o, l'aiguille tournera régulièrement, en marquant les minutes, si la masse de platine fait un tour en une heure.

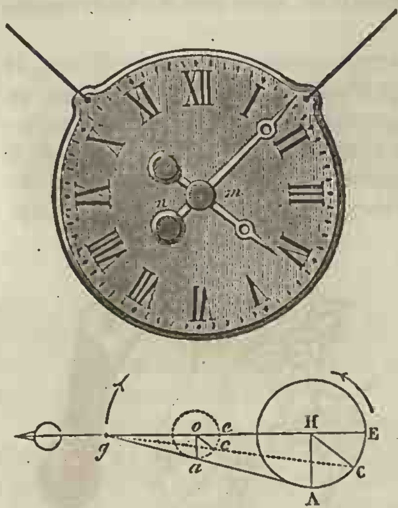


Fig. 68.

Quant à l'aiguille des heures, le mouvement lui est ordinairement imprimé par celle des minutes, au moyen d'une *minuterie* logée en m comme dans les horloges ordinaires. Si l'on déplace l'aiguille des minutes de sa position d'équilibre, elle y revient d'elle-même, le centre de gravité c de l'ensemble tendant toujours à revenir sur la verticale qui passe par l'axe de rotation.

§ 3. — LOIS DE LA CHUTE DES CORPS.

109. Première loi. — *La vitesse de la chute des corps de même matière est indépendante de leur masse.* Cette loi, établie par Moleto, prédécesseur de Galilée à Padoue, peut se démontrer par le raisonnement. En effet, supposons, avec Galilée, que les molécules d'un corps soient libres et indépendantes les unes des autres, ces molécules tomberont toutes avec la même vitesse, puisqu'elles sont identiques et soumises à des forces égales, et ne se sépareront pas. Nous pouvons donc, sans rien changer à l'état du mouvement, les supposer liées entre elles de manière à ne former qu'un seul corps. La vitesse de ce corps sera la même que celle d'une de ses molécules, et, par conséquent, indépendante de sa masse.

On se rend encore compte de ce résultat en remarquant que, si *la masse* d'un corps devenait double, triple, quadruple..... son poids, ou la force qui le fait tomber, deviendrait aussi double, triple, quadruple;..... la vitesse devrait donc rester la même, car on a P $= mv$ (60).

110. Seconde loi. — *La vitesse de la chute d'un corps ne dépend pas de la nature de ce corps.* Cette loi, une des plus importantes de la physique, et que l'expérience seule pouvait nous dévoiler, montre que la pesanteur agit avec la même intensité sur toutes les espèces de molécules. Admise dans l'antiquité par Lucrèce [1], formulée par Benedetti, de Venise, et démontrée par Galilée, elle s'énonce ordinairement en disant que *tous les corps sont également pesants.* Cependant nous voyons chaque jour des corps tomber avec des vitesses très-différentes; il est facile de prouver que cela provient de la résistance de l'air.

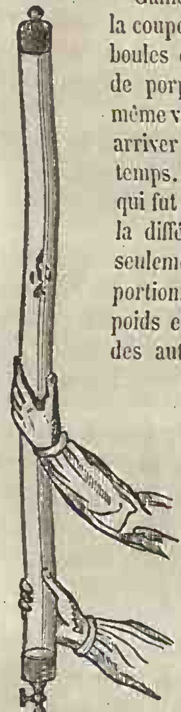


Fig. 70.

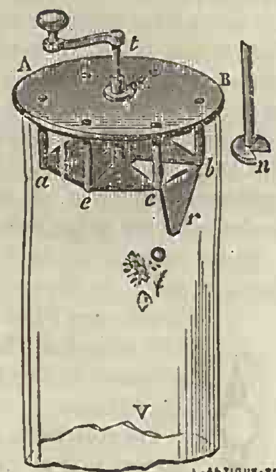


Fig. 69.

Galilée laissa tomber du haut de la coupole d'une église de Pise, des boules d'or, de plomb, de cuivre, de porphyre et de cire, ayant le même volume, et il vit tous ces corps arriver à terre presque en même temps. Il n'y eut que la boule de cire qui fut notablement en retard; mais la différence, de quelques pouces seulement, était bien loin d'être proportionnelle à la différence entre son poids et celui de la moins pesante des autres boules. Ces expériences contredisaient l'opinion d'Aristote, que la vitesse de la chute des corps était proportionnelle à leur poids; aussi, soulevèrent-elles les philosophes de Pise contre Galilée, qui fut obligé de s'enfuir à Padoue.

Des expériences semblables furent faites par Frenicle et Mariotte; et plus tard, par Desaguillers, qui opéra à Londres, en présence de Newton et de Halley, du haut du dôme de Saint-Paul.

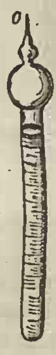
Tube de Newton. — Après l'invention de la machine pneumatique, Newton eut l'idée d'opérer dans le vide. On a imaginé différents appareils pour répéter l'expérience; la figure 69 représente un des plus commodes. V est un gros tube de verre (celui qu'employait Newton avait plus de 3 mètres de longueur), dont l'ouverture inférieure bien dressée s'applique sur la platine de la machine pneumatique, tandis

[1] *Omnia quapropter debent per inane quietum*
Æque, ponderibus non æquis, concita ferri.
T. Lucretii, *de rerum naturâ* (lib. 2, v. 238).

que l'ouverture supérieure est fermée hermétiquement par un plateau AB, garni de cuir en dessous. Ce plateau supporte, par de petites colonnes, des plaques triangulaires, mobiles autour de charnières *ac, ec, cb,*..... et dont les sommets réunis sur l'axe du tube, sont soutenus par un petit disque fixé à la tige *t* qui traverse le plateau AB par une boîte à cuirs. Ce disque, figuré à part en *n* est muni d'une échancrure qui peut être amenée, en faisant tourner la tige *t* sur elle-même, sous le sommet d'une des plaques triangulaires, qui s'abat alors dans la position *r*, en laissant tomber divers corps, duvet, plomb, liége,... etc., qu'on avait disposés sur cette plaque avant de mettre le plateau AB sur le tube. On voit ces divers corps arriver au même instant au bas du tube, quand on a eu soin d'y faire le vide. Si l'on fait rentrer un peu d'air, et qu'on fasse tomber les corps placés sur une autre plaque triangulaire, on voit les corps les plus légers rester un peu en retard, et d'autant plus qu'on a laissé rentrer plus d'air.

On fait aussi cette expérience, mais dans de moins bonnes conditions, au moyen d'un simple tube à robinet (*fig.* 70) dans lequel on fait le vide, et qu'on retourne rapidement bout à bout. On voit les corps très-différents que renferme ce tube, tomber et arriver en bas au même instant.

On fait encore l'expérience suivante, due à Benedict Prévost. On place, sur un disque de métal, un morceau de papier qui n'en dépasse pas les bords, ou bien divers corps légers. On laisse ensuite tomber le tout dans une position bien horizontale. Tous les corps arrivent à terre au même instant, la résistance de l'air ne se faisant pas sentir sur les corps légers placés sur le disque.



F. 71. 1/10.

Les expériences qui précèdent laissent à désirer, à cause de la faible hauteur dont on y dispose. Le principe qu'elles ont pour objet de démontrer est d'une trop grande portée, comme nous l'avons indiqué précédemment (100), pour qu'on n'ait pas cherché à le démontrer d'une manière plus satisfaisante. Nous verrons plus loin (132) comment on peut, au moyen du *pendule*, en donner la preuve expérimentale, avec une précision presque illimitée.

111. Pour expliquer pourquoi la résistance de l'air n'agit pas également sur tous les corps, même lorsqu'ils ont même forme et même volume, remarquons que cette résistance ne se fait sentir que sur la surface. Mais, dans le cas des corps les plus lourds, elle se répartit sur une plus grande masse, et, par conséquent, diminue moins la vitesse de chaque point matériel, que s'ils étaient moins nombreux.

Si un même corps présentait à l'air une surface différente dans deux expériences consécutives, le temps de la chute ne serait pas le même. C'est ainsi qu'une feuille de papier, une feuille d'or tombent lentement dans l'air, tandis que, si on les roule en boule en les comprimant, la chute est beaucoup plus rapide. Une masse d'eau se divise en tombant, par la résistance de l'air, qui dès lors devient très-grande; sans cela elle tomberait comme un bloc de glace. C'est ce que montre l'expérience du *marteau d'eau*. On nomme ainsi un tube (*fig.* 71), fermé à ses deux extrémités, renfermant de l'eau, et dont on a chassé tout l'air [1]. Si l'on retourne brusquement ce tube, ou bien si on lui imprime des secousses dans le sens vertical, l'eau, en retombant sur l'extrémité inférieure, produit un bruit sec comme ferait un corps solide.

112. Troisième loi. — *La vitesse acquise par un corps qui tombe librement en partant de l'état de repos est proportionnelle au temps.*

Quatrième loi. — *Les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir.* Pour constater ces deux lois, qui sont celles du mouvement uniformément accéléré (44), il est nécessaire de ralentir la vitesse de la chute, sans toutefois modifier les lois du phénomène. Galilée, auquel nous devons la découverte de ces lois, employait, pour cela, un plan incliné, sur lequel il faisait rouler un corps *o* (*fig.* 72), qui pouvait être considéré comme soumis à une seule force, son poids, *o*P, appliqué à son centre de gravité. A la place de cette force, on peut considérer ses deux composantes rectangulaires *op*, *oq*, dont la première, parallèle au plan incliné, agit seule pour le faire descendre, et a pour valeur $\overline{op} = \mathrm{P} \sin \alpha$; P étant le poids du corps. Le mobile descendra donc moins rapidement que s'il tombait librement, et les lois ne seront pas modifiées, puisque, pendant toute la durée du mouvement, la composante *op* restera la même et dans un rapport constant avec la force P. Les frottements rendent cette méthode défectueuse, quoiqu'on l'ait beaucoup perfectionnée. Aujourd'hui, on emploie une machine très-précise, due au physicien anglais Atwood.

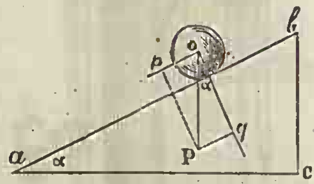


Fig. 72.

113. Machine d'Atwood. — Cet appareil consiste en une poulie très-mobile et très légère *a* (*fig.* 73), dont la gorge reçoit un fil de soie qui soutient deux masses égales *m* et *m'*. Une règle *m*B divisée en millimètres, placée verticalement le long du chemin que doit parcourir la masse *m*, reçoit des curseurs A et B qui peuvent être fixés à différentes hauteurs, au moyen de vis de pression. Ces curseurs portent des plaques horizontales, dont une, A, est percée de manière à laisser passer la masse *m*. Une horloge à balancier H marque les secondes. Pour rendre la poulie *a* très-mobile, on appuie l'arbre qui la traverse sur les jantes croisées deux à deux de quatre roues égales *b*; *b*, représentées à part (*fig.* 74). L'arbre de la poulie, roulant au lieu de glisser sur le contour de ces roues, en les faisant tourner lentement, le frottement est insensible. Cette disposition est attribuée à Sully.

Si l'on pose un poids additionnel, *p*, sur la masse *m*, elle descend en faisant monter la masse *m'*; mais le mouvement est beaucoup plus lent que si le poids *p*

[1] Pour chasser l'air du tube, avant de fermer l'extrémité effilée *o*, on y fait bouillir l'eau; la vapeur sort, en entraînant l'air, par la pointe *o*, que l'on ferme en la fondant au chalumeau. La vapeur se condense ensuite par le refroidissement, et le tube ne contient que de l'eau, et une quantité insignifiante de vapeur.

tombait librement; car ce poids doit entraîner, avec sa propre masse, les masses m et m'. De plus, *les lois de la chute ne seront pas altérées;* car, si la somme des masses entraînées par le poids p est égale à 10 fois sa masse, le mouvement sera le même que si, la masse entraînée étant seulement celle du poids p, la force de la pesanteur était 10 fois moindre. — En outre, si l'on change les masses m, m', on trouve toujours les mêmes lois; d'où l'on conclut, par induction, que ces lois seraient encore les mêmes, si les masses m, m' étaient nulles, c'est-à-dire si le corps p tombait librement.

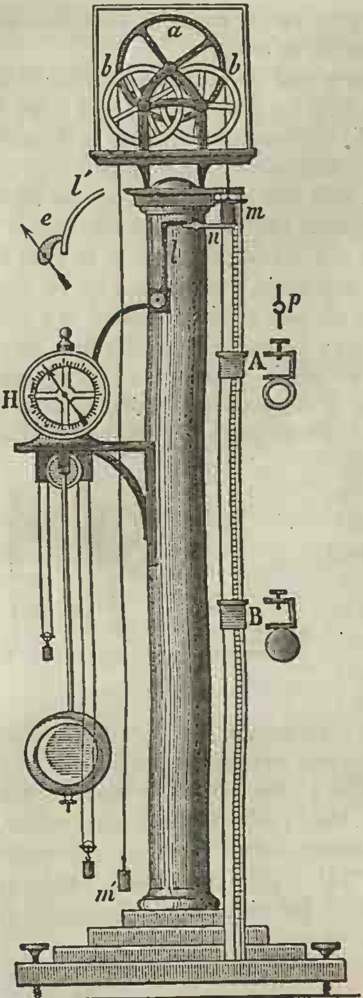


Fig. 73. — $^1/_{20}$.

Voici, du reste, comment on peut le démontrer directement : soit g la vitesse acquise au bout d'une seconde par le poids p tombant librement, et g' celle qui l'anime au bout du même temps, quand il est lié au système des masses m, m'. Dans les deux cas, les quantités de mouvement doivent être les mêmes, puisqu'elles servent de mesure à une même force, qui est le poids p. On aura donc, en représentant par μ la masse du poids p, $g\mu = g'(\mu + 2m)$,

d'où l'on tire $\quad g = g'\dfrac{\mu + 2m}{\mu}$.

Si donc on prouve que les vitesses et les espaces parcourus observés dans la machine d'Atwood satisfont aux formules $V = g't$, $e = \frac{1}{2}g't^2$, les lois exprimées par ces formules seront tout aussi vraies quand le corps tombera librement, puisqu'il suffit, pour passer de g' à g, de multiplier g' par la quantité constante $(\mu + 2m) : \mu$.

1° Pour vérifier que *les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps*, on place la masse m, chargée du poids additionnel p, au zéro de l'échelle verticale, et on la laisse descendre au moment où le balancier de l'horloge fait entendre un battement qui indique le commencement exact d'une seconde. Pour rendre la coïncidence aussi précise que possible, la masse m est soutenue par un petit plateau n pouvant trébucher autour d'un axe horizontal. Ce plateau est retenu par un crochet qui termine à sa partie supérieure le levier coudé l. Un excentrique adapté à l'axe de l'aiguille des secondes de l'horloge, et figuré à part en e, presse le levier et dégage le plateau n, au moment d'un battement du balancier. Ce plateau tombe aussitôt en vertu de son poids, et la masse, m, se met en mouvement.

On cherche ensuite, par des essais successifs, à quel endroit il faut placer le curseur B pour que le choc de la masse m sur la plaque qu'il porte coïncide avec le second battement. La distance du curseur au zéro de l'échelle donne alors l'espace parcouru pendant une seconde. On recommence l'expérience en plaçant le curseur B à une distance quadruple, et l'on trouve que le choc de la masse m coïncide avec le troisième battement, ce qui montre que l'espace parcouru en 2^s est quadruple de celui qui est parcouru en 1^s. Si le curseur est placé à une distance neuf fois plus grande, le nouvel espace est parcouru en 3^s, et ainsi de suite.

2° Pour vérifier que *les vitesses sont proportionnelles au temps*, on place d'abord le curseur A à plaque percée, au point où arrive la masse m après une *seconde* de chute, et le curseur B à une distance du curseur A égale au double de celle qui sépare ce dernier du zéro de l'échelle. Laissant ensuite partir le système au moment d'un battement, on entend le poids additionnel, p, frapper, au moment du second battement, l'anneau qui l'arrête à cause de sa forme allongée. A partir de cet instant, le mouvement n'a plus lieu qu'en vertu de la vitesse acquise, il est uniforme, et l'espace parcouru en 1^s mesure la vitesse du système au moment où le poids p a été arrêté (43). On trouve que le troisième battement coïncide avec le choc de la masse m sur le curseur B. La distance des deux curseurs donne donc la vitesse acquise au bout d'une seconde. Si l'on fait une nouvelle expérience en laissant tomber le système pendant 2^s avant d'enlever le poids additionnel, on trouve que l'espace parcouru *pendant une seconde*, à partir de ce moment, est double de la vitesse qu'on avait obtenue dans l'expérience précédente, et ainsi de suite.

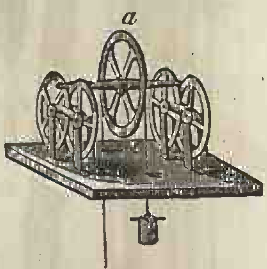


Fig. 74.

On peut vérifier aussi que l'*espace parcouru pendant le temps t, en vertu de la vitesse acquise, est double de l'espace parcouru pendant le même temps pour acquérir cette vitesse*, c'est-à-dire de l'espace parcouru avant la suppression du poids additionnel (45).

114. Machine à indications continues. — Les lois de la chute des corps peuvent aussi se trouver au moyen d'une machine, construite par M. Morin[1], et dont la première idée est due à Poncelet. La *fig.* 75 représente une des formes les plus simples qu'on donne à cet appareil : cc' est un cylindre vertical sur lequel est appliquée une feuille de papier. Un poids P imprime un mouvement rapide

[1] *Notions fondamentales de mécanique*, par A. Morin, p. 86.

autour de son axe, à ce cylindre, par l'intermédiaire d'une roue dentée, qui agit sur la vis sans fin v adaptée à l'axe du cylindre. Un volant à ailettes S, mis en mouvement par la même roue dentée et la vis sans fin u, sert à rendre le mouvement uniforme. m est une masse de fonte, munie d'un crayon horizontal Ko, et guidée dans sa chute par deux fils métalliques f tendus verticalement, et qui la tiennent à une distance constante du cylindre cc'. Cette masse est d'abord retenue par le levier à mentonnet l, représenté à part en l'. Ce levier est terminé par une fourchette, g, qui retient la pointe du crayon éloignée du cylindre c, pointe qui est poussée par un ressort contre ce cylindre, dès que le levier l' abandonne la masse m à elle-même.

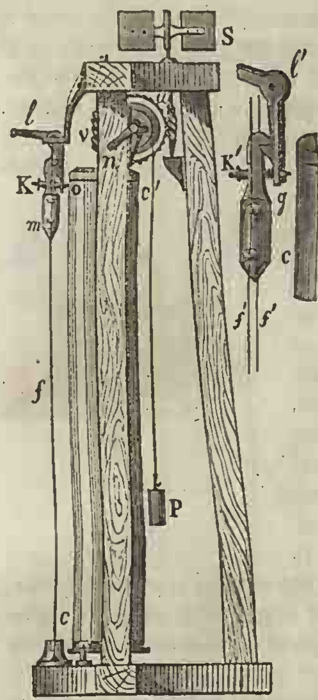


Fig. 75. — 1/24.

Pour faire l'expérience, après avoir monté le poids P, au moyen de la manivelle n, on laisse tourner le cylindre cc' jusqu'à ce que le mouvement soit devenu uniforme. Alors on appuie sur le levier l, la masse m tombe et est reçue dans une cuvette c à laquelle sont fixés les fils tendus f, f' f'. Pendant la chute, le crayon trace sur le cylindre tournant une courbe continue. — En examinant cette courbe, après avoir étendu la feuille de papier dans un plan (*fig.* 76), on reconnaît que *les carrés des distances de ses différents points à l'arête* Oc *qui passe par le point de départ* O *du crayon, sont entre elles comme les distances de ces mêmes points à la circonférence développée suivant* Oy, relation qui convient à une *parabole* ayant O pour sommet et Oc pour axe. Or, les distances verticales représentent les espaces parcourus, et les distances horizontales, les temps écoulés, le cylindre tournant uniformément. Donc, *les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps.* On en conclut que *les vitesses sont proportionnelles aux temps* (45).

Vitesse. — On peut aussi, au moyen de la courbe Omt (*fig.* 76), vérifier directement la loi des vitesses. En effet, soit ab un espace infiniment petit parcouru pendant le temps NP ou mp aussi infiniment petit. La vitesse, au bout du temps mb sera $ab : pm$ (43), ou $np : pm = \text{tang}\, nmp = \text{tang}\, m\text{A}y = n\text{P} : \text{AP}$. Or, mn étant infiniment petit, Am n'est autre chose que la tangente à la parabole au point n. Il suffit donc, pour obtenir la vitesse, de construire la tangente en n, de mesurer la distance $n\text{P} = \text{O}a$, et de prendre le rapport $n\text{P} : \text{AP}$, ou celui de $2\overline{oa}$ à $\overline{n\gamma}$, car oa est la moitié de la sous-tangente.

115. Conséquences des lois de la pesanteur. — Le mouvement d'un corps qui tombe librement suivant la verticale étant un mouvement uniformément accéléré, on voit que *la pesanteur est une force accélératrice constante* (56). Il résulte de là que, si l'on représente par g l'intensité de la pesanteur, c'est-à-dire l'*accélération qu'elle produit en une seconde*, un corps qui tomberait librement en partant de l'état de repos, aurait, au bout du temps t, parcouru un espace, h, et acquis une vitesse, v, donnée (44) par les formules

$$[\alpha] \quad h = \tfrac{1}{2} g t^2, \qquad [\beta] \quad v = gt, \qquad [\gamma] \quad v = \sqrt{2gh}.$$

Si le corps était animé d'avance d'une vitesse u, les formules seraient

$$[a] \quad h = ut \pm \tfrac{1}{2} g t^2, \qquad [b] \quad v = u \pm gt, \qquad [c] \quad v = \sqrt{u^2 \pm 2gh}.$$

Le signe (+) correspond au cas où le corps est lancé de haut en bas, et le signe (—), au cas où il est lancé verticalement de bas en haut.

Dans ce dernier cas, on peut se demander à quelle hauteur le corps parviendra. Or, la vitesse devient nulle au moment où le mobile arrive au point le plus haut, on a donc, pour ce point, $v = \sqrt{u^2 - 2gh} = 0$; d'où $h = u^2 : 2g$; la hauteur à laquelle parvient le corps est donc proportionnelle au carré de la vitesse initiale. Le temps employé à arriver au point le plus haut sera donné par la formule [b], en y faisant $v = 0$. On en tire alors $t = u : g$. A partir de ce moment, le mobile redescendra sous l'influence de la pesanteur, et les circonstances de son mouvement seront données par les formules [α], [β], [γ]. Le temps qu'il emploiera pour revenir au point de départ, c'est-à-dire pour descendre de la hauteur $h = u^2 : 2g$, est $u : g$ donné par la formule [α]; il est donc égal au temps employé pour s'élever à cette même hauteur. La vitesse acquise en revenant au point de départ, est donnée par la formule [β], en y faisant $t = u : g$; ou par la formule [γ], en y faisant $h = u^2 : 2g$. On retrouve ainsi la vitesse u avec laquelle le corps avait été lancé de bas en haut [1].

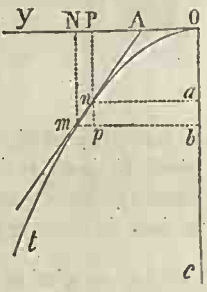


Fig. 76.

116. Corps lancé obliquement. — Considérons un corps ou projectile lancé obliquement suivant la direction Ab' (*fig.* 77). Supposons que la pesanteur agisse sur le mobile par intermittences à des intervalles de temps infiniment petits θ. Le centre de gravité du mobile parcourra au premier instant, pendant le temps θ, un espace infiniment petit Ab; puis, la pesanteur ajoutant son action à

[1] On pourrait tirer parti de ce résultat pour évaluer g; il faudrait, pour cela, lancer un boulet verticalement de bas en haut, avec une vitesse initiale connue u, et mesurer le temps qu'il mettrait à s'élever et à revenir au point de départ. La moitié de ce temps serait égale à $u : g$. Mais la résistance de l'air et la difficulté d'évaluer u et t avec précision, rendent ce procédé peu précis.

la vitesse, v, le centre de gravité prendra la direction de la diagonale bc du parallélogramme construit sur les longueurs bb' et $b\alpha$, qui représentent les espaces parcourus, pendant le temps θ, sous l'influence de la vitesse v et de la pesanteur. Quand le mobile sera parvenu en c, il prendra, de même, la nouvelle direction cd, la pesanteur agissant suivant la verticale $c\beta$, et ainsi de suite ; de manière que le projectile viendra couper le plan horizontal qui passe sur le point de départ, après avoir décrit un polygone infinitésimal, c'est-à-dire une courbe, que l'on nomme la *trajectoire* du mobile.

Cette trajectoire, *abstraction faite de la résistance de l'air*, est une parabole dont l'axe est vertical. En effet, prenons pour axes la droite horizontale Ax (*fig.* 77) et la verticale Ay, et désignons par ω l'angle que fait la direction de la vitesse initiale v avec Ax. Décomposons cette vitesse, en deux autres, l'une horizontale, égale à $v \cos \omega$, et l'autre verticale, égale à $v \sin \omega$. La première ne sera pas modifiée par la pesanteur ; la seconde, au contraire, sera continuellement diminuée et deviendra, au bout du temps t, égale à $v \sin \omega - gt$. Les espaces parcourus sous l'influence de ces deux vitesses séparément seront donc, au bout du même temps.

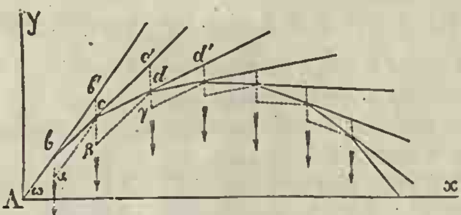


Fig. 77.

$$x = tv \cos \omega \qquad \text{et} \qquad y = tv \sin \omega - \tfrac{1}{2} gt^2,$$

qui représentent précisément les coordonnées du centre de gravité du mobile au bout du temps t. Éliminant t, il vient

$$y = x \operatorname{tang} \omega - \frac{g}{2v^2 \cos^2\omega} x^2, \qquad [1]$$

équation d'une parabole dont l'axe est vertical.

Si l'on veut connaître le point où le projectile rencontre l'horizontale Ax, il faut faire $y = 0$ dans cette équation, ce qui donne

$$x = 0, \qquad \text{et} \qquad x = \frac{2v^2}{g} \cos \omega \sin \omega = \frac{v^2}{g} \sin 2\omega. \qquad [2]$$

Cette dernière valeur de x est l'*amplitude* du jet. Elle est proportionnelle au *sinus* du double de l'angle ω, et atteint son maximum pour $\omega = 45°$.

Si l'on veut connaître à quelle hauteur parviendra le mobile, il faut chercher la valeur de y pour laquelle la composante verticale de la vitesse est nulle. Égalant à zéro cette composante, on a $v \sin \omega - gt = 0$; d'où $t = \frac{v}{g} \sin \omega$. En portant cette valeur dans celles de x et de y, on trouve

$$x = \frac{v^2}{g} \cos \omega \sin \omega , \qquad y = \frac{v^2}{2g} \sin^2 \omega ,$$

pour les coordonnées du point le plus haut de la trajectoire. On voit que la valeur de x est égale à la moitié de l'amplitude [2].

On peut demander quelle doit être la direction du tir pour que le projectile passe par un point donné. Il faut alors que l'équation [1] soit satisfaite par les coordonnées x' et y' de ce point. On aura donc l'équation de condition

$$y' = x \operatorname{tang} \omega - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \omega} x'^2 , \quad \text{d'où} \quad \operatorname{tang} \omega = \frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - g^2x'^2 - 2v^2 gy'}}{gx'} .$$

On voit qu'il y a deux solutions, pourvu que la quantité sous le radical soit positive. Le signe (+) correspond à la trajectoire dont le sommet est le plus élevé, c'est la parabole pour *écraser*; et le signe (—), à la parabole pour *abattre*. Si la quantité sous le radical est négative, il n'y a point de solution.

Si l'on a $v^4 - g^2x'^2 - 2v^2gy' = 0$, il n'y en a plus qu'une. Or, cette équation représente une parabole dont l'axe est vertical, et dont le sommet, situé sur l'axe des y, a pour ordonnée $v^2 : 2g$. On la nomme *parabole de sûreté*. Un point quelconque pris en dehors de cette courbe ne peut être atteint par le projectile, dans quelque direction qu'il soit lancé avec la vitesse v; car pour un tel point, la quantité sous le radical serait négative.

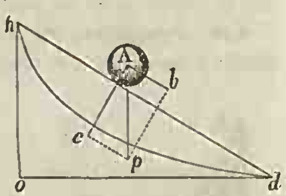


Fig. 78.

Dans l'air, la trajectoire ne serait plus une parabole et ne serait pas symétrique par rapport à la verticale qui passe par le point le plus haut.

Avant Galilée, on n'avait que des idées fausses sur la forme de la trajectoire des projectiles. Tartaléa, au quinzième siècle, admettait qu'un corps lancé obliquement parcourait une ligne droite, puis un arc de cercle tangent à cette droite, et enfin une verticale. Avant lui, on admettait une droite oblique suivie brusquement d'une verticale. Galilée et Torricelli ont démontré que la trajectoire dans le vide est une parabole. Torricelli a prouvé de plus que les paraboles décrites par plusieurs projectiles lancés avec la même vitesse dans le même plan vertical, suivant différentes directions, sont toutes tangentes à une même parabole enveloppante, dite de sûreté, $y = \frac{v^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v^2}$, ayant son axe dirigé suivant Ay (*fig.* 77), son foyer en A, et son sommet à la hauteur $v^2 : 2g$ qu'atteindrait un corps lancé verticalement de bas en haut (115), avec la vitesse initiale v.

117. On doit encore à Galilée le résultat suivant, dont nous aurons à faire usage plus tard : *Quand un mobile* A (*fig.* 78), *partant d'un point h, descend* *le long d'un plan incliné hd, sa vitesse, en arrivant au point le plus bas, d, est la même que s'il était descendu verticalement de la même hauteur ho.* En effet, la vitesse en arrivant en d (115) est $v = \sqrt{2\mathrm{A}b \times hd}$, A$b$ étant la composante du poids qui fait descendre ce corps. Or, les triangles semblables hod, Abp donnent,

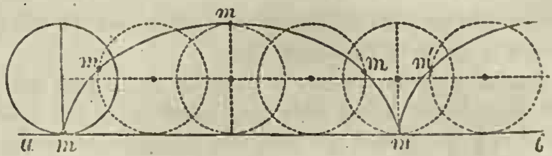


Fig. 79.

pour la valeur de cette composante, $\mathrm{A}b = \mathrm{A}p \times ho : hd$. Substituant, il vient $v = \sqrt{2\mathrm{A}p \times ho}$, qui représente la vitesse acquise par le corps en tombant verticalement de la hauteur ho.

Ce résultat n'est qu'un cas particulier du principe suivant : tous les mobiles partis des différents points d'un plan horizontal, avec des vitesses initiales égales, arrivent au niveau d'un second plan horizontal avec des vitesses égales, quelle que soit la courbe qu'ils ont parcourue.

118. Propriétés de la cycloïde. — La cycloïde est une courbe plane engendrée par un point m d'une circonférence (*fig.* 79) qui roule sur une droite ab sans glisser et en restant toujours dans le même plan. Chaque tour engendre une branche de courbe mmm. La longueur mm se nomme la base de la cycloïde. Cette courbe jouit, relativement à la pesanteur, de propriétés remarquables.

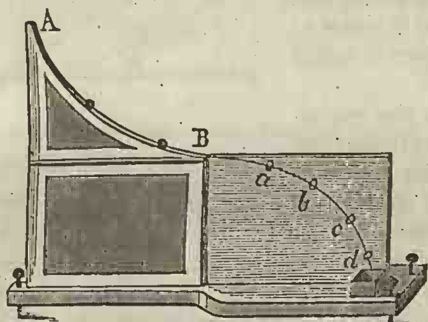


Fig. 80.

Brachystochrone. — On nomme *brachystochrone*, ou *courbe de plus vite descente*, la courbe que doit parcourir un mobile pour descendre d'un point h (*fig.* 78) à un point d, dans le temps le plus court. J. Bernouilli a démontré que, dans le vide, cette courbe est une cycloïde à base horizontale passant par le point h, et dont le point d se projette sur le milieu de la base. On pourrait penser, au premier abord, que la brachystochrone doit être la ligne droite hd; mais remarquons que, dans la cycloïde, la pente étant très-grande près du point de départ, la vitesse prend immédiatement une grande valeur, qui s'ajoute, pendant toute la durée du mouvement, aux accroissements moindres qui se produisent ensuite.

Tautochrone. — Huyghens a prouvé que la cycloïde est aussi une courbe *tautochrone;* c'est-à-dire qu'un mobile emploie pour arriver au point le plus bas de la courbe, dont la base est horizontale, un temps qui reste le même, quel que soit le point de départ sur cette courbe. On vérifie cette propriété de la cycloïde, au moyen de l'appareil de Sgravesande (*fig.* 80). AB est une pièce de bois taillée en forme de cycloïde et creusée en gouttière à sa partie supérieure. On y laisse partir, au même instant, des balles placées à différentes hauteurs, et elles viennent frapper simultanément un obstacle placé en B. En *a, b, c, d* sont des anneaux disposés de manière que leurs centres soient sur la parabole que décrit une balle, quand elle s'échappe horizontalement de la cycloïde; on voit la balle traverser successivement ces anneaux; ce qui vérifie grossièrement le mouvement parabolique des projectiles, dans le cas du jet horizontal.

§. 4. — INTENSITÉ DE LA PESANTEUR. — PENDULE.

I. Pendule.

119. La *pesanteur* étant une force *accélératrice constante*, son intensité sera représentée par *la vitesse acquise par un corps quelconque tombant dans le vide pendant une seconde en partant de l'état de repos* (59); ou bien par *le double de l'espace parcouru pendant la première seconde de sa chute* (45). La machine d'Atwood semble propre à donner cette valeur; car, de la vitesse g' dans cette machine, on déduirait celle d'un corps tombant librement, par la formule $g : g' = (\mu + 2m) : \mu$, (113). Mais la résistance de l'air, le frottement de l'axe de la poulie, l'inertie de sa masse, constituent des causes d'erreur importantes. La machine de M. Morin donnerait peut-être de meilleurs résultats; mais le *pendule* va nous fournir un moyen de mesure d'une extrême précision.

120. Définition du pendule. — Un *pendule* consiste, en général, en un corps solide, mobile autour d'un axe horizontal qui ne passe pas par son centre de gravité. Si la position du corps est telle que la verticale qui passe par ce point rencontre l'axe de suspension, le corps est en équilibre (104). Mais si on le déplace, il exécute, sous l'influence de la pesanteur, et de part et d'autre de cette position, des mouvements alternatifs nommés *oscillations*. Pour étudier les propriétés de cette espèce de mouvement, les mathématiciens ont considéré d'abord un pendule idéal, nommé *pendule simple*, par opposition au nom de *pendule composé* donné au premier.

121. PENDULE SIMPLE. — Le *pendule simple* consiste en un point matériel pesant, suspendu à un point fixe au moyen d'un fil sans masse ni poids, inextensible et parfaitement mobile autour du point de suspension.

Considérons un pendule simple OA (*fig.* 81) en équilibre dans la position verticale, amenons-le en OB, et abandonnons-le à lui-même. La pesanteur Bc agissant en B, peut être décomposée en deux forces, situées dans le plan vertical BOA, l'une suivant le prolongement de OB, détruite par la résistance du fil, l'autre suivant Ba perpendiculaire à OB, tendant à ramener le pendule à la position d'équilibre. Cette dernière composante est égale à g sin α, en appelant α l'angle BOA $=$ acB. On voit qu'elle diminue avec l'angle α, c'est-à-dire à mesure que le pendule se rapproche de la position d'équilibre OA, pour laquelle cette composante est nulle. Le mouvement accéléré qui se produit est donc dû à une force continue, mais non constante en intensité.

Arrivé dans la position verticale, le pendule la dépasse en vertu de la vitesse acquise, et remonte de A en B′ avec un mouvement retardé ; car la composante de la pesanteur tangente à l'arc décrit, est alors opposée au mouvement. Comme tout est symétrique de part et d'autre de la verticale, cette composante diminue la vitesse, en chaque point de l'arc AB′, d'une quantité égale à celle dont elle l'avait augmentée aux points de l'arc BA situés à égale distance du point A ; de sorte que la vitesse n'est complétement détruite que lorsque le pendule a parcouru l'arc AB′ égal à AB. Arrivé en B′ il y a un instant imperceptible de repos, après lequel le pendule retourne sur ses pas pour remonter en B ; puis il revient de nouveau en B′..., et ainsi de suite indéfiniment, en supposant qu'il n'y ait aucune résistance.

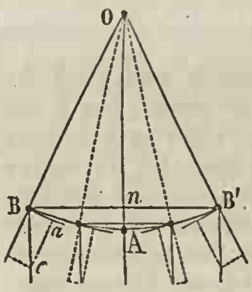


Fig. 81.

Chacun des mouvements de B en B′ ou de B′ en B, se nomme une *oscillation*. L'angle BOB′, ou l'arc BAB′ qui le mesure, est l'*amplitude* de l'oscillation.

Isochronisme du pendule. — Il est évident que les oscillations que nous venons de décrire s'accomplissent toutes dans le même temps ; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que ce temps reste encore le même quand on change l'amplitude, *pourvu qu'elle soit infiniment petite;* et qu'il reste sensiblement le même, quand l'amplitude est *très-petite*, de 3° à 4° par exemple. On exprime ce résultat en disant que ces oscillations sont *isochrones*.

On peut se rendre compte de l'*isochronisme*, de la manière suivante : prenons deux amplitudes inégales parcourues par deux pendules égaux, et *assez petites pour qu'on puisse prendre l'arc pour son sinus*. Supposons ces amplitudes doubles l'une de l'autre, par exemple. La composante tangente de la pesanteur, sera $g \cdot \alpha$; l'angle α étant pris pour *sin* α. Divisons les amplitudes en un nombre égal de parties infiniment petites, qui seront parcourues d'un mouvement uniforme. Ces parties seront, dans l'un des arcs, doubles de ce qu'elles sont dans l'autre ; mais les composantes, qui sont proportionnelles à α, seront aussi doubles pour deux divisions de même rang ; les temps employés à parcourir d'un mouvement uniforme ces divisions sont donc égaux ; et, par suite, les temps employés à parcourir l'amplitude entière.

122. Formule du pendule. — Les propriétés du pendule simple *quand l'amplitude est infiniment petite*, sont exprimées par la formule $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, dans laquelle t représente la durée d'une oscillation, l la longueur du pendule, π le rapport de la circonférence au diamètre, égal à 3,14159...., et g l'intensité de la pesanteur. Cette formule, homogène par rapport au temps, montre que :

1° *La durée de l'oscillation ne dépend pas de l'amplitude;*

2° *Cette durée est proportionnelle à la racine carrée de la longueur;*

3° *Elle est en raison inverse de la racine carrée de l'intensité de la pesanteur.*

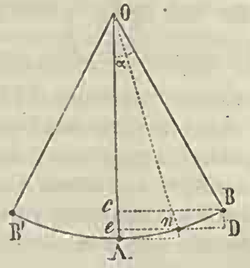


Fig. 82.

Pour démontrer la formule du pendule, nous allons suivre une méthode très-ingénieuse attribuée à Huyghens. Calculons d'abord la vitesse du point B (*fig.* 82) à une distance donnée $An = x$ du point le plus bas. *L'amplitude* $2a$ *étant infiniment petite*, l'arc Bn se confond avec sa corde, et le mobile arrive en n avec la vitesse qu'il aurait acquise en tombant verticalement de B en D (117); cette vitesse est donc $V = \sqrt{2g \times BD}$, et l'on a $BD = ce = cA - eA$. Or, la corde étant moyenne proportionnelle entre le diamètre et sa projection sur ce diamètre, on a

$$eA = \frac{\overline{An}^2}{2OA} = \frac{x^2}{2l}, \qquad \text{et} \qquad CA = \frac{\overline{AB}^2}{2l} = \frac{a^2}{2l};$$

en représentant par a la demi-amplitude. La valeur de V devient donc

$$[1] \qquad V = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2 - x^2)}; \qquad \text{et, pour le point A,} \qquad V' = a\sqrt{\frac{g}{l}},$$

en faisant x égal à zéro. Aux points B et B′, on a $x = a$, d'où $V = 0$.

Cela posé, prenons la ligne droite bb' (*fig.* 83) égale à la longueur de l'arc BAB′ (*fig.* 82), et décrivons une demi-circonférence sur cette longueur comme diamètre. Supposons qu'un mobile parcoure l'arc $ba'b'$ (*fig.* 83), d'un mouvement uniforme, avec la vitesse $V' = a\sqrt{\frac{g}{l}}$. La projection de ce mobile sur bb' possédera un mouvement varié, et nous allons démontrer que la vitesse de cette projection, à une distance x du point a, sera égale à la vitesse du pendule sur l'arc BAB′ (*fig.* 82), à la même distance, x, au point A.

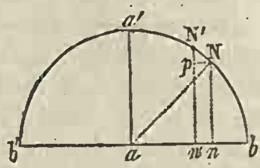


Fig. 83.

En effet, soit N une position du mobile, et n sa projection située à une distance $na = x$ du point a. Pendant que le mobile parcourt un espace infiniment petit NN′, sa projection parcourt l'espace nn', d'un mouvement uniforme, le temps étant aussi infiniment petit. La vitesse V′ du mobile et celle, y, de sa projection, sont donc entre elles comme les espaces NN' et nn' ou Np, et l'on a

$y : V' = Np : NN'$; on a aussi $Np : NN' = Nn : Na = \sqrt{a^2 - x^2} : a$,

dans les triangles semblables N'pN, anN ; $a =$ Na étant la demi-amplitude, et Na étant égal à $\sqrt{a^2 - x^2}$.

En combinant ces deux proportions, et remplaçant V' par sa valeur $a\sqrt{\frac{g}{l}}$ on retrouve l'expression [1] [1].

Le temps t que met le pendule à accomplir une oscillation, est donc égal à celui que met la projection à aller de b en b', c'est-à-dire au temps que met le mobile considéré, à parcourir l'arc bab' avec la vitesse constante V'. Ce temps, t, est donné par la formule du mouvement uniforme $e = vt$, d'où $t = e : v$. Remplaçant e par la valeur de la demi-circonférence, πa, et v par la valeur de V', il vient enfin

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

123. Cas d'une amplitude finie. — Dans ce cas, la durée de l'oscillation augmente avec l'amplitude, et l'on démontre en mécanique qu'elle est donnée par la série suivante, dans laquelle h est la projection Ac de l'arc AB (*fig.* 82) sur la verticale :

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2\frac{h}{2l} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right)^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right)^2 + \ldots\right]$$

Quand l'amplitude est très-petite, il en est de même de h, et les termes en h^2, h^3..... sont négligeables. Or, on a $h = $ OA — Oc $= l - l\cos a = l.\,2\sin^2\frac{1}{2}a$. Substituant, en ne gardant que les deux premiers termes de la série, il vient

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \tfrac{1}{4}\sin^2\frac{a}{2}\right); \quad \text{ou} \quad t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{a^2}{16}\right),$$

en prenant l'arc pour le *sinus*.

124. DU PENDULE COMPOSÉ. — Le pendule matériel, ou *pendule composé* est ordinairement formé d'une barre ou d'un fil métallique, supportant une masse en forme de sphère, ou de lentille pour qu'elle fende plus facilement l'air. La suspension est formée, tantôt d'une lame métallique très-flexible pincée suivant une ligne horizontale, dans une espèce d'étau fixe, tantôt par l'arête légèrement arrondie d'un prisme d'acier, nommé *couteau*, reposant sur un plan horizontal d'agate ou d'acier très-dur.

[1] Il résulte de là que, si l'on regarde de profil et de loin une roue tournant sur elle-même d'un mouvement uniforme, une cheville plantée perpendiculairement à son plan, près du contour, paraîtra osciller le long d'un diamètre, en reproduisant le mouvement varié d'un pendule oscillant dans une amplitude égale à ce diamètre.

Centre d'oscillation. — Considérons un pendule dont l'axe de suspension soit placé tout à fait à l'extrémité supérieure. Les points les plus rapprochés de cet axe tendant à osciller plus vite que les plus éloignés, le mouvement commun de tous ces points est intermédiaire entre les mouvements qui conviennent aux plus rapprochés et aux plus éloignés. Les premiers points oscillent donc plus lentement, et les derniers plus rapidement que s'ils étaient libres. De plus, le ralentissement des uns et l'accélération des autres, sont d'autant moins marqués que ces points sont plus éloignés des deux extrémités. Il y a donc, entre ceux qui oscillent trop vite et ceux qui oscillent trop lentement, une droite, parallèle à l'axe, où se fait le passage des uns aux autres, et dont tous les points oscillent comme s'ils étaient libres. Cette droite se nomme *axe d'oscillation;* le point où elle coupe le plan vertical perpendiculaire à l'axe de suspension, passant par le centre de gravité du pendule, s'appelle *centre d'oscillation*, et la distance de l'axe d'oscillation à l'axe de suspension, *longueur d'oscillation.*

Il résulte de ce qui précède qu'un *pendule composé* est *synchrone* avec le *pendule simple* dont la longueur serait égale à sa longueur d'oscillation, c'est-à-dire que ces deux pendules accompliraient une oscillation dans le même temps. On pourra donc appliquer la formule du pendule simple au pendule composé, en y mettant à la place de l, la *longueur d'oscillation.*

125. Évaluation de la longueur d'oscillation. — D'après ce qui précède, on voit qu'il est très-important de savoir trouver la position de l'axe d'oscillation d'un pendule composé donné. Ce problème, célèbre au dix-septième siècle, doit son origine aux questions que le P. Mersenne proposait aux savants de son temps. Descartes, Roberval, Huyghens s'en occupèrent, ainsi que beaucoup d'autres géomètres du siècle suivant, parmi lesquels J. Bernouilli et Dalembert; de sorte que, aujourd'hui, le calcul fournit le moyen de le résoudre, quand la forme du pendule est connue. La formule générale qui donne la longueur d'oscillation l, est : $l = \mathrm{L} + \frac{i}{\mathrm{ML}}$, dans laquelle L est la distance du centre de gravité à l'axe de suspension, M, la masse du pendule, et i le *moment d'inertie*[1] de cette masse par rapport à une droite passant par le centre de gravité et parallèle à l'axe de suspension. On voit que l'axe d'oscillation est toujours au-dessous du centre de gravité, et d'autant plus que ce dernier est plus près de l'axe de suspension; car l diffère d'autant plus de L que le second terme est plus grand. Le pendule oscille donc d'autant plus lentement que le centre de gravité est plus rapproché de l'axe de suspension, et quand il est sur cet axe, l est infini, ce que l'on pouvait prévoir.

Dans le cas d'un pendule formé d'une sphère suspendue à un fil dont la masse est négligeable, on a $i = \frac{8\pi}{15} dr^5$; r étant le rayon de la sphère et d sa densité. La longueur d'oscillation devient, dans ce cas, $l = \mathrm{L} + \frac{2}{5}\frac{r^2}{\mathrm{L}}$. Quand le fil est

[1] On appelle *moment d'inertie* d'un corps par rapport à un axe, la somme, Σmr^2, des produits de la masse de chaque point matériel du corps par le carré de sa distance à l'axe.

très-long par rapport à r, le second terme peut être négligé, on a $l = L$, et l'on peut prendre le centre de la sphère pour *centre d'oscillation*, et L pour *longueur d'oscillation*. Avec un semblable pendule, on peut vérifier les propriétés du pendule simple, en faisant varier la longueur, $L - r$, du fil.

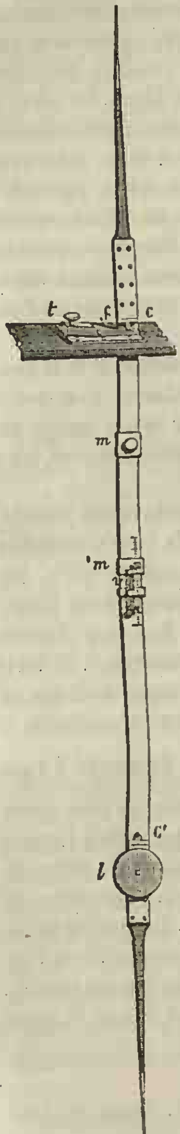


Fig. 84.

126. Pendule reversible. — La longueur d'oscillation peut aussi être déterminée par l'expérience. Huyghens a démontré que les axes d'*oscillation et de suspension sont réciproques l'un de l'autre*, ce qui veut dire que, si l'on renverse le pendule et si on le fait osciller en prenant l'axe d'oscillation pour axe de suspension, la durée de l'oscillation sera la même, l'axe de suspension primitif étant devenu l'axe d'oscillation du pendule renversé. Bohnenberger a, le premier, tiré parti de cette propriété curieuse pour trouver, par tâtonnement, la position de l'axe d'oscillation, et le capitaine Kater a imaginé, pour appliquer cette méthode, un pendule spécial, nommé *pendule reversible*, d'un usage très-commode. Cet instrument consiste en une règle d'acier $f\,l$ (*fig.* 84) terminée par deux aiguilles de bois qui aident à compter les oscillations. Deux couteaux c, c' peuvent être pris successivement pour *axe de suspension*. l est une lentille servant à placer le centre de gravité loin du milieu de cc', et qu'on fixe au moyen d'une vis de pression. Après avoir mesuré la *durée* de l'oscillation du pendule suspendu par le couteau c, on le renverse en le suspendant par le couteau c', et l'on mesure la durée de l'oscillation; si elle est la même que dans la première expérience, cc' est la *longueur d'oscillation*. Si la seconde durée diffère de la première, on change la position du *centre de gravité*, en déplaçant la masse m, le long de la règle, à laquelle elle peut être fixée par une vis de pression, jusqu'à ce que les durées des oscillations du pendule, dans ses deux positions successives, soient égales. Une seconde masse m', qui peut être déplacée très-lentement au moyen d'une vis de rappel v, prenant son écrou dans une pièce fixe, permet de terminer facilement l'opération, quand le centre de gravité est arrivé très-près de la position cherchée.

127. Mesure de la durée de l'oscillation. — Dans les expériences faites avec le pendule, il est essentiel de mesurer avec précision la *durée des oscillations*. Pour cela, on en compte un grand nombre et l'on observe le temps employé à les accomplir. On divise ensuite ce temps par le nombre des oscillations, et l'on obtient ainsi la durée d'une seule, avec une grande précision; car on ne commet d'erreur que dans l'appréciation de l'instant où commence la première des oscillations que l'on compte, et du moment où finit la dernière, et ces erreurs sont divisées par le nombre des oscillations comptées. On suppose, dans ce calcul, que les oscillations sont isochrones pendant toute la durée de l'expérience.

128. Effets de la présence de l'air. — La résistance de l'air sur le pendule n'altère pas l'isochronisme des oscillations très-petites. On démontre en mécanique que, si cette résistance augmente la durée de la demi-oscillation descendante, en diminuant la vitesse, elle réduit d'autant la durée de la demi-oscillation ascendante en en diminuant l'étendue. Il faut remarquer seulement que l'amplitude ira en décroissant et que le pendule finira par s'arrêter.

Mais si l'air ne modifie pas l'isochronisme, sa présence exerce une autre influence. Nous verrons, dans l'*hydrostatique*, qu'un corps plongé dans un fluide, est poussé de bas en haut par ce fluide, de manière à être moins pesant, et que la perte apparente de poids est égale au poids du fluide déplacé. Il résulte de là que, si δ est le rapport entre le poids de volumes égaux d'air et du corps, P, le poids de ce dernier dans le vide, le poids du corps dans l'air sera $P - P\delta$, ou $P(1-\delta)$. La force qui sollicite tous les points matériels du corps vers la terre, au lieu d'être la pesanteur g, comme dans le vide, sera donc $g' = g(1-\delta)$, puisque les poids des corps sont proportionnels à l'action exercée sur chaque point. Il en résulte que, si ce corps forme la lentille d'un pendule, la formule qui donnera la durée t' d'une oscillation sera $t' = \pi\sqrt{\frac{l}{g(1-\delta)}}$, et, en appelant t la durée de l'oscillation dans le vide, on aura $t' = t : \sqrt{1-\delta}$.

Il résulte, de plus, des expériences de Bessel, confirmées par les calculs de Poisson, que la perte de poids dans l'air n'est pas la même dans l'état de mouvement du pendule et dans l'état de repos. Elle est plus grande pendant le mouvement, et pour tenir compte de cet effet, il faut multiplier δ par un facteur, f, plus grand que l'unité et dépendant de la forme du pendule. Quand cet instrument est formé d'une sphère suspendue à un fil très-fin, Poisson trouve que ce facteur f est égal à $\frac{3}{2}$; la formule devient donc, *dans ce cas*, $t' = t : \sqrt{1-\frac{3}{2}\delta}$. On peut trouver le facteur f par l'expérience, en faisant osciller le pendule successivement dans deux milieux différents, par exemple dans l'air et dans l'eau, ce qui donne deux équations, dans lesquelles il n'y a que deux inconnues : la durée t de l'oscillation dans le vide et le facteur cherché. D'après Bessel, la correction au moyen de laquelle on ramène le pendule au vide doit être multipliée par 1,956, c'est-à-dire presque doublée, quand on veut tenir compte de l'influence du mouvement sur la perte de poids dans l'air.

129. Lois du mouvement oscillatoire en général. — Les lois du pendule s'appliquent aux oscillations d'un corps soumis à une force quelconque constante et parallèle à une même direction dans toutes les positions du corps. La formule du pendule convient donc aussi à ce cas, il faudra seulement y remplacer g par la force en question.

On a besoin dans certaines questions de connaître la vitesse du mobile en fonction de la durée t de l'oscillation et du temps θ écoulé depuis le commencement d'une oscillation. Reprenons la formule $V = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2 - x^2)}$ (122); la *fig.* 83 montre que l'on a

$$\sqrt{a^2 - x^2} = Nn = a \sin Nm = a \sin \frac{bN}{a},$$

car l'angle Nan a pour mesure $bN : a$. Or, l'arc bN étant parcouru uniformément dans le temps θ, par le mobile dont n est la projection, on a

$bN : \theta = \pi a : t$, et, par conséquent, $\sqrt{a^2 - x^2} = Nn = a \sin \pi \frac{\theta}{t}$.

La valeur de la vitesse devient donc

$$V = a\sqrt{\frac{g}{l}} \sin \pi \frac{\theta}{t}, \qquad \text{ou} \quad V = C \sin \pi \frac{\theta}{t},$$

en représentant par C la quantité constante qui précède le *sinus*.

130. Application du pendule aux horloges. — C'est à Galilée qu'est due la découverte des propriétés du pendule. On rapporte que, n'ayant que dix-huit ans il remarqua, dans une église de Pise, la régularité des oscillations d'une lampe suspendue à la voûte, et fut ainsi conduit à étudier ce genre de mouvement. Plus tard, il songea à employer le pendule, dont il croyait l'isochronisme vrai pour toutes les amplitudes, à la mesure du temps, dans ses recherches de physique et d'astronomie; mais il lui fallait compenser par des impulsions fréquentes l'effet de la résistance de l'air. Aujourd'hui, on évite cet inconvénient, en adaptant le pendule à une horloge, dont il régularise la marche, et qui est chargée de lui donner les impulsions nécessaires. Voici une des nombreuses dispositions adoptées pour cela.

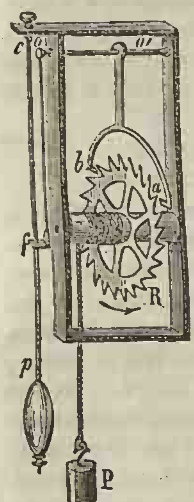


Fig. 85.

Une roue verticale à dents obliques R (*fig.* 85), dite *roue de rencontre* ou *rochet*, est mise en mouvement par un poids P, soit directement, soit par l'intermédiaire de rouages. Une pièce d'*échappement* ab, nommée *ancre*, est placée au-dessus, et peut osciller autour d'un axe horizontal oo'. Le mouvement d'oscillation est communiqué à l'ancre ab par un pendule cp, mis en rapport avec l'axe oo' au moyen de la tige à fourchette of. Quand le pendule est dans la position verticale, une des dents de la roue s'appuie sur l'extrémité supérieure du crochet b, et l'appareil est arrêté. Mais si le pendule s'incline, de manière que le crochet b s'éloigne de la roue, la dent appuyée sur ce crochet devient libre, et la roue tourne jusqu'à ce que le crochet a, qui s'en est approché alors, soit frappé de bas en haut par la dent qui arrive en dessous. Le pendule revenant ensuite sur ses pas, le crochet *a* se retire, laisse partir la roue, qui se trouve arrêtée de nouveau un instant après, par le crochet *b* que vient rencontrer en dessus la dent suivante...; et ainsi de suite. Le mouvement de la roue sera donc composé de petits déplacements égaux, se succédant régulièrement comme les oscillations du pendule.

Pour communiquer au pendule des impulsions qui compensent la résistance de l'air et celle de la suspension, les deux crochets *a* et *b* sont terminés par deux petits plans inclinés en sens contraire. L'extrémité de la dent qui s'échappe vient alors glisser, en le pressant, sur le plan incliné, de manière à le pousser jusqu'au moment où elle se dégage. Cette petite impulsion, qui provient du poids qui fait tourner la roue, est répétée à chaque demi-oscillation du pendule, et perpétue son mouvement.

Cette application heureuse du pendule fut faite par Huyghens vers la fin de 1656; et il présenta aux États de Hollande, en 1657, une horloge ainsi réglée. Cette invention se répandit rapidement, et fut si bien appréciée, que les horloges portatives reçurent le nom de *pendules*, de l'appareil régulateur qui venait de leur être appliqué.

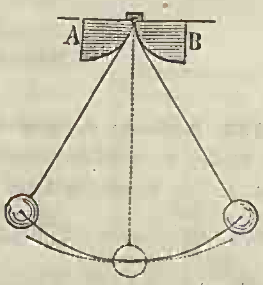


Fig. 86.

131. Pendule cycloïdal. — Si l'impulsion que reçoit le pendule d'une horloge diminue, comme cela peut avoir lieu par l'accroissement des frottements des rouages, ou de la résistance de l'air, l'amplitude, qui n'est pas infiniment petite diminuera, et par suite la durée des oscillations; et l'horloge avancera. Derham observa, en effet, que l'amplitude des oscillations du pendule de son horloge augmentait quand les rouages avaient été nettoyés. Cette cause d'irrégularité n'échappa point à Huyghens, qui paraît avoir le premier remarqué que l'isochronisme n'est vrai que pour les très-petites amplitudes, et pour l'éviter, il imagina de faire décrire au pendule un arc de cycloïde (118), en le suspendant par une lame métallique très-flexible, entre deux pièces A, B (*fig.* 86), taillées en forme de cycloïdes, sur lesquelles la lame s'appliquait. Si le cercle générateur de ces cycloïdes a pour diamètre la moitié de la longueur d'oscillation du pendule, il résulte des propriétés de la cycloïde, que le centre d'oscillation du pendule décrit aussi une cycloïde. Les oscillations sont alors *isochrones*, même pour les grandes amplitudes, puisque la cycloïde est une courbe *tautochrone*. On a renoncé généralement à cette disposition, difficile à exécuter; on préfère s'astreindre à n'employer que de petites amplitudes, pour rendre les différences de durée insensibles.

132. Application du pendule à la pesanteur. — Le pendule nous fournit un moyen d'une précision presque illimitée, pour démontrer que la pesanteur agit de la même manière sur toutes les espèces de corps (110). Quand on le destine à cet usage, il est formé d'un long fil métallique auquel est suspendue une mince calotte sphérique, dans laquelle on fait adhérer successivement, au moyen d'une légère couche d'huile, des boules de même diamètre et de différentes substances. On mesure avec une grande précision (127), la durée d'une oscillation, et l'on trouve qu'elle est toujours la même, de quelque substance que la boule soit formée. De là on conclut que la pesanteur g agit avec la même énergie sur toutes ces substances ; car la formule du pendule montre que si t et l ne varient pas, g doit être constant.

Bessel a expérimenté, avec infiniment de soin, par cette méthode, et a trouvé pour g des valeurs différant entre elles à peine de 0,00001 de la valeur moyenne. Il a opéré, avec des substances de natures très-diverses, comme des métaux, de l'ivoire, des pierres météoriques, etc. Cette application du pendule a été imaginée par Newton. Il faisait osciller une boîte attachée à un fil, et qu'il remplissait successivement avec différentes substances. Avant lui, Galilée avait procédé de la même manière pour prouver que la vitesse de la chute des corps est indépendante de leur masse.

II. Mesure de l'intensité de la pesanteur.

133. Méthode du pendule. — Pour évaluer l'intensité de la pesanteur, on fait osciller un pendule composé dont on connaît d'avance la longueur d'oscillation, et l'on mesure la durée d'une oscillation, par la méthode très-précise que nous avons indiquée (127). La formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ donne alors pour l'intensité cherchée, $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$. Cette méthode a été employée pour la première fois par Huyghens, qui a trouvé, pour l'espace parcouru pendant la première seconde, à Paris, par un corps qui tombe en partant de l'état de repos, 15 pieds 1 pouce, ou $4^{m},89966$.

Borda et Cassini, en 1790, ont appliqué cette même méthode avec les soins les plus minutieux, à l'Observatoire de Paris. Le pendule dont ils ont fait usage avait 4 mètres environ de longueur ; il est représenté dans la *fig.* 87. B est une sphère de platine que l'on fait adhérer à une calotte sphérique c, par pression et par l'interposition d'une légère couche d'huile. Le platine a été choisi parce que c'est la substance la plus lourde, pour rendre la résistance de l'air moins sensible. La vis v sert à fixer la calotte à un fil de platine, fixé d'autre part, au moyen de la vis v', au système du couteau ab. Ce couteau repose sur deux plaques horizontales en matière très-dure, situées dans un même plan. Une masse m, qui peut être déplacée le long d'une vis, est disposée, par tâtonnement, de manière que le système $mabv'$ oscille seul dans le même temps que le pendule tout entier, ce qui dispense d'en tenir compte dans le calcul de la longueur d'oscillation, qui s'obtient en partant de la forme et de la longueur absolue du pendule. Pour évaluer cette dernière longueur, on soulevait, au moyen d'une vis engagée dans un écrou fixe, un plan d'acier horizontal p, jusqu'à ce qu'il touchât le dessous du globe de platine. On substituait ensuite au pendule une règle susceptible de s'allonger ou de se raccourcir au moyen d'une languette à coulisse, et portant un couteau, qui prenait la place de celui du pendule, tandis que la languette touchait le plan d'acier. On mesurait ensuite la longueur de la règle ainsi disposée. Biot, qui a répété les expériences de Borda, mesurait cette longueur, après avoir enlevé le couteau, en la comparant à un étalon métrique, au moyen du comparateur (20). Toutes ces expériences se font à une température bien constante, et après chaque opération, on attend que la chaleur communiquée par l'observateur ait eu le temps de se dissiper.

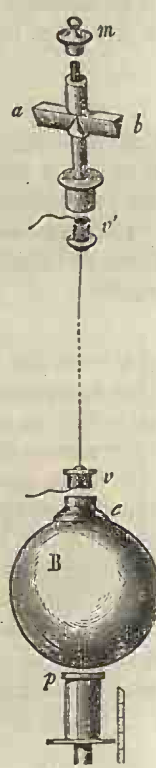


Fig. 87.

131. Méthode des coïncidences. — Pour obtenir le nombre des oscillations accomplies dans un temps donné, sans s'astreindre à les compter directement, Borda a employé la méthode suivante, imaginée par de Mairan. On compare les oscillations du pendule à celles du pendule d'une horloge placée par derrière, et dont la lentille porte un trait de repère vertical. Une lunette est disposée à sept ou huit mètres en avant, dans une position telle que ce repère et le fil de suspension du pendule se trouvent, dans l'état de repos, dans un même plan avec le fil vertical du réticule de la lunette. Les deux pendules partis en même temps, cessent bientôt de passer au même instant devant ce fil, et ce n'est qu'après un certain nombre ν d'oscillations que la coïncidence se reproduit. Il en résulte que, si p est le nombre d'oscillations du pendule et p' celui de l'horloge pendant le même temps, le pendule faisant entre deux coïncidences deux oscillations de plus ou de moins que l'horloge, on a

$$p : p' = \nu \pm 2 : \nu; \quad \text{d'où} \quad p = p'\frac{\nu \pm 2}{\nu} = p' \pm \frac{2p'}{\nu}$$

p' étant donné par les indications de l'horloge, on obtient ainsi le nombre p des oscillations du pendule en ne comptant que les coïncidences. — Les deux pendules doivent être fixés à un lourd massif de maçonnerie, être renfermés dans des cages vitrées, pour les préserver des agitations de l'air, et séparés l'un de l'autre, pour qu'ils ne puissent s'influencer mutuellement par l'intermédiaire de ce fluide.

L'amplitude n'étant pas infiniment petite, mais seulement très-petite, il faut faire une correction pour remplacer le nombre n d'oscillations observées, par le nombre n' qui aurait eu lieu pendant le même temps, si l'amplitude eût été infiniment petite. Dans le premier cas, la durée de l'oscillation est donnée par la formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{a^2}{16}\right)$, (123), dans laquelle a représente l'amplitude. On aura donc, en appelant t' la durée de l'oscillation infiniment petite, $t = t'\left(1 + \frac{a^2}{16}\right)$; d'où $n' = n\left(1 + \frac{a^2}{16}\right)$, puisque l'on a évidemment $t : t' = n' : n$.

L'amplitude se mesure en observant, sur une échelle horizontale divisée, les écarts du pendule de part et d'autre de la position d'équilibre; mais comme elle va en diminuant, si a' est sa valeur à la fin de l'expérience, on devra prendre à la place de a, la moyenne $\frac{1}{2}(a + a')$, et il vient alors

$$n' = n\left(1 + \frac{(a + a')^2}{64}\right).$$

Cette correction n'est suffisante qu'autant que le nombre n n'est pas trop grand. Il en est une autre, motivée par la présence de l'air dans lequel oscille le pendule; nous avons vu en quoi elle consiste (128).

135. Valeur de g. — Au moyen du pendule que nous venons de décrire, Borda et Cassini ont trouvé pour la pesanteur, à l'Observatoire de Paris, le nombre

$$g = 9^m,8088,$$

ce qui veut dire que tout corps qui tombe librement dans le vide, en partant de l'état de repos, acquiert, au bout d'une seconde, une vitesse de $9^m,8088$; ou, ce qui revient au même, que ce corps parcourt $\frac{1}{2}g = 4^m,9044$ pendant la première seconde de sa chute.

Il résulte aussi de là que la vitesse $v = \sqrt{2gh}$ d'un corps tombé d'une hauteur h est égale à $v = \sqrt{2 \times 9,8088\,h}$, ou $v = 4,429\sqrt{h}$.

Biot, Arago, Mathieu et Bouvard ont trouvé, par la même méthode, une valeur de g à peu près identique, seulement, le pendule dont ils ont fait usage n'avait que $0^m,76$ environ de longueur.

136. Pendule à seconde. — Connaissant la valeur de g, on peut en déduire la longueur du *pendule à seconde*, c'est-à-dire la longueur du pendule simple qui ferait une oscillation infiniment petite en une seconde. Pour cela, il suffit de poser $t = 1^s$ dans la formule du pendule, ce qui donne

$$g = \pi^2 l, \quad \text{d'où} \quad l = g : \pi^2$$

En remplaçant π et g par leur valeur, on a trouvé, pour la longueur du pendule à seconde, à l'Observatoire de Paris, $l = 0^m,993866$, quantité peu différente de 1 mètre.

D'après Bessel, qui a ramené le pendule au vide en tenant compte de l'influence de son mouvement sur la perte de poids dans l'air, la pesanteur à Paris est de $9^m,80896$, et la longueur du pendule à seconde, de $0^m,993781$.

Les Anglais ont adopté le pendule à seconde pour unité de longueur, comme cela avait été proposé longtemps auparavant par plusieurs savants de différents pays, notamment par Picard. Mais, comme nous allons le voir, cette longueur n'est pas la même partout, et de plus, rien ne prouve que la pesanteur soit invariable en un même lieu, ce qui ôte à cette unité le caractère de fixité qui en faisait le principal mérite.

III. Variations de la pesanteur.

137. VARIATIONS AVEC LA LATITUDE. — Des expériences nombreuses ont été faites sur la pesanteur au moyen du pendule, par un grand nombre d'observateurs, dans une multitude de pays différents. On a employé soit le pendule de Borda, soit un pendule invariable, c'est-à-dire dont toutes les parties, formées d'une même substance, sont soudées invariablement les unes aux autres, soit le pendule réversible. Il résulte de la comparaison des divers résultats obtenus, que l'intensité de la pesanteur n'est pas la même partout, et qu'elle va en augmentant quand on marche, de l'équateur vers l'un ou l'autre pôle. Ce résultat peut se constater encore en remarquant que la longueur du pendule à seconde, *qui est proportionnelle* à g, va en augmentant quand on se rapproche des pôles. Voici quelques résultats qui mettent ce fait en évidence :

STATIONS.	LATITUDES.	PENDULE A SECONDE.	OBSERVATEURS
Spitzberg.............	79° 49′ 58″ Nord.	0m,99613	Sabine.
Stockholm...........	59° 20′ 34″	0m,99492	Svanberg.
Kœnisberg...........	54° 42′ 12″	0m,99441	Bessel.
Paris..............	48° 50′ 14″	0m,99394	Biot, etc.
Ile Rawak...........	0° 01′ 34″ Sud.	0m,99113	Freycinet.
Ile de France.........	20° 09′ 23″	0m,99185	Duperrey.
Cap de Bonne-Espérance.	33° 55′ 15″	0m,99264	Freycinet.
Cap Horn...........	55° 51′ 20″	0m,99462	Foster.
N. Shetland.........	62° 56′ 11″	0m,99523	Foster.

La réduction au vide a été faite, pour les nombres de la troisième colonne, par Saigey[1]. Il résulte de l'augmentation de la pesanteur, de l'équateur aux pôles, qu'une horloge à pendule avancerait, et qu'un corps pèserait de plus en plus, si on les transportait vers les pôles.

138. L'intensité g de la pesanteur et la longueur l du *pendule à seconde*, sont liées à la latitude, λ, par les formules suivantes que l'on démontre en mécanique :

$$[1] \quad g = g' + a \sin^2\lambda\,; \qquad \text{d'où} \quad l = \frac{g'}{\pi^2} + \frac{a}{\pi^2}\sin^2\lambda\,. \quad [2]$$

dans lesquelles g' représente la pesanteur à l'équateur, et a l'augmentation totale

[1] *Petite physique du globe*, par Saigey, t. II, p. 130.

de la pesanteur de l'équateur au pôle. La formule [2] se déduit de la première au moyen de la relation $g = \pi^2 l$ (136). On voit, en faisant λ égal successivement à 0° et à 90°, que le premier terme de la valeur de l représente la longueur l' du pendule à seconde à l'équateur, et $a : \pi^2$, la quantité dont il faut allonger ce pendule pour qu'il continue à battre la seconde au pôle. La formule [2] peut donc s'écrire, en posant $a : \pi^2 = p$,

$$l = l' + p \sin^2\lambda. \qquad [3]$$

Il résulte de ces trois formules que *la pesanteur augmente, de l'équateur au pôle, proportionnellement au carré du sinus de la latitude.* Les constantes de la formule [1] peuvent être déterminées, à la rigueur, au moyen de deux mesures directes de g obtenues à deux latitudes connues, que l'on porte dans l'équation [1], ce qui donne deux équations de condition d'où l'on tire les valeurs de g' et de a. On ferait de même pour les constantes de la formule [3]. Mais il est bien préférable de tenir compte, dans le calcul de ces constantes, de toutes les observations faites aux latitudes diverses, et c'est en procédant ainsi qu'on est arrivé aux valeurs suivantes :

$$l' = \frac{g'}{\pi^2} = 0^{m},99102557\ , \qquad p = \frac{a}{\pi^2} = 0^{m},00567188\ .$$

139. Les variations de la pesanteur avec la latitude sont dues : 1° à l'aplatissement des pôles de la terre ; 2° à la force centrifuge qui résulte de son mouvement de rotation sur elle-même. Nous ferons voir que l'aplatissement des pôles provient lui-même de la force centrifuge, de sorte que les deux causes rentrent l'une dans l'autre et proviennent du mouvement de la terre autour de son axe. Ce mouvement, admis dans l'antiquité par les pythagoriciens et divulgué principalement par Philolaüs, a été démontré, en 1543, par Copernic, puis par Galilée, en partant de considérations astronomiques. La démonstration a été complétée par les astronomes modernes.

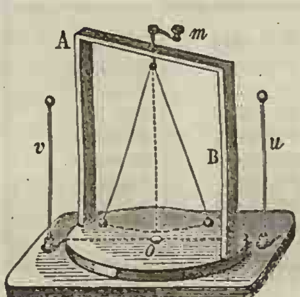


Fig. 88.

Cependant on n'avait pas produit de preuve directe du phénomène. Il est vrai que les expériences dans lesquelles on voit les corps tomber à l'est de la verticale (101) fournissent une semblable preuve ; mais ces expériences très-délicates ne peuvent être facilement répétées. Il était donc à désirer qu'on trouvât quelque méthode d'observation plus facile et donnant des résultats plus marqués. L. Foucault a répondu à ce vœu de deux manières : 1° au moyen du pendule ; 2° au moyen du *gyroscope*.

140. I. Rotation de la terre prouvée par le pendule. — Pour faire comprendre le principe de la méthode, considérons d'abord un pendule oscillant dans un plan passant par les tiges fixes verticales *u*, *v* (*fig.* 88), et suspendu par un fil métallique à un châssis AB, mobile autour de l'axe vertical *o*. Si l'on fait tourner le châssis, on remarque que le plan d'oscillation du pendule passe constamment par les tiges *u* et *v*. La torsion du fil de suspension, torsion qu'on peut faire varier au moyen de la manivelle *m*, ne change rien à ce résultat, qui est la conséquence de l'inertie de la matière. Un pendule placé ainsi au pôle de la terre devrait, par la même raison, conserver son plan d'oscillation, qui semblerait faire en 24 heures le tour de l'horizon, en sens inverse du mouvement de la terre.

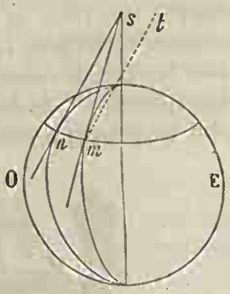


Fig. 89.

Si, au lieu d'être au pôle, le pendule était situé entre ce point et l'équateur, en le faisant osciller dans le méridien, on verrait son plan d'oscillation tourner autour de la verticale, de manière à faire avec le méridien un angle de plus en plus grand, parce que la tangente à ce cercle ne se déplace pas parallèlement à elle-même. Ce plan s'avancerait de l'ouest à l'est, du côté du nord; car le plan du méridien venant de S*n* en S*m* (*fig.* 89), et le plan d'oscillation tendant à rester parallèle à sa première direction, il sera en *tm*, et aura tourné, en apparence, de l'angle *tms* par rapport au méridien *sm*. A l'équateur, les tangentes aux différents méridiens étant parallèles entre elles, il n'y aurait pas de mouvement apparent du plan d'oscillation.

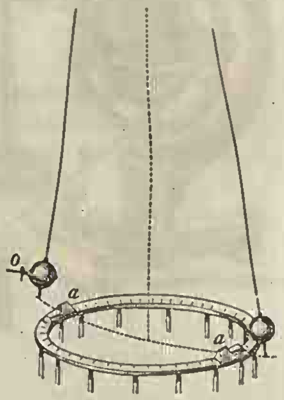


Fig. 90.

L'expérience a été faite sur une grande échelle, en 1851, au moyen d'un pendule gigantesque formé d'un fil d'acier de plus de 50 mètres de longueur suspendu sous le dôme du Panthéon à Paris, et soutenant un boule de cuivre pesant 28 kil. Une pointe, fixée au-dessous de la boule, servait à marquer le mouvement du plan d'oscillation, sur une division circulaire (*fig.* 90). On rendait ce mouvement plus facile à apercevoir au moyen de deux petits monticules de sable humide *a*, *a*, que la pointe venait entamer de 2,5 mill. environ à chaque oscillation. La durée de l'oscillation était de 8^s. L'expérience avait d'abord été faite dans une des salles de l'Observatoire de Paris. Elle peut s'exécuter avec un pendule de 3 ou 4 mètres de longueur; mais les résultats sont moins sensibles, l'arc d'amplitude ne pouvant pas être aussi grand et le pendule s'arrêtant plus tôt. On a, du reste, trouvé moyen de perpétuer les oscillations, sans influencer la direction du mouvement, comme nous le verrons plus tard, en se servant de l'*électro-magnétisme*. Dans ces expériences, il est important que le pendule ne reçoive, en partant, aucune impulsion latérale. Pour remplir cette condition, on retient la boule hors de la position d'équilibre, dans un anneau de fil très lâche, attaché à un point fixe, et qu'on brûle en *o* (*fig.* 90), pour laisser partir le pendule.

Depuis la belle expérience de L. Foucault, M. Antinori a publié une note manuscrite de Viviani, d'où il résulte que les académiciens de Florence avaient observé, vers 1660, le déplacement du plan d'oscillation du pendule, mais sans en découvrir la cause. Le physicien français, au contraire, avait prévu qu'il devait avoir lieu comme conséquence du mouvement de la terre. C'est en voyant une tige cylindrique fixée dans le prolongement de l'arbre d'un tour, osciller dans un plan fixe pendant la rotation de l'arbre, qu'il conçut l'idée de sa belle expérience.

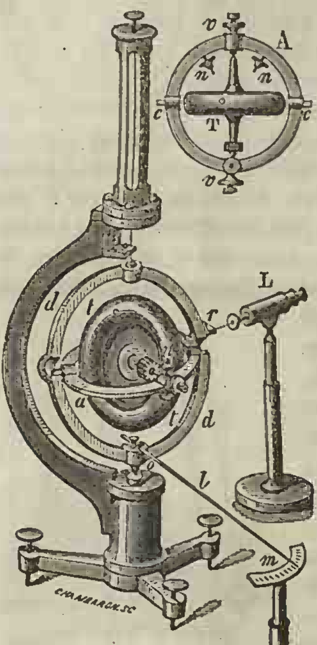


Fig. 91.

141. II. Gyroscope. — Supposons que le pendule décrive une circonférence entière dans son plan d'oscillation, ce plan tendra encore à rester parallèle à lui-même. Il en sera de même d'une infinité de pendules égaux liés entre eux et tournant autour d'un axe perpendiculaire à leur plan commun d'oscillation. Ces pendules constitueraient un anneau, tournant autour d'un axe perpendiculaire à son plan, et si cet axe était fixé à l'anneau, il tendrait à rester parallèle à lui-même. C'est là le principe mécanique de la conservation du parallélisme des axes de rotation, principe dont nous trouvons une application dans la rotation de la terre, dont l'axe reste généralement parallèle à lui-même pendant sa révolution autour du soleil.

L. Foucault s'est appuyé sur ce principe pour montrer la rotation de la terre, au moyen du *gyroscope*.

La pièce principale de cet appareil consiste en un tore en bronze *tt*, uni à son axe par un disque métallique, et représenté à part en T. L'axe tourne sur deux pointes qui s'engagent dans les extrémités de deux vis *v*, *v* portées par une chappe annulaire *a*, A. Cette chappe porte deux couteaux *c*, *c*, adaptés aux extrémités d'un diamètre perpendiculaire à l'axe du tore, et par lesquels il repose dans deux échancrures d'un second anneau *dd* suspendu à un fil sans torsion, et appuyé légèrement par un pivot *o*. On amène, par tâtonnement, le centre de gravité de tout le système sur l'axe du tore et sur la verticale qui passe par la pointe du pivot, au moyen de petits écrous *n*, *n*, *n*, qu'on enfonce plus ou moins dans les vis qui les portent. On a ainsi un tore dont l'axe est mobile dans tous les sens autour de son centre de gravité.

Cela posé, on imprime au tore une vitesse de 500 tours par seconde environ. Pour cela, on l'enlève avec sa chappe, que l'on pose horizontalement sur un support, de manière que les dents d'un pignon adapté à l'axe s'engagent dans celles d'une roue qui reçoit une grande vitesse d'un système de rouages qu'on fait tourner au moyen d'une manivelle. On l'enlève ensuite et on le replace sur l'anneau *dd*. On voit alors l'axe du tore, et par conséquent la chappe, se déplacer peu à peu de l'ouest à l'est par le nord, l'axe tendant à rester parallèle à lui-même pendant le mouvement de la terre. Pour apercevoir ce mouvement, on vise avec une petite lunette à réticule L, un repère tracé sur la chappe en *r*; ou bien on adapte à cette chappe une longue aiguille très-légère *l*, dont l'extrémité parcourt les divisions d'un arc fixe *m*.

La tendance de l'axe à rester parallèle se vérifie d'une manière frappante par diverses expériences. On construit de petits gyroscopes dont la chappe peut être saisie d'une seule main. Si, pendant la rotation du tore, on change la direction de son axe, on éprouve une résistance qu'on ne peut vaincre qu'en faisant un effort marqué.

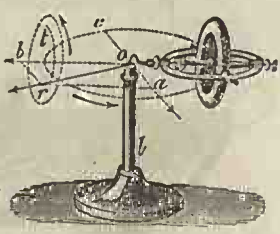


Fig. 92.

On fait encore avec le gyroscope une expérience remarquable. On appuie sur un support fixe *l* (*fig.* 92), un crochet, *o*, fixé à l'une des extrémités de l'axe du tore, de manière que cet axe soit horizontal, ou plus ou moins incliné au-dessus de l'horizon, et l'on voit le système conserver son inclinaison, malgré la pesanteur, et tourner lentement autour du point d'appui. Pour expliquer ce résultat, il faut savoir que les vitesses de rotation se composent, comme les vitesses de translation, par la règle du parallélogramme. Or, la pesanteur tend à faire descendre le tore, que nous supposons en *t*, en le faisant tourner autour de la droite *coa* perpendiculaire à son axe, avec une vitesse que nous représenterons par *oa* au bout d'un temps infiniment petit. La vitesse de rotation du tore étant représentée par *ob*, la résultante de ces deux vitesses sera dirigée suivant la diagonale *or*, et l'axe du tore tendra à venir se placer sur cette diagonale, en tournant autour du point *o*. Mais comme la ligne *coa* se déplace en même temps, on voit que l'axe du tore courra après la diagonale, qui se déplacera toujours, de manière à remonter continuellement vers cette diagonale. Si l'on soutient le système par un contre-poids fixé à la chappe du côté opposé au gyroscope, le système cesse de tourner autour du point *o*.

On explique de la même manière pourquoi une toupie se tient sur sa pointe pendant son mouvement de rotation, en décrivant un cône quand son axe n'est pas vertical; pourquoi un disque qui roule sur sa tranche, un vélocipède lancé avec vitesse, ne tombent pas pendant le mouvement.

Nous devons dire, en terminant, que M. Johson avait publié en Amérique, dès l'année 1832, la description d'un appareil qu'il nomme *rotascope*, au moyen duquel il met en évidence divers phénomènes du mouvement rotatoire [1]. On doit aussi à M. Sire un grand nombre d'expériences curieuses sur les tendances des axes de rotation; mais leur exposition nous entraînerait trop loin de notre sujet [2].

143. Influence de la forme de la terre sur la pesanteur. — On sait, depuis Parménide, que la terre est isolée dans l'espace, et qu'elle est de forme arrondie. Jusqu'en 1666, on l'avait regardée comme parfaitement sphérique; mais on a reconnu depuis, soit par la théorie, soit par des mesures directes, qu'il n'en est pas ainsi. Dans le siècle précédent, on avait découvert l'aplatissement de la planète Jupiter; et, en 1672, Richer envoyé à Cayenne par l'Académie des sciences, pour la détermination du rayon de la terre, remarqua que son pendule oscillait moins vite qu'à Paris, et qu'il fallait le raccourcir d'une ligne et un quart pour qu'il continuât à battre la seconde. Ce résultat inattendu, que Picard expliqua en disant que la pesanteur était moindre à Cayenne qu'à Paris, fit concevoir des doutes sur l'exacte sphéricité de la terre. Huyghens songea aussitôt à attribuer la diminution de la pesanteur à la force centrifuge, et soupçonna que la terre devait être renflée à l'équateur.

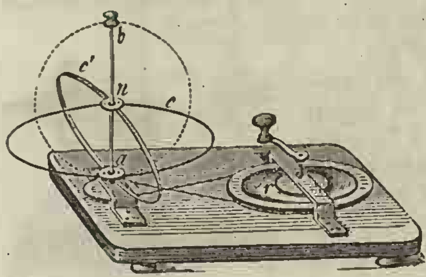


Fig. 93.

Obéissant à cet ordre d'idées, Huyghens et Newton démontrèrent par l'analyse l'aplatissement des pôles, et en calculèrent la valeur, en s'appuyant sur les lois de l'hydrostatique et les propriétés de la force centrifuge, et en supposant que la terre, dont les parties s'attirent mutuellement, a été primitivement fluide. Un grand nombre de géomètres, parmi lesquels Bouguer, Stirling, Clairaut, Maclaurin, Dalembert, s'élancèrent à l'envi dans cette voie, en perfectionnant les méthodes de leurs devanciers. Plus tard, Laplace, en considérant l'influence qu'exerce le renflement de l'équateur sur les mouvements de la lune, évalua l'aplatissement, et le trouva égal à $\frac{1}{304}$, nombre qui représente la différence entre les rayons de l'équateur et du pôle, divisée par le rayon de l'équateur.

Il est facile de concevoir comment la force centrifuge a pu produire l'aplatissement du globe dans son état primitif de fluidité. En effet, les points placés près de l'équateur décrivant, *dans le même temps*, des parallèles plus grands que les points voisins des pôles, tendent à s'éloigner de l'axe de rotation avec plus de force (89). De là le renflement de l'équateur; et, par suite, à cause de l'attraction mutuelle des parties du globe, le rapprochement des pôles.

Cette explication est confirmée par l'expérience suivante : quatre demi-cercles

[1] *L'Institut*, journal, 23e année, p. 389 (1855).

[2] *Bibliothèque universelle de Genève* (arch. des sciences), t. I, p. 118 (1858).

d'acier c, c' (*fig.* 93) sont fixés, en a, à une tige verticale ab, et, par leur partie supérieure, à un anneau n qui peut glisser le long de cette tige. Quand on fait tourner la tige au moyen de la roue r et d'une corde sans fin, on voit les cercles d'acier s'aplatir dans le sens vertical, et d'autant plus que le mouvement est plus rapide.

144. Mesure de l'aplatissement. — Au reste, la question de l'aplatissement du globe ne pouvait être complètement résolue que par des mesures directes exécutées à sa surface. Les anciens avaient déjà tenté de mesurer des arcs de méridien pour en déduire le volume de la terre. L'Académie des sciences de Paris, en 1669, voulant savoir à quoi s'en tenir sur ce volume, dont les évaluations étaient loin d'être d'accord, avait chargé Picard de la mesure d'un degré de méridien, c'est-à-dire de *la longueur de l'arc compris entre deux verticales formant entre elles un angle de* 1°. La découverte de Richer, à Cayenne (143), et les conséquences qu'en déduisit Newton, donnèrent une importance nouvelle à ces recherches. Mais les mesures obtenues depuis indiquèrent, faussement, une diminution dans la longueur des degrés, quand on s'éloignait de l'équateur. On en avait conclu que la terre était allongée vers les pôles, contrairement à la théorie de Newton. Colbert ordonna alors une mesure du méridien à travers la France, mesure fautive qui ne fit que compliquer la querelle élevée sur ce sujet entre les partisans de Newton et ceux de Cassini. C'est alors que fut entreprise, en 1736, à la demande de l'Académie et par ordre du gouvernement français, la mesure de deux arcs du méridien, l'un près du pôle, en Laponie; l'autre près de l'équateur, au Pérou. Cette opération conduisit à ce résultat, que *les arcs d'un degré, sur un même méridien, vont en augmentant à mesure qu'on s'avance vers les pôles.* Cette loi importante a été confirmée par toutes les observations qui ont été faites depuis par divers savants dans un grand nombre de pays : en France, au cap de Bonne-Espérance, en Italie, en Autriche, en Espagne, en Angleterre, dans l'Inde, en Suède, en Russie,..... Il en résulte que le rayon de l'équateur est plus grand que celui des pôles.

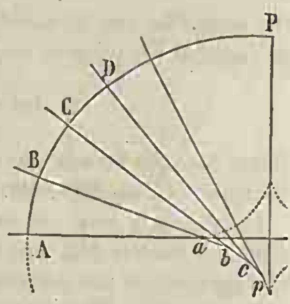


Fig. 94.

En effet, soient les verticales A, B, C... (*fig.* 94) qui forment deux à deux des angles de 1°, et Aa le rayon de l'équateur calculé d'après la longueur de l'arc AB. L'arc BC étant plus grand que AB, d'après les observations rapportées ci-dessus, le rayon de la terre, calculé au moyen de cet arc, sera plus grand que Aa; soit Bb ce rayon. De même, le rayon calculé au moyen de l'arc CD, plus grand que les deux précédents, sera Cc, plus grand que Bb, et ainsi de suite. Il résulte de là que les verticales prises sur le même méridien ne se rencontrent pas au centre de la terre, mais, comme l'a démontré Maupertuis, se coupent deux à deux sur une courbe *ap*, nommée *courbe barocentrique*. Il est facile de voir maintenant que OP est plus petit que OA; le point O étant le centre de la terre déterminé par l'intersection des verticales PO et AO perpendiculaires l'une à l'autre. En effet, on a

$$\begin{aligned} &Aa = Ba \\ &Bb = Cb = Aa + ab \\ &Cc = Dc = Bb + bc = Aa + ab + bc \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &Pp = PO + Op = Aa + ab + bc + cp. \end{aligned}$$

En remplaçant, dans la dernière équation, Aa par sa valeur $AO - aO$, et faisant passer aO dans la premier membre, on trouve :

$$PO + Op + aO = AO + ab + bc + cp.$$

Or, comme les arcs du méridien vont en augmentant à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur, le polygone *abc*..... est convexe du côté du centre, et l'on a

$$Op + aO > ab + bc + cp$$

Il faut donc que PO soit plus petit que AO. L'aplatissement n'est autre chose que le rapport (AO — PO) : AO.

Le pendule a aussi été employé pour déterminer l'aplatissement du globe, d'après la manière dont varie la pesanteur aux différents points de sa surface, et en s'appuyant sur une relation mathématique.

Résultats. — Par cette dernière méthode, ainsi que par les mesures directes des méridiens, on a reconnu des irrégularités de forme qui font que la terre n'est pas rigoureusement un solide de révolution. Par exemple, il y a une anomalie énorme vers le 46e degré de latitude, et sur le parallèle de Bordeaux à Padoue; de sorte que, sous la même latitude, la pesanteur n'est pas toujours la même. En outre, les observations de Lacaille au cap de Bonne-Espérance semblent indiquer que l'aplatissement est plus prononcé au pôle austral qu'au pôle boréal; car, il a trouvé au Cap, à la latitude de 30° sud, un degré presque égal à celui qu'on a mesuré en France à celle de 49°. Malgré ces irrégularités, l'ensemble des observations permet de regarder la terre comme ayant sensiblement la forme d'un ellipsoïde de révolution.

Biot a trouvé pour l'aplatissement, le nombre $\frac{1}{308,65}$, qui diffère peu de celui auquel le calcul avait conduit Laplace. Ce résultat a été obtenu au moyen des observations faites en France seulement. Or, l'influence des irrégularités accidentelles dans la courbure des méridiens et des parallèles, ne peut disparaître qu'en prenant la moyenne des résultats obtenus à des latitudes très-différentes, et sur différents méridiens. Il résulte des calculs de Saigey, basés sur l'ensemble des observations faites dans toutes les parties du monde, que l'aplatissement est égal à $\frac{1}{302,5}$, et que les dimensions du globe terrestre sont les suivantes :

Rayon de l'équateur.	6377^{kil},946	Rayon moyen (lat. 45°).	6367^{kil},4
Rayon du pôle. . .	6356,859	Surface de la terre. . .	510 051 300 kil. carrés.
Différence.	21,087	Volume de la terre. . .	1083 160 000 000 kil. cubes.

Sur un globe de 1 mètre de diamètre, la différence relative des rayons du pôle et de l'équateur ne serait que de 1^{mm},5 environ; elle serait donc tout à fait insensible à l'œil.

Le renflement de l'équateur, c'est-à-dire la portion du globe qui dépasse une sphère qui aurait pour rayon la distance du centre au pôle, est $\frac{1}{151}$ du volume total du globe.

La terre étant aplatie, la pesanteur doit augmenter, de l'équateur aux pôles. En effet, le globe, à peu près sphérique, attire comme si toute sa masse était réunie au centre (96); or, les points de la surface sont d'autant plus rapprochés de ce centre qu'ils sont plus voisins du pôle. Il résulte de l'aplatissement un accroissement de $\frac{1}{568}$ dans le poids des corps, quand on les transporte de l'équateur au pôle, et l'on démontre par l'analyse que cet accroissement est proportionnel au carré du *cosinus* de la latitude.

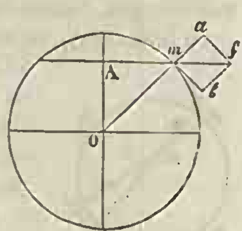


Fig. 95.

145. Influence de la rotation de la terre sur la pesanteur. — Il résulte de la rotation de la terre, que la pesanteur observée à sa surface n'est, en chaque point, que la différence entre l'attraction et l'effet de la force centrifuge. Soit donc m (*fig.* 95), un point pris sur un parallèle de rayon $r = Am$. La force centrifuge en ce point est $mf = 4\pi^2 r : T^2$. Cette force n'agissant pas dans la direction de la pesanteur, décomposons-la en deux autres, l'une horizontale, mb qui n'a pas d'influence sur la pesanteur, à laquelle elle est perpendiculaire ; l'autre verticale ma, qui a pour valeur $\overline{mf} \cos \overline{amf}$, ou $\overline{mf} \cos \lambda$; en appelant λ l'angle amf, qui est égal à la latitude du point m. Remplaçant mf par sa valeur, et remarquant que le triangle rectangle Aom donne $r = R \cos \lambda$, il vient $ma = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cos^2 \lambda$

La pesanteur est donc, en appelant G l'attraction de la terre,

$$[1] \quad g = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cdot \cos^2 \lambda \, ; \qquad \text{et, à l'équateur,} \quad g' = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \, . \quad [2]$$

On voit donc que la partie de la variation due à la force centrifuge est proportionnelle au carré du *cosinus* de la latitude. Au pôle, on a $\lambda = 90°$, et $g = G$.

Dans la formule [2], le second terme étant très-petit par rapport au premier, on a, à peu près, $g = G \left(1 - \frac{4\pi^2 R}{gT^2}\right)$, en mettant G en facteur commun, et le remplaçant par g au dénominateur du second terme. Prenant pour R le rayon moyen de la terre, on a $2\pi R = 40\ 000\ 000^m$; faisant $g = 9{,}8088$, et $T = 86400^s$, on trouve à peu près $\frac{4\pi^2 R}{gT^2} = \frac{1}{289} = \frac{1}{17^2}$. Or, si T était dix-sept fois plus petit, le second terme entre parenthèses serait égal à l'unité, et la valeur de g serait nulle. On voit donc que, si le temps de la rotation de la terre était dix-sept fois plus petit, c'est-à-dire si le globe tournait dix-sept fois plus vite, la force centrifuge contre-balancerait, *à l'équateur*, l'attraction terrestre, et si la terre tournait encore plus vite, les corps, au lieu de tomber, seraient lancés hors de sa surface.

La formule [2] permet de calculer l'*attraction* de la terre à l'équateur, en partant de la valeur $9^m{,}7815$ de la pesanteur sur ce cercle. On trouve ainsi $G' = 9^m{,}8154$, et pour la force centrifuge, $0^m{,}0339$.

Au pôle, l'*attraction* de la terre est plus grande qu'à l'équateur, à cause de l'aplatissement; elle est égale à $9^m{,}8327$. L'*attraction* varie donc seulement de $\frac{1}{568}$, de l'équateur au pôle; tandis que la *pesanteur* varie de $\frac{1}{191}$, ou environ trois fois plus, à cause de l'influence de la force centrifuge.

En adoptant $\frac{1}{200}$, en nombre rond, nous voyons qu'un corps qui pèserait 1 kil. à l'équateur, pèserait 5 gr. de plus au pôle. — Ce résultat ne pourrait être constaté avec la balance, mais il pourrait l'être au moyen d'un dynamomètre de Leroy (51), si l'on en avait d'assez sensible et si l'élasticité du ressort n'était pas exposée à s'altérer pendant le voyage.

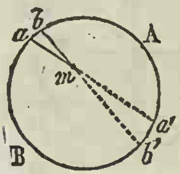


Fig. 96.

146. II. Variation de la pesanteur dans l'intérieur du globe. — *Si l'on suppose la terre homogène et parfaitement sphérique*, la pesanteur diminue, quand on s'enfonce au-dessous de sa surface, proportionnellement à la distance au centre. Nous allons d'abord poser le lemme suivant.

Lemme. — *Une enveloppe homogène* AB (*fig.* 96), *sphérique ou sensiblement sphérique, partout de même épaisseur infiniment petite, et dont tous les éléments attirent proportionnellement à leur masse et en raison inverse du carré des distances, n'a pas d'action sur un point matériel, m, situé dans son intérieur.* Pour le démontrer, considérons l'élément infiniment petit dans ses trois dimensions ab, et le cône abm qui s'appuie sur son contour. Ce cône, prolongé au delà du sommet, interceptera, en $a'b'$, un autre élément infiniment petit, dont l'action sur le point m sera opposée à celle de ab. Or, en appelant φ l'attraction de l'unité de masse à l'unité de distance, et d et d', les distances des centres de gravité des éléments ab, $a'b'$, leurs actions sur le point m seront

$$\varphi \frac{ab}{d^2} \quad \text{et} \quad \varphi \frac{a'b'}{d'^2},$$

quantités égales, car on a $ab : d^2 = a'b' : d'^2$, les deux cônes étant semblables puisqu'ils sont opposés par le sommet, et que, ab et $a'b'$ étant infiniment petits, les angles en a et en b' sont égaux, comme ayant pour mesure la moitié des arcs aAa' et bAb'. Les deux actions sont donc égales, et l'on en dirait autant de tous les éléments de l'enveloppe, considérés deux à deux.

Cela posé, soit n (*fig.* 97) un point pris à l'intérieur de la terre *supposée sphérique et homogène*, à une distance ρ du centre. Toutes les couches concentriques infiniment minces, dans lesquelles on peut supposer décomposées les parties du globe qui sont au-dessus du point n, n'exercent aucune action sur lui, d'après ce que nous venons de voir. L'attraction des portions intérieures agira donc seule. Or, D représentant la masse comprise sous l'unité de volume, la masse totale sera $\frac{4}{3}\pi\rho^3 D$, et l'attraction $\varphi \frac{4}{3}\frac{\pi\rho^3 D}{\rho^2} = \frac{4}{3}\varphi\pi\rho D$; quantité proportionnelle à ρ. La force centrifuge au point n, provenant du mouvement de la terre, ne modifie pas la loi énoncée; car elle est aussi proportionnelle à ρ (89).

Il résulte de là que si l'on suppose un puits traversant le globe de part en part suivant un diamètre, un corps qui tomberait dans ce puits ferait, d'une ouverture à l'autre, des oscillations dans lesquelles les vitesses suivraient les lois du mouvement du pendule (121), en supposant toujours la terre homogène.

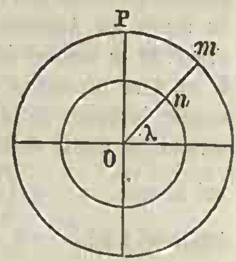


Fig. 97.

147. Nous verrons plus loin (163) que la terre est loin d'être homogène, comme nous le supposons ici, et que sa densité augmente à mesure qu'on s'enfonce au-dessous de sa surface. Il résulte de là que la loi ci-dessus ne peut être exacte en fait, et, de plus, que la pesanteur doit aller en augmentant jusqu'à une certaine profondeur, pour diminuer ensuite jusqu'au centre, où elle est nulle. En partant d'une formule relative à la variation de la densité suivant le rayon, dont nous parlerons plus tard (163), M. Roche a trouvé pour l'expression de la pesanteur g' à une distance d du centre de la terre dont le rayon est pris pour unité,

$$g' = 1{,}92 \,.\, gd\left(1 - \frac{12}{25}\,d^2\right),$$

formule d'où l'on déduit que la pesanteur augmente jusqu'à une profondeur égale au *sixième* du rayon, où elle dépasse la pesanteur, g, à la surface, de plus de $\frac{1}{15}$. Au *tiers* du rayon environ, on a $g' = g$.

Quoiqu'on n'ait pénétré dans les mines qu'à une faible profondeur au-dessous du niveau de la mer[1], l'accroissement de la pesanteur a pu y être constaté. M. Airy, en 1854, au fond des mines de Harton, à 384 mètres de profondeur, a vu le pendule faire, en 24 heures, 2 oscillations et quart de plus qu'à la surface

[1] Les mines les plus profondes sont celles de Kitz-Bahl, dans le Tyrol, et celles de Wuttemberg, en Bohême, qui s'enfoncent à 1330 mètres environ au-dessous du niveau de la mer.

de la terre, ce qui donne une augmentation de la pesanteur égale à $\frac{1}{19190}$ environ, nombre presque identique à celui que donne la formule de M. Roche.

148. III. Variation de la pesanteur quand on s'élève au-dessus de la surface de la terre. — *L'intensité de la pesanteur varie en raison inverse du carré de la distance au centre.* Cet énoncé s'applique rigoureusement à l'attraction de la terre supposée sphérique; mais il ne s'applique à la pesanteur qu'autant qu'on néglige les effets de la force centrifuge.

Pour les hauteurs que nous considérons habituellement à la surface de la terre, la variation est insensible; c'est pour cela que la pesanteur suit les lois des forces accélératrices constantes. En effet, en appelant R le rayon de la terre, et g et g' les intensités de la pesanteur au niveau de la mer et à une hauteur h, on aurait $g : g' = (R + h)^2 : R^2$, en négligeant la différence des forces centrifuges aux deux stations. Or, h est une quantité imperceptible vis-à-vis de R; en la négligeant, il vient $g = g'$. Cependant, sur les hautes montagnes, la diminution de la pesanteur devient appréciable par le pendule. Ainsi, Bouguer a trouvé qu'un pendule qui faisait 98770 oscillations en 24 heures, au village de Para, au bord du fleuve des Amazones, n'en faisait que 98740 à Quito situé plus haut, et 98720 au sommet du Pichincha, à 1500 mètres environ au-dessus de Quito. Il est donc nécessaire, dans les expériences que l'on fait avec le pendule pour étudier la figure de la terre, de ramener les résultats observés à ce qu'ils seraient au niveau de la mer. Pour cela, on se sert de la proportion ci-dessus, qui donne $g = g'\left(\frac{R+h}{R}\right)^2$, ou $g = g'\left(1 + \frac{2h}{R}\right)$, en négligeant le terme $h^2 : R^2$.

§ 5. — MESURE DES MASSES ET DES POIDS. — DENSITÉ DE LA TERRE.

149. Densité, poids spécifique. — L'action de la pesanteur sur tous les points matériels d'un corps étant la même, quelle qu'en soit la substance, et le poids étant la somme des actions de la pesanteur sur tous ces points, il en résulte que, *dans un même lieu, les masses des corps sont proportionnelles à leurs poids.* En appelant M et P, la masse et le poids d'un corps, et g l'intensité de la pesanteur, on a donc (61),

$$[1] \qquad P = Mg.$$

Cette relation montre, que pour comparer les masses des corps, il suffit de comparer leurs poids, qui sont dans les mêmes rapports.

Les poids de corps homogènes de même substance, sont évidemment proportionnels à leurs volumes. Mais l'expérience montre que, sous le même volume, les différentes substances n'ont pas le même poids; d'où l'on conclut qu'elles n'ont pas la même masse, puisque la pesanteur agit de la même manière sur toutes les espèces d'atomes (110). D'après cela, on nomme *densité d'un corps la masse* *comprise sous l'unité de volume*. En représentant par D la densité, par V le volume et par M la masse d'un corps, on aura donc

$$[2] \qquad M = V \times D.$$

Cette formule exprime que : 1° *la masse est proportionnelle au volume;* 2° *à égal volume, la masse est proportionnelle à la densité;* 3° *la densité d'une même masse est en raison inverse de son volume.*

On appelle *poids spécifique*, et quelquefois pesanteur spécifique, *le poids compris sous l'unité de volume*. Représentons-le par d, et désignons par P le poids d'un corps, on aura évidemment

$$[3] \qquad P = V \times d, \qquad \text{ou} \qquad P = V \times D \times g;$$

Car, d'après la formule [1], on a $d = Dg$, d étant le poids et D la masse de l'unité de volume. On voit donc que : 1° *le poids est proportionnel au volume;* 2° *à égal volume, le poids est proportionnel au poids spécifique;* 3° *à égalité de poids, le poids spécifique est en raison inverse du volume.*

Le poids spécifique diffère de la densité comme le poids diffère de la masse. Le poids varie avec la latitude (137); mais le poids pris pour unité variant de même, les nombres qui expriment les poids des corps ne changent pas quand on les compare *directement* à leur unité dans différents lieux. Il en est de même des poids spécifiques. C'est pour cela que l'on emploie quelquefois les mots *densité* et *poids spécifique* les uns pour les autres.

Si dans la formule $P = Vd$, on fait $P = 1$, on en tire $V = \frac{1}{d}$, qui représente le volume qui contient l'unité de poids du corps; on le nomme *volume spécifique* de ce corps.

L'instrument le plus précis pour mesurer les poids est *la balance*, dont la théorie dépend de celle du levier, qui va d'abord nous occuper.

I. Du levier et de la balance.

150. DU LEVIER. — Le levier est une barre rigide AB (*fig.* 98), pouvant tourner dans tous les sens autour d'un point fixe O, nommé *point d'appui*. A cette barre sont appliquées, en deux points différents A et B, deux forces P et Q qui tendent à la faire tourner en sens opposé. L'une de ces forces P, est la puissance, l'autre, Q, la résistance.

Pour que ces deux forces se fassent équilibre, il faut trois conditions :

1° *Les deux forces doivent tendre à faire tourner le levier en sens opposé;*

2° *Leurs directions doivent être dans le même plan avec le point d'appui;*

3° *Leurs intensités doivent être en raison inverse de leurs bras de levier.* On nomme *bras de levier*, les longueurs Oa, Ob des perpendiculaires abaissées du point d'appui sur les directions des deux forces.

Pour établir ces trois conditions, remarquons que, pour qu'il y ait équilibre, il faut et il suffit que les deux forces aient une résultante passant par le point d'appui, dont la résistance la détruira. Or on démontre en statique que, pour que deux forces aient une résultante unique, il faut qu'elles soient dans un même plan; ce qui nous donne la seconde condition. Supposons que les directions des deux forces se rencontrent en un point c. Pour que leur résultante passe par le point O, il faut : 1° qu'elle soit dirigée dans l'angle AcB, ce qui exige que les forces tendent à faire tourner le levier en sens contraire; 2° que le point O soit dans le plan AcB; 3° que les distances du point O aux deux composantes soient en raison inverse des intensités de ces forces (63); ce qui nous donne la troisième condition

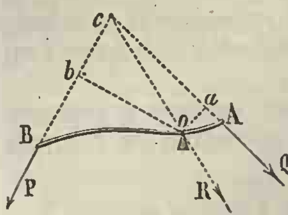


Fig. 98.

$$[1] \qquad P : Q = Oa : Ob.$$

Si les deux forces étaient parallèles, les deux bras de levier seraient sur le prolongement l'un de l'autre; et si ces forces sont en raison inverse des bras de levier, la résultante passera par le point O, d'après le principe de la composition des forces parallèles (71).

On appelle *moment* d'une force par rapport à un point, le produit de l'intensité de cette force par la longueur de la perpendiculaire abaissée du point sur la direction de la force. Or, la proportion [1] peut s'écrire $P \times Ob = Q \times Oa$. On peut donc dire que, pour l'équilibre du levier, *il faut que les moments de la puissance et de la résistance soient égaux.*

Lorsque le levier, au lieu de s'appuyer sur un point fixe, ne peut que tourner autour d'un axe, la seconde condition n'est plus nécessaire et la troisième doit être remplacée par celle-ci : *les moments des projections des deux forces sur un plan perpendiculaire à l'axe, doivent être égaux.* En effet, la puissance pourra se décomposer en deux forces, l'une parallèle à l'axe, qui sera détruite par sa résistance, l'autre dans un plan perpendiculaire à cet axe, et qui tendra à faire équilibre à la composante de la résistance, située dans le même plan. Or, ces deux composantes ne sont autre chose que les projections des forces sur le plan perpendiculaire à l'axe.

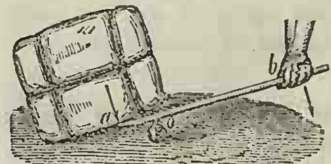


Fig. 99.

151. Levier droit. — Le levier prend le nom de *levier droit* quand la barre est droite, et la puissance et la résistance parallèles entre elles. On distingue trois espèces de leviers droits :

1° *Le levier du premier genre*, dans lequel le point d'appui est placé entre les points d'application des deux forces. Dans cette espèce de levier, la force qui a l'avantage, c'est-à-dire qui fait équilibre à une force plus intense, est celle qui est appliquée au plus grand bras de levier; cette force peut être la résistance, aussi bien que la puissance. Dans la *fig.* 99, la puissance appliquée en *b* a l'avantage; le point d'appui est représenté par le corps *o*, sur lequel s'appuie le levier, et la résistance, appliquée en *a*, par le poids de la masse à soulever;

2° *Le levier du second genre*, dans lequel le point d'application de la résistance *a* (*fig.* 100), est placé entre le point d'appui O et le point d'application de la puissance. Dans ce cas, la puissance a toujours l'avantage;

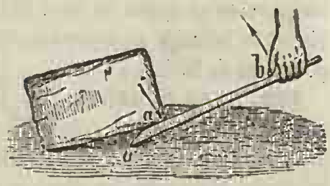


Fig. 100.

3° *Le levier du troisième genre.* Dans cette espèce de levier, le point d'appui est encore à l'une des extrémités; mais le point d'application de la puissance en est moins éloigné que le point d'application de la résistance; de sorte que cette dernière force a toujours l'avantage. Comme exemple de cette espèce de levier, nous citerons les pédales, sur lesquelles on appuie le pied vers la partie moyenne pour vaincre une résistance appliquée à l'une des extrémités, tandis que le point d'appui se trouve à l'autre.

Les différentes conditions d'équilibre du levier peuvent se vérifier avec des poids que l'on y suspend, et dont on fait varier la grandeur et la distance au point d'appui. Dans ces expériences, il faut tenir compte du poids de la barre, à moins que son centre de gravité ne se confonde avec le point d'appui.

Remarque. — Quand on dérange le levier droit de sa position d'équilibre, les déplacements des points d'application de la puissance et de la résistance sont proportionnels aux bras du levier, et par conséquent, en raison inverse de ces forces. Ce résultat est un cas particulier du principe des vitesses virtuelles (81). Chez les animaux vertébrés, les os longs forment des leviers du troisième genre; la résistance a donc l'avantage. Mais cet inconvénient est racheté par cette circonstance favorable, que les points à mouvoir parcourent un grand espace, pour un très-petit déplacement du point d'application de la puissance. Soit, par exemple, *oa* l'os principal de l'avant-bras (*fig.* 101), formant un levier dont le point d'appui est en *o* à l'articulation du coude, et dont la puissance, produite par la contraction de l'un des muscles du bras, est appliquée en *b*. Une très-petite contraction du muscle fera parcourir un grand espace à la main, à laquelle est appliquée la résistance, représentée ici par le poids du corps *a*.

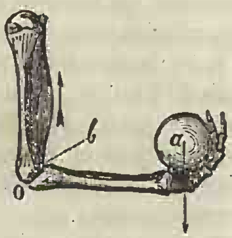


Fig. 101.

L'invention du levier se perd dans la nuit des temps. Pline prétend qu'il a été imaginé en 1240, par Cynire, de l'île de Chypre. Il est plus probable qu'on en a fait usage naturellement, dès les premiers âges du monde. Le principe du levier droit est dû à Archimède, qui était tellement pénétré de la puissance de cette machine, qu'il disait que, avec un point d'appui et un levier assez grand, il soulèverait le monde : « *Da mihi ubi consistam et terram loco dimovebo.* » On a calculé qu'il faudrait plus de quarante millions de siècles pour déplacer la terre de l'épaisseur d'un cheveu, avec la force d'un seul homme ; c'est que l'*on perd en temps ce qu'on gagne en force* (81). J.-B. de Benedictis, au quinzième siècle, a étendu le principe au levier courbe, en prenant les perpendiculaires aux forces, pour bras de levier.

152. DE LA BALANCE. — La balance est un levier droit du premier genre dont le point d'appui est au milieu. A ses extrémités sont suspendus librement deux *bassins*, ou plateaux, destinés à recevoir les corps dont on veut comparer les poids. D'un côté, on place le corps que l'on veut peser, et de l'autre, des poids gradués. Le levier de la balance se nomme *fléau*. Nous supposerons d'abord que le point d'appui et les points de suspension des bassins sont *en ligne droite*, ce qui a lieu ordinairement.

153. Conditions d'une bonne balance. — Une balance, pour être juste, doit être en équilibre quand les bassins portent des poids égaux. On demande de plus, que cet équilibre n'ait lieu que dans la position horizontale du fléau. Pour atteindre ce but, il faut quatre conditions :

1° *Les bras du fléau doivent être parfaitement égaux.* Sans cela, lors de l'équilibre, la charge placée du côté du plus long bras, serait moins lourde que l'autre. Pour reconnaître si cette condition est remplie, on met deux corps en équilibre dans les bassins, puis on les change de place ; si les bras sont égaux, l'équilibre a encore lieu.

2° *La balance doit être en équilibre quand les bassins sont vides.* Sans cela, il est évident que les corps à comparer devant rétablir cet équilibre, s'il n'existait pas, en agissant sur des bras égaux, ne pèseraient pas également.

Si les deux conditions précédentes sont remplies, et si l'on fait abstraction du poids du fléau, ou, ce qui revient au même, si l'axe de suspension passe par son centre de gravité, l'équilibre aura lieu dans toutes les positions de ce fléau ; car les poids égaux seront toujours appliqués à des bras de leviers égaux. Pour que l'équilibre ne puisse avoir lieu que dans la position horizontale, il faut donc une nouvelle condition.

3° *Le centre de gravité ne doit pas se confondre avec le point d'appui, et doit se trouver avec ce point sur une même perpendiculaire à la longueur du fléau.* En effet, l'équilibre ayant lieu quand le point d'appui et le centre de gravité sont sur la même verticale (103), le fléau sera alors horizontal. Les poids égaux suspendus à la balance ne changent rien à cette condition, puisqu'ils représentent des forces égales et parallèles qui se font équilibre aux extrémités de bras de levier égaux.

4° *Le centre de gravité doit être au-dessous du point d'appui;* car, s'il était au-dessus, l'équilibre serait *instable* (104). Quand ce cas se présente, la balance est dite *balance folle.*

Quand les conditions que nous venons de passer en revue sont remplies, il existe toujours une position inclinée du fléau pour laquelle il est en équilibre, quelle que soit la différence des poids placés dans les deux bassins. En effet, soit o le point d'appui du fléau AB (*fig.* 102), et p la différence des poids, différence qu'il suffit de considérer. La balance s'inclinera du côté de l'excès p. En même temps, le centre de gravité G, auquel est appliqué le poids π du fléau, s'élèvera en G′, et il faudra, pour qu'il y ait équilibre, que les moments des forces p et π soient égaux. Ces moments sont $p \times ob$, et $\pi \times oa$. Or, on voit, que le bras de levier oa va en augmentant jusqu'à la valeur oG', et le bras de levier ob, en diminuant jusqu'à zéro, à mesure que la balance s'incline. Il y aura donc une position du fléau pour laquelle ces deux moments seront égaux.

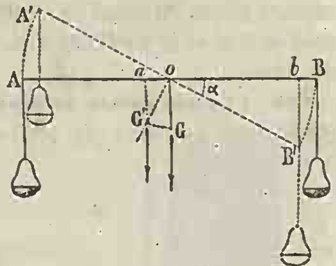


Fig. 102.

Pour trouver cette position, soit 2L la longueur du fléau et l la distance oG, il faut, pour qu'il y ait équilibre, que l'on ait :

$$\pi \times oa = p \times ob. \qquad [1]$$

Or, en appelant α l'angle BoB′, on a $ob = oB' \cdot \cos\alpha = L \cos\alpha$, et $oa = oG' \cdot \sin\alpha = l \sin\alpha$. L'égalité devient donc :

$$\pi\, l \sin\alpha = pL \cos\alpha\,; \qquad \text{d'où} \qquad \operatorname{tang}\alpha = \frac{pL}{\pi l}. \qquad [2]$$

égalité qui peut toujours être satisfaite par une valeur de α moindre que 90°. Pour $\alpha = 90°$, on aurait $\operatorname{tang}\alpha = \infty$, ce qui ne peut avoir lieu que pour une différence de poids infinie, tant que l n'est pas nul. On voit aussi que p étant proportionnel à tang α, si l'on pouvait mesurer exactement L, l et α, la formule [2] donnerait la différence des poids qui sont dans les bassins.

134. Sensibilité de la balance. — Une balance *sensible* est celle qui peut indiquer, en s'inclinant, une différence de poids très-petite. Dans le cas contraire, elle est dite *sourde* ou *paresseuse*. Il y a deux sortes de conditions de sensibilité : les unes dépendent des dimensions relatives des différentes parties de la balance, les autres du soin avec lequel elle est construite. Occupons-nous d'abord des conditions géométriques.

Il est évident que la balance sera d'autant plus sensible qu'elle s'inclinera davantage pour une même différence de poids p. Or, la formule [2] montre que la valeur de tang α, et par conséquent celle de α, est d'autant plus grande que l est plus petit par rapport à L, et que π est aussi plus petit. Il faut donc, pour qu'une balance soit sensible : 1° *que le centre de gravité du fléau soit le plus près possible du point d'appui ;* 2° *que le fléau soit très-long ;* 3° *qu'il soit très-léger.*

Les autres conditions de sensibilité dépendent de la parfaite mobilité du point d'appui et des points de suspension des bassins, et de la rigidité du fléau ; car, si celui-ci fléchit, le centre de gravité descend, et les points de suspension s'abaissent au-dessous de celui du fléau, ce qui diminue la sensibilité, comme nous allons le voir. Il résulte de là, que la sensibilité de la balance dépend de la charge totale qu'elle supporte, les frottements dépendant de la pression, et le fléau fléchissant toujours un peu, d'autant plus qu'il est plus chargé à ses extrémités. Lors donc que l'on indique la sensibilité d'une balance, il faut dire sous quelle charge totale elle a lieu.

155. Cas des points de suspension non en ligne droite. — Quand le point d'appui *o* du fléau (*fig.* 103) et les points de suspension *a* et *b* des bassins ne sont pas en ligne droite, la sensibilité varie avec la charge totale, abstraction faite des frottements. Supposons d'abord que les points *a* et *b*, placés symétriquement par rapport à *o*G, soient au-dessus du point d'appui *o*. On voit, à l'inspection de la figure, que lorsque la balance s'incline suivant A′ B′, le bras de levier *od* augmente du côté de la charge la plus grande, pendant qu'il diminue du côté opposé. La partie commune des deux poids agira donc pour accroître l'inclinaison, et la sensibilité augmentera avec la valeur de cette partie commune. Cherchons la formule qui donne l'angle α, pour lequel il y a équilibre. Posons $oA = oB = L$, $oG = l$, $aoA = \beta$, d'où $\tang \beta = \overline{aA} : L$. Soient P et Q les poids inégaux suspendus en *a* et *b*, et supposons $P < Q$; la balance s'inclinera suivant A′B′, et l'on aura pour l'équilibre

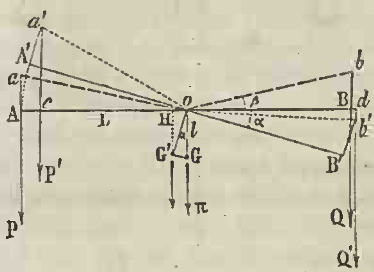


Fig. 103.

$$P \times \overline{oc} + \pi \times \overline{oH} = Q \times \overline{od} . \qquad [1]$$

Le triangle *a′ co* donne

$$\overline{oc} = \overline{oa'} \cos \overline{a'oc} = \frac{L}{\cos \beta} \cos (\alpha + \beta) = L (\cos \alpha - \sin \alpha \tang \beta) ,$$

en développant $\cos (\alpha + \beta)$. Le triangle *dob′* donne de même

$$od = L (\cos \alpha + \sin \alpha \tang \beta); \quad \text{et l'on a enfin} \quad oH = l \sin \alpha,$$

dans le triangle G′*o*H. Portant dans la formule [1] les valeurs de *oc*, *od* et *o*H, et divisant tous les termes par cos α, on en tire

$$\tang \alpha = \frac{(Q - P)L}{\pi l - L(Q + P) \tang \beta} . \qquad [2]$$

Cette formule montre que la sensibilité dépend des valeurs de L, l et π, comme dans le cas des trois points en ligne droite, et de plus que, pour une même différence $Q - P$, la valeur de tang α augmente avec la charge totale $Q + P$, et avec la valeur de tang β, ou de Aa.

Si l'on a $P = Q$, il vient tang $\alpha = 0$. Si la charge totale est assez grande pour que l'on ait $\pi l = L(P + Q)$ tang β, d'où $P + Q = \pi l : L$ tang β, il vient tang $\alpha = \infty$, et $\alpha = 90°$; le fléau prend donc la position verticale, et sous une charge totale d'autant plus petite que π et l sont eux-mêmes plus petits, et L et tang β, plus grands. On peut, du reste, trouver directement la condition pour que le fléau placé verticalement soit en équilibre, en se rappelant

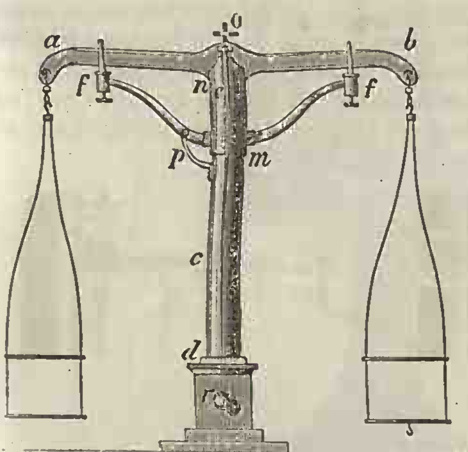


Fig. 104.

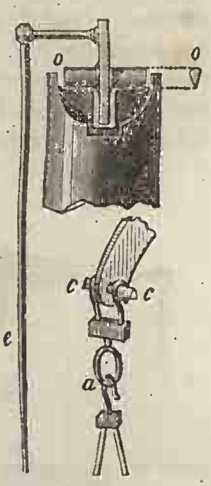


Fig. 105.

que l'on a tang $\beta = A\pi : L$. Si en même temps $P = Q$, la valeur de tang α est indéterminée, et l'équilibre a lieu dans toutes les positions du fléau. Si l'on a $\pi l < L(P + Q)$ tang β, tang α sera négatif, et α, plus grand que $90°$. Si en même temps P et Q sont égaux, il vient tang $\alpha = -0$. Le fléau se place donc horizontalement après avoir tourné de $180°$, c'est-à-dire qu'il se renverse. Cependant, il y a encore équilibre dans la position première horizontale; mais cet équilibre est *instable*. La balance devient donc *folle*, quand la charge totale dépasse $\pi l : L$ tang β.

Si les points de suspension des bassins étaient *au-dessous* du point d'appui du fléau, il suffirait de changer le signe de tang β dans la formule [2], et l'on verrait pourquoi la sensibilité d'une balance dont les trois points sont en ligne droite, diminue quand le fléau fléchit sous une charge trop forte.

156. Balance de Fortin. — Dans la balance qui porte le nom du célèbre artiste Fortin, se trouvent réunies toutes les conditions matérielles qui donnent une grande sensibilité. Le fléau *ab* (*fig.* 104) en acier trempé, est traversé en son milieu par un prisme triangulaire ou *couteau o*, dont les deux moitiés s'appuient, par un tranchant légèrement arrondi, sur deux plaques en agate disposées dans un même plan horizontal. Une longue aiguille *e* (*fig.* 104 et 105), perpendiculaire au fléau, marque, sur une division *d*, les moindres inclinaisons de la balance. On voit au bas de la *fig.* 105 le système de suspension des bassins : un double crochet, portant un anneau *a* auquel on accroche le bassin, s'appuie sur un couteau qui traverse le fléau à son extrémité, et dont le tranchant est tourné vers le haut, de manière que le centre de gravité du bassin et de sa charge se place toujours de lui-même sur la verticale qui passe par l'axe de suspension. Pour empêcher le couteau *o* de s'émousser sous une pression continue, on soulève le fléau, quand on ne se sert pas de la balance, au moyen des fourchettes *f*, *f*, fixées à un manchon mobile *nm* qui enveloppe la partie supérieure du support *c* de l'instrument. Ce manchon est mis en mouvement par une tige logée dans l'intérieur de la colonne *c* et articulée à un levier que l'on fait mouvoir au moyen d'un bouton *r*. La pièce *p* empêche les fourchettes de

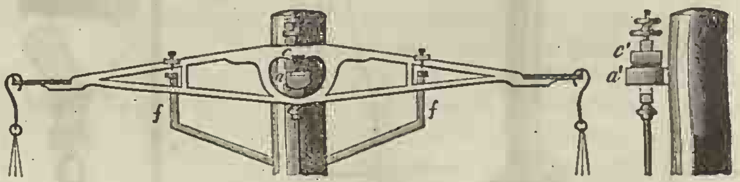


Fig. 106.

sortir du plan vertical qui passe par le fléau. Tout l'appareil est renfermé dans une cage vitrée à vis calantes, destinée à le préserver de l'humidité et de la poussière.

137. Balances nouvelles. — On emploie souvent aujourd'hui des fléaux à jour, en bronze (*fig.* 106), imaginés par Deleuil, et dont le couteau *c*, *c'* s'appuie sur une plaque unique d'agate *a*, *a'* fixée en avant de la colonne qui porte la balance. Cette plaque traverse le fléau par une large ouverture. Ce fléau, qu'on a en outre largement évidé, pour diminuer son poids, tout en lui laissant beaucoup de rigidité, peut être soulevé par les pièces *f*, *f'*, quand la balance est au repos.

Les bonnes balances accusent une différence de 1 milligramme, quand elles sont chargées de 2 kil. dans chaque bassin. Il en est qui indiquent une différence de *un quart* de milligramme ; mais alors la charge totale ne doit pas, en général, dépasser 4 grammes. Deleuil a construit une balance, sensible au milligramme sous une charge totale de 10 kilogrammes ; et l'on voit, au Conservatoire des arts et métiers de Paris, une grande balance venant d'Amérique, qui est sensible au *demi-milligramme*, sous une charge totale de 25 kilogrammes !

Les balances sensibles sous une forte charge ont généralement un long fléau

(154). Mais alors, le moment d'inertie (125) étant très-grand, les oscillations sont d'une lenteur excessive. M. J. Salleron a construit, d'après les idées de M. Mendeleef, une balance sensible au milligramme, dont le fléau n'a que 24 centimètres de longueur. Ce fléau, en aluminium, métal très-léger, est muni à chacune de ses extrémités, d'un anneau vertical, dont le centre, marqué par le

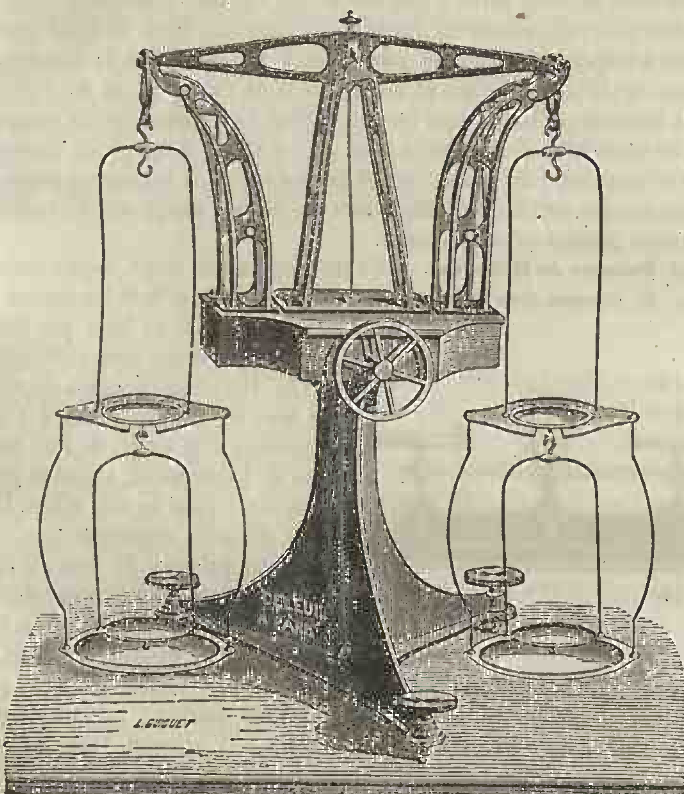


Fig. 107. — $^1/_{10}$.

point de croisement des fils d'un réticule, se projette sur un micromètre fixé verticalement par derrière, et divisé en dixièmes de millimètre. On vise de loin ce micromètre, au moyen d'une petite lunette. Il suffit d'une différence de 1 milligramme sous une charge de 1 kil. dans chaque bassin, pour que le réticule se déplace de 15 divisions. On peut donc apprécier $\frac{1}{15}$ de milligramme, et, par conséquent, peser un kilogramme avec une approximation de $\frac{1}{15\,000\,000}$ de sa valeur. — Cette balance est montée sur un plateau bien dressé, et est assez petite pour pouvoir être couverte par un récipient de machine pneumatique, ce qui permet de faire des pesées dans le vide [1].

Balance de laboratoire. — M. A. Deleuil a établi un nouveau modèle de balance (*fig.* 107), destiné spécialement aux expériences de physique et de chimie, dans lesquelles on a souvent à peser des corps lourds ou volumineux. Cette balance est sensible aux 5 milligrammes, sous une charge de 3 kil. de chaque côté. Le fléau porte à chacune de ses extrémités un étrier à bassin, auquel on peut en accrocher un second. Ces étriers sont munis de divers crochets destinés à suspendre des ballons pouvant avoir 25 centimètres de diamètre. En agissant sur la petite roue qui se voit en avant de l'appareil, on fait jouer des leviers soutenus par les consoles courbes disposées de chaque côté du support du fléau, de manière à soulever ce dernier et, en même temps, à en écarter les pièces de suspension des étriers, quand on veut mettre la balance au repos. Des supports mobiles peuvent être placés sous les bassins supérieurs, de manière à les soutenir pendant qu'on les charge.

158 Balance de Roberval. — On fait fréquemment usage, depuis quelques années, de balances dont le principe est dû à Roberval, et dont les bassins sont placés au-dessus du fléau. Ces bassins sont portés par des tiges verticales *ad*, *be* (*fig.* 108) suspendues aux deux bouts du fléau *ab*, et articulées en *d* et *e* aux extrémités d'un levier, *de*, logé dans le pied de l'instrument, et mobile autour d'un axe *c* placé en son milieu. Il résulte de cette disposition que, dans toutes les positions du fléau, la figure *adeb* est un parallélogramme dont les côtés *ad* et *be* sont verticaux. Il est facile de voir que la position des poids sur les bassins n'a pas d'influence sur l'équilibre. En effet, considérons deux poids égaux p, p' posés sur les deux bassins dans des positions non symétriques; appliquons en a deux forces verticales égales à p et opposées l'une à l'autre, q, q_1, et faisons de même en b; ces quatre forces auxiliaires ne changent rien à l'état du système. Les deux forces égales p, p' se trouvent ainsi remplacées par les *couples* $\overline{pq}$ et $\overline{p'q'}$ (70), et par les forces q_1 et q'_1. Or, les couples sont détruits par les résistances des points fixes o et c, qui se trouvent dans leur plan; il ne reste donc que les forces q_1 et q'_1 qui, agissant sur des bras de levier égaux oa, ob, se font évidemment équilibre quand elles sont égales.

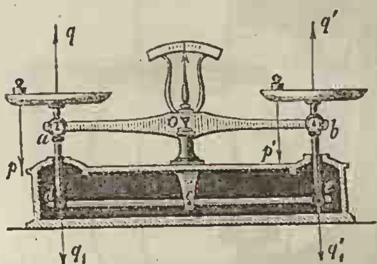


Fig. 108.

159. Manière de peser avec une balance fausse. — Il est presque impossible d'obtenir l'égalité absolue des bras du fléau. Pour peser exactement en dehors de cette condition, on emploie la *méthode des doubles pesées*, ou *de*

[1] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t. LXXX, p. 378.

Borda. Le corps dont on veut connaître le poids est placé dans un des bassins, et on lui fait équilibre, au moyen de grains de plomb ou de sable bien sec, placés dans l'autre. On enlève ensuite le corps, et on le remplace par des poids gradués de manière que l'équilibre soit rétabli. Il est évident que ces poids représentent le poids du corps, puisqu'ils font équilibre à la même charge, dans les mêmes conditions.

Une autre méthode consiste à peser deux fois le corps, en le plaçant successivement dans les deux bassins. Soit x le poids du corps et p les poids gradués qui lui font équilibre dans un des bassins suspendu au bras b du fléau, et soit a l'autre bras. On aura $x \times a = p \times b$. Soit maintenant p' les poids gradués qui font équilibre au corps placé dans l'autre bassin, on aura $x \times b = p' \times a$. En multipliant ces deux égalités membre à membre, a et b disparaissent, et il vient $x^2 = pp'$; d'où $x = \sqrt{pp'}$. Le poids cherché est donc la moyenne géométrique entre les deux résultats obtenus successivement.

II. Mesure de la masse et de la densité de la terre.

160. Pour calculer la masse de la terre, il suffirait de connaître son volume et sa densité moyenne, c'est-à-dire ce que serait le poids de l'unité de volume si toutes les substances qui composent le globe étaient mélangées uniformément. Newton avait déduit de considérations tirées de l'équilibre des mers, que la densité moyenne de la terre devait être plus grande que celle de l'eau, et il l'avait estimée égale à environ cinq ou six fois celle de ce liquide. Laplace, en partant de considérations astronomiques, arriva aux mêmes résultats et trouva que les parties intérieures étaient plus denses que les couches extérieures. Depuis, on a cherché, par diverses méthodes, à exprimer numériquement la densité moyenne de la terre.

Méthode du pendule. — On a d'abord comparé l'attraction du globe à celle d'une montagne. Bouguer, occupé au Pérou, avec Lacondamine, à la mesure du méridien, reconnut, au moyen du pendule, que la valeur de la pesanteur sur le Pichincha différait de celle qu'il avait observée à Quito, moins que ne l'indiquait la différence de niveau des deux stations. Il arriva à la même conclusion, quoique le résultat fût moins prononcé, en comparant les valeurs de la pesanteur, à Quito et au bord de la mer. La différence fut attribuée à l'attraction des Andes; elle indiquait, pour ces montagnes, une densité égale au cinquième environ de la densité moyenne du globe.

Déviation du fil à plomb par les montagnes. — Bouguer eut aussi l'idée de constater l'attraction de la montagne du Chimboraço, au moyen de la déviation produite par sa masse sur le fil à plomb, par une méthode que nous décrivons plus loin. La déviation fut de 7″,5. Le vent et le froid gênèrent les observations et nuisirent à leur précision. Bouguer, qui s'attendait à trouver 103″, admit alors que la montagne, d'origine volcanique, contenait d'immenses cavités. Saigey, en partant des deux observations de Bouguer les plus exactes, trouva le nombre 1,83 pour la densité du globe comparée à celle de la montagne. Ce résultat, très-approché de celui qu'obtint plus tard Maskélyne, rend inutile la supposition des cavités dans la montagne.

Expériences de Maskélyne. — Maskélyne, en 1774, chercha à évaluer la densité de la terre en partant de la déviation du fil à plomb par le mont Schéallien en Écosse, mont complétement isolé, et dont la constitution géologique est bien connue.

Ayant choisi deux stations m, n (*fig.* 109), l'une au nord, l'autre au sud de la montagne, Maskélyne, placé d'abord en m, visa avec une lunette mobile au centre d'un cercle de 3 mètres de rayon, une étoile S voisine du zénith, au moment de son passage au méridien, et mesura l'angle smq formé par l'axe de la lunette avec le fil à plomb mq. Opérant de même à l'autre station, il mesura l'angle $s'np$ du fil à plomb avec le rayon visuel mené à la même étoile, lors d'un second passage au méridien. Les rayons visuels mS, nS étant parallèles, à cause de la distance immense de l'étoile considérée à la terre, on voit, en menant mp' parallèle à np, que l'angle des deux fils à plomb est

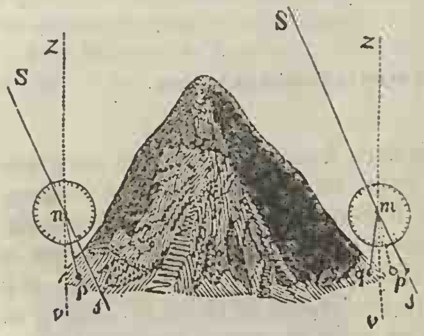


Fig. 109.

$$qmp' = smq - smp' = smq - s'np.$$

Cet angle fut trouvé de 54″,6. Mais il faut tenir compte de la différence de latitude des deux stations (101). La distance horizontale des deux points m et n ayant été déterminée par une triangulation, donna 42″,94; la différence 11″,66 représente la somme des déviations produites par la montagne aux deux stations, et la moitié, ou 5″,83, donne la déviation qmv d'un des fils à plomb. Hutton se chargea de calculer la somme des attractions des différentes portions de la montagne, divisée par la pensée en un millier de parties dont il fallut déterminer les positions. Ce travail, qui exigea trois années de mesures et de calculs, fut couronné par la Société royale de Londres, et donna le rapport de 5 à 9 entre la densité moyenne de la montagne et celle de la terre. Il restait à évaluer la densité moyenne du mont Schéhallien par rapport à l'eau. M. Playfair examina les roches qui le composent, et trouva que leur densité variait de 2,5 à 3,2, et, en tenant compte de leurs quantités relatives, il estima la densité moyenne de la montagne, comprise entre 2,7 et 2,8; ce qui donne à peu près 5, pour la densité moyenne de la terre comparée à celle de l'eau.

Des recherches sur le même sujet ont été faites, en 1821, par Carlini sur le mont Cenis, au moyen du pendule, et, en 1827, par MM. Whewhell et Airy dans les mines de Cornouailles, à 372^m de profondeur.

161. Appareil de Michell et Cavendish. — Les expériences que nous venons de décrire montrent directement l'attraction exercée par les montagnes. John Michell imagina un appareil qui permet de reconnaître cette attraction dans des masses de très-petites dimensions, en même temps qu'il fournit un nouveau moyen d'évaluer la densité moyenne de la terre ; mais il mourut avant d'avoir pu en faire usage, et le légua à Wollaston. Celui-ci le transmit à Cavendish qui le perfectionna notablement, et présenta, en 1798, les résultats de ses expériences à l'Institut royal de Londres[1].

L'appareil est représenté en coupe et en projection dans la *fig*. 110. *ab* est un fléau en bois mince et ferme, renforcé par un fil d'argent *boa*, et portant deux balles métalliques *m*, *m*, pesant chacune 729^{gr},214. Ce fléau est soutenu en son milieu par un fil de métal *vo* qu'on peut faire tourner sur lui-même au moyen de la vis sans fin *v*. Ce fil est suspendu à la partie supérieure d'une boîte en acajou B, B, B, qui enveloppe toute cette portion de l'appareil, et s'appuie elle-même sur quatre piliers R, R ; R′, R′, au moyen de vis calantes. Deux sphères égales de plomb M, M, pesant chacune 157^{kil},927, et dont la ligne des centres passe par le prolongement du fil de suspension, peuvent être éloignées ou rapprochées des balles *m*, *m*, au moyen d'un cordon qui s'enroule sur la poulie P, mobile autour d'un axe vertical. On observe les extrémités du fléau, au moyen de deux lunettes L, L, à travers des fentes ménagées dans la boîte d'acajou. Les déplacements de ces extrémités se mesurent sur une échelle d'ivoire que porte la boîte, à l'aide d'un vernier fixé au fléau, donnant les quarts de millimètre et éclairé par les lanternes extérieures S, S. L'appareil est tout entier renfermé dans une chambre, dans laquelle on évite d'entrer, de peur d'agiter l'air ou de faire varier

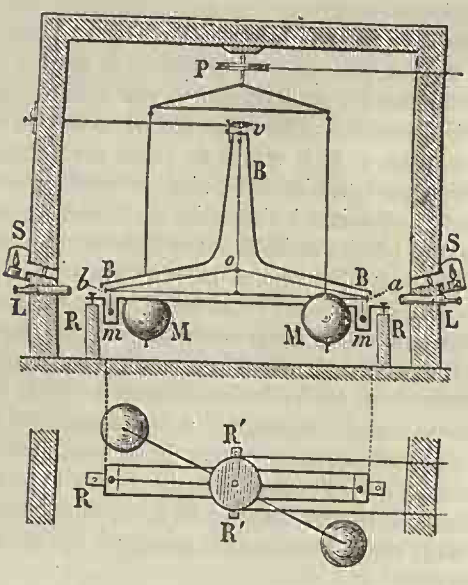


Fig. 110.

[1] *Journal de l'École polytechnique*, 17[e] cahier, p. 263.

la température. Ces précautions ne sont pas trop minutieuses, car la force par laquelle les balles sont attirées n'est que 0,00000002 de leur poids. Du reste, des expériences décrites plus loin (162) prouvent combien elles sont nécessaires.

Cavendish, ayant transporté les masses M, M, très-près des balles, vit celles-ci s'en rapprocher, à cause des attractions égales qu'elles subissaient, puis faire une série d'oscillations isochrones autour d'une position d'équilibre. Cette position est celle pour laquelle les attractions des masses M font équilibre à la résistance développée par la torsion dans le fil de suspension. Pour connaître cette position d'équilibre, Cavendish observait trois *positions extrêmes* successives de l'extrémité du fléau, et prenait le milieu entre la seconde position et un point pris à égale distance de la première et de la troisième, qui sont du même côté, afin d'éviter l'erreur provenant de la diminution d'amplitude. Il mesura ensuite la durée d'une oscillation, en employant des précautions particulières motivées par la diminution d'amplitude, et trouva pour cette durée, 7 minutes; et 14 minutes, dans d'autres expériences faites avec un fil de suspension plus fin.

Pour déduire de ces observations le rapport entre l'attraction de la terre et celle d'une des masses de plomb, considérons en particulier le pendule formé par une des moitiés du fléau. Les oscillations ont lieu sous l'influence de deux forces : l'attraction g' de la sphère de plomb sur la balle voisine, et la réaction développée par la torsion du fil, réaction dont il ne faut prendre que la moitié, l'autre moitié répondant à l'attraction de la seconde sphère de plomb. L'expérience montre que les oscillations que le fléau accomplit en l'absence des sphères de plomb, sous l'influence de la torsion seule, sont isochrones; ce qui tient à ce que la *force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion*, comme nous le verrons plus tard. Or, si f représente une force qui, appliquée à un bras de levier égal à L, produirait un angle de torsion α, une force F qui, toujours parallèle à elle-même, ferait osciller le levier comme le fait la réaction de torsion, serait telle que sa composante, tangente à l'arc d'amplitude α, serait $f = \mathrm{F} \sin \alpha$ (121), et l'on pourra appliquer la formule du pendule aux oscillations produites par la somme, $g' + \mathrm{F}$, des deux forces réunies. Si l'on appelle t la durée d'une oscillation, L la demi-longueur du fléau, et l la longueur d'un pendule simple qui ferait, sous l'influence de la pesanteur, une oscillation pendant le même temps t, on aura

$$t = \pi\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{g'+\mathrm{F}}}, \quad \text{et} \quad t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \qquad \text{d'où} \quad l : \mathrm{L} = g : (g'+\mathrm{F}) \qquad [1]$$

Or, si l'on désigne par φ l'attraction de l'unité de masse sur une des balles à l'unité de distance, par m la masse de plomb dont le centre est à la distance d du centre de la balle voisine, et *par* M *la masse de la terre*, dont R est le rayon, on aura

$$g' = \frac{\varphi m}{d^2}, \qquad g = \frac{\varphi \mathrm{M}}{\mathrm{R}^2}; \qquad \text{d'où} \quad g' = \frac{g\mathrm{R}^2 m}{d^2\mathrm{M}}, \qquad [2]$$

Si maintenant on remplace g', dans la formule [1], par sa valeur [2], il vient,

$$l : L = g : \left(\frac{gR^2m}{d^2M} + F\right), \quad \text{ou} \quad l : L = gd^2M : (gR^2m + Fd^2M),$$

d'où l'on tirera la valeur de M en fonction de g, R, m, et de la force $F = f : \sin \alpha$. La valeur de f se déduira des oscillations du fléau sous l'influence de cette force seule, en se servant d'une formule que nous ferons connaître plus tard, en traitant de l'*élasticité de torsion*.

Le volume de la terre étant représenté par V, et sa densité moyenne par D, on a (149),

$$M = D \times V$$

d'où l'on peut tirer la valeur de D en fonction de M et V. Cavendish a ainsi trouvé, pour la densité de la terre, le nombre 5,48, moyenne de 23 nombres obtenus avec le fil de suspension le plus gros. La valeur la plus forte était 5,85, et la plus faible, 5,10, qui diffèrent entre elles de 0,75, et ne s'écartent de la moyenne que de 0,38. Six autres observations faites avec le fil le plus fin ont aussi donné la moyenne 5,48.

162. M. Reich, en 1837, a fait de nouvelles expériences par la même méthode, et est arrivé au nombre 5,44. Enfin M. Bayly, en 1842 [1], a repris la question, à la demande de la Société astronomique de Londres. Il a d'abord modifié l'appareil de Cavendish ; les globes de plomb, qui pesaient 380 livres, étaient portés par un plancher, tournant sur un pivot fixé au sol. On employa des balles de platine, plomb, zinc, verre, ivoire, airain, de divers poids et de différentes grosseurs. Au lieu d'être suspendues au fléau par des fils, elles y furent directement fixées. Le fil de suspension, ayant 60 pouces anglais de longueur, était fait successivement de fer, de cuivre, de laiton, de soie simple ou double. Enfin, la boîte d'acajou était fixée au plafond de la chambre. Des anomalies singulières, comme l'irrégularité des variations de l'amplitude, qui allait quelquefois en croissant, déterminèrent M. Bayly à abandonner 1300 résultats. Ayant attribué ces irrégularités à des mouvements produits dans l'air par des changements de température, il fit dorer les globes de plomb et envelopper la cage de la balance d'un étui doré ; ce qui atténua les irrégularités, les surfaces dorées s'échauffant difficilement et laissant aussi échapper difficilement la chaleur. Cependant M. Forbes expliqua autrement les anomalies, il les attribua aux mouvements de l'air, provenant des variations de la pression de l'atmosphère. La moyenne de plus de 2000 expériences donna alors pour densité moyenne de la terre le nombre 5,67.

163. Conséquences. — Les lois de la gravitation donnent le moyen de calculer la masse du soleil, des planètes et de leurs satellites, en prenant celle de

[1] *Mémoires de la Société astronomique de Londres*, t. V. (1842), et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. V, p. 332.

la terre pour unité. Or, cette dernière masse est maintenant connue; on a donc pu appeler, sans exagération, l'appareil de Cavendish *une balance à peser le monde.*

En comparant la densité moyenne de la terre à celle des matériaux qui se voient près de sa surface, on reconnaît que les parties intérieures sont beaucoup plus denses que les couches superficielles; car, les substances qui se trouvent en grandes masses dans ces dernières n'ont qu'une densité comprise entre 2 et 3. On peut expliquer ce résultat de plusieurs manières : 1° les couches les plus profondes sont fortement comprimées par le poids des couches supérieures, ce qui augmente leur densité; 2° la terre ayant été primitivement liquide, les matériaux ont dû s'y disposer par couches, par ordre de densité, les moins denses près de la surface, comme nous le verrons en étudiant les conditions d'équilibre des liquides.

Il reste à trouver la loi de variation de la densité des couches du globe. Legendre et Laplace ont cherché à la déterminer, en partant de la valeur de l'aplatissement et du phénomène astronomique de la précession des équinoxes. M. Roche, plus récemment, a représenté la densité δ, à une distance d du centre exprimée en fractions du rayon de la terre pris pour unité, par la formule

$$\delta = 10,6\left(1 - \tfrac{4}{5} d^2\right),$$

qui exprime que la *diminution* de la densité est proportionnelle au carré de la distance au centre. Cette formule donne $\delta = 2,1$ à la surface de la terre, et $\delta = 10,6$, près du centre.

164. Historique de la gravitation. — La déviation du fil à plomb par les montagnes, et les expériences faites avec l'appareil de Michell prouvent directement la tendance des corps à se rapprocher les uns des autres, tendance qui n'avait été d'abord établie que pour les corps célestes. La théorie de la gravitation se trouve donc confirmée de la manière la plus complète, et il devient évident que la pesanteur n'est qu'un cas particulier de cette cause générale.

Avant Newton, on cherchait à expliquer la pesanteur par des systèmes, à la création desquels l'imagination avait eu plus de part que l'observation. Le plus fameux est celui de Descartes, dans lequel on supposait une matière subtile tournant en forme de *tourbillon* autour du soleil et des planètes, de manière à entraîner les astres qui circulent autour de ces corps. Ainsi, la terre avait son tourbillon, emportant la lune et poussant les corps vers la terre. Dans cette hypothèse, où les difficultés abondent, les corps devraient tomber vers l'axe et non vers le centre du globe. Alors Huyghens imagina une infinité de tourbillons dans tous les sens, apportant ainsi un remède pire que le mal. Beaucoup d'autres savants modifièrent ce système, sans le rendre plus plausible, et lui conservèrent une vogue universelle.

Cependant l'attraction avait été soupçonnée dès l'antiquité la plus reculée. Anaxagore donne aux astres une tendance vers la terre, et avance que ces corps ne tombent pas à cause de leur mouvement circulaire. Démocrite, Epicure, Plutarque partagent cette opinion. Copernic expliquait la forme sphérique des corps célestes par la tendance des parties à se rapprocher, et admettait que la pesanteur n'était autre chose que cette tendance appliquée aux corps terrestres. Tycho-Brahé pensait que les planètes étaient retenues dans leur orbite par l'action du soleil. Bacon prononce le mot d'attraction : « Il faut, dit-il, ou que les corps graves soient poussés vers le centre de la terre, ou qu'ils en soient mutuellement attirés; et, dans ce dernier cas, il est évident que, plus les corps en tombant s'approchent de la terre, plus fortement ils seront attirés. » Et pour donner plus de précision à sa pensée, il ajoute aussitôt : « Il faudrait expérimenter si la même horloge *à poids* ira plus vite sur le haut d'une montagne qu'au fond d'une mine. Si la force des poids diminue sur la montagne et augmente dans la mine, il y aura apparence que la terre est douée d'une véritable attraction. » — Galilée, Fermat, Hevelius, Roberval, Kepler ont exprimé des idées analogues. Le dernier s'énonce ainsi : « Si la lune et la terre n'étaient pas retenues dans leur distance respective, elles tomberaient l'une sur l'autre; la lune faisant les $\frac{33}{54}$ du chemin, et la terre le reste, en les supposant également denses. » Il attribue, de plus, le flux et le reflux de la mer à l'action de la lune. Hook, au commencement de son *Système du monde*, reconnaît non-seulement que les corps célestes ont une gravitation sur leur propre centre, mais encore qu'ils s'attirent mutuellement, de manière que cette attraction, combinée avec leur vitesse de translation, leur fasse décrire une courbe concave. Il ajoute que cette force diminue avec la distance, tout en avouant qu'il n'a pu trouver la loi de cette diminution. C'est donc lui qui a le plus approché du principe général de la gravitation; mais il y a bien loin, comme le fait remarquer Montucla, des conjectures de Hook et des considérations sur lesquelles il cherchait à les appuyer, aux sublimes démonstrations de Newton.

C'est en 1666 que ce grand géomètre découvrit les lois de la gravitation. Pemberton rapporte qu'étant à la campagne, où il avait cherché un refuge contre la peste de Londres, Newton vit tomber une pomme. Il réfléchit sur ce fait si familier, et se demanda si, dans le cas où le point de départ eût été à une plus grande hauteur, par exemple à la distance où est la lune, le corps serait tombé de même, et il n'hésita pas à adopter l'affirmative. Or la lune ne tombe pas; il soupçonna qu'elle en était empêchée par la force centrifuge..... et ce fut là le point de départ de ses recherches sur la gravitation. Cette admirable découverte faillit être abandonnée de son auteur, et rentrer ainsi dans le néant. Pour vérifier la loi de la raison inverse du carré des distances, Newton voulut calculer l'attraction de la terre sur la lune, comme nous l'avons expliqué plus haut (94). Le résultat n'avait pas répondu à son attente, parce qu'il avait fait usage, pour obtenir le rayon de la terre, d'une valeur beaucoup trop faible du degré du méridien, adoptée généralement par les navigateurs. Il renonça dès lors à ses idées. Cependant, il existait des mesures plus exactes obtenues plus de trente ans auparavant par Snellius et par Norvood; mais elles étaient tombées dans l'oubli, au milieu des guerres civiles qui avaient désolé l'Angleterre. Heureusement que plus tard, Picard ayant mesuré en France une valeur assez précise d'un arc du méridien, Newton songea à répéter ses calculs, et, cette fois, il arriva au résultat prévu. On rapporte que l'émotion l'empêcha de poursuivre son opération, qui fut achevée par un de ses amis qui se trouvait là. Il reprit alors ses recherches, à l'instigation de Halley, et en développa les conséquences dans le troisième livre de l'ouvrage intitulé *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, qui parut en 1687. Ouvrage immortel, dit Dalembert, et un des plus beaux que l'esprit humain ait jamais produits. Malgré les preuves les plus convaincantes et l'accord le plus remarquable entre les conséquences de la théorie et les résultats des observations, les idées de Newton ne comptèrent pendant longtemps que deux ou trois partisans, en Angleterre. La gravitation ne fut adoptée que cinquante ans après qu'elle eut été annoncée, et pendant longtemps encore l'Académie des sciences de Paris proposa des questions qui supposaient qu'elle ne l'admettait pas, tant les tourbillons de Descartes avaient séduit les esprits!

LIVRE II

DES CORPS CONSIDÉRÉS SÉPARÉMENT

SOUS LES TROIS ÉTATS

CHAPITRE PREMIER

DES DIVERS ÉTATS DE LA MATIÈRE

FORCES MOLÉCULAIRES

..... Omnia incerta ratione, et in naturæ majestate abdita.
(C. Plinii, *Nat. Hist.* lib. II.)

165. Des forces moléculaires. — Nous avons vu que les corps peuvent se présenter à l'état *solide*, à l'état *liquide* et à l'état *gazeux*. Ces corps sont des réunions de molécules séparées les unes des autres par des espaces vides nommés *pores* (38). Pour que ces molécules puissent former des corps solides qui conservent un volume déterminé et dont les parties ne se dispersent pas au hasard, il faut nécessairement qu'il existe entre elles certaines forces, dont l'effet soit de les maintenir à une distance déterminée ; on les nomme *forces moléculaires.*

Cohésion dans les solides. — Remarquons d'abord qu'un corps *solide* oppose une résistance, quand on cherche à séparer ses molécules en l'étirant. De plus, l'expérience montre que ce corps cède, s'allonge ; et, si l'allongement produit n'est pas trop considérable, le corps reprend de lui-même sa première longueur, et, par conséquent les molécules reviennent à leur première distance dès qu'elles sont abandonnées à elles-mêmes. Les choses se passent donc comme s'il existait entre ces molécules une cause tendant à les rapprocher, et s'opposant à leur séparation. Cette cause, qui agit comme une force attractive, a reçu le nom de *cohésion* ou de *force attractive moléculaire.*

Force répulsive. — Comme les molécules des solides ne se touchent pas, et que cependant la cohésion tend toujours à les rapprocher, nous sommes conduits à admettre l'existence d'une seconde force opposée à la première, et ayant pour effet de la contre-balancer. — On remarque aussi que, lorsqu'on rapproche les molécules d'un corps par la compression, on éprouve une grande résistance; et que, si l'on cesse de comprimer, ces molécules reviennent à leur première distance, en s'éloignant les unes des autres. Il y a donc comme une *force répulsive*, qui s'oppose à l'action de la cohésion, et lui fait équilibre, dans les solides, quand ils sont abandonnés à eux-mêmes.


Fig. 111.

Cette force existe entre les molécules des fluides; car ces corps résistent à la compression, et tendent à revenir à leur volume primitif quand on cesse de les comprimer. La cohésion et la force répulsive sont égales et se font équilibre dans les solides et les liquides, puisque ces corps conservent un volume constant pour chaque température. Dans les gaz, au contraire, la force répulsive l'emporte, comme cela résulte de leur force expansive (33).

Les actions moléculaires, que nous venons de déduire des phénomènes qui se manifestent dans la traction et la compression, peuvent être montrées plus directement dans quelques cas particuliers que nous allons examiner.

166. Expériences sur la cohésion dans les solides. — Si l'on appuie fortement l'une sur l'autre deux surfaces planes, fraîches et nettes, obtenues sur deux balles de plomb (*fig.* 111), on voit ces deux balles adhérer avec tant de force, qu'un poids de 20 kilogrammes ne suffit pas quelquefois pour les séparer. Cette expérience faite d'abord par Triewald et plus tard par Désaguliers, peut s'exécuter aussi avec des morceaux de cire ou d'argile humide, que l'on parvient facilement à souder par l'effet de la cohésion.

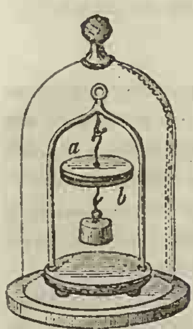


Fig. 112.

Plans de Magdebourg. — Deux plans de verre ou de marbre parfaitement dressés sont appliqués l'un sur l'autre, en les faisant glisser pour éviter l'interposition de l'air. Ces plans adhèrent alors fortement, et il faut pour les séparer, un poids dont la valeur dépend de l'étendue de leur surface et du soin qu'on a apporté à leur jonction. Si l'on suspend ces plans, comme l'a fait Boyle, sous un récipient dont on extrait l'air (*fig.* 112), un poids assez fort ne peut les séparer; ce qui prouve que leur adhérence n'est pas due à la pression de l'atmosphère. Les mastics, les soudures, la colle, font adhérer les corps, parce qu'il y a entre les surfaces et la substance interposée, un rapprochement intime qui s'est établi lorsque cette substance était liquide.

167. Cohésion dans les liquides. — Une goutte de liquide suspendue à une baguette de verre, ne s'en détache que lorsqu'elle est devenue suffisamment pesante, et la séparation se fait entre les molécules du liquide, puisque le verre reste *mouillé*. C'est par la cohésion que l'enveloppe d'une bulle d'eau de savon se soutient en s'étendant pendant qu'on y insuffle de l'air par un tube. Si l'on cesse de souffler, la cohésion fait que la bulle diminue de grosseur avec une vitesse croissante, en chassant l'air par le tube.

L'expérience suivante, attribuée à Taylor, et célèbre par les discussions qu'elle a soulevées, peut donner une idée de l'effort qu'il faut faire pour vaincre la cohésion d'un liquide. On suspend à l'un des bassins d'une balance un plateau horizontal (*fig.* 113), et après avoir établi l'équilibre, on applique cette lame sur la surface d'un liquide capable de la mouiller. On reconnaît alors qu'il faut mettre des poids assez forts, dans le bassin opposé, pour effectuer la séparation.

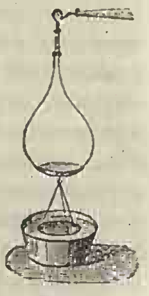


Fig. 113.

Gay-Lussac a trouvé qu'une lame circulaire de 118mm,366 exigeait, pour être séparée de l'eau, 59gr,40; de l'alcool (densité 0,8196), 31gr,08; de l'essence de térébenthine, 34gr,10; la température étant de 8°. La substance et l'épaisseur de la lame n'ont pas d'influence sur le résultat; et comme cette lame emporte avec elle la mince couche liquide qui la mouille, on en conclut que la force à vaincre n'est autre chose que la cohésion du liquide pour lui-même, et que cette force ne s'exerce qu'à une distance moindre que l'épaisseur de la couche adhérente. Du reste, les nombres obtenus ne peuvent servir de mesure à la cohésion du liquide, à cause de la manière dont se fait la séparation. La couche liquide soulevée par le disque ne se rompt pas tout d'un coup, mais elle va en se rétrécissant peu à peu (*fig.* 114). M. Donny a étudié avec soin ce mode de séparation; la plaque était soutenue bien horizontalement par des vis calantes, entre lesquelles était placé le vase, qui pouvait se rapprocher plus ou moins de la plaque, au moyen d'une vis placée en dessous.

C'est par l'effet de la cohésion qu'une petite masse de liquide posée sur un corps qu'elle ne mouille pas, se ramasse sous une forme sensiblement sphérique, son poids n'ayant que très-peu d'influence. C'est ce qui a lieu pour des gouttelettes de mercure sur du verre, ou d'eau sur des corps gras. Ces gouttelettes peuvent même rebondir sur ces corps, sans se diviser; le choc les déformant momentanément, et la cohésion les ramenant à la forme sphérique assez brusquement pour les lancer loin de la surface. Les gouttes de pluie sont sensiblement sphériques. Deux gouttelettes de mercure que l'on amène au contact, se réunissent aussitôt en une seule sphère.

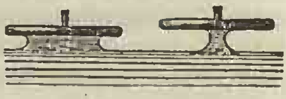


Fig. 114.

Si une masse liquide était soustraite à l'action de la pesanteur, elle prendrait la forme sphérique, quel que fût son volume. M. Plateau a réalisé cette condition en introduisant une certaine quantité d'huile, au moyen d'un entonnoir à long bec, au milieu d'un mélange d'eau et d'alcool présentant exactement la même densité que l'huile; et il a vu ce dernier liquide prendre spontanément la forme sphérique. Dans cette circonstance, l'huile, soutenue par le liquide environnant, est dans le même cas que si elle n'avait pas de poids, comme nous le prouverons dans l'hydrostatique. Si l'on introduit de l'alcool dans de l'huile de même densité, l'alcool prend de même la forme sphérique. Ayant imprimé un mouvement de rotation à la sphère liquide, au moyen d'une tige de fer qui la traversait, M. Plateau a produit un aplatissement aux pôles de rotation. La terre, les planètes, primitivement liquides, ont pris ainsi la forme d'une sphère, que la force centrifuge a ensuite aplatie aux pôles. Mais il faut remarquer que dans d'aussi grandes masses, à la force de cohésion se joint l'attraction à de grandes distances, ou gravitation, qui à elle seule ferait prendre à la masse la forme sphérique. M. Plateau ayant augmenté graduellement la vitesse de rotation de la sphère liquide, l'a vue se creuser aux extrémités de l'axe, puis se transformer en un anneau. En faisant varier la vitesse d'une certaine manière, le même physicien a pu obtenir, dans l'alcool, une sphère d'huile entourée d'un anneau libre; puis de plusieurs anneaux concentriques, qui se partageaient ensuite en plusieurs sphérules, animées pendant quelques instants, d'un double mouvement, l'un de rotation sur elles-mêmes, l'autre de translation autour de la masse centrale; donnant ainsi une image du mode de formation de notre système planétaire, et de l'anneau qui entoure la planète Saturne.

168. Cohésion entre les liquides et les solides. — De ce que les liquides mouillent certains corps solides, on conclut que la cohésion s'exerce entre ces sortes de corps, et d'après les expériences qui précèdent (167), on voit que le liquide se sépare plus difficilement du corps mouillé qu'il ne se divise dans sa propre masse. En approchant d'un jet liquide animé d'une vitesse modérée, une baguette de verre ou de toute autre substance susceptible d'être mouillée, le jet est dévié de sa direction, après avoir rampé, dans une étendue plus ou moins grande, sur la surface de la baguette. Si le liquide tombe normalement et verticalement sur une sphère, il s'étend uniformément sur sa surface et se réunit au point opposé, pour former un nouveau jet qui se sépare de la sphère dans la direction verticale.

Il y a aussi cohésion entre les liquides et les solides qui n'en sont pas mouillés. Ainsi une plaque de verre suspendue à la balance (*fig.* 113), et appliquée sur la surface du mercure, ne peut en être séparée qu'au moyen de poids placés du côté opposé, beaucoup plus forts que lorsque la plaque est posée sur l'eau, mais dont le nombre varie suivant la manière dont les surfaces sont appliquées l'une contre l'autre. Une petite goutte de mercure adhère à une lame de verre, tandis qu'elle roule sur le papier. On peut, au moyen d'une pointe de verre, déplacer sur du papier, et même enlever un globule de mercure. Si l'on approche des pointes de verre de chaque côté, le globule reste suspendu entre elles; et si on les écarte lentement, il s'allonge, sa cohésion pour le verre l'emportant sur sa tendance à prendre la forme sphérique.

169. Expériences de M. Plateau[1]. — M. Plateau a fait beaucoup d'expé-

[1] *Mémoires de l'Académie des Sciences de Bruxelles*, t. XXIII et XXXVI; et *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXX, p. 203.

riences remarquables sur la cohésion entre les liquides et les solides, en soustrayant ces derniers à l'action de la pesanteur, par leur immersion dans un milieu de même densité (167). La *fig.* 115 représente l'appareil employé. AB est une caisse formée de glaces, dans laquelle on soutient les pièces solides, au moyen d'une tige *t*, traversant la glace supérieure. Cette glace, qui peut s'enlever, porte des ouvertures par lesquelles on introduit une spatule garnie d'une fine toile, pour déplacer la masse liquide en suspension, ou le bec d'une petite pompe en verre destinée à lui enlever du liquide, ou à lui en ajouter.

Si l'on applique sur une sphère d'huile en suspension dans l'alcool, un disque de fer (*fig.* 115), mouillé d'huile et plus large que la sphère, l'huile s'étend jusqu'aux bords du disque, en formant un segment sphérique dont on peut faire varier l'épaisseur en enlevant ou ajoutant du liquide au moyen de la petite pompe. On peut, en engageant le disque latéralement dans la sphère, la partager en deux

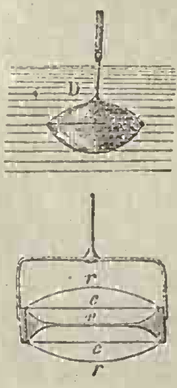


Fig. 116.

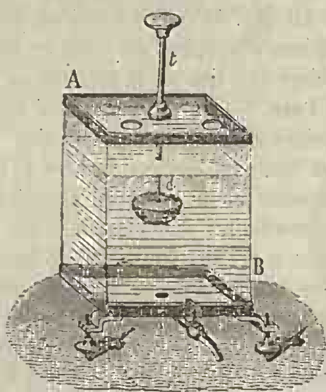


Fig. 115.

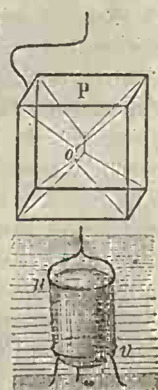


Fig. 117.

segments, qui sont égaux quand le disque est à la hauteur du centre (D, *fig.* 115). Si l'on modifie l'épaisseur de ces segments, en ajoutant du liquide jusqu'à obtenir une sphère complète, la présence du disque n'altère plus la forme de la sphère; et il en est de même d'une pièce solide quelconque plongée dans l'intérieur et qui n'en rencontre pas la surface.

Si l'on introduit un anneau épais dans la sphère, et qu'on enlève peu à peu le liquide, cette sphère se transforme en une lentille *rr* (*fig.* 116) dont les faces deviennent planes, *c c*, puis concaves. Bientôt on voit au centre une lamelle circulaire plane et très-mince, qui s'étend de plus en plus, et finit par se rompre, et le liquide qui la forme se retire rapidement vers les parties qui adhèrent à l'anneau.

Si, ayant introduit dans la sphère d'huile une charpente en fil de fer figurant les arêtes d'un cube, P (*fig.* 117), on retire peu à peu du liquide, les arêtes se montrent et limitent six faces, d'abord convexes, puis planes formant ainsi un cube liquide, puis concaves. Bientôt les parties adhérentes aux arêtes forment des lamelles très-minces joignant ces arêtes à la masse centrale. Celle-ci peut être enlevée, et alors on a 12 lamelles figurant les faces latérales de six pyramides quadrangulaires dont le sommet commun est au centre de figure. Mais si l'on retire lentement le bec de la pompe, il se développe au centre une lamelle carrée *o*. Quand le bec de la pompe est retiré rapidement, le liquide se porte peu à peu à ce centre en y formant une masse croissante. Dans tous les cas, les lames s'amincissent, et finissent par disparaître, ordinairement en moins d'une demi-heure. — Des charpentes dessinant des polyèdres autres que le cube, donnent des résultats analogues; excepté la forme octaédrique, pour laquelle les lamelles sont courbes.

Entre deux anneaux parallèles, on peut obtenir un cylindre *uv* (*fig.* 117), terminé par des bases sphériques. L'un des anneaux, *v*, repose par trois pieds sur le fond de la caisse AB (*fig.* 115). Nous reviendrons sur ce fait quand nous considérerons les conditions d'équilibre des surfaces limitant la masse liquide, pendant que certains points sont liés par la cohésion au système solide.

Expériences dans l'air. — Les expériences qui précèdent sont délicates, et la préparation des liquides exige beaucoup de soins. M. Plateau, après être parvenu à composer des figures d'équilibre formées de lames très-minces d'huile adhérentes à des charpentes en fil de métal plongées dans l'alcool, et avoir prouvé que ces figures *laminaires* sont identiques aux figures massives créées dans les mêmes conditions, a eu l'idée ingénieuse de former ces figures dans l'air, au moyen de lames d'un liquide visqueux tellement minces que leur poids est négligeable. Les expériences se font généralement en plongeant la charpente dans le liquide et l'en retirant ensuite. Le liquide visqueux peut être de l'eau de savon; mais si l'on y mêle 0,60 environ de *glycérine*, les lames, parées des plus brillantes couleurs [1], persistent pendant plusieurs heures. Après une étude attentive de la préparation du liquide glycérique, M. Plateau a reconnu qu'il s'y forme une combinaison définie de glycérine, d'oléate de soude et d'eau. Il suffit donc de dissoudre, à une chaleur modérée, de l'oléate de soude dans l'eau distillée et d'ajouter la glycérine. Ce liquide peut donner des bulles de 30^{cm} de diamètre et plus. Une bulle de 10^{cm} posée sur un anneau horizontal en fil de fer, peut persister pendant 18 heures, dans un endroit tranquille.

170. Cohésion entre les gaz et les solides. — On n'a pu prouver directement l'existence de la cohésion dans les gaz, dont les molécules se repoussent constamment. Nous verrons cependant qu'il résulte des lois de leur compression que l'attraction se fait sentir entre leurs molécules. La cohésion s'exerce aussi entre les gaz et les liquides, comme nous l'établirons en parlant du mélange de ces deux sortes de fluides.

[1] Ces couleurs, qui apparaissent toujours dans les lames transparentes très-minces, seront expliquées dans l'optique (V. *Anneaux colorés*).

La cohésion entre les gaz et les corps solides peut se prouver de différentes manières. Par exemple, on voit ces petites bulles de gaz qui s'échappent des eaux gazeuses, rester adhérentes aux parois des vases, tant qu'elles sont assez petites. Les surfaces des corps polis sont recouvertes d'une couche d'air, comme on peut le reconnaître en enfonçant dans l'eau des feuilles minces d'or, qui remontent à la surface, à cause de l'air adhérent, qui apparaît sous forme d'une couche blanche et brillante.

Lorsque les corps solides offrent une grande surface, eu égard à leur volume apparent, la quantité de gaz condensé peut être très-considérable. C'est ce qui a lieu pour les corps très-poreux, comme le charbon de bois, les poudres très-fines. Si l'on étouffe un charbon ardent dans le mercure, et qu'on l'introduise sous une cloche de verre remplie de gaz et dont l'ouverture s'enfonce dans le même liquide, le charbon vient flotter dans l'intérieur, et l'on voit le mercure monter, à mesure que le gaz est absorbé par le charbon, dont il va remplir les pores. Tous les gaz ne sont pas absorbés en même proportion. D'après Saussure, le charbon absorbe 90 fois son volume apparent de gaz ammoniac ou d'acide chlorhydrique, 65 fois son volume d'acide sulfureux; tandis qu'il n'absorbe que 4 à 5 fois son volume d'air. Plus les pores sont fins, plus est considérable la quantité d'un même gaz absorbée par un même volume de charbon.

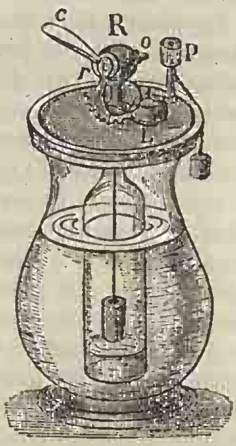


Fig. 118.

171. Briquet à gaz hydrogène. — Ces condensations de gaz par les corps poreux sont accompagnées d'un dégagement de chaleur, comme cela a toujours lieu, du reste, quand on diminue le volume d'un gaz, et l'absorption du gaz hydrogène par le platine spongieux connu sous le nom de *mousse* ou *éponge de platine*, est accompagnée d'une élévation de température telle que le métal devient incandescent. Dœbéreiner, en partant de ce phénomène, a inventé le *briquet à gaz hydrogène*, auquel on donne des formes assez variées. On voit (*fig.* 118) une des plus communes. Un vase contient de l'eau mêlée d'acide sulfurique; une cloche, portant un robinet R, et sous laquelle est suspendu un cylindre de zinc, plonge dans ce liquide. L'eau acidulée et le zinc en contact produisent du gaz hydrogène, qui s'accumule dans la cloche, et y fait baisser le niveau, de manière que, bientôt, le zinc n'est plus baigné par le liquide. Alors la production d'hydrogène s'arrête, pour recommencer dès que la pression diminue par la sortie du gaz, dont cette disposition, imaginée par Gay-Lussac, permet d'avoir constamment une provision. Quand on ouvre le robinet R, le jet de gaz, dirigé par un orifice très-fin *o*, sur un morceau de mousse de platine fixé dans une petite cage P, le rend incandescent, et s'enflamme sous l'influence de la chaleur ainsi dégagée. En appuyant sur la clef *c* du robinet, on fait en même temps mouvoir, au moyen de deux secteurs dentés, une petite lampe L dont la mèche vient se placer dans le jet de gaz enflammé. Quand on cesse de presser en c, le robinet se ferme de lui-même par l'action d'un ressort r, et la lampe reprend sa première position. Quelquefois, l'éponge de platine perd sa propriété sous l'influence de la poussière, de l'humidité ou de certaines exhalaisons. On la lui rend, en la faisant rougir dans la flamme du jet d'hydrogène, que l'on allume, pour cela, directement, ou en la plongeant dans l'acide chlorhydrique.

172. De la force répulsive. — La force répulsive dépend de la cause de la chaleur, comme il ressort des faits qui suivent. D'abord la chaleur dilate les corps, c'est-à-dire écarte leurs molécules, et elle peut faire passer ces corps à l'état gazeux, dans lequel la force répulsive tend toujours à éloigner ces molécules les unes des autres.

Les poudres fines, quand elles sont brûlantes, coulent comme de l'eau; par exemple la cendre du foyer, de la silice en poudre dans une capsule placée sur le feu; ce qui provient de ce que les parcelles sont assez éloignées les unes des autres pour ne plus s'accrocher par les angles ou les aspérités qu'elles présentent. Deux plaques de verre fortement pressées s'écartent sensiblement quand on les échauffe, comme l'a constaté M. Powel.

Quand on jette un peu d'eau, ou d'un autre liquide, dans une capsule très-chaude, le liquide ne mouille plus les parois, dont il est repoussé, et prend une forme globulaire. La répulsion est telle que, si la capsule est percée, ou remplacée par un petit panier en fil de platine, le liquide ne tombe pas par les ouvertures, tant que la température reste suffisamment élevée, phénomène qui sera étudié plus tard avec détail. Ajoutons enfin que tous les effets de la cohésion diminuent d'intensité quand on élève la température. On voit donc que la chaleur augmente la force répulsive qui agit entre les molécules; d'où l'on a cru devoir conclure que cette force répulsive était due à la cause même de la chaleur, hypothèse généralement admise.

173. Comparaison des forces moléculaires. — Les forces moléculaires n'ont d'effet qu'à une distance insensible; cela résulte de tout ce qui précède. Leur intensité diminue donc très-rapidement quand la distance augmente; mais suivant des lois inconnues. On voit cependant que, dans l'état solide, la force répulsive doit décroître plus rapidement que la force attractive; car, si l'on rapproche les molécules en comprimant le corps, la force répulsive l'emporte, et les molécules font effort pour s'écarter; si, au contraire, on étire ce corps, la force attractive domine. Remarquons aussi que cette dernière force peut toujours être vaincue par un effort de traction suffisant, tandis que la force répulsive devient invincible après un faible rapprochement des molécules, la compression devenant bientôt impossible, ce qui se rapporte à l'*impénétrabilité*.

Pour comparer facilement les forces moléculaires, représentons les distances de deux molécules par des abscisses comptées sur la ligne ox à partir du point O (*fig.* 119), et les intensités des forces moléculaires à ces différentes distances, par les ordonnées. Nous construirons ainsi deux courbes ama', rmr', dont la forme indiquera la loi de variation de chacune des forces. Cette forme n'est pas connue; mais, comme les intensités des forces diminuent très-rapidement quand la distance augmente, il en est de même des ordonnées. De plus, comme on ne peut supposer que cette intensité s'anéantit brusquement, mais qu'on doit admettre plutôt qu'elle décroît d'une manière continue, et devient presque nulle pour une très-petite distance, nous voyons que ces courbes sont asymptotes à la droite Ox; ce qui exige qu'elles tournent leur convexité du côté de cette ligne, au moins à partir d'une certaine distance à l'axe Oy.

État solide. — Soit Op la distance de deux molécules en équilibre. Les deux courbes doivent avoir un point commun m sur l'ordonnée pm, puisque les deux forces sont égales dans l'état d'équilibre, et se croiser en ce point, de manière que la courbe des répulsions rmr', au-dessus de celle des attractions, ama', à gauche du point m, soit au-dessous, à droite de ce point. Si les molécules sont amenées par compression à la distance Oq moindre que Op, la répulsion l'emportera sur l'attraction, de la quantité nn', et les molécules tendront à s'éloigner. Si, au contraire, on les écarte jusqu'à la distance Os, l'attraction l'emportera de la quantité cc', et les molécules tendront à se rapprocher. Il y a donc équilibre stable; ce qui est d'accord avec les faits.

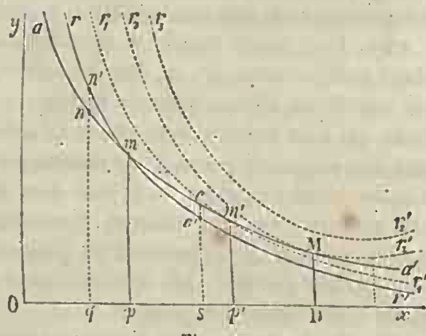


Fig. 119.

Si l'on échauffe le corps, la force répulsive s'accroît, pour chaque distance des molécules, et les ordonnées de la courbe, qui représentent les intensités de cette force, sont toutes augmentées. Cette courbe s'éloigne donc de l'axe Ox, vient en $r_1r'_1$, et le point où elle coupe la courbe ama' vient en m'. Le volume du corps est donc augmenté, la distance des molécules pour laquelle les forces se font équilibre étant maintenant op', plus grande que op.

Nous verrons plus tard que la résistance qu'un corps solide oppose à la compression et à la traction est d'autant plus petite que la température est plus élevée, il faut donc que les tangentes aux deux courbes au point d'intersection fassent entre elles un angle de plus en plus petit, à mesure que ce point s'éloigne de Oy; pour que les différences telles que nn', cc', soient elles-mêmes de plus en plus petites. Il faut aussi que, pour une même augmentation des ordonnées de la courbe des répulsions, le point de rencontre s'éloigne d'autant plus de Oy, que ces ordonnées sont déjà plus grandes; afin de représenter cette loi fournie par l'expérience, comme nous l'exposerons plus tard, que la dilatation d'un corps solide, pour une même augmentation de température, est d'autant plus grande, que la température qui sert de point de départ est plus élevée.

État liquide. — Il résulte des deux remarques qui précèdent que la courbe des répulsions coupant celle des attractions sous un angle de plus en plus aigu, finira par lui devenir tangente en un point, M, quand la température sera suffisamment élevée; de sorte que les molécules seront en équilibre à la distance OD. Mais, tandis que cet équilibre est stable pour les déplacements qui tendent à les rapprocher, il est instable pour ceux qui les écartent, comme on peut le voir à l'inspection de la figure. Cet état d'équilibre, analogue à celui d'une balle pesante posée sur le point de contact de la tangente horizontale au point d'inflexion d'une courbe matérielle, correspond à l'état liquide. En effet, les liquides comprimés reviennent à leur premier volume quand on cesse de les presser, et nous verrons qu'ils ne peuvent être maintenus dans leur état que par une pression extérieure, sans laquelle ils passeraient à l'état de vapeur ou de gaz.

État gazeux. — Si l'on augmente encore la quantité de chaleur que contient le corps, la courbe des répulsions s'élève en $r_3 r'_3$, de manière à ne plus rencontrer celle des attractions, et les molécules tendent toujours à s'écarter; ce qui correspond à l'état gazeux. On voit que, sous cet état seulement, les deux forces moléculaires ne se font pas équilibre.

174. Pour rendre compte de la mobilité des molécules dans l'état fluide, on admet ordinairement que, si, dans les solides, elles sont assez rapprochées pour que leur forme ait une influence marquée sur leur état d'équilibre, dans l'état fluide, qui n'est ordinairement atteint qu'après une dilatation qui les éloigne les unes des autres, elles sont à des distances telles, que cette influence n'est plus sensible. L'état d'équilibre ne dépend donc plus de l'orientation des molécules, mais seulement de leurs distances. Cependant, l'on remarque encore, dans les liquides, une certaine influence de la position relative des molécules, comme le témoigne leur *viscosité*, qui diminue quand on dilate le corps par la chaleur, comme il était facile de le prévoir.

175. De la nature des forces moléculaires. — Cherchons maintenant en quoi consistent les deux forces moléculaires que nous avons définies simplement par leurs effets. Ces forces se trouvent à l'origine d'une multitude de phénomènes; par exemple, les faits de l'élasticité, les actions chimiques, celles dans lesquelles les corps sont aux prises avec la chaleur, comme dans la dilatation, les changements d'état. Il est à remarquer que ces forces, quand elles se manifestent par des effets extérieurs, développent une énergie extrême. Ainsi, un fil de fer suspendu verticalement, ne peut se rompre sans son propre poids, que s'il présente une longueur de 550 mètres; il faut donc l'action de la pesanteur sur toutes les molécules distribuées dans cette longueur, pour séparer celles de la section où se fait la rupture. Les extrémités d'une barre de fer chauffée ou refroidie s'écartent ou se rapprochent avec une force presque irrésistible. La vapeur développée par la chaleur, les gaz dégagés par les actions chimiques ou par les efforts de décomposition de l'électricité, peuvent faire éclater les vases les plus solides, dont la résistance ne peut, par conséquent, entraver l'action des forces moléculaires.

Hypothèse d'Ampère, etc. — Parmi les hypothèses au moyen desquelles on a cherché à se représenter la nature des forces moléculaires, la plus généralement adoptée jusqu'à ces derniers temps, est celle qui a été proposée par Ampère, Poisson et Cauchy. Dans cette hypothèse, on regarde les corps comme composés d'atomes, tels que nous les avons définis (35), séparés par des pores, et s'attirant proportionnellement à leurs masses et en raison inverse d'une certaine puissance de la distance.

L'éther, formé d'atomes qui se repoussent mutuellement, et sont encore plus subtils que les atomes pondérables, remplit les espaces séparant ces derniers, qui exercent sur eux une action, comme le prouvent certains phénomènes d'optique relatifs au passage de la lumière à travers les cristaux bi-réfringents[1]. En supposant que cette action soit attractive, les atomes seront entourés d'une atmosphère d'éther condensé, dont la densité diminuera rapidement en s'en éloignant. Le système, formé d'un atome et de son atmosphère, a été nommé *dynamide*.

Cela posé, considérons deux atomes voisins, et soit d leur distance et m,m' leurs masses. Nous pourrons représenter la force attractive qui tend à les rapprocher par une expression de la forme

$$A = a\,\frac{mm'}{d^n}\,; \qquad \text{et par} \qquad R = r\,\frac{mm'}{d^{n'}}\,,$$

la force répulsive qui provient des actions mutuelles des deux atmosphères d'éther. L'effet résultant sera donc

$$F = A - R = a\,\frac{mm'}{d^n}\left(1 - \frac{r}{a}\,\frac{1}{d^{n'-n}}\right)$$

Si l'on a $r : a = d^{n'-n}$, F est nul et il y a équilibre. Si $r : a$ est plus petit ou plus grand que $d^{n'-n}$, la valeur de F sera positive ou négative, c'est-à-dire que les atomes se rapprocheront ou s'écarteront, n' étant plus grand que n, puisque la force répulsive doit décroître plus rapidement que la force attractive (173).

Remarquons que ce qui précède, ainsi que le numéro 173, se rapporte aux actions mutuelles de deux atomes seulement; or, il est plus que probable qu'un même atome est soumis aux actions d'un grand nombre d'autres contenus dans un espace sphérique dont il occupe le centre.

Molécules. — Plusieurs atomes peuvent se grouper pour former une molécule, ou *dynamide composée*, dans laquelle ces atomes sont enveloppés d'une atmosphère commune d'éther. Dans l'état solide, ces molécules s'orientent les

[1] D'après les recherches analytiques de M. Briot, les actions mutuelles des atomes d'éther varieraient en raison inverse de la sixième puissance, et leur action sur les atomes pondérables, en raison inverse du carré de la distance. (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t. 57, p. 866.)

unes par rapport aux autres, d'après la disposition des atomes qui les composent; de là la *cristallisation*. Si cette disposition est modifiée par la chaleur, les cristaux peuvent, suivant la température, présenter des formes appartenant à des systèmes de cristallisation différents, et l'on a le phénomène du *dimorphisme* (ex. le soufre octaédrique, ou en prismes obliques; le carbonate de chaux rhomboédrique, ou en prismes rhomboïdaux). Le groupement des atomes identiques dans la molécule d'un corps simple peut donner lieu à des différences dans les propriétés physiques, et l'on a l'*allotropie* (ex. le soufre friable ou mou, le phosphore blanc, rouge, noir; les divers états du carbone).

Quand les atomes qui se groupent sont d'espèces différentes, il se forme une combinaison chimique, et avec d'autant plus d'énergie, que les atomes appartiennent à des corps présentant des propriétés chimiques plus différentes. La combinaison se fait en agitant l'éther engagé entre les atomes, c'est-à-dire en produisant de la chaleur, ou avec déplacement d'éther, ce qui se rapporte, comme nous le verrons, à l'électricité. Si le groupement des mêmes atomes en même nombre se fait de manière différente, on a le phénomène de l'*isomérie*, dans lequel on voit plusieurs corps de même composition présenter des propriétés physiques et chimiques différentes (ex. les essences de térébenthine, de citron, de bergamote,..... les trois variétés d'acide tartrique).

Théorie mécanique. — En partant des idées modernes sur l'origine des forces, qu'on regarde comme des effets de transmission de mouvement, beaucoup de physiciens supposent que les molécules des corps sont dans un état perpétuel d'agitation produite par la chaleur, c'est-à-dire par les vibrations de l'éther, et cette agitation augmente quand on échauffe les corps.

Dans *les gaz*, les molécules, très-espacées, au lieu d'osciller autour d'une position moyenne, auraient un mouvement de projection dans tous les sens, en vertu duquel elles tendraient à s'écarter indéfiniment, tout en s'entre-choquant et rebondissant les unes sur les autres. Si elles rencontrent un obstacle, elles le frappent, et tous ces chocs répétés donnent un effet résultant qui constitue la *pression*. Pour expliquer que les atomes rebondissent, il n'est pas nécessaire de les supposer élastiques; il suffit de supposer, ce qui est tout naturel, qu'ils tournent sur eux-mêmes; car il résulte des travaux de Poinsot sur la percussion, que deux corps supposés incompressibles et tournant sur eux-mêmes, peuvent s'écarter après le choc comme s'ils se repoussaient, et, quelquefois, avec une vitesse plus grande que celle avec laquelle ils s'étaient abordés. Ce résultat se vérifie au moyen d'une toupie tournant sur son axe, qu'on voit s'éloigner vivement d'une autre toupie en mouvement, ou d'un obstacle fixe qu'elle vient toucher.

Par le refroidissement, l'agitation des molécules se ralentit, elles se rapprochent, et bientôt elles peuvent agir les unes sur les autres de manière à perdre leur liberté individuelle. Tandis que dans l'état *liquide*, leur forme n'a que peu d'influence sur leurs positions relatives, ce que quelques-uns expliquent par leur rotation rapide sur elles-mêmes, dans l'état *solide*, elles oscillent de part et d'autre d'une position moyenne, et sont forcées de prendre une orientation particulière, dans laquelle les mouvements s'accomplissent parallèlement à une même direction.

Dans cette manière d'envisager la constitution des corps, il reste bien des difficultés à résoudre. S'il faut renoncer à l'*attraction moléculaire*, qui est tout aussi impossible à admettre que l'attraction à des distances immenses, on ne voit pas comment la *cohésion* peut être expliquée par le mouvement des atomes ou des molécules. On a bien invoqué l'exemple d'une veine liquide dont toutes les parties semblent, par le mouvement commun des molécules, former une baguette résistante qu'on peut déplacer, sans la rompre, en exerçant un effort sensible. Nous pouvons citer aussi l'exemple d'un jet d'eau vertical, sur lequel un corps arrondi tourne sur lui-même sans quitter la veine, comme s'il était attiré par son axe. On peut encore tenter d'expliquer l'attraction mutuelle des atomes par les vibrations de l'éther qui les entoure, en se reportant aux expériences de M. J. Guyot, faites en 1834, et sur lesquelles nous reviendrons quand nous étudierons les mouvements vibratoires. Un petit carré de papier, suspendu à un cheveu, et placé à une distance de 15 à 20 millimètres d'une cloche en vibration, vient s'appliquer sur sa surface, et y reste adhérent tant qu'elle continue de vibrer. Un diapason, une corde vibrante produisent des effets analogues. Mais ces exemples ne font que laisser entrevoir la possibilité d'une explication. Ce qui peut être considéré comme acquis, c'est l'état d'agitation des molécules, conséquence directe de la nature de la chaleur, qui n'est autre chose que cette agitation même, comme nous le verrons dans la thermodynamique, et l'on n'a jamais vu un corps entièrement dépourvu de chaleur.

Ajoutons enfin que, d'après plusieurs physiciens, il n'existerait qu'une seule espèce de matière, l'*éther*, dont les atomes, agglomérés de différentes manières et en nombres variables, constitueraient toutes les espèces d'atomes pondérables appartenant aux diverses substances désignées par les chimistes sous le nom de corps simples.

Convenons, en terminant, que toutes ces hypothèses sont encore entourées d'obscurité, et demanderont de longs et nombreux travaux avant de pouvoir satisfaire les esprits justes. Les difficultés, du reste, sont immenses en pareille matière. Il en est toujours ainsi quand nous voulons remonter à l'origine des choses; notre raison va se heurtant aux deux infinis, et l'infiniment petit est enveloppé d'autant de mystères que l'infiniment grand. Sur ces questions ardues, nous ne pouvons donc que répéter avec Pline : « Tout cela reste caché dans la majesté de la nature. »

CHAPITRE II

CORPS A L'ÉTAT LIQUIDE

Solidæ magnitudines humido graviores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant; et erunt in humido tanto leviores quanta est gravitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

(ARCHIMEDIS OP., *De insidentibus humido*, lib. I.)

§ 1. — HYDROSTATIQUE DES LIQUIDES.

I. Conditions générales de l'équilibre des liquides.

176. Les liquides sont caractérisés, comme nous l'avons vu (33), par la mobilité de leurs molécules et la constance de leur volume, quand la température ne varie pas. La nature ne nous offre guère, dans le règne inorganique, que deux liquides : *l'eau*, qui est universellement répandue sur le globe, dont elle couvre les trois quarts de la surface, et le *mercure* ou *vif-argent*, qui se rencontre accidentellement à l'état de pureté, mais en très-petites quantités. Les autres liquides ont une origine organique, comme les huiles, l'alcool,..... ou sont des produits de l'art, ou enfin des dissolutions de diverses substances dans l'eau.

La science qui traite de l'équilibre des fluides est *l'hydrostatique*. Nous allons nous occuper d'abord de l'équilibre des *liquides* en particulier, et nous supposerons toujours des *liquides parfaits*, c'est-à-dire complétement dépourvus de *viscosité*.

Les premières notions sur l'hydrostatique sont très-anciennes. Après les essais d'Aristote, Archimède (— 250) fit faire un grand pas à cette science, dans son livre *De insidentibus humido*, qui fut retrouvé en 1543 par Tartaglia. Stevin, à la fin du seizième siècle, établit le principe de la pression sur le fond des vases; c'est lui qui a créé le mot d'*hydrostatique*. Galilée s'est aussi occupé de cette science dont Pascal formula nettement le principe fondamental. Vinrent ensuite les travaux des géomètres, Newton, Maclaurin, Clairaut..... et surtout Euler et Lagrange, qui ont fait de l'hydrostatique une science exacte.

177. Définition de la pression. — Les lois de l'hydrostatique se rapportent principalement aux *pressions* qui existent dans les liquides ou qu'ils exercent sur les parois des vases qui les contiennent. On nomme *pression* en un point d'une masse fluide, l'effort, rapporté à l'unité de surface que supporterait normalement en ce point, de dehors en dedans, un élément infiniment petit de la surface d'un corps qui y serait plongé, effort auquel cette surface doit résister pour n'être pas déplacée.

178. Principes généraux de l'hydrostatique. — L'hydrostatique repose sur un petit nombre de principes généraux que nous allons faire connaître, en supposant d'abord que les liquides sont soustraits à l'action de la pesanteur.

1° *Pour qu'un liquide soit en équilibre, il faut et il suffit que chacune de ses molécules soit également pressée dans tous les sens.* Ce principe, établi par Archimède, est la conséquence de la mobilité des molécules des liquides.

2° **Principe de Pascal.** — *Les liquides transmettent également dans tous les sens une pression exercée en un point quelconque de leur masse.* C'est-à-dire que, si l'on avait un vase de forme quelconque (*fig.* 120), rempli de liquide, et muni de tubes cylindriques de même diamètre *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, renfermant des pistons parfaitement mobiles, et, si l'on exerçait un certain effort de dehors en dedans sur l'un de ces pistons, il faudrait exercer un effort égal sur tous les autres, pour empêcher qu'ils ne soient repoussés.

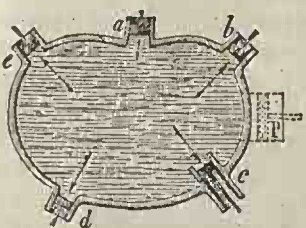


Fig. 120.

Pour nous rendre compte de ce principe, rappelons-nous que les liquides sont compressibles (36), et que leurs molécules, très-mobiles, tendent à s'écarter avec d'autant plus de force qu'elles ont été plus rapprochées par la compression. Or, en agissant par un des pistons, on rapproche les molécules qui le touchent de celles qui viennent immédiatement après. Ce rapprochement développe de l'élasticité, qui fait que ces molécules tendent à s'écarter, et pressent celles qui les suivent; et ainsi de suite de proche en proche, jusqu'à ce que le rapprochement subi par les molécules soit partout le même.

Il résulte de cette explication que la pression ne se transmet pas instantanément. C'est en effet ce qui a lieu, et la vitesse de transmission n'est autre chose que la vitesse de propagation du son dans le liquide considéré. Comme elle est très-grande, par exemple de 1435^{m} par seconde pour l'eau, on peut regarder la transmission d'une pression comme instantanée, dans les vases et réservoirs de dimensions ordinaires.

On peut reconnaître que la pression se transmet dans tous les sens, au moyen de l'appareil (*fig.* 121). Quand on enfonce un piston dans le tube qui surmonte le vase sphérique, on voit le liquide qui remplit ce vase jaillir, non-seulement par les orifices percés à l'opposé du piston, mais encore par les orifices pratiqués dans toutes les directions.

179. *La pression totale que supporte une surface est proportionnelle à son étendue.* En effet, chaque portion de surface égale à l'unité supporte la même pression; de sorte que, si l'un des pistons, P (*fig.* 120), avait une surface dix fois plus grande que celle du piston *a*, il faudrait exercer sur P un effort dix fois plus considérable que sur *a*, pour qu'il y ait équilibre.

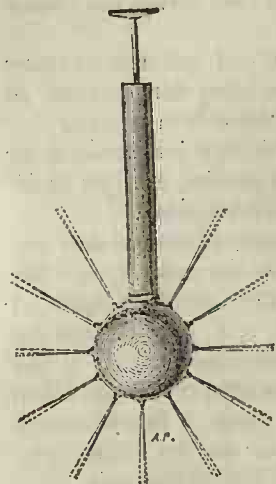


Fig. 121.

La *presse hydraulique*, imaginée par Pascal, est une application du principe qui précède. Deux tuyaux ou *corps de pompe* de diamètres très-inégaux (*fig.* 122), et remplis d'eau, renferment des pistons prenant très-juste. Si la surface du piston *a* est 100 fois plus petite que celle du piston *bc*, un effort de 1 kil. exercé sur *a* fera équilibre à un effort de 100 kil. exercé sur le piston *bc*. Si l'on enfonce le piston *a*, le piston *bc* sera soulevé d'une quantité 100 fois plus petite : nouvelle application du principe des vitesses virtuelles (81). L'impossibilité d'éviter les fuites par les joints des pistons, a longtemps empêché de réaliser l'idée de Pascal. L'ingénieur anglais Bramah, en 1796, est parvenu à lever la difficulté, au moyen de dispositions ingénieuses, avant lesquelles la presse hydraulique était un appareil rare et d'un usage compliqué.

180. Description de la presse hydraulique. — A gauche de la *fig.* 123, est représenté le corps de pompe le plus large, dans lequel s'enfonce un cylindre bien dressé C, nommé *piston plongeur*, qui porte une large tête, guidée par deux colonnes. Ces colonnes soutiennent un plateau, contre lequel la tête du piston C comprime la masse à presser M. Pour empêcher l'eau de s'échapper autour du cylindre C, Bramah dispose, dans une gorge ménagée à la partie supérieure du corps de pompe et en dedans, un anneau en cuir embouti, dont la section droite, *i*, présente la forme d'un U renversé. Une moitié de cet anneau est figurée à part en I. L'eau fortement comprimée presse le bord intérieur de l'anneau contre le cylindre C, et d'autant plus fortement qu'elle est plus comprimée; de manière à rendre toute fuite de liquide impossible.

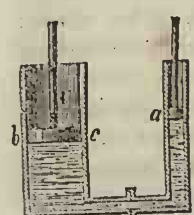


Fig. 122.

On voit en *a* le petit corps de pompe; *t* est la tige du piston qu'il contient, tige guidée en *g*, et mise en mouvement au moyen du levier L et de la bielle articulée *b*. Quand on soulève le piston, dont on voit la coupe *p′ p*, au haut de la figure, l'eau contenue dans une bâche placée au-dessous, est aspirée, soulève la soupape *s*, et remplit le corps de pompe *a*. Quand on enfonce le piston, la soupape *s* se ferme, et l'eau est refoulée, par le tube T, dans le grand corps de pompe, après avoir soulevé la soupape *r*, qui s'oppose à son retour dans le petit corps de pompe pendant qu'on soulève le piston *p' p*. On peut ainsi, en multipliant le nombre des coups de piston, refouler sous le cylindre C, une quantité d'eau capable de le soulever autant qu'on veut.

Comme *on perd en temps ce qu'on gagne en force* (81) et que, d'un autre côté, on n'a pas besoin d'une grande force au commencement de l'opération, souvent pour économiser le temps, la pompe foulante *pp'* est à deux fins. La tige du piston *p* est très-grosse, et forée dans toute sa longueur, de manière à constituer elle-même un petit corps de pompe dans lequel peut se mouvoir un piston *qs*. C'est avec la tige *q* de ce petit piston, qu'est articulé le levier L. Quand on n'a

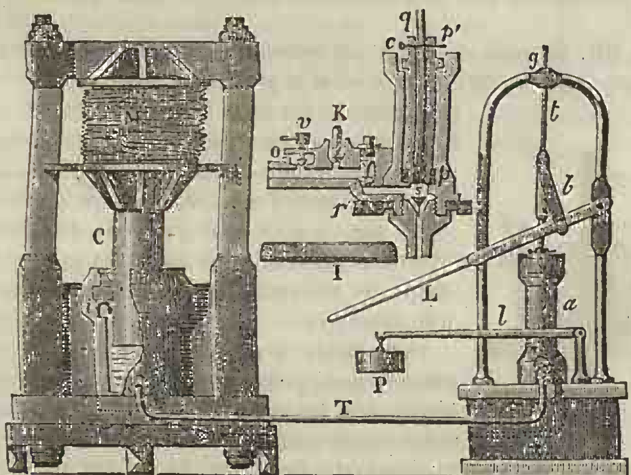


Fig. 123.

pas besoin d'exercer un grand effort, on fixe, au moyen d'une clavette *c*, la tige *q*, à celle du piston *p'p*, par lequel l'eau est alors refoulée. Veut-on, au contraire, produire une grande compression pour terminer l'opération, on fixe à son tour le piston *p'p* au corps de pompe, on retire la clavette *c* et l'on fait mouvoir à son tour le piston intérieur dont la tige est *q*. Alors le cylindre C est soulevé avec plus de lenteur, mais avec plus d'énergie, de manière qu'on peut produire en M des pressions de plusieurs centaines de kilogrammes par centimètre carré.

M. Desgoffe arrive à plusieurs milliers de kilogrammes, au moyen d'un cylindre d'acier qui pénètre dans le gros corps de pompe à travers une *boîte à étoupe*, disposition que nous décrivons plus bas (182). A la fin de l'opération, ce cylindre est poussé en dedans par une vis que l'on fait tourner au moyen d'un volant à manettes que porte sa tête.

La soupape K, nommée *soupape de sûreté*, est destinée à limiter la compression que l'on fait subir à l'eau; elle est chargée, par l'intermédiaire d'un levier *l*, d'un poids P, et est soulevée et laisse échapper l'eau, quand la pression intérieure devient trop forte. Enfin, il y a en *o* un orifice, que l'on ouvre en retirant la vis *v*, pour faire sortir l'eau et laisser descendre le cylindre C, quand on veut enlever la masse comprimée M.

La presse hydraulique est d'un usage très-fréquent en agriculture et dans l'industrie. On s'en sert pour exprimer l'huile des graines, le suc de certaines racines, pour comprimer le papier, les étoffes, éprouver la résistance de certains corps, celle des chaînes d'ancre, soulever d'énormes masses, etc. On l'emploie encore dans les fabriques de papier pour presser contre les meules de grès les blocs de bois qui doivent être râpés et transformés en une pâte que l'on mêle en grande proportion à celle des chiffons, pour faire ce qu'on appelle du *papier de bois*.

181. MM. Desgoffe et Ollivier ont inventé de petites presses dites *sterhydrauliques*, dans lesquelles ils suppriment le petit corps de pompe, dont l'entretien demande des soins méticuleux. Ils refoulent le liquide sous le piston *unique*, par l'introduction sous ce piston, d'une grosse corde à boyau, qui entre par une ouverture munie d'une *boîte à étoupe* et vient s'enrouler sur un petit treuil intérieur, dont l'axe, qui traverse la paroi du corps de pompe par *une boîte à étoupe*, est mis en mouvement au moyen d'une manivelle extérieure.

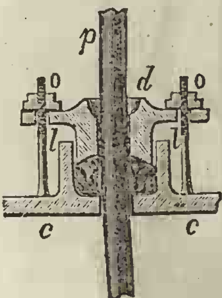


Fig. 124.

182. Boîte à étoupe. — La *boîte à étoupe*, nommée aussi *presse-étoupe*, *stuffing-box*, est employée, dans les machines, toutes les fois qu'une tige mobile pénètre dans une capacité qui ne doit pas communiquer avec l'extérieur. La *fig.* 124 en représente une coupe. *cc* est la paroi que doit traverser la tige mobile *p*. Autour de l'ouverture est un rebord cylindrique, *ll*, qui retient de l'étoupe imbibée de graisse ou d'huile. Une pièce métallique *d*, au milieu de laquelle passe la tige *p*, s'appuie sur l'étoupe. Elle porte des oreilles *o*,*o* traversées par des boulons dont les écrous servent à l'enfoncer fortement, de manière à comprimer l'étoupe, et à la presser contre la tige *p*.

Quand la tige est de petites dimensions, le cylindre *ll* est taraudé en dedans, comme un écrou, et la pièce *d* porte extérieurement un pas de vis au moyen duquel on l'enfonce dans cet écrou.

II. Équilibre des liquides soumis à l'action de la pesanteur.

183. Equilibre des liquides pesants. — Pour qu'une masse liquide soumise à l'action de la pesanteur soit en équilibre, il faut deux conditions.

1° *La surface du liquide doit être perpendiculaire, en chaque point, à la* *direction de la pesanteur, c'est-à-dire qu'elle doit être horizontale.* En effet, supposons qu'il n'en soit pas ainsi, et que la surface ait la position *nmn* (*fig.* 125). La pesanteur *mp*, agissant sur une molécule *m* de la surface, pourra se décomposer en deux forces, l'une, *ma*, normale à la surface en *m*, et l'autre, *mc*, tangente à cette surface, et ayant pour effet d'entraîner la molécule dans sa propre direction; il n'y aurait donc pas équilibre. Si, au contraire, la surface est horizontale, la pesanteur ne tend qu'à enfoncer la molécule dans l'intérieur du liquide; mais comme toutes les autres molécules de la surface sont soumises à la même force, il y a équilibre.

Ce principe n'est qu'un cas particulier du principe général suivant :

Quand une masse liquide soumise à des forces quelconques est en équilibre, il faut, entre autres conditions, que la résultante des forces qui agissent en un point de sa surface soit normale à cette surface en ce point.

La surface des eaux tranquilles est donc plane et horizontale, dans une étendue assez petite pour qu'on puisse y regarder les verticales comme parallèles entre elles, et, en effet, l'image d'un fil à plomb, produite par la surface de l'eau comme par un miroir, est sur le prolongement de ce fil; car on peut, au moyen d'un second fil à plomb, cacher en même temps le premier fil et son image. Dans une grande étendue, la surface des eaux tranquilles est convexe, comme on le reconnaît sur mer, en voyant un navire qui s'éloigne du rivage s'enfoncer peu à peu sous l'horizon, les extrémités des mâts disparaissant les dernières. Près des montagnes, la surface des eaux n'est pas rigoureusement horizontale, mais perpendiculaire au fil à plomb, qui est dévié par leur attraction, c'est-à-dire normale en chaque point à la résultante de la pesanteur et de la force attractive de la montagne (160).

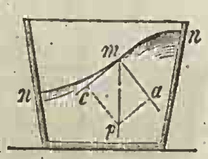


Fig. 125.

184. 2° *La pression doit être la même dans toute l'étendue d'une tranche horizontale.* En effet, une molécule, prise dans une tranche horizontale, est pressée de haut en bas par le poids de la file de molécules placée verticalement au-dessus d'elle, et de bas en haut par une force égale, provenant de l'élasticité développée par le rapprochement de cette molécule de celles qui sont immédiatement au-dessous; de manière que ces dernières produisent l'effet d'un obstacle fixe. Or, pour qu'une molécule soit en équilibre, il faut qu'elle soit également pressée dans tous les sens; toutes celles d'une même tranche horizontale devront donc être également distantes. Sans cela, les plus rapprochées réagiraient sur celles qui le sont moins, jusqu'à ce que la distance soit partout la même, et cela, quelle que soit l'étendue de la tranche considérée.

La pression augmente, au contraire, quand on passe d'une tranche à une autre située au-dessous; puisque chaque tranche est soumise en chacun de ses points à un effort égal au poids de la file de molécules qui est au-dessus. Il résulte de là, que la densité d'un liquide doit augmenter avec la profondeur. C'est, en effet, ce qui a lieu; mais nous négligerons, en général, cette augmentation, parce qu'elle est très-faible. Pour l'eau, elle n'est que de *un vingt-millième* environ, pour une profondeur de 10 mètres.

A la surface, la pression produite par le liquide est nulle, et, par conséquent, partout la même. Le premier principe n'est donc qu'un cas particulier du second. Ce dernier peut se vérifier par l'expérience en enfonçant verticalement dans un liquide un tube de verre t, surmonté d'une boule remplie d'air (*fig.* 126). Le liquide monte dans ce tube, en refoulant l'air par sa pression, et d'autant plus que l'orifice est plus éloigné de la surface.

Avec des tubes à boules exactement de mêmes dimensions t', t'', mais dont les orifices se présentent dans différentes directions, on voit le liquide monter à la même hauteur, quand ces orifices sont situés dans une même tranche horizontale *ab;* ce qui prouve que, dans cette tranche, la pression est la même dans tous les sens.

Le principe qui vient de nous occuper est aussi un cas particulier d'un principe général qui peut s'énoncer ainsi : pour qu'une masse liquide soit en équilibre, *il faut que la pression soit la même dans toute l'étendue de chacune des couches de niveau.* On nomme *couches de niveau* des tranches infiniment minces, dans lesquelles on décompose la masse liquide, et qui sont normales en chacun de leurs points à la résultante de toutes les forces qui agissent en ce point.

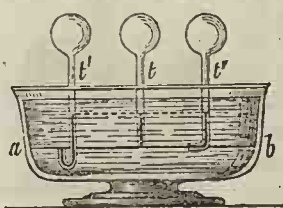


Fig. 126.

De ce principe résulte la conséquence suivante, établie par Archimède : une masse liquide abandonnée à elle-même, c'est-à-dire aux seules attractions mutuelles de ses différentes parties, doit, pour être en équilibre, prendre la forme d'une sphère. En effet, sous cette forme seulement, tout étant symétrique autour du centre, la résultante des attractions de tous les points de la masse sur une molécule, passe par le centre et est normale aux surfaces de niveau, qui sont des surfaces sphériques. Nous avons cité ci-dessus des expériences de M. Plateau, dans lesquelles cette conséquence est mise en évidence (167).

183. PRESSION SUR LE FOND D'UN VASE. — *La pression exercée par un liquide en équilibre, sur le fond horizontal du vase qui le contient, est égale au poids d'une colonne de ce liquide ayant pour base la surface pressée, et pour hauteur la profondeur du liquide.* Il résulte de cette loi, nommée *loi de Stevin*, que la pression en un point du fond ne dépend ni de la forme du vase, ni de la quantité absolue de liquide qu'il contient, mais seulement de la hauteur de ce liquide et de sa densité.

Si donc s représente la surface du fond d'un vase, h la hauteur et d le poids spécifique du liquide, la pression sera

$$[1] \qquad p = s \times h \times d,$$

quelle que soit la forme du vase. Voyons comment on peut rendre compte de ce résultat :

1° Dans le cas du vase cylindrique A (*fig*. 127), il est évident que la pression que supporte le fond est égale au poids du liquide contenu dans ce vase ;

2° Dans le cas du vase *mn*, dont l'ouverture est plus large que le fond, la pression sera encore égale au poids de la colonne verticale *abcd* ; car, les différentes parties, très-mobiles, d'une masse liquide étant indépendantes les unes des autres, chaque file verticale de molécules, telle que *pq*, agit comme si elle était seule, et indépendamment du liquide qui l'entoure. Le liquide, logé dans les espaces extérieurs *m*, *n*, n'a aucune influence ; il est supporté par les parois latérales *aa*, *bc'*.

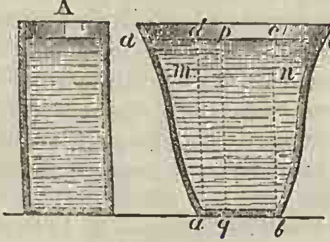


Fig. 127.

Les choses se passent comme si le liquide était remplacé par un faisceau de baguettes verticales, appuyées par leur partie inférieure sur le fond ou sur les parois du vase, et dont les extrémités supérieures seraient toutes dans le plan *ac'*. Si l'on suppose qu'il n'y ait aucun frottement, le fond du vase ne supportera que le poids des baguettes contenues dans le cylindre *abcd* et reposant directement sur lui. Si ce fond était mobile et qu'on voulût le soulever, on n'aurait à vaincre que le poids de ce faisceau cylindrique ; tandis que, si les baguettes étaient adhérentes les unes aux autres, il faudrait les soulever toutes. Dans le cas du liquide, il en est de même : on n'aurait à vaincre, pour soulever le fond du vase, que le poids de la colonne *abcd*, tandis que, si le liquide était congelé, il faudrait faire un effort égal au poids de toute la masse, en supposant qu'il n'y ait pas adhérence avec les parois.

3° Soit maintenant le vase (*fig*. 128) ; la pression, en chaque point de la partie $\alpha\beta$ placée verticalement au-dessous de la surface du niveau *c' d'*, est égale au poids de la file de molécules qui est au-dessus. Or la pression doit être constante dans une même tranche horizontale *ab* ; donc la pression doit être, en chaque point de $a\alpha$ et de $b\beta$, égale au poids d'une file verticale de molécules qui s'étendrait jusqu'au niveau *cd*. La pression totale sur le fond *ab* est donc encore égale au poids d'une colonne de liquide dont le volume serait *cabd*.

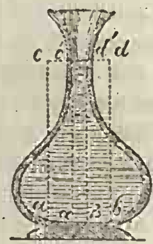


Fig. 128.

Ce résultat provient de ce que la pression due au poids des parties supérieures du liquide se transmet également dans tous les sens, et se fait aussi bien sentir en $a\alpha$ et $b\beta$ qu'en $\alpha\beta$. Si le fond était mobile, il faudrait, pour le soutenir, exercer un effort égal au poids d'une colonne d'eau égale à *cabd* ; tandis que, si l'eau était congelée et la glace non adhérente, il suffirait de faire équilibre au poids de la masse de glace réellement contenue dans le vase.

4° Quand le vase présente une forme telle qu'aucune portion du fond ne se trouve verticalement au-dessous du niveau (*fig.* 129), il suffit de remarquer que, dans une tranche horizontale choisie convenablement pour qu'une partie soit verticalement au-dessous du niveau, la pression est égale en chaque point au poids d'une colonne ayant pour hauteur la distance h de cette tranche au niveau. Cette pression se transmet intégralement à tous les points d'une autre tranche horizontale, telle qu'une même verticale puisse la rencontrer en même temps que la première. Cette dernière tranche supporte, de plus, la pression due à une colonne de hauteur h' égale à la distance des deux tranches. Enfin, le fond du vase supporte en chaque point la pression $h + h'$, augmentée de celle qui est due au liquide qui se trouve au-dessous de la seconde tranche, c'est-à-dire à une colonne ayant pour volume *abcd*.

Autre démonstration. — La loi de Stévin se démontre encore en s'appuyant sur ce principe évident d'hydrostatique formulé par D. Bernouilli : *On peut supposer solidifiée, une portion quelconque d'une masse liquide en équilibre, sans modifier son état d'équilibre, ni les réactions ou pressions qui s'y produisent.* Cela posé, imaginons que les portions m, n du liquide renfermé dans le vase *abc'* (*fig.* 127) soient solidifiées, la pression sur le fond sera la même qu'auparavant; or, le vase étant alors cylindrique, cette pression est égale au poids de la colonne *abcd*. Dans le cas du vase (*fig.* 128), considérons d'abord une colonne cylindrique *abcd*, et supposons solidifié tout ce qui est en dehors du vase, la pression sur le fond reste la même; elle est donc toujours égale au poids de la colonne *abcd*.

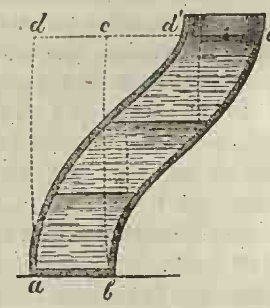


Fig. 129.

186. Vérification par l'expérience. — Le principe de la pression sur le fond des vases a été découvert, en 1585, par Stévin, qui le démontrait par un raisonnement analogue à celui qui précède. Pascal le premier l'a vérifié d'une manière simple par l'expérience. Parmi les appareils imaginés pour cette vérification, nous citerons ceux de Masson et de De Haldat.

Appareil de De Haldat. — Un tube deux fois recourbé, *abc* (*fig.* 130), porte, en a, une virole métallique à laquelle on peut visser des vases de verre sans fond n, o, r, p, s, de formes très-différentes. Le tube *abc* renferme du mercure, qui s'élève dans les deux branches, au même niveau c. Après avoir vissé le vase cylindrique r, dont la section est égale à la surface du mercure en a, et avoir marqué le niveau c dans l'autre branche, on verse de l'eau jusqu'à ce que sa surface vienne effleurer l'extrémité de la tige α. On voit alors que la pression de la colonne d'eau cylindrique sur la surface du mercure en a, a fait monter ce dernier liquide jusqu'au niveau c', que l'on marque sur le tube. Il est évident que, toutes les fois que le mercure sera soulevé jusqu'en c', la surface en a sera soumise à la même pression. Après avoir enlevé l'eau au moyen d'un robinet, on remplace le vase n par l'un des vases o, r, p, s, qu'on remplit d'eau jusqu'au repère α; et l'on voit que le mercure est toujours refoulé exactement jusqu'au point c'.

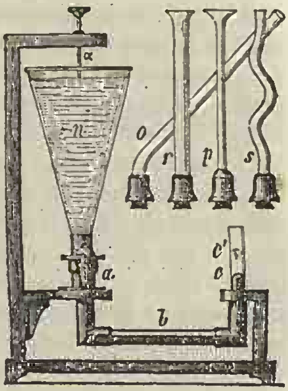


Fig. 130. — $^1/_{12}$.

Appareil de Masson. — Sur une virole D, supportée par un trépied (*fig.* 131), peuvent se visser des vases V, V′, V″ de formes différentes. Au-dessous de la virole est un anneau cylindrique de verre dont le bord inférieur est dressé avec soin, et sur lequel on applique un disque suspendu au fléau d'une balance, par un fil qui traverse le vase et est tendu par des poids placés dans le bassin opposé. On remplit le vase d'eau, jusqu'à ce que ce liquide commence à sortir en écartant légèrement le disque, et l'on marque alors le niveau au moyen d'un index i mobile le long de la tige t. Après avoir fait tomber l'eau dans le bassin C, on remplace le vase V par un autre, et l'on reconnaît qu'il faut y verser de l'eau jusqu'au même niveau i, pour que le disque commence à s'écarter.

Dans l'appareil qu'employait Pascal, un piston se déplaçait dans la virole, mais le frottement rendait les résultats très-incertains.

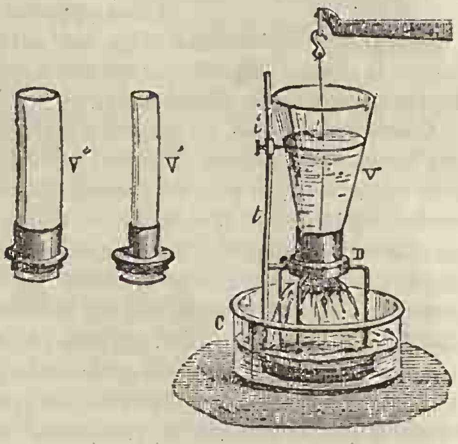


Fig. 131.

161. PRESSIONS SUR LES PAROIS LATÉRALES. — Les parois latérales des vases ont aussi à supporter des pressions, de la part du liquide qui les baigne. Car, si l'on pratique un orifice en un point quelconque situé au-dessous du niveau, le liquide s'élance au dehors; la tranche liquide qui occupe l'orifice est donc pressée de dedans en dehors. De plus, on remarque que le liquide sort dans une direction normale à la paroi, quand elle est très-mince autour de l'orifice; d'où l'on conclut que la *pression s'exerce normalement à la surface pressée*. Ce dernier point se conçoit facilement; car, si la pression agissait obliquement, on pourrait toujours la décomposer en deux autres, l'une normale qui agirait sur la paroi, l'autre tangente à sa surface, et qui n'aurait aucune action pour la presser.

Cela posé, *la pression exercée par un liquide en équilibre sur une portion* plane *de la paroi latérale d'un vase, est égale au poids d'une colonne de liquide qui aurait pour base la surface pressée, et pour hauteur la distance du* centre de gravité *de cette surface au niveau du liquide.* Soit la portion plane *mn* de la paroi latérale d'un vase (*fig.* 132); la pression est partout la même dans la tranche horizontale *bc*, et égale en chaque point au poids du filet vertical *pq* qui se trouve au-dessus. De plus, cette pression est la même dans tous les sens; elle se fait donc sentir en *c* dans la direction normale à *mn*. La paroi supporte donc, au point *c*, une pression normale égale au poids d'une file de molécules dont la hauteur serait *pq*, c'est-à-dire la distance du point *c* au niveau. On en dirait autant pour les autres points de la surface *mn*. Cette surface est donc soumise à une pression totale et normale, égale à la somme des poids des filets liquides qui auraient pour hauteur les distances de ses différents points au niveau. Cette somme équivaut au poids d'une colonne liquide ayant pour base la surface *mn*, et pour hauteur la *moyenne* des distances de ses divers points au niveau. Or, le centre de gravité est précisément à cette distance moyenne du niveau; d'où résulte la proposition énoncée.

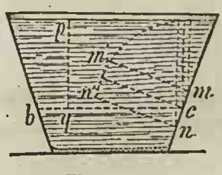


Fig. 132.

Si nous supposons que *c* soit le centre de gravité de *mn*, et que *mm'* soit égal à la distance de ce point au niveau, la pression supportée par *mn* sera représentée par le poids d'une colonne liquide qui aurait pour volume *mnn'm'*.

Centre de pression. — Le point d'application de la résultante des pressions sur les différents éléments infiniment petits d'une paroi plane *mn*, se nomme *centre de pression*. Ce point est toujours situé au-dessous du centre de gravité; les forces parallèles qui agissent sur *mn*, allant en augmentant avec la profondeur. Le calcul mathématique fournit le moyen de trouver la position de ce point quand la paroi a une forme connue. La méthode générale consiste à construire, au moyen de perpendiculaires élevées sur la surface pressée, le volume de liquide dont le poids représente la pression totale, à chercher le centre de gravité de ce volume, et à abaisser de ce point sur la surface, une perpendiculaire dont le pied est le centre de pression. — On trouve ainsi, par une simple construction géométrique, la position du centre de pression sur un rectangle, un trapèze, dont un des côtés parallèles se trouve au niveau du liquide; d'un triangle dont un côté, ou le sommet, se trouve dans ce niveau, etc.

Si la paroi était courbe, il faudrait prendre *mn* infiniment petit, autrement, les normales à une surface courbe n'étant pas parallèles, la pression totale ne serait pas égale à la somme des pressions exercées aux différents points.

188. Vérifications par l'expérience. — Pour vérifier le principe qui précède, on se sert de la *machine de Pascal* (*fig.* 133). *mn* est un vase cubique dont trois des faces latérales sont fermées par des glaces, et sur lequel on peut ajuster des vases, V, de différentes formes. On visse sur un des côtés, dans une position horizontale ou oblique, un cylindre *c* renfermant un piston très-mobile. A ce piston est attaché un cordon qui va se fixer au levier *ab*, après avoir passé sur une poulie de renvoi *p*. Quand le vase V est rempli d'eau à une hauteur *cs* au-dessus du centre du piston, on met des poids en P, jusqu'à ce que ce piston commence à s'avancer en dedans. On enlève ensuite le cylindre *c*, et on l'adapte verticalement en *c'*, après avoir fermé l'ouverture *c*; on verse de l'eau dans le vase de manière qu'elle s'élève *au-dessus du piston* à une hauteur égale à *cs*, et l'on reconnaît que, pour que ce piston commence à monter, il faut mettre en P la même charge que dans l'expérience précédente. Comme le frottement du piston est le même dans les deux cas, on voit que la pression du liquide est aussi la même et égale, au poids d'une colonne de liquide ayant pour hauteur la distance *cs*.

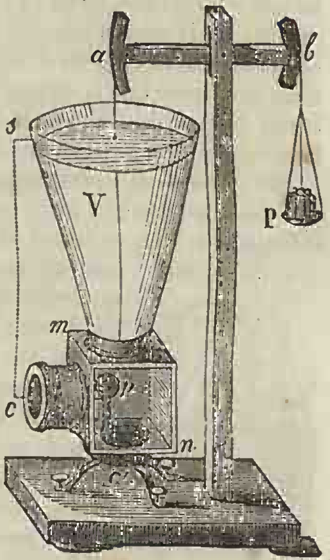


Fig. 133. — $^1/_{12}$.

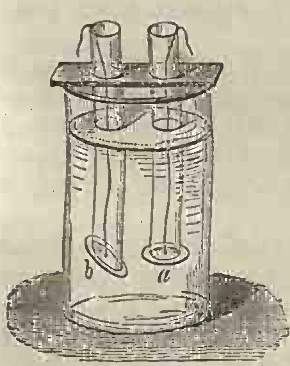


Fig. 134.

189. Pression de bas en haut. — La pression s'exerçant toujours normalement de dedans en dehors, il peut se faire qu'elle ait lieu de bas en haut ; ce qui ne doit pas étonner, puisqu'une pression quelconque se transmet toujours également en tous sens. On vérifie ce résultat par l'expérience, au moyen d'un gros tube de verre *a* (*fig.* 134), dont l'ouverture inférieure, *horizontale* ou *oblique*, est parfaitement dressée. On applique sur cette ouverture une lame *a*, *b*, que l'on soutient en dedans au moyen d'un fil, on enfonce le tube dans l'eau, et la lame est retenue contre le tube sans le secours du fil. Pour l'en détacher, il suffit de verser de l'eau dans le tube jusqu'au niveau extérieur, si l'on suppose que le poids de la lame soit négligeable, ce qui a lieu quand elle est formée d'une mince feuille de mica. La pression extérieure sur la lame est donc égale, comme celle qui s'exerce en dedans, au poids d'une colonne liquide ayant pour hauteur la distance du centre de gravité de cette lame au niveau, et pour base l'aire intérieure de l'ouverture du tube. Il ne faut pas oublier que cette pression est toujours due aux portions de liquide qui sont au-dessus des surfaces pressées.

190. Tonneau de Pascal. — Pascal, ayant ajusté à un tonneau plein d'eau, un tube vertical étroit, de 10 à 15 mètres de longueur, dans lequel il versa ensuite de l'eau, vit le tonneau éclater : la somme des pressions exercées de dedans en dehors sur tous les éléments de sa surface, étant équivalente au poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface intérieure, et pour hauteur la distance de son centre de gravité au niveau du liquide. On peut ainsi, au moyen de quelques kilogrammes d'eau, exercer un effort de plusieurs milliers de kilogrammes.

191. Paradoxe hydrostatique. — La pression *sur le fond* d'un vase peut être plus grande ou plus petite que le poids du liquide qu'il contient. Cependant, si l'on pèse le vase, on trouve un résultat égal au poids du liquide, augmenté de celui du vase. Pour faire disparaître cette contradiction apparente, remarquons que les parois latérales transmettent à la balance une partie des pressions obliques qu'elles supportent. Or, en calculant pour chaque élément ω (*fig.* 135), la composante verticale de la pression normale, et faisant la somme de toutes ces composantes, on trouve un total égal au poids réel du liquide, et l'on démontre que les composantes horizontales s'entre-détruisent deux à deux. Le calcul étant le même que celui du n° 198, avec la seule différence que les pressions s'exercent de dedans en dehors, nous y renvoyons le lecteur.

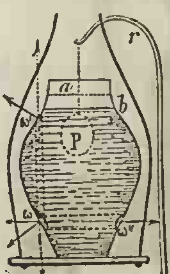


Fig. 135.

Il résulte de ce calcul, que, si l'on élevait le niveau du liquide, de *b* en *a*, sans en augmenter la masse, en y plongeant un corps P soutenu par un support *r* indépendant de la balance, celle-ci subirait une nouvelle charge égale au poids d'une masse de liquide capable d'élever le niveau jusqu'en *a* en l'absence du corps; et il suffit, en effet, d'enlever la couche d'eau *ab* pour rétablir l'équilibre.

192. Applications. — On a souvent à faire des applications des lois relatives aux pressions des colonnes liquides. On donne aux digues destinées à retenir les eaux, plus d'épaisseur au pied, parce que la pression augmente avec la profondeur. Au reste, il faut, à égale profondeur, une digue de même force pour soutenir les eaux d'une simple rigole et les eaux d'un lac.

Machines à colonne d'eau. — Ces machines, inventées par Bélidor, servent à faire jouer des pompes destinées à retirer les eaux du fond des mines. On les installe près des puits de mine, à la hauteur où l'eau doit être portée. Le jeu en est analogue à celui des machines à vapeur, et, comme ces dernières, elles peuvent être à *simple effet* ou à *double effet*. La *fig.* 136 représente une coupe verticale d'une machine à double effet.

P est un piston qui se meut dans un corps de pompe fermé à ses deux extrémités, et porte une double tige T, T′, dont la partie inférieure est liée aux pompes qu'il s'agit de faire mouvoir. Cette tige traverse les deux bases du corps de pompe, par des ouvertures garnies de *boîtes à étoupe* (181). Le tuyau C reçoit par sa partie supérieure, l'eau d'un réservoir très-élevé. Si l'eau s'introduit sous le piston P, ce dernier est soulevé par une force égale au poids d'une colonne d'eau ayant pour base sa surface, et pour hauteur sa distance verticale au niveau du réservoir. Si, au contraire, le liquide pénètre au-dessus du piston P, il est abaissé.

Pour régler l'introduction de l'eau d'un côté ou de l'autre du piston, et permettre en même temps à celle qui se trouve du côté opposé de s'échapper, la machine est accompagnée d'un petit corps de pompe latéral contenant deux pistons égaux *l*, *l*, reliés entre eux par une tige rigide. Quand ces pistons sont dans la position *l l*, l'eau se précipite par le tuyau *c*′, et l'ouverture K′, sous le piston P et le soulève. En même temps, l'eau qui remplit le haut du corps de pompe sort par les tubes K et V. Si, au contraire, les pistons *l*, *l* sont abaissés en *l*′, *l*′, l'eau passe au-dessus du piston par le tuyau *c* et l'ouverture K, et sort par K′ V.

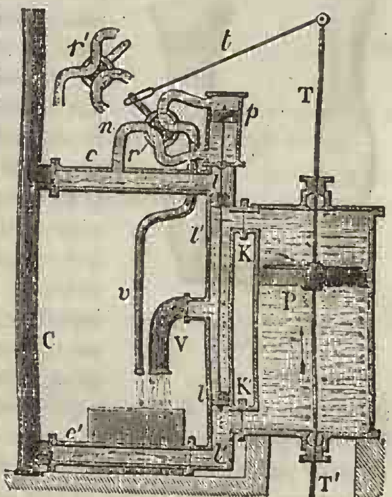


Fig. 136.

Le jeu du système *l*, *l* est produit par la pression de l'eau agissant alternativement des deux côtés d'un nouveau piston *p*, renfermé dans un troisième corps de pompe placé au-dessus de *l l*′. Ce piston, *p*, est lié au système *ll*, par une tige qui traverse, à frottement doux, une cloison séparant les deux corps de pompe *p*, et *l l*′. L'eau du tuyau C arrive dans le corps de pompe *p* par les tubes *c* et *n*, et par le *robinet à quatre voies* *r*, dont le corps n'est pas percé comme celui des robinets ordinaires, mais porte deux échancrures opposées. Quand ce robinet est dans la position *r*, l'eau passe sous le piston *p* par l'échancrure inférieure, et le soulève; pendant que l'eau qui se trouve au-dessus de ce piston sort par le canal courbe qui part du haut du corps de pompe *p*, par l'échancrure supérieure du robinet, et par le tube *v*. Les pistons *l*, *l* laissent alors arriver l'eau sous le piston P. Quand le robinet est tourné comme en *r*′, l'effet inverse se produit : le piston *p* est abaissé, le système *ll* vient en *l*′*l*′, et l'eau arrive au-dessus de P.

Il nous reste enfin à expliquer comment est conduit le robinet *r*. Une tringle *t*, articulée par un bout à l'extrémité supérieure de la tige T, porte à l'autre bout une fente ou coulisse, dans laquelle s'engage un bouton fixé à un levier qui sert de clé au robinet. Tant que le piston P est éloigné de ses limites d'excursion, la coulisse glisse le long du bouton de la clé, sans la déplacer. Mais, quand le piston approche de la fin de sa course, l'extrémité de la coulisse rencontre le bouton, et le robinet tourne, de manière à passer assez brusquement de la position r à la position r', ou *vice versâ*.

Dans la machine à simple effet, le haut du corps de pompe est ouvert; l'eau ne pénètre qu'au-dessous du piston, pour le soulever, et ce piston descend sous l'influence de poids dont est chargée la tige T′.

Les machines à colonne donnent jusqu'à 0,60 d'effet utile, mais elles exigent une chute d'eau élevée. On emploie fréquemment, aujourd'hui, de petites machines à simple effet pour produire des déplacements, limités par un seul mouvement du piston; par exemple pour faire basculer de lourdes cuves contenant des métaux en fusion, pour faire passer des vagons chargés, d'un niveau à un autre, etc.

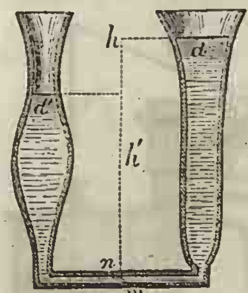


Fig. 137.

L'*ascenseur* de M. Edoux, employé dans certains établissements, pour transporter les personnes, du rez-de-chaussée aux étages supérieurs, est établi sur le même principe. Un long piston plongeur (180), de 20 mètres de hauteur, par exemple, pénètre, à travers un *presse-étoupes*, dans un tuyau fixé verticalement dans un puits. La partie supérieure de ce piston soutient une plate-forme sur laquelle on peut monter, et qui est guidée dans son mouvement par quatre colonnes en fer. Suivant qu'on introduit dans le tuyau, ou qu'on en laisse sortir l'eau venant d'un réservoir élevé, le piston monte avec sa charge, ou redescend par son propre poids. Comme ce poids est considérable, il est équilibré en partie par des masses suspendues à des chaînes attachées à la plate-forme, et passant sur des poulies fixées au haut de chaque colonne.

193. Équilibre des liquides dans les vases communiquants. — Supposons deux liquides différents contenus dans deux vases distincts (*fig.* 137) qui communiquent par leur partie inférieure au moyen d'un tube horizontal assez étroit pour que les liquides s'y joignent par une surface transversale au tube, et cherchons la condition pour que ces deux liquides se fassent équilibre. Il est évident qu'il faut et qu'il suffit qu'une tranche transversale mn prise dans le tube de communication soit elle-même en équilibre, et, par suite, qu'elle soit pressée également de chaque côté. Or, si nous désignons par d et d' les densités des liquides par h et h' les distances verticales de leurs niveaux au centre de gravité de la tranche mn dont la surface est s, les pressions supportées par cette tranche de droite à gauche, et de gauche à droite, seront $s.\,h.\,d$, et $s\,h'\,d'$ (187); on aura donc

$$s.\,h.\,d = s.\,h'.\,d', \qquad \text{d'où} \qquad h : h' = d' : d$$

Il faut donc, pour qu'il y ait équilibre, que les hauteurs des liquides soient en raison inverse de leurs densités, les hauteurs étant comptées à partir du centre de gravité d'une section transversale quelconque du tube horizontal de communication. Si les liquides étaient du mercure et de l'eau, ce dernier liquide se tiendrait à une hauteur égale à celle du mercure multipliée par 13,6, nombre qui représente la densité du mercure en prenant celle de l'eau pour unité.

Quand on a $d = d'$, il vient $h = h'$, si donc les deux vases contenaient le même liquide, les deux niveaux seraient dans un même plan horizontal.

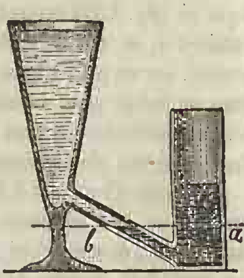


Fig. 138.

Si le tube de communication était oblique, ou bien si les deux liquides ne se joignaient pas dans le tube (*fig.* 138), pour que la condition d'équilibre s'énonce de la même manière, il faudra compter les hauteurs à partir de la surface horizontale qui les sépare, c'est-à-dire à partir du niveau *ba*, tout le liquide contenu au-dessous de ce niveau étant en équilibre de lui-même, d'après ce que nous venons de voir.

194. Cas de plusieurs liquides dans chaque vase. — Quand il y a dans chaque vase plusieurs liquides superposés et séparés les uns des autres par des surfaces horizontales, il faut pour l'équilibre, que l'on ait

$$hd + h'd' + h''d'' + \ldots\ldots = h_1d_1 + h'_1d'_1 + h''_1d''_1 + \ldots\ldots$$

$d, d', d'', \ldots\ldots$ étant les densités des liquides contenus dans un des vases, $d_1, d'_1, d''_1 + \ldots\ldots$ celles des liquides contenus dans l'autre, et

$$h, h', h'', \ldots\ldots; \; h_1, h'_1, h''_1, \ldots\ldots$$

les hauteurs verticales de chacun de ces liquides, celles des deux liquides inférieurs étant comptées à partir du centre de gravité d'une section transversale du tube horizontal de communication, ou à partir d'un niveau commun tel que *ab* (*fig.* 138).

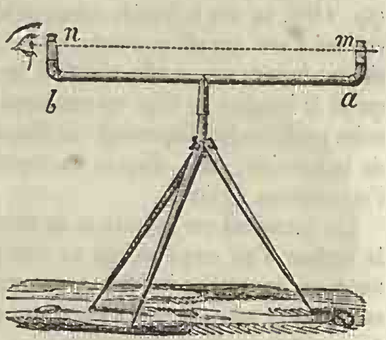


Fig. 139.

195. Applications. — La théorie des vases communiquants est due à Galilée. Elle nous explique la tendance des liquides à *prendre leur niveau,* tendance dont on fait usage dans une foule de circonstances, par exemple, pour faire monter ou descendre les bateaux dans les écluses des canaux de navigation; pour la conduite des eaux par des tuyaux qui descendent dans les vallées pour remonter du côté opposé, comme les *soutérazi* des Turcs, au moyen desquels ils remplacent les aqueducs construits à grands frais, sur lesquels l'eau coule par une pente régulière.

Niveau d'eau. — Cet instrument, dont Pline attribue l'invention à Théodore de Samos, un des architectes du temple d'Éphèse, consiste en un tuyau métallique *ab* (*fig.* 139) portant à ses deux extrémités des tubes de verre perpendiculaires *n*, *m*. On verse de l'eau dans l'instrument placé, à peu près horizontalement, sur un pied à trois branches; les niveaux, dans les deux tubes, se mettent dans un même plan horizontal, et quand on place l'œil dans ce plan, ils paraissent se confondre, et tous les points éloignés sur lesquels ils se projettent, sont dans ce même plan horizontal.

Le niveau d'eau sert à faire des *nivellements*, c'est-à-dire à trouver de quelle quantité un lieu se trouve au-dessus d'un autre. Pour cela, l'instrument étant placé au lieu le plus élevé, on dresse verticalement, à l'autre, une mire glissant sur une règle divisée, et l'on voit à quelle division correspond le plan *mn*. La hauteur de cette division au-dessus du sol étant diminuée de celle du niveau *mn* au-dessus du plan sur lequel repose le pied de l'instrument, donne la différence de hauteur cherchée. Quand les lieux sont très-éloignés l'un de l'autre, on prend la différence de hauteur d'un certain nombre de points intermédiaires.

III. Équilibre des corps plongés dans les liquides.

196. Un corps plongé dans un liquide supporte, par tous les points de sa surface, une pression de dehors en dedans; ce qu'on peut constater au moyen d'une petite vessie surmontée d'un tube de verre, et qu'on plonge dans l'eau (*fig.* 140), on voit le liquide coloré qu'elle contient monter dans le tube. Si l'on enfonce à une grande profondeur dans la mer une bouteille vide bien bouchée, elle est brisée; ou, si elle résiste à la compression, l'eau s'y introduit, même quand le bouchon de liége est enveloppé de plusieurs couches de goudron et de toiles goudronnées. Cependant une plaque de verre épais usée à l'émeri sur le col de la bouteille, suffit, d'après les expériences de M. Vauxhem, pour empêcher l'introduction de l'eau.

Les pressions que supportent de dehors en dedans les différents éléments de la surface d'un corps plongé ne sont pas partout les mêmes; elles sont plus fortes sur les parties inférieures que sur les parties supérieures, qui sont moins enfoncées; c'est pour cela qu'un corps plongé semble moins lourd. Archimède a découvert la loi de ce phénomène.

197. Principe d'Archimède. — *Un corps plongé dans un liquide en équilibre est soumis à un effort de bas en haut égal au poids du liquide qu'il déplace;* ce qu'on énonce souvent aussi en disant que *le corps perd une partie de son poids égale au poids du liquide déplacé.* Pour démontrer ce principe, supposons que nous enlevions le corps plongé, et que nous le remplacions par du liquide, que nous pourrons supposer solidifié, sans qu'il y ait rien de changé à l'état d'équilibre de tout le liquide, ni aux pressions qui existent en ses divers points (190). Or, la masse solidifiée est sollicitée de haut en bas par une force égale à son poids, et, puisqu'elle reste en équilibre, il faut qu'il existe une autre force verticale de bas en haut égale et opposée à ce poids. Cette force, qui est appliquée au centre de gravité de la masse solidifiée, ne peut provenir que du jeu des pressions exercées sur sa surface extérieure. Supposons maintenant que le corps soit reporté dans le liquide, à la même place qu'il occupait d'abord; il sera soumis aux mêmes pressions extérieures que la masse solidifiée dont il occupe exactement la place; il supportera donc aussi un effort de bas en haut égal au poids de cette masse, c'est-à-dire au poids du volume de liquide dont il occupe la place, et cette force sera appliquée au centre de gravité de ce volume.

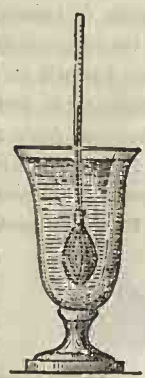


Fig. 140.

198. Démonstration analytique. — Le raisonnement qui précède ne montre pas comment les pressions exercées à la surface du corps plongé produisent une action résultante égale au poids du liquide déplacé. La démonstration suivante, dont l'esprit est dû à Galilée est, à cet égard, plus complète.

Soit un corps plongé $\omega\omega'\omega''$ (*fig.* 141), et trois axes perpendiculaires entre eux OX, OY, OZ, dont deux sont horizontaux. L'élément infiniment petit ω supporte de dehors en dedans une pression normale $p = \omega h\delta$, δ étant la densité du liquide, et h la distance de sa surface au centre de gravité de l'élément ω. Décomposons la pression p en trois forces x, y, z, parallèles aux axes OX, OY, OZ, et désignons par $\overline{p,x}$ l'angle de la force p avec la composante x, nous aurons $x = p \cos \overline{p,x} = h\delta\omega \cos \overline{p,x}$. Or, $\omega \cos \overline{p,x}$ représente la projection de l'élément ω sur un plan faisant avec cet élément un angle égal à $\overline{p,x}$, c'est-à-dire sur un plan perpendiculaire à OX. Cette projection n'est autre chose que la section droite d'un cylindre engendré par une droite parallèle à OX, et s'appuyant sur le contour de l'élément ω. Appelons r cette section droite; la composante deviendra $x = h\delta r$. Or, la pression exercée sur l'élément ω'' intercepté par le même cylindre, donnera aussi une composante égale à $h\delta r$, qui détruira celle qui agit sur l'élément ω.

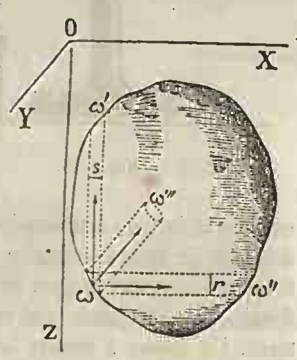


Fig. 141.

On verrait de même que la composante y, parallèle à OY, est détruite par une composante opposée provenant de la pression sur l'élément ω''', intercepté par un cylindre parallèle à OY, et s'appuyant sur l'élément ω. Quant à la composante z, parallèle à OZ, elle est égale à $h\delta s$, s étant la section droite du cylindre vertical $\omega\omega'$, et elle est dirigée de bas en haut.

La composante *verticale* provenant de la pression $p' = h'\delta\omega'$, que supporte l'élément ω', est $z' = h'\delta s$, et elle est dirigée *de haut en bas*. Le filet vertical $\omega\omega'$ du corps est donc soulevé par une force égale à la différence de ces composantes, c'est-à-dire à $z - z' = (h - h')\,\delta s$, qui représente le poids d'un filet liquide de hauteur $h - h'$, c'est-à-dire ayant le volume du petit cylindre $\omega\omega'$.

On raisonnerait de même pour tous les cylindres verticaux infiniment minces, dans lesquels on peut décomposer le corps, qui se trouve dès lors soulevé par la résultante de toutes les forces verticales appliquées aux cylindres élémentaires, résultante égale au poids du liquide déplacé par le corps.

Si le corps n'était pas entièrement plongé, la pression sur les éléments situés au-dessus du niveau serait nulle.

Force de poussée. — La force qui soulève un corps plongé se nomme *force de poussée*, ou simplement *poussée* du liquide. Cherchons le point d'application de cette force. La résultante des deux composantes verticales opposées z, z' n'est autre chose que le poids d'un cylindre de liquide $\omega\omega'$, force dont le point d'application est en son milieu. Il en est de même de toutes les couples de composantes verticales opposées. Or, la force de poussée n'est autre chose que la résultante des poids des cylindres liquides élémentaires; son point d'application sera donc *au centre de gravité* du liquide déplacé. — Si le corps plongé est homogène, les centres de poussée et de gravité se confondent.

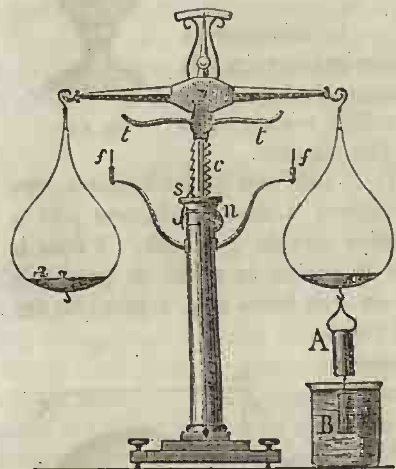


Fig. 142.

199. Vérification par l'expérience. — Pour vérifier le principe d'Archimède par l'expérience, on emploie la *balance hydrostatique*, inventée par Galilée. Cette balance (*fig.* 142) diffère de la balance ordinaire en ce que les bassins sont munis de crochets en dessous, et que le support peut s'élever ou s'abaisser au moyen d'un pignon denté n qui commande une crémaillère c s'enfonçant dans le pied de l'instrument. Un cliquet à ressort, s, engagé dans des dents obliques taillées du côté opposé à la crémaillère, empêche la balance de redescendre. Les arrêts, t, t limitent l'amplitude des oscillations, et les fourchettes f, f soutiennent le fléau, quand on l'abaisse suffisamment.

Pour faire l'expérience, on suspend verticalement à l'un des bassins un vase cylindrique A, et au-dessous, un cylindre massif, B, qui peut remplir exactement la capacité de ce vase. Après avoir mis la balance en équilibre, on la fait descendre jusqu'à ce que le cylindre B plonge *entièrement* dans un liquide placé au-dessous. L'équilibre est rompu, et, pour le rétablir, il suffit de remplir exactement le vase A, du même liquide.

Dans le cas d'un corps cylindrique vertical B, il est facile de voir d'où vient la force de poussée : les pressions latérales s'entre-détruisent, et la différence des pressions sur la base supérieure et sur la base inférieure est égale au poids du cylindre liquide déplacé.

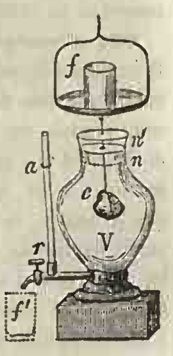


Fig. 143.

Pour vérifier le principe d'Archimède sur des corps non cylindriques, on emploie l'une des méthodes suivantes :

1° On suspend le corps, c (*fig.* 143), à un bassin de balance, dans lequel est un vase f, et l'on établit l'équilibre. V est un autre vase contenant un liquide dont le niveau n est marqué en a. On y enfonce le corps, le niveau s'élève en n', et le volume de liquide compris entre les niveaux n et n' est évidemment égal au volume du corps plongé. On enlève ce volume de liquide, par le robinet r, et on le recueille dans le vase f porté en f'; et en remettant ce vase dans le bassin de la balance, on voit que l'équilibre est rétabli.

2° Le vase V (*fig.* 144) qui contient le liquide, est placé, avec des grains de plomb, dans le bassin B d'une balance en équilibre. Le corps, suspendu à la balance hydrostatique b d'abord en équilibre, est enfoncé dans le liquide V. L'équilibre est rompu dans les deux balances, et le bassin B s'abaisse par un excès de charge égal *au poids du liquide déplacé* (191). Or, si l'on enlève à ce bassin assez de grains de plomb pour que l'équilibre existe de nouveau, il suffira de les porter en b pour que l'équilibre de la balance hydrostatique soit aussi rétabli.

On fait encore les expériences suivantes : deux corps *de volume différent* sont suspendus aux deux bassins d'une balance en équilibre; si on les plonge dans l'eau, l'équilibre est rompu. Si les corps sont de même volume, l'équilibre est encore rompu, quand on les plonge dans des *liquides différents*.

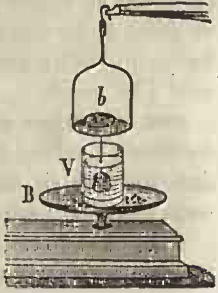


Fig. 144.

200. Problème d'Archimède. — Ce problème, proposé à Archimède, par Hiéron de Syracuse, consistait à chercher la quantité d'argent introduite dans une couronne d'or, sans l'endommager. Soit p le poids de la couronne, x et $p - x$ les poids d'or et d'argent qu'elle contient; l'expérience donne la perte de poids p' de la couronne plongée dans l'eau, la perte de poids o d'un poids p d'or, et celle, a, d'un même poids d'argent. Pour trouver la perte de poids y d'une masse x d'or, on a la proportion $p : x = o : y$, d'où $y = ox : p$. Celle d'une masse $(p - x)$ d'argent sera de même $y' = a(p - x) : p$. Or, la somme de ces deux pertes doit être égale à la perte totale p' de la couronne; on a donc $\frac{ox}{p} + \frac{a(p-x)}{p} = p'$; d'où l'on tire $x = \frac{(p'-a)\,p}{o-a}$. Ce calcul suppose qu'il n'y a pas eu de changement de volume dans la combinaison des deux métaux. Archimède trouva ainsi que la couronne ne contenait que le tiers de son poids d'or [1].

201. Conséquences. — Soit V le volume d'un corps, D son poids spécifique, D 'celui du liquide dans lequel il est plongé; le poids du corps est VD (149), et celui du liquide déplacé, représentant la poussée, VD'. Si D' est plus petit que D, cette poussée est moindre que le poids du corps, et ce dernier va au fond, sollicité de haut en bas par une force égale à la différence V(D — D'). C'est ce qui a lieu pour le fer, le marbre...., plongés dans l'eau. — Si le corps est moins dense que le liquide, la force de poussée l'emporte sur son poids; il monte et sort en partie du liquide, jusqu'à ce que le volume déplacé ne pèse plus qu'autant que lui. C'est ce qui a lieu pour le bois, dans l'eau; le fer, le marbre, dans le mercure. — Si enfin la densité du liquide est égale à celle du corps, ce dernier reste en équilibre dans l'endroit où on le place, les deux forces VD, VD' étant alors égales.

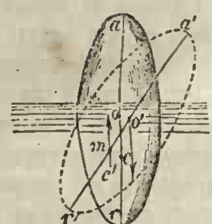


Fig. 145.

On voit que la force V (D — D'), qui fait mouvoir le corps dans le liquide, est proportionnelle au volume de ce corps. C'est pourquoi les parcelles très-fines restent en suspension dans l'eau, ou ne se déposent que très-lentement, quoique plus denses; la force qui les sollicite à descendre étant très-petite, et ne pouvant vaincre que difficilement la résistance que le liquide leur oppose.

On peut faire flotter sur l'eau des corps plus denses qu'elle, en leur donnant une forme telle qu'ils déplacent un volume de liquide plus grand que leur volume réel. C'est ce qui a lieu pour un globe de fer creux; une coupe de métal posée sur l'eau de manière que le liquide ne pénètre pas dans l'intérieur; pour les navires, qui sombrent si l'eau vient à les remplir.

202. Équilibre des corps flottants. — Pour qu'un corps flottant soit en équilibre à la surface d'un liquide, il faut deux conditions, données par Archimède, dans son livre *De humido insidentibus;* l'une est relative à la quantité dont le corps s'enfonce, l'autre à sa position.

1° Le corps doit s'enfoncer de manière à déplacer un volume de liquide, pesant autant que lui. C'est la conséquence directe du principe d'Archimède.

[1] Si l'on supposait connues les densités d et d' de l'or et de l'argent, on aurait immédiatement $\frac{x}{d} + \frac{p-x}{d'} = p'$, qui exprime que la somme des volumes des deux métaux est égale au volume de la couronne, qui est représenté par p', la densité de l'eau étant prise pour unité.

2° Le centre de gravité, *o*, du corps (*fig*. 145), et le centre de poussée, *c*, doivent être sur la même verticale. En effet, il est évident qu'il y a équilibre quand cette condition est remplie, et que, dans toute position où elle ne le serait pas, telle que *a' r'*, le corps prendrait un mouvement, sous l'influence d'un *couple* (70) formé par son poids appliqué en *o'*, et par la force de poussée appliquée en *c'*.

Un même corps flottant peut être en équilibre dans plusieurs positions. Ainsi, un cylindre droit homogène est en équilibre quand son axe est horizontal et quand il est vertical; un ellipsoïde à trois axes, lorsqu'un de ses axes est vertical, c'est-à-dire, dans six positions différentes.

203. Condition pour que l'équilibre soit stable. — L'équilibre peut être *stable* ou *instantané* (104). Lorsque le centre de gravité est au-dessous du centre de poussée, l'équilibre est stable; mais quand cette condition n'est pas remplie, l'équilibre n'est pas nécessairement instable, comme on peut le concevoir immédiatement, en remarquant que les corps flottants *homogènes* ont nécessairement leur centre de gravité au-dessus du centre de poussée, et que cependant ils ont au moins une position d'équilibre stable.

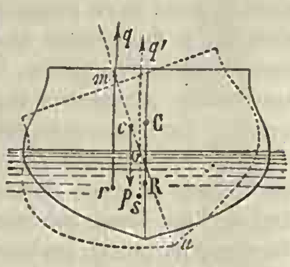


Fig. 146.

Pour trouver quand il y aura équilibre stable, considérons un corps en équilibre (*fig*. 146) dont les centres de gravité et de poussée sont en C et R. Supposons qu'on déplace très-peu ce corps, de manière à amener la droite CR dans la position *mca*. Le volume de liquide déplacé restera toujours le même, et le centre de gravité du corps viendra en *c*, sur la droite *mca*. Mais, le centre de poussée ne sera plus, en général, sur cette ligne, parce que la masse liquide déplacée aura changé de forme. Soit *r* la nouvelle position de ce point, et menons la verticale *rm*, qui coupe la droite *mca* en un point *m* situé au-dessus du centre de gravité *c*. Nous voyons que les deux forces verticales et égales appliquées aux points *m* et *c* forment un couple (*p*,*q*) qui tend à relever le corps; l'équilibre était donc stable. Si la forme du corps était telle que le centre de poussée, pour la position *mca*, vînt en *s*, de manière que le point de rencontre *o* de la verticale passant par ce point, avec la droite *mca*, fût au-dessous du centre de gravité *c*, l'équilibre serait instable; car le couple (*p*,*q'*) formé par les forces verticales et égales appliquées en *c* et *s*, tendrait à écarter davantage le corps de sa position d'équilibre.

Métacentre. — Bouguer, dans son *Traité du navire*, donne le nom de *métacentre* aux points *m* ou *o*. Le métacentre est donc *le point de rencontre de la droite tracée dans le corps par les centres de gravité et de poussée lors de la position d'équilibre, avec la verticale qui passe par le nouveau centre de poussée, quand le corps a été un peu dérangé de cette position. — Lorsque le métacentre se trouve au-dessus du centre de gravité, l'équilibre est stable; il est instable dans le cas contraire.*

Quand le centre de gravité est au-dessous du centre de poussée, le métacentre vient toujours se placer au-dessus du premier de ces points, et l'équilibre est toujours stable. C'est pourquoi on charge souvent la partie inférieure des appareils flottants de corps lourds auxquels on donne le nom de *lest*, pour abaisser le centre de gravité. Les navires non chargés sont lestés avec du sable; les vaisseaux de guerre, avec des prismes de fonte appliqués dans l'intérieur de la cale. On donne aussi aux gros navires une forme bombée latéralement, afin que, lorsqu'ils s'inclinent, la masse d'eau déplacée augmentant du côté vers lequel ils penchent, le centre de poussée se déplace dans le même sens, et le *métacentre* s'élève par rapport au centre de gravité.

204. Application du principe d'Archimède. — Le principe d'Archimède sert à expliquer une multitude de phénomènes. On voit, par exemple, pourquoi un corps très-lourd peut être facilement soulevé dans l'eau. La densité moyenne du corps est peu supérieure à celle de l'eau; aussi a-t-on beaucoup de peine à marcher quand on est plongé dans ce liquide, à cause de la faible pression des pieds sur le fond; tandis que l'on n'a que très-peu d'efforts à faire pour se soutenir près de la surface. Si l'on augmente un peu le volume d'eau déplacé sans modifier sensiblement le poids, on peut flotter sur l'eau. C'est ce qui a lieu quand on s'attache sous les bras des vessies, des ceintures de sauvetage gonflées d'air, ou des morceaux de liége. L'eau de la mer Morte est assez dense pour que l'homme ne puisse s'y enfoncer. Les cadavres des animaux vont d'abord au fond de l'eau douce, puis viennent à la surface au bout de quelques jours, la décomposition putride produisant des gaz qui gonflent les tissus et augmentent le volume du corps sans en changer le poids.

Les navires pèsent, avec leur charge, autant que l'eau qu'ils déplacent, et l'on peut calculer leur poids en évaluant le volume de cette eau. L'eau salée étant plus dense que l'eau douce, un navire s'enfonce moins dans la mer que dans une rivière. Il faut donc moins le charger, quand il est destiné à remonter un fleuve. On a des exemples de navires qui ont sombré à l'embouchure des rivières, parce qu'on n'avait pas tenu compte de cette circonstance.

On a fait une application heureuse de la théorie des corps flottants au sauvetage des corps tombés au fond de la mer, comme les débris des vaisseaux naufragés. On attache le corps à plusieurs bateaux profonds, formant deux groupes A et B, disposés suivant une courbe fermée, de manière que les bateaux du groupe A alternent avec ceux du groupe B. On charge les bateaux A avec de l'eau ou du sable, de manière à les faire enfoncer presque jusqu'aux bords. Les câbles qui les lient au corps submergé étant bien tendus, on transporte la charge dans les bateaux B. Les bateaux A sont alors soulevés par l'eau déplacée et font monter le corps. On tend ensuite les câbles fixées aux bateaux B, qui sont chargés, puis ont fait passer leur charge dans les bateaux A; les bateaux B soulèvent alors la masse submergée;..... et ainsi de suite, jusqu'à ce que cette masse soit amenée près de la surface de l'eau. On pousse ensuite tout le système, pendant la haute mer, sur quelque bas fond où il reste à sec quand la mer se retire.

On a imaginé récemment de fixer sous l'eau au débris submergé, des tonneaux remplis d'eau, ayant une ouverture en-dessous. On introduit par cette ouverture, au moyen de tuyaux flexibles, de l'air qu'on refoule avec des pompes. Cet air chasse l'eau des tonneaux, dont le poids est alors inférieur à celui du liquide déplacé, et la poussée soulève le débris et l'amène d'un seul coup jusqu'à la surface.

Autrefois, pour faire passer les vaisseaux de guerre qui allaient à Amsterdam, par-dessus le banc de sable nommé *Pampus*, situé au fond du Zuiderzée près du golfe de l'Y. On disposait de chaque côté du navire d'immenses caisses flottantes nommées *kameelen* (chameaux), et remplies d'eau de manière à s'enfoncer beaucoup. Des poutres passant par les sabords s'appuyaient sur les caisses, que l'on vidait ensuite au moyen de pompes, et qui, devenant moins pesantes, soulevaient le navire, de manière que tout le système pût franchir le gué des Pampus. Cette pratique est abandonnée depuis l'achèvement du canal de Nord-Hollande, assez large pour que deux frégates puissent s'y croiser.

Le principe d'Archimède sert encore à expliquer comment les poissons descendent ou s'élèvent à volonté dans l'eau, au moyen de leur *vessie natatoire*, espèce de sac membraneux rempli de gaz et placé dans l'abdomen. En comprimant plus ou moins ce sac par le mouvement des côtes, le poisson déplace plus ou moins d'eau sans changer de poids, et monte ou descend à volonté. Les poissons qui rampent au fond des eaux n'ont pas de vessie natatoire ou n'en ont qu'une très-petite.

Fig. 147.

Ludion. — Le jeu de la vessie natatoire peut être mis en évidence au moyen du *ludion* (*fig*. 147). Un vase cylindrique de verre, contenant de l'eau, est fermé à sa partie supérieure par une membrane élastique tendue, ou par un piston qui peut être déplacé dans un corps de pompe, au moyen d'une vis. Dans l'eau flotte une ampoule de verre remplie d'air, percée à sa partie inférieure d'un petit orifice O, et soutenant une figure d'émail. Le système flottant pèse un peu moins que l'eau qu'il déplace. Si l'on vient à presser la membrane, ou à enfoncer le piston, l'air logé au-dessus de l'eau est comprimé, la pression se transmet au liquide, et, par l'ouverture O, à l'air de l'ampoule. Cet air cédant, un peu d'eau s'introduit dans l'ampoule, en augmente le poids, et le système descend, pour remonter ensuite dès qu'on cesse d'exercer la compression.

Quelquefois, la figure mobile est faite de verre soufflé, et assez légère pour flotter sans ampoule. L'orifice inférieur se trouve alors à l'extrémité d'un tube fin oblique dirigé tangentiellement. Si l'on imprime des pressions intermittentes à la membrane supérieure, l'eau en entrant et sortant alternativement produit des réactions qui font pirouetter la petite figure sur elle-même, en même temps qu'elle monte ou descend dans la colonne d'eau. On a ainsi ce qu'on nommait dans l'ancienne physique les *diables cartésiens*.

Otto de Guericke, qui a imaginé le ludion, le destinait à faire connaître les variations de la pression de l'air qui nous environne, par les mouvements de la figure d'émail. En remplaçant l'eau par de l'alcool, et chauffant ce liquide, après avoir ouvert le vase et fermé l'orifice de l'ampoule, on voit celle-ci descendre. C'est que la chaleur diminue, par dilatation, la densité de l'alcool plus que celle de l'émail et du verre. Quand l'appareil se refroidit, le petit flotteur remonte à la surface.

205. Equilibre des liquides superposés. — D'après le principe d'Archimède, pour que plusieurs liquides renfermés dans un même vase et n'exerçant pas d'actions chimiques les uns sur les autres soient en équilibre, il faut deux conditions : 1° *Les liquides doivent être placés les uns au-dessus des autres dans l'ordre de leurs densités, le plus dense étant au fond;* 2° *la surface de séparation des différents liquides doit être horizontale.*

L'expérience se fait avec un tube fermé (*fig.* 148), contenant les liquides, qui sont ordinairement, du mercure, une dissolution concentrée de carbonate de potasse, de l'alcool et de l'huile de pétrole; c'est ce qu'on nomme la *fiole aux quatre éléments.* On agite le tube, et le laissant ensuite en repos dans la position verticale, on voit les liquides se disposer par ordre de densité et rester séparés par les surfaces horizontales.

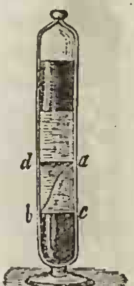


Fig. 148.

Pour nous rendre compte de ce résultat, remarquons que le mélange est composé de gouttelettes fines des divers liquides. Les gouttelettes les plus denses étant plus denses que le mélange, vont au fond, et les moins denses, à la partie supérieure. On peut raisonner de même sur le mélange qui reste entre ces deux premiers liquides séparés; seulement, les liquides qui se sépareront iront se déposer, l'un sur le plus dense déjà arrivé au fond, l'autre au-dessous du moins dense placé à la surface. En second lieu, si la surface de séparation de deux liquides était oblique, la pression ne serait pas la même dans toute l'étendue d'une tranche horizontale (198). Par exemple, si cette surface était inclinée suivant *ab* (*fig.* 148), dans la tranche *bc*, la pression au point *b* serait moindre qu'au point *c;* puisque, en ce dernier point, la colonne *ac* remplacerait la colonne *db* formée d'un liquide moins dense.

L'équilibre pourrait avoir lieu si les liquides, ayant leur surface de séparation horizontale, étaient placés dans un ordre quelconque; mais cet équilibre serait *instable* partout où un liquide se trouverait au-dessous d'un autre plus dense que lui. On peut, cependant, maintenir un semblable équilibre quand les densités diffèrent peu, à cause de la viscosité; les tendances du liquide inférieur, à monter aux divers points de la surface de séparation se contrebalançant mutuellement, une molécule de ce liquide ne pouvant s'élever, sans qu'une autre ne s'abaisse.

Passe-vin. — Quand les deux liquides ne sont en contact que par une très-petite ouverture, un double courant s'établit dans cette ouverture, et le liquide inférieur monte à travers l'autre qui est plus dense. C'est ce qui a lieu dans l'expérience du *passe-vin* (*fig.* 149), la fiole inférieure étant remplie de vin, et l'entonnoir supérieur, d'eau, on voit le liquide coloré monter en mince colonne à travers l'eau, et s'étendre à sa surface, pendant que l'eau pénètre de son côté dans la fiole inférieure, de manière qu'il se forme un double courant dans le tube de communication.

206. A l'embouchure des rivières, il arrive souvent que l'eau douce s'étend sur l'eau salée, qui est plus dense, et lui reste superposée jusqu'à une grande distance. C'est ce que Stevenson a constaté sur la rivière de Dee, dans le port d'Aberdeen, et à l'embouchure de la Tamise, en puisant de l'eau à différentes profondeurs au moyen d'un appareil particulier. Quand la mer monte, ses eaux glissent, pour ainsi dire, sous la couche d'eau douce et la soulèvent tout d'une pièce. Ce résultat avait été déjà signalé par Franklin, en Amérique, et il avait remarqué que certaines rivières, dont l'eau est salée à une assez grande distance de l'embouchure, comme la Delaware, ne déchargent pas réellement leurs eaux dans la mer. Ces eaux s'étendent au-dessus de l'eau salée, de manière à offrir une surface assez grande pour que la perte par l'évaporation soit égale à la quantité d'eau fournie, le fleuve étant très-large et peu rapide dans les parties inférieures de son cours. La ligne de jonction entre l'eau salée et l'eau douce à la surface se trouve avant l'embouchure, et change périodiquement de position avec le flux et le reflux. D'après Stevenson, la Tamise présente une particularité semblable.

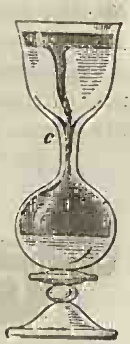


Fig. 149.

207. Niveau à bulle d'air. — Cet instrument que nous avons eu plusieurs fois l'occasion de citer, consiste en un gros tube de verre *ab* (*fig.* 150), un peu bombé à sa partie supérieure, et fixé sur une plaque métallique ; ce tube contient un liquide très-mobile, comme l'alcool ou l'éther, et une grosse bulle d'air, *n*, qui tend toujours à se porter au point le plus haut.

Supposons d'abord que cette bulle soit réduite à une simple molécule d'air ; cette molécule viendra se placer au point le plus élevé de la partie bombée, c'est-à-dire au point où le plan tangent à cette partie du tube est horizontal. L'instrument doit être installé de manière que ce point soit au milieu de sa longueur, quand le niveau est posé sur un plan horizontal. Si l'on incline un peu l'instrument, la molécule mobile montera pour venir se placer au nouveau point de contact du plan tangent horizontal, et s'écartera d'autant plus du milieu du tube que la courbure est moins prononcée. Des divisions tracées de part et d'autre du point milieu

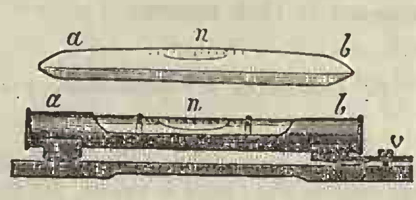


Fig. 150.

permettent de calculer l'inclinaison du niveau, quand on connaît le rayon de courbure de l'arc d'intersection de la surface bombée avec un plan vertical longitudinal. Si maintenant, au lieu d'une seule molécule d'air, on considère une grosse bulle, on suivra les mouvements de son milieu, ou de l'une de ses extrémités.

Pour reconnaître si un niveau à bulle est juste, on le pose sur un plan, de manière que la bulle soit au milieu, puis on le retourne bout à bout. Si la bulle se place toujours au milieu, c'est que le niveau est bien réglé. Dans le cas contraire, on agit sur la vis *v*, jusqu'à ce qu'on ait obtenu, par tâtonnement, la condition désirée. Un ressort disposé entre la plaque et le tube presse constamment l'appendice *v* que traverse la vis, contre la tête de cette dernière.

On a construit des niveaux, dont la bulle se déplace de trois millimètres pour une inclinaison d'une seconde, ce qui suppose un rayon de courbure de 619 mètres. Mais alors la sensibilité est telle que l'instrument est très-difficile à employer. Biot s'est servi avec avantage, de niveaux dont la bulle marchait de 1 millimètre pour une inclinaison de 1″,79, dans ses observations pour la mesure de la méridienne entre Dunkerque et l'île de Formentera.

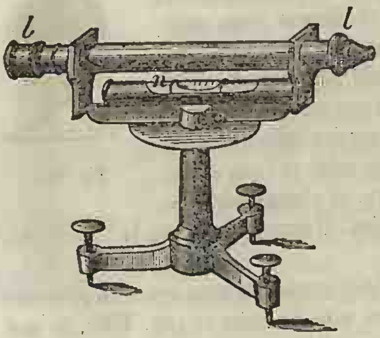


Fig. 151.

Quand on veut employer le niveau à bulle d'air à faire des nivellements, on le fixe en *n* (*fig.* 151), sur une lunette à réticule *ll*, dont l'axe lui est exactement parallèle. Le système tourne dans un plan perpendiculaire à un axe, qu'on rend bien vertical au moyen de vis calantes adaptées aux trois pieds de l'appareil; et l'on reconnaît que la condition est remplie, quand le niveau reste horizontal dans deux directions différentes de la lunette.

Le niveau à bulle d'air est beaucoup plus précis que le niveau d'eau. On en attribue l'invention à Thévenot. Il paraît cependant qu'il était connu des astronomes de l'Inde ancienne.

IV. Applications de l'hydrostatique à la mesure des poids spécifiques.

208. Nous avons défini (149) le *poids spécifique* d'un corps, *le poids de ce corps compris sous l'unité de volume*, par exemple, le nombre de grammes que pèse un centimètre cube de ce corps. Or, le gramme est le poids d'un centimètre cube d'eau distillée à son maximum de densité, qui a lieu à la température de 4°. On peut donc dire que le *poids spécifique* d'un corps est le rapport entre le poids d'un centimètre cube de ce corps et le poids d'un centimètre cube d'eau à 4°.

Ce rapport ne change pas, évidemment, si l'on compare des volumes autres que le centimètre cube, pourvu qu'ils soient égaux, les poids étant proportionnels aux volumes. On peut donc dire enfin que *le poids spécifique d'un corps est le rapport entre son poids et le poids d'un volume égal d'eau à 4°*. Cette quantité varie avec la température du corps; il faut donc, quand on en cite la valeur, dire à quelle température elle correspond.

209. MESURE DU POIDS SPÉCIFIQUE DES SOLIDES. — Pour obtenir le poids spécifique d'un corps, il faut, d'après la dernière définition, peser ce corps, trouver le poids d'un volume égal d'eau à 4°, puis diviser le premier poids par le second. Il existe trois méthodes générales pour trouver le second terme.

Méthode par la balance hydrostatique. — On suspend le corps, par un fil très-fin, à l'un des bassins de la balance hydrostatique (*fig.* 152), on établit l'équilibre, puis on abaisse la balance, de manière que le corps plonge dans l'eau distillée. L'équilibre est rompu, et les poids qu'il faut ajouter du côté du corps, pour le rétablir, représentent la perte de poids dans l'eau, c'est-à-dire le poids d'un volume d'eau égal à celui du corps (197). Si donc P est le poids du corps, et p la perte de poids, $P : p$ sera le poids spécifique du corps à la température à laquelle il se trouve, *si l'eau est à 4°*.

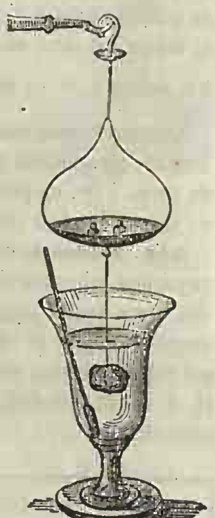


Fig. 152.

Quand le corps n'a qu'un faible volume, on peut trouver le poids p de l'eau qu'il déplace, au moyen d'une balance ordinaire. On place le vase qui contient l'eau dans un des bassins de cette balance, on établit l'équilibre, et l'on plonge dans l'eau le corps suspendu par un fil à un support indépendant de la balance. L'équilibre est rompu, et les poids qu'il faut mettre dans le bassin opposé pour le rétablir, représentent le poids de l'eau déplacée par le corps (191).

210. Correction relative aux températures. — L'eau dans laquelle on plonge le corps n'étant pas ordinairement à 4°, il faut ramener le poids p à ce qu'il serait si cette condition était remplie. Soit $t°$ la température de l'eau, donnée par un thermomètre, et δ la dilatation de l'unité de volume de ce liquide quand on l'échauffe, de 4° à $t°$. L'unité de volume à 4° deviendrait $1 + \delta$, à $t°$, et comme les poids sont proportionnels aux poids spécifiques, qui sont eux-mêmes en raison inverse des volumes (149), on aura, en appelant x le poids cherché, et d la densité de l'eau à $t°$, $\frac{p}{x} = \frac{d}{1} = \frac{1}{1+\delta}$ d'où $x = p\,(1 + \delta)$.

Le poids spécifique du corps, *à la température de l'expérience*, sera donc

$$d = \frac{P}{p\,(1+\delta)}. \qquad [1]$$

Si l'on veut passer du poids spécifique du corps, à la température t, à son poids spécifique à 0°, il faut connaître son *coefficient de dilatation*, c'est-à-dire la quantité dont se dilate l'unité de volume du corps pour un degré de température. Soit k cette quantité : l'unité de volume prise à 0° devient $1 + kt$ à $t°$, et, comme les poids spécifiques sont en raison inverse des volumes qu'occupe une même masse, on a, en appelant D le poids spécifique à 0° : $D : d = (1 + kt) : 1$; d'où, en remplaçant d par sa valeur [1],

$$D = d\,(1 + kt) = \frac{P}{p}\,\frac{1 + kt}{1 + \delta}.$$

On voit aussi que, pour passer du poids spécifique à 0° au poids spécifique à $t°$, c'est-à-dire, de la valeur de D à celle de d, il suffirait de diviser D par $1 + kt$. Enfin, si l'on voulait passer du poids spécifique d, à la température t, au poids spécifique d', à une autre température t', on commencerait par ramener la valeur d à zéro, en la *multipliant* par $1 + kt$, puis on passerait de celle-ci à la valeur à $t'°$, en *divisant* par $1 + kt'$, et l'on aurait $d' = d\,\frac{1 + kt}{1 + kt'}$.

Ces corrections sont le plus souvent négligeables, la quantité k étant généralement extrêmement petite. Du reste, on peut obtenir directement la densité D du corps à 0°, en portant l'eau et le corps qui y est plongé à cette température, au moyen de glace pilée mêlée à l'eau.

211. Tables de corrections pour la température de l'eau. — Plusieurs physiciens ont construit, par des moyens que nous décrirons plus tard (T. II, ch. 4), des tables dans lesquelles on trouve les volumes $(1 + \delta)$ de l'eau, calculés de degré en degré, le volume à 4° étant pris pour unité. Voici une partie de celles qui ont été établies par Despretz. En retranchant l'unité, de chaque valeur de $(1 + \delta)$, on a la dilatation totale, de 4° à la température indiquée à gauche de cette valeur.

TEMPÉRATURES	VOLUMES $(1 + \delta)$	TEMPÉRATURES	VOLUMES $(1 + \delta)$	TEMPÉRATURES	VOLUMES $(1 + \delta)$
0°	1,0001269	11°	1,0003598	22°	1,00222
1	1,0000730	12	1,0004724	23	1,00244
2	1,0000331	13	1,0005862	24	1,00271
3	1,0000083	14	1,0007146	25	1,00293
4	1 »	15	1,0008751	26	1,00321
5	1,0000082	16	1,0010215	27	1,00345
6	1,0000309	17	1,0012067	28	1,00374
7	1,0000708	18	1,00139	29	1,00403
8	1,0001216	19	1,00158	30	1,00433
9	1,0001879	20	1,00179	31	1,00463
10	1,0002684	21	1,00200	100	1,04315

Pour les fractions de degré, on calcule la dilatation en admettant qu'elle est proportionnelle à la température dans l'intervalle de 1°. Par exemple, pour avoir la dilatation, x, de 4° à 8°,6, on écrira $8°,6 : 8° = x : 0,0001216$, le dernier nombre représentant la dilatation, de 4° à 8°.

212. Aréomètre-balance. — La méthode qui précède a l'avantage de pouvoir s'appliquer aux corps en grande masse, comme les pierres, la fonte....., et, en général, aux substances trop peu homogènes pour qu'on puisse opérer sans incertitude sur de petites quantités. L'*aréomètre* ne permet pas d'employer d'aussi grandes masses, mais il est très-précis.

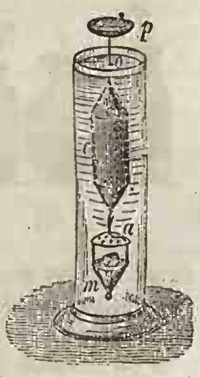


Fig. 153. — 1/6.

L'*aréomètre-balance*, imaginé par Charles, et souvent désigné sous le nom d'*aréomètre de Nickolson*, du nom du physicien qui l'a publié le premier sous le nom d'*hydromètre*, consiste en un cylindre en métal mince, terminé par deux cônes (*fig.* 153) pour rendre les mouvements plus faciles quand l'instrument est plongé dans l'eau, où il est maintenu dans la position verticale par un lest en forme de coupe, m. Une tige très-mince surmonte le cône supérieur et supporte un petit plateau p. Sur cette tige est marqué un point o, nommé *point d'affleurement*, formé quelquefois par la différence de couleur de deux parties composées de métaux différents soudés l'un à la suite de l'autre.

L'aréomètre-balance peut, comme le dit son nom, remplacer la balance ordinaire. Le corps à peser étant placé sur le plateau supérieur, on ajoute des poids quelconques, jusqu'à ce que l'instrument s'enfonce dans l'eau jusqu'au point d'affleurement, ce qui se fait avec précision, car le moindre excès le ferait enfoncer de manière à ce qu'il déplaçât une nouvelle quantité d'eau pesant autant que cet excès, c'est-à-dire d'une quantité notable, la tige étant très-mince. Si l'on ôte ensuite le corps, pour le remplacer par des poids gradués capables aussi d'établir l'affleurement, ces poids représenteront évidemment le poids P du corps.

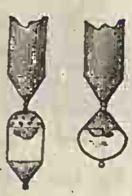


Fig. 154.

On enlève ensuite ces poids, on place le corps dans la coupe inférieure m, en ayant soin qu'il n'y ait aucune bulle d'air interceptée ; il n'y a plus affleurement, et les poids qu'il faut mettre sur le plateau supérieur, pour le rétablir, représentent la perte de poids du corps dans l'eau, c'est-à-dire le poids d'un volume d'eau égal au sien. Si p désigne cette perte de poids, $p(1+\delta)$ représentera ce qu'elle eût été dans l'eau à 4° (210), et $P : p(1+\delta)$ sera le poids spécifique du corps à la température à laquelle on a opéré.

Quand le corps est moins dense que l'eau, on le retient dans la coupe inférieure, au moyen d'une calotte criblée de trous (*fig.* 154) ; ou bien on renverse la coupe qui sert de lest, de manière à placer la concavité en dessous.

213. Méthode du flacon. — Quand les corps n'ont qu'un petit volume, ou sont en petits fragments, comme les pierres précieuses,... on emploie la méthode du flacon, attribuée à Klaproth. Un flacon de verre mince, pouvant se fermer exactement au moyen d'un bouchon à l'émeri *a* (*fig.* 155), est rempli d'eau et placé dans la balance à côté du corps, et l'on établit l'équilibre. On enlève ensuite le flacon et on y introduit le corps, qui fait sortir un volume d'eau égal à son propre volume. Après avoir bouché le flacon et l'avoir essuyé avec soin, on le replace dans la balance. Il est évident que l'équilibre n'a plus lieu, et que les poids qu'il faut ajouter du côté du flacon, pour le rétablir, représentent le poids p du volume d'eau sorti. A 4°, ce poids serait $p(1+\delta)$; et il restera à diviser le poids du corps par cette dernière quantité.

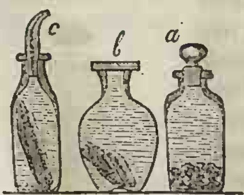


Fig. 155.

Quand le corps est en poudre, il faut, après l'avoir introduit dans le flacon, mettre ce dernier sous le récipient de la machine pneumatique, afin de faire sortir l'air engagé entre les parcelles du corps, ou faire bouillir l'eau, quand elle n'attaque pas le corps à chaud.

Il est essentiel que le flacon bouché possède toujours exactement la même capacité. On remplit cette condition en donnant au bouchon *a* (*fig.* 155) une forme conique, pour qu'il s'enfonce toujours de la même quantité; ou bien, le flacon est fermé par une plaque de verre, *b*, qui s'applique exactement sur le col dressé avec soin. On emploie encore un bouchon foré, *c*, dans lequel l'eau monte pendant qu'on l'enfonce; et l'on enlève avec le doigt la goutte qui dépasse l'orifice.

La *fig.* 156 représente le flacon-tube, souvent employé aujourd'hui. Le bouchon creux *b* est surmonté d'un tube étroit sur lequel est marqué un repère *r*. Avant chaque pesée, on ajoute ou on retire de l'eau au moyen d'une pipette très-fine, de manière que le niveau arrive exactement au repère, et l'on a soin d'essuyer l'intérieur du tube avec du papier Joseph. Le tube s'élargit à sa partie supérieure, et on le ferme en *c*, pour éviter l'évaporation pendant les pesées.

Fig. 156.

214. Corps poreux. — On peut demander le *poids spécifique* d'un corps poreux sous son volume *apparent*, c'est-à-dire le poids spécifique d'un corps de même volume extérieur et de même poids, qui ne serait pas poreux; ou bien celui de la matière réelle du corps, ou de la substance dans laquelle sont creusés les pores. Pour répondre à ces deux questions : 1° on pèse le corps, sec; 2° on le pèse imbibé d'eau. Il faut que le liquide pénètre partout; ce que l'on obtient en brisant ce corps en petits fragments, et en faisant le vide autour du vase dans lequel on l'a plongé. Il faut aussi que les pores soient assez petits pour rester remplis d'eau, pendant qu'on pèse le corps; 3° on prend le poids du corps pendant qu'il est plongé dans l'eau.

Soit P le poids du corps sec, et P′ son poids quand il est imbibé. $P' - P$ est le poids de l'eau qui remplit les pores. Soit p le poids du corps plongé dans l'eau et imbibé ; $P' - p$ est le poids d'un volume d'eau égal au volume extérieur et apparent du corps, et $\frac{P}{P' - p}$ le poids spécifique du corps, considéré sous ce volume apparent.

Si le corps eût été plongé sec, il eût déplacé une quantité d'eau moindre, de toute celle qui a pénétré dans les pores, et dont le poids est $P' - P$. La perte de poids eût donc été $(P' - p) - (P' - P)$, ou $P - p$. Donc $\frac{P}{P - p}$ représente le poids spécifique de la substance réelle du corps. Enfin, le rapport $\frac{P' - P}{P' - p}$ exprime le rapport entre la capacité des pores et le *volume apparent* du corps ; et $\frac{P' - P}{P - p}$, le rapport entre cette capacité et son *volume réel*.

215. Cas d'un corps altérable par l'eau. — Dans les méthodes que nous venons d'exposer, le corps doit être plongé dans l'eau ; or, il en est que ce liquide attaque ou dissout. Dans ce cas, on prend le poids spécifique du corps par rapport à un liquide qui ne soit pas capable de l'altérer, on multiplie le résultat par le poids spécifique, par rapport à l'eau, de ce liquide auxiliaire, et le nombre ainsi obtenu représente le poids spécifique du corps par rapport à l'eau. En effet, soit P le poids du corps, p' celui d'un volume égal du liquide auxiliaire, et p celui d'un volume égal d'eau ; $P : p'$ sera le poids spécifique du corps par rapport au liquide, et $p : p'$ celui de ce dernier par rapport à l'eau. Le produit de ces deux quantités est $P : p$, c'est-à-dire le poids spécifique du corps *par rapport à l'eau*.

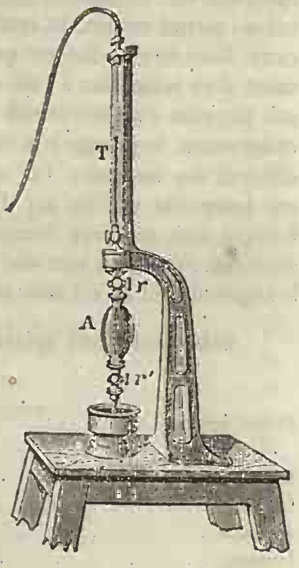


Fig. 157. — $1/16$.

Newton paraît avoir le premier mesuré les densités des sels solubles dans l'eau, mais on ignore quel moyen il employait. Musschenbroeck prenait l'essence de térébenthine, pour liquide intermédiaire. Hassenfratz se servait de mercure, en opérant par la méthode du flacon.

216. Densimètre à mercure. — Quand les corps attaquables par l'eau sont en grains, comme les fécules, la poudre à tirer, il faut éviter avec soin qu'il ne reste de l'air engagé entre les grains. Le densimètre de MM. Mallet et Bianchi (*fig.* 157) permet d'opérer avec sûreté. Un ballon de verre A, muni de deux viroles en fer à robinets r, r' peut être vissé au-dessous d'un tube vertical de verre, T, dont la partie supérieure est mise en communication avec une machine pneumatique. En r', est adapté un tube qui plonge dans du mercure. Après avoir rempli le ballon d'un poids connu de poudre, p, on le visse au tube T, et, les robinets r, r' étant ouverts, on pompe l'air; le mercure, aspiré, monte dans l'appareil et remplit exactement les vides qui restent entre les grains, ainsi qu'une partie du tube T. On ferme les robinets, on dévisse le ballon et l'on en prend le poids P. On répète l'expérience après avoir enlevé la poudre. Si l'on appelle M le poids du ballon plein de mercure, $M - P$ représentera la différence entre les poids de volumes égaux de mercure et de poudre. En y ajoutant le poids p de la poudre, on aura donc le poids $M - P + p$ d'un volume de mercure égal à celui de la poudre, et $p : (P - P + p)$ sera le poids spécifique de cette poudre par rapport au mercure.

217. Résultats. — On a souvent besoin de connaître les poids spécifiques des corps solides; par exemple, pour calculer le poids d'un corps dont on connaît le volume, pour distinguer les unes des autres les substances qui ont la même apparence, comme les pierres précieuses, des imitations qu'on en fait. Le poids spécifique est, en histoire naturelle, un caractère important des minéraux. Le tableau suivant contient un certain nombre de résultats obtenus par divers physiciens. Nous ferons observer que le poids spécifique d'une substance solide peut varier d'un échantillon à l'autre, soit parce qu'ils sont plus ou moins impurs, soit par suite d'actions mécaniques auxquelles ils ont pu être soumis, comme la compression, le passage à la filière ou au laminoir, soit à cause de l'arrangement différent des molécules. Par exemple, une substance cristallisée est plus dense que lorsqu'elle ne l'est pas; l'acier trempé est moins dense que l'acier recuit. Excepté dans ces deux derniers cas, les différences sont généralement faibles; cependant, quand on veut une grande précision, il faut opérer directement sur le fragment dont on a à faire usage.

Table des poids spécifiques d'un certain nombre de solides.

Métaux.

Platine écroui	23,00	Molybdène	8,61
— fondu	21,15	Nickel fondu	8,67
Iridium fondu	21,14	Arsenic	8,30
Or forgé	19,36	Manganèse	8,01
— fondu	19,26	Fer en barre	7,79
Uranium	18,36	— fondu	7,21
Tungstène	17,60	Étain fondu	7,29
Palladium	11,80	Zinc	7,19
Plomb	11,35	Antimoine	6,71
Rhodium	11,00	Tellure	6,24
Argent fondu	10,47	Aluminium	2,56
Bismuth fondu	9,82	Sodium	0,98
Cuivre fondu	8,85	Potassium	0,86
— laminé	8,95		

Corps simples non métalliques.

Iode	4,95	Graphite	2,20
Sélénium	4,30	Soufre	2,08
Diamant	3,51	Anthracite	1,40
Silicium graphitoïde	2,49	Phosphore	1,77
Silicium cristallin	2,65		

Minéraux, pierres précieuses.

Spath pesant	4,43	Asbeste roide	2,99
Jargon de Ceylan	4,42	Ardoise	2,89
Rubis oriental	4,28	Onyx	2,82
Grenat	4,06	Émeraude verte	2,71
Topaze orientale	4,01	Granit	2,70
Émeri	3,90	Quartz jaspe	2,71
Malachite	3,50	Quartz cristal de roche	2,65
Topaze de Saxe	3,56	Quartz agate	2,61
Béril oriental	3,55	Quartz opale	2,10
Spath fluor	3,19	Feldspath	2,56
Tourmaline verte	3,15	Magnésite (écume de mer)	2,50
Saphir du Brésil	3,13	Chaux	2,30
Carbonates de chaux arragonite	2,94	Gypse	2,23
Carbonates de chaux marbre de Paros	2,84	Obsidienne	2,35
Carbonates de chaux spath d'Islande	2,72	Albâtre gypseux	2,31

Substances diverses.

Mercure congelé	14,39	Porcelaine de Sèvres	2,24
Acier recuit	7,83	Ivoire	1,92
Flint-Glass anglais	3,33	Alun	1,90
Crown ordinaire	2,45	Houille compacte	1,32
Perles	2,75	Jayet	1,26
Corail	2,68	Succin	1,08
Porcelaine de Saxe	2,49	Glace (eau)	0,92
— de Chine	2,38		

Bois divers.

Ébène	1,32	If, orme	0,80
Buis de Hollande	1,32	Pin du nord	0,74
— de France	0,91	Pommier, poirier	0,73
Cœur de chêne (60 ans)	1,17	Oranger	0,70
Chêne (moyenne)	0,88	Olivier	0,68
Prunier	0,87	Sapin jaune	0,65
Hêtre, frêne	0,84	Noyer	0,62

Cyprès, tilleul	0,60	Peuplier ordinaire	0,38
Cèdre, acajou	0,56	Bouleau	0,36
Saule	0,49	Peuplier d'Italie	0,25
Bois de sassafras	0,48	Liége	0,24
Charme	0,45	Moëlle de sureau	0,08

218. Remarques. — On voit que le platine est le plus dense des corps portés sur les listes qui précèdent. L'*osmium* cependant l'emporte sur lui et semble être le plus dense de tous les corps. Il n'a pu être fondu, mais on l'obtient, par la calcination de son sulfure, à un état d'agglomération sous lequel il présente déjà une densité égale à 23.

La faible densité de la plupart des bois doit être attribuée aux pores organiques dont ils sont criblés. En effet, M. Violette ayant pris la densité de différentes sortes de bois par la méthode du flacon, en opérant sur de petits fragments bien imbibés d'eau, trouva des densités très-peu différentes. Ayant alors réduit les bois en poudre impalpable, les différences furent à peine de 0,01, et les densités égales à 1,5 environ. Le liége même, ainsi divisé, se montre plus dense que l'eau, et a pour poids spécifique 1,3. Ces résultats curieux sont d'accord avec les observations de Rumfort, qui avait trouvé la densité des fibres ligneuses comprise entre 1,46 et 1,53.

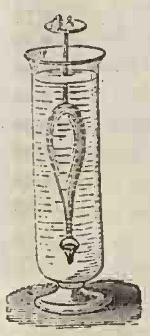


Fig. 158.—1/5.

219. POIDS SPÉCIFIQUES DES LIQUIDES. — Le poids spécifique des liquides s'obtient au moyen de trois méthodes principales, qui correspondent à celles que l'on emploie pour les corps solides.

1° **Méthode du plongeur.** — On suspend à l'un des bassins de la balance hydrostatique un corps inattaquable par le liquide, une boule de verre, par exemple. On cherche la perte de poids, P, de ce corps dans le liquide; puis sa perte de poids, p, dans l'eau. P et p sont les poids de volumes égaux de liquide et d'eau, en supposant que ces deux liquides soient à la même température. $p\,(1+\delta)$ étant le poids du même volume d'eau à 4° (210), le poids spécifique du liquide, à la température de l'expérience, sera $P : p\,(1+\delta)$.

2° **Aréomètre de Farenheit.** — Cet aréomètre (*fig.* 158) se fait ordinairement en verre, les métaux communs étant attaqués par certains liquides. Il ne diffère de l'*aréomètre-balance*, qu'en ce que le lest n'a pas la forme d'une coupe, et consiste en une boule de verre contenant du mercure ou des grains de plomb. Le poids π de l'instrument étant évalué avec soin, on le plonge dans le liquide, et l'on amène l'affleurement au moyen de poids, P, que l'on place sur le plateau supérieur. $P+\pi$ représente alors le poids d'un volume de liquide égal au volume de l'aréomètre jusqu'au point d'affleurement. On cherche de même les poids p nécessaires pour obtenir l'affleurement dans l'eau pure. Le poids du volume d'eau déplacé sera $p+\pi$; il serait $(p+\pi)\,(1+\delta)$, si l'eau était à 4°; et le rapport $\frac{P+\pi}{(p+\pi)(1+\delta)}$, représentera le poids spécifique du liquide à la température de l'expérience, qui doit être la même pour les deux liquides, afin que le volume de l'aréomètre reste constant.

Densimètre de M. Ruau. — Si le volume de l'aréomètre était connu en centimètres cubes, il suffirait d'amener l'affleurement dans le liquide dont on cherche la densité, et de diviser $P+\pi$ exprimé en grammes, par ce volume, sans avoir à faire de corrections pour la température de l'eau. Pour obtenir le volume de l'instrument, on le plonge dans de l'eau à 4°, on produit l'affleurement au moyen de poids p, et le volume de la partie plongée contient autant de centimètres cubes que le poids total $p+\pi$ contient de grammes. On fait en sorte que ce volume soit de 100^{cc}; alors les poids spécifiques sont obtenus par une seule opération, et en plaçant simplement une virgule; mais ils ne sont exacts qu'autant que les variations de volume de l'aréomètre, de 4° à la température du liquide, sont négligeables.

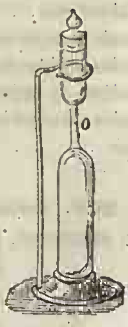


Fig. 159.

3° **Méthode du flacon.** — On pèse un des flacons (*fig.* 155) successivement vide, plein de liquide et plein d'eau. Soient π, P, p les résultats obtenus; les poids de liquide et d'eau remplissant le flacon, seront $(P-\pi)$ et $(p-\pi)$, et le poids spécifique du liquide sera $(P-\pi):[(p-\pi)(1+\delta)]$, à la température du flacon supposée constante pendant toute la durée de l'opération.

M. Regnault a imaginé, pour cette expérience, le flacon (*fig.* 159), d'après lequel on a construit plus tard celui de la *fig.* 156. On fait en sorte, dans toutes les expériences, que le niveau de l'eau ou du liquide arrive exactement au repère o, et l'on a soin d'essuyer avec du papier Joseph l'intérieur du tube et de l'entonnoir qui le surmonte. M. I. Pierre, qui a fait un fréquent usage de ce flacon, y a ajouté un bouchon de verre, pour empêcher l'évaporation du liquide quand il est volatil, ou bien l'absorption des vapeurs contenues dans l'air, quand ce liquide a la propriété d'attirer l'humidité.

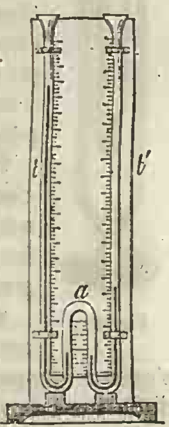


Fig. 160. — 1/10.

Méthode de Feuillée. — La première idée de cette méthode est due à Boyle. Deux liquides, dont on veut comparer les densités, sont placés dans des tubes verticaux t, t' (*fig.* 160), communiquant par leur partie inférieure, et l'on compare leurs hauteurs, qui sont, comme nous l'avons vu (193), en raison inverse de leurs densités. — Babinet a imaginé de séparer les deux liquides l'un de l'autre par un espace plein d'air a (*fig.* 160). Alors la hauteur de chaque liquide doit être comptée, évidemment, à partir de son niveau dans le tube de communication. Cette méthode est beaucoup moins précise que celles qui précèdent.

Tableau des poids spécifiques d'un certain nombre de liquides à 0°.

Mercure à 0°	13,596	Eau de mer (en moyenne)	1,026
Brome	3,187	Vin de Bourgogne	0,921
Acide sulfurique concentré	1,841	— de Bordeaux	0,994
Chloroforme	1,525	Huile d'olive	0,915
Acide azotique concentré	1,451	Éther chlorhydrique	0,874
Acide azotique du commerce	1,220	Essence de térébenthine	0,862
Sulfure de carbone	1,293	Naphte	0,847
Acide chlorhydrique concentré	1,208	Alcool absolu	0,795
Lait	1,030	Ether sulfurique	0,735

220. Aréomètres à poids constant. — On se sert fréquemment dans le commerce, pour avoir une idée de la densité des liquides, d'*aréomètres* dits *à poids constants*, par opposition avec ceux que nous avons décrits, qui sont *à volume constant* et à poids variable. Ces aréomètres reçoivent différents noms suivant les usages auxquels ils sont destinés; ordinairement de verre, ils sont surmontés d'une tige cylindrique portant une division (*fig.* 161). L'instrument s'enfonce d'autant plus dans un liquide, que ce dernier est moins dense; le volume déplacé devant toujours représenter le poids du corps flottant, poids qui est ici constant. L'invention de l'aréomètre est attribué à Archimède, par le grammairien Q. Rh. Palémon, auteur d'un traité sur les poids et mesures, qui vivait sous Tibère et Claude. Cependant on en fait souvent honneur à Hypathia, fille de l'astronome Théon, dans le quatrième siècle, femme aussi célèbre par ses vertus et sa fin tragique que par sa science. Homberg a donné à l'aréomètre la forme qu'il possède aujourd'hui; aussi l'appelle-t-on quelquefois *aréomètre de Homberg*.

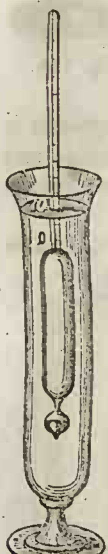


Fig 161.

Pour que les différents aréomètres soient comparables entre eux, c'est-à-dire qu'ils s'enfoncent jusqu'à la même division dans le même liquide, quelles que soient leur forme et leur grandeur, il faut les graduer tous suivant les mêmes principes. Le système de graduation le plus généralement adopté est celui de Baumé.

221. Aréomètre de Baumé. — Quand l'instrument doit servir aux liquides plus denses que l'eau, on le leste de manière qu'il s'enfonce presque entièrement dans ce liquide, et l'on marque zéro au point d'affleurement *a* (*fig.* 162). On plonge ensuite l'aréomètre dans une dissolution contenant 15 pour cent de sel marin pesé sec, dans laquelle il s'enfonce moins que dans l'eau pure. On marque 15 au point d'affleurement, *b*, et l'on divise l'intervalle *ab* en quinze parties égales, qui sont les degrés de l'aréomètre. On porte ensuite des divisions égales au-dessous, jusqu'à l'extrémité inférieure du tube. Ces divisions sont ordinairement tracées sur une petite bande de papier collée dans la tige.

Quand on a un aréomètre étalon ainsi gradué, il suffit, pour en graduer un autre, après avoir marqué le zéro, de le plonger, avec l'étalon, dans un liquide quelconque, et d'écrire au point d'affleurement le nombre qui se lit au niveau du liquide sur l'étalon. De ce nombre on déduit la longueur de chaque division.

L'aréomètre gradué comme il vient d'être dit, sert principalement pour les dissolutions des sels ou des acides dans l'eau, et se nomme *pèse-sels, pèse-acides.* Plus le nombre de degrés indiqué est grand, plus il y a de substance mêlée à l'eau. Pour les besoins du commerce, il suffit que le tube contienne 68 degrés. — Exemples : l'acide sulfurique concentré du commerce marque 66° environ; l'acide nitrique, 36°; l'acide chlorhydrique, 26°.

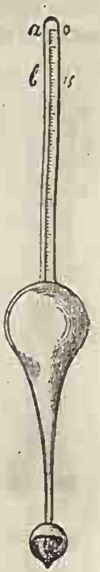


Fig. 162.

Pour les liquides *moins denses que l'eau*, le point d'affleurement dans l'eau doit se trouver à une petite distance de l'origine du tube. On cherche ensuite le point d'affleurement dans une dissolution de sel marin contenant 10 pour cent de cette substance. Ce point doit être encore sur le tube, et l'on y place le zéro. On divise ensuite la distance entre les deux points d'affleurement, en dix parties égales, et l'on porte des longueurs égales au-dessus du point d'affleurement dans l'eau, point qui porte le numéro 10. Malheureusement, le point de départ et les degrés ne sont pas les mêmes que pour les liquides plus denses que l'eau. — Pour les usages du commerce, il suffit que l'échelle aille jusqu'au 50e degré. Dans les liquides spiritueux, l'instrument s'enfonce d'autant plus, et le nombre de degrés indiqué est d'autant plus grand, que le liquide est plus riche en alcool.

La sensibilité des aréomètres augmente quand le tube devient plus étroit, mais en même temps sa longueur devenant plus grande, il est plus embarrassant et plus fragile. Il y a donc un milieu à garder. Du reste, on ne conserve qu'une partie de la tige, qui dépend des usages auxquels on destine l'instrument. Par exemple, le *pèse-esprit* ou *alcoomètre* ne contient que les degrés compris entre 10° et 40°, et le *pèse-éther*, que ceux qui sont compris entre 30° et 70°. Le *pèse-sirop*, pour le sucre, va de 20° à 36°, et le *pèse-lait* ou *galactomètre*, de 0° à 15° au-dessous de zéro. Enfin, le *pèse-moût* ou *pèse-vin*, nommé aussi *œnomètre*, s'étend de 12° environ au-dessous, jusqu'à 12° au-dessus de zéro.

Aréomètre universel. — On nomme ainsi un aréomètre de Baumé portant deux échelles (*fig.* 163), l'une *descendante* A, destinée aux liquides plus denses que l'eau; l'autre *ascendante* B, aux liquides moins denses. Afin de ne pas donner une trop grande longueur à la tige, on fait en sorte que le zéro de l'échelle A soit tout au haut de cette tige, en suspendant à l'instrument un poids additionnel *p*, avant de tracer cette échelle. Ce poids doit être enlevé quand on veut se servir de l'échelle B, pour les liquides moins denses que l'eau.

Aréomètre de Cartier. — Pour les alcools, on s'est servi pendant longtemps d'un instrument répandu, comme étant de son invention, par Cartier, ouvrier employé par Baumé, et qui copia impudemment l'aréomètre de ce dernier, en se contentant de changer le mode de graduation, pour cacher sa fraude. Comme cet instrument est à peu près abandonné aujourd'hui, et que son échelle n'est pas constante, nous ne faisons que le mentionner.

222. Formules des aréomètres. — L'aréomètre de Baumé ne donne pas les poids spécifiques des liquides, mais il peut les faire connaître au moyen de formules très-simples. Considérons d'abord le pèse-acide, dont l'échelle est *descendante* (*fig.* 162). Représentons par N le volume de l'instrument jusqu'au zéro, exprimé au moyen du volume d'une division pris pour unité, et soit n le numéro d'affleurement dans le liquide dont on cherche le poids spécifique x. Le volume déplacé dans ce liquide sera $N - n$; et comme les volumes déplacés dans deux liquides différents sont en raison inverse de leurs densités, on aura $\frac{x}{1} = \frac{N}{N - n}$. Dans cette égalité, N est une constante qu'on détermine en plongeant l'aréomètre dans un liquide de densité connue d. Si n est alors le numéro d'affleurement, on aura $d = \frac{N}{N - n}$, d'où $N = \frac{nd}{d - 1}$.

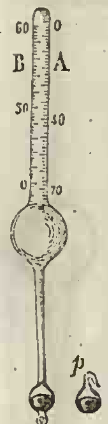


Fig. 163.

S'il s'agit des liquides moins denses que l'eau, l'échelle de l'aréomètre est *ascendante*, et la densité est $y = \frac{N'}{N' + n}$, dans laquelle on a $N' = \frac{nd'}{1 - d'}$; d' étant la densité d'un liquide dans lequel l'affleurement a lieu au numéro n.

On voit que N est le même pour tous les instruments gradués de la même manière; puisque, pour une valeur de d, la valeur de n est nécessairement la même, ce qui montre que le rapport entre le volume d'une division et celui de l'instrument jusqu'au zéro est constant. Mais ce rapport n'est pas le même pour les pèse-acide et pour les alcoomètres, dont le système de graduation est différent. L'expérience a donné $N = 144$ et $N' = 127$; de sorte que les formules sont, pour le pèse-acide $x = \frac{144}{144 - n}$, et $y = \frac{127}{127 + n}$, pour l'alcoomètre. Si l'on fait $n = 0$, on trouve $x = 1$ et $y = 1$, comme on devait le prévoir.

On trouve dans divers recueils, des valeurs de N et N' différentes de celles que nous donnons ici. Cela tient au défaut de calibrage des tiges, et à l'imperfection de la graduation des instruments qui ont servi à les déterminer.

Pouillet, dans un beau mémoire sur les aréomètres [1], a fait connaître un nouveau mode de graduation, et donné les moyens pratiques de l'exécuter avec

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut*, t. XXX, p. 407.

facilité. Après avoir divisé la tige en parties d'égal volume, on y soude le reste de l'instrument, dont le volume doit contenir sensiblement 200 des divisions de la tige. Dans le mémoire, est indiquée la marche à suivre pour exécuter cette opération. Pouillet a ensuite calculé des tables donnant les densités des liquides correspondant à chaque affleurement de l'instrument ainsi gradué. Pour calculer ces tables, il suffit de remplacer N′ par le nombre 200, dans la formule $y = \frac{N'}{N' - n}$, et de faire n égal successivement à 1, 2, 3.....

223. Volumètre. — Gay-Lussac a imaginé un aréomètre, qu'il nomme *volumètre*, qui donne, sans formule, le poids spécifique des liquides. Considérons d'abord un tube cylindrique ab (*fig.* 164), fermé et lesté à sa partie inférieure, de manière à se tenir verticalement dans les liquides. On marque 100 au point d'affleurement dans l'eau, et l'on divise la partie de ce tube qui est au-dessous de ce point, en 100 parties égales. Si l'on porte l'instrument dans un autre liquide, il s'enfoncera autrement que dans l'eau, jusqu'à la division n, par exemple. Les volumes déplacés dans l'eau et dans le liquide ayant le même poids (celui de l'instrument), leurs densités seront en raison inverse de ces volumes. Le poids spécifique du liquide, sera donc $d = 100 : n$.


Fig. 164.

Il n'est pas nécessaire, pour trouver la longueur des divisions, de connaître le zéro placé en a; il suffit d'avoir deux points, par exemple le n° 100 donné par l'immersion dans l'eau pure, et le n° n correspondant au point d'affleurement dans un liquide dont le poids spécifique, d, supérieur à celui de l'eau, soit connu. Pour obtenir ce n° n, on écrira l'équation

$$d = 100 : n, \quad \text{d'où} \quad n = 100 : d\,.$$

On divisera ensuite l'intervalle entre 100 et n, en $100 - n$ parties égales.

Par cette dernière méthode, on peut graduer des *volumètres* ayant la forme des aréomètres ordinaires, mais qui ne peuvent servir qu'autant que le point d'affleurement est sur la tige cylindrique.

Quand le volumètre est destiné aux liquides plus denses que l'eau, il faut qu'il s'enfonce beaucoup dans ce dernier liquide. Le contraire doit avoir lieu quand il est destiné à des liquides moins denses. Dans ce dernier cas, on établit ordinairement la graduation par une autre méthode. Après avoir marqué 100 au point d'affleurement dans l'eau, on attache à la partie supérieure de l'instrument un corps, pesant le quart de son poids, ce qui le fait enfoncer davantage. Il est évident que le résultat est le même que si le volumètre, non chargé, était plongé dans un liquide dont la densité serait à celle de l'eau comme 4 : 5, ou comme 100 : 125. On écrira donc 125 au nouveau point d'affleurement.

224. Densimètres. — Le volumètre ne donne le poids spécifique qu'au moyen d'un calcul arithmétique; on peut cependant le graduer de manière à obtenir le résultat par une simple lecture. Soit N le volume déplacé par l'instrument dans l'eau pure, volume déterminé par la méthode ci-dessus (222) et $N + n$ le volume déplacé dans un liquide dont la densité est d, on aura $N : N + n = d : 1$, d'où $n = N(1 - d) : d$. En donnant à d différentes valeurs croissant par dixièmes ou par centièmes, on connaîtra les points de division où devra se faire l'affleurement dans les liquides ayant ces densités, qu'on y inscrira. Remarquons que les distances entre ces points de division ne seront pas égales.

Densimètre de Rousseau. — La méthode de graduation du volumètre au moyen d'une charge additionnelle, montre que l'on pourrait connaître le poids ajouté si l'on avait le point d'affleurement dans l'eau. Par exemple, ce point étant 125°, le poids ajouté serait $\frac{125-100}{100} = 0{,}25$. C'est sur ce principe qu'est fondé le densimètre de Rousseau, qui permet d'appliquer l'aréomètre à poids constant aux liquides qu'on n'a qu'en petite quantité. A l'extrémité de la tige, est un petit réservoir *c* (*fig.* 165), sur lequel est marqué un trait *r* qui limite une capacité de 1 centimètre cube. Ayant marqué *zéro* au point d'affleurement dans l'eau, point qui doit se trouver à la naissance de la tige, on charge l'instrument d'un poids égal à un gramme, et l'on marque au point d'affleurement le nombre m, en supposant qu'on veuille apprécier la m^e partie du gramme; on divise ensuite la distance entre ce point et le zéro, en m parties égales. Un liquide qui, remplissant le réservoir supérieur, fera enfoncer l'instrument jusqu'à la division n, pèsera $n : m$ grammes, nombre qui représente aussi à $1 : m$ près le poids spécifique du liquide, son volume étant 1 *centimètre cube*.

Fig. 165.

Les volumètres et les densimètres ne sont pas aussi précis que les aréomètres à volume constant; mais quand on n'a besoin que d'une approximation ordinaire, ils ont l'avantage de donner le résultat par une simple lecture.

225. Alcoomètre centésimal. — Les alcoomètres gradués comme nous l'avons vu plus haut, ne font pas connaître la proportion d'*alcool absolu*[1] mêlé à l'eau, autrement dit la *force* du liquide spiritueux, parce qu'il y a contraction au moment où se fait le mélange (38). Ils indiquent seulement s'il y a plus d'alcool dans un liquide que dans un autre. L'*alcoomètre centésimal* de Gay-Lussac donne immédiatement la force, c'est-à-dire le nombre de centièmes, en

[1] L'alcool absolu, c'est-à-dire complétement privé d'eau, est un liquide incolore, d'une odeur et d'une saveur franches et caractéristiques, dont le poids spécifique est 0,7947, à 15°. L'alcool ou esprit de vin du commerce contient ordinairement 0,20 d'eau, et l'eau-de-vie, environ 0,40. Le vin est composé d'eau, d'alcool, généralement en faible proportion, et de quelques matières en petites quantités, qui lui donnent son parfum et sa couleur.

volume, d'alcool absolu que renferme une liqueur. Pour graduer un étalon de cet alcoomètre, Gay-Lussac a préparé des mélanges d'eau et d'alcool absolu contenant 1,00; 0,90; 0,80; 0,70..., 0,00 d'alcool en volume, et il a marqué 100, 90, 80, 70..., 0 aux points d'affleurement dans ces différents liquides. Quand on fait le mélange, il se produit une contraction qui varie suivant les proportions des deux liquides; c'est pourquoi les distances entre les points de division sont inégales; elles vont en diminuant un peu du zéro au nº 20, et en augmentant de plus en plus, du nº 39 au nº 100. On divise ensuite en parties égales les espaces compris entre deux numéros, ce qui n'est pas tout à fait exact, mais l'erreur est négligeable dans un aussi petit intervalle. Quand l'affleurement a lieu au nº 39, par exemple, on dit que le liquide contient 0,39 d'alcool. Le nombre 0,39 se nomme la force du liquide. — On a, dans ces dernières années, élevé des doutes sur l'exactitude des valeurs données par Gay-Lussac, pour les densités des divers mélanges alcooliques. Mais Pouillet, ayant repris ces évaluations, lors de son grand travail sur les alcoomètres (222), les a trouvées exactes à 0,0001 près; ce qui ne doit pas étonner, quand on connaît les soins scrupuleux et l'habileté que Gay-Lussac apportait à toutes ses expériences.

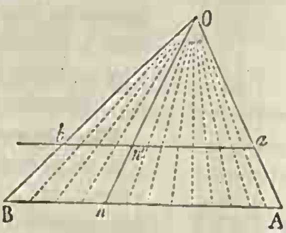


Fig. 166.

Quand on a gradué laborieusement un alcoomètre étalon, on peut en graduer d'autres par le moyen suivant, qui peut aussi s'appliquer aux densimètres. Ayant d'abord marqué le zéro sur l'instrument à graduer plongé dans l'eau distillée, on le porte dans une autre liqueur dont l'alcoomètre étalon donne la force, et l'on marque au point d'affleurement, le nombre n de degrés indiqué par l'étalon. On trace ensuite, sur une feuille de papier, deux droites parallèles AB, *ab* (*fig.* 166), et l'on reproduit sur AB, l'échelle de l'étalon avec toutes ses subdivisions dans leur véritable grandeur. Sur *ab*, on marque la distance an', du zéro au point d'affleurement trouvé dans la liqueur, sur l'instrument à graduer, et l'on tire les droites An, an', qui se coupent en un point O, que l'on joint aux points de division de l'échelle AB. La droite *ab* sera alors divisée en parties proportionnelles à celles de l'échelle AB, et qui seront les degrés du nouvel alcoomètre.

226. La température modifiant la densité, les indications de l'alcoomètre ne sont exactes que pour la température de 15°, à laquelle a été faite la graduation. Quand la température est différente, on emploie des *tables de concordance*, calculées par Gay-Lussac et Collardeau[1], dans lesquelles on trouve, dans la première colonne verticale, les températures en degrés centigrades, et dans la première colonne horizontale, les degrés de l'alcoomètre. A la rencontre des deux colonnes horizontale et verticale, se trouve le nombre de degrés qu'il eût marqués à 15°.

[1] Voir l'*Instruction pour l'usage de l'alcoomètre centésimal*, par Gay-Lussac et Collardeau.

Au lieu de tables, on peut faire usage de la *règle alcoométrique*, de M. J. Salleron (*fig*. 167). Cette règle est munie d'une rainure longitudinale, sur les deux bords de laquelle sont inscrits les degrés de l'alcoomètre, de 30° à 95°, et dans laquelle peut glisser une coulisse portant les degrés du thermomètre, de 0° à 30°. Pour trouver la force d'un spiritueux, on amène le nombre de la coulisse qui représente la température en face du nombre de degrés marqué par l'alcoomètre, inscrit sur l'échelle latérale, et le titre réel du liquide se lit alors en face du n° 15 de l'échelle des températures.

Les avantages de l'alcoomètre centésimal l'ont fait adopter exclusivement par les gouvernements de France, de Suède et de Prusse. Avec cet instrument, l'eau-de-vie marque environ 60°; l'esprit de vin ordinaire 85°, et l'esprit de vin rectifié, 96°; ce qui veut dire que ces liquides renferment 0,60, 0,85, 0,96 d'alcool absolu. Leurs densités sont 0,918, 0,851 et 0,814.

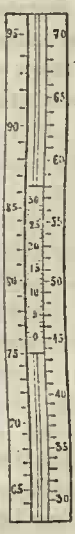


Fig. 167.

227. Poids spécifique des gaz. — Les gaz étant très-compressibles et se dilatant beaucoup par la chaleur, il y a, dans la mesure de leurs poids spécifiques, une foule de précautions délicates à prendre et de corrections à faire, que nous ne pourrons faire connaître qu'après avoir exposé les lois de la compression et de la dilatation des gaz.

228. Mesure des volumes. — Quand on connaît le poids P d'un corps et son poids spécifique d, il est facile d'en déduire son volume, par la formule $P = Vd$. Mais on peut trouver ce volume sans connaître le poids spécifique, en opérant néanmoins par une des méthodes qui servent à le déterminer. Il suffit de trouver par l'une de ces méthodes, le poids d'un volume d'eau à 4° égal au volume du corps. Autant ce poids contiendra de grammes, autant il y aura de centimètres cubes dans le volume cherché; le gramme n'étant autre chose que le poids d'un centimètre cube d'eau pure, à la température de 4°.

Quand le volume du corps est un peu considérable, on emploie la balance hydrostatique. Dans ce cas, le poids de l'eau déplacée par le corps s'obtient en retranchant du poids P du corps dans l'air, son poids P′ dans l'eau à 4°. Or, le poids dans l'air est trop faible, car, d'après le principe d'Archimède, qui s'étend aux gaz, comme nous le verrons, les corps plongés dans l'air perdent une partie de leur poids égale au poids de l'air déplacé. Il faudrait donc ajouter cette perte de poids au résultat.

229. Calcul de la perte de poids d'un corps dans l'air. — Représentons par x la perte exacte du corps dans l'eau, et par α la densité de l'air par rapport à l'eau à 4°, dans les conditions de pression et de température où se trouve cet air au moment de l'expérience. $x\alpha$ sera le poids du volume d'air déplacé par le corps, puisque x est le poids du volume égal d'eau, et $P + x\alpha$ le poids du corps dans le vide. La perte exacte du corps dans l'eau sera donc $x = (P + x\alpha) - P'$, d'où $x = \frac{P - P'}{1 - \alpha}$, qui représente, en centimètres cubes, le volume du corps à la température de l'expérience, en supposant x exprimé en grammes.

Poids dans le vide. — On peut, au moyen de cette valeur de x, calculer le poids d'un corps dans le vide. Ce poids sera $P + x\alpha = P + \frac{P - P'}{1 - \alpha}\alpha$. La correction est négligeable quand le corps n'a qu'un petit volume, α étant une quantité très-petite.

230. Capacité d'un vase. — Pour connaître la capacité d'un vase, il suffit d'évaluer le poids d'eau à 4° qu'il peut contenir; ce poids, exprimé en grammes, représentera le nombre de centimètres cubes que contient le vase. On pèse donc le vase après en avoir extrait l'air, puis après l'avoir rempli d'eau; la différence sera le poids de l'eau. Si le vase n'est pas muni d'un robinet au moyen duquel on puisse y maintenir le vide, il suffira d'ajouter, à la différence entre le poids P du vase plein d'eau et le poids P′ du vase pesé plein d'air, le poids de cet air. Ce poids est égal à $x\alpha$, en adoptant les mêmes notations que ci-dessus, et l'on aura $x = P - P' + x\alpha$; d'où $x = \frac{P - P'}{1 - \alpha}$. On peut aussi employer la méthode des corrections successives, comme nous l'avons expliqué précédemment (28).

Les poids gradués perdent eux-mêmes une partie de leur valeur à cause de l'air qu'ils déplacent. Si l'on veut tenir compte de cette perte, et si l'on suppose qu'ils ont été établis dans le vide, aux valeurs de P et P′, dans les formules ci-dessus, il faudra ajouter le poids du volume d'air déplacé, c'est-à-dire $\frac{P}{d}\alpha$ et $\frac{P'}{d}\alpha$, d étant la densité de la matière dont sont faits les poids, et α la densité de l'air par rapport à l'eau à 4°. Cette correction est le plus souvent négligeable, parce que d est très-grand, et que les poids marqués sont ordinairement étalonnés dans l'air.

231. Changement de volume des combinaisons. — On peut, au moyen des poids spécifiques, reconnaître facilement si, dans la combinaison des corps, il y a contraction ou dilatation. Soient p, p', p'', les poids de trois corps et d, d', d'', leurs poids spécifiques. S'il n'y avait pas de changement de volume par l'effet de la combinaison, le volume du composé serait égal à la somme des volumes des composants. On aurait donc, en remarquant que le volume est égal au poids divisé par le poids spécifique, $\frac{p}{d} + \frac{p'}{d'} + \frac{p''}{d''} = \frac{p + p' + p''}{D}$, en appelant D le poids spécifique de la combinaison; d'où $D = \frac{(p + p' + p'')\, d\, d'\, d''}{pd'd'' + p'dd'' + p''dd'}$.
Si le poids spécifique Δ de la combinaison donné par l'expérience est plus grand que D, c'est qu'il y a eu condensation; il y a eu dilatation dans le cas contraire.

Pour connaître la quantité dont le volume a changé, soit v la somme des volumes mis en présence, et V le volume du composé formé, on aura $vD = V\Delta$

puisque le poids n'a pas changé; d'où $\frac{v-V}{v}=\frac{\Delta-D}{\Delta}$. Or $\frac{v-V}{v}$ représente la variation, positive ou négative, de l'unité de volume, qui se trouve ainsi évaluée au moyen des quantités Δ, D, dont la première est fournie par l'expérience, et la seconde exprimée en fonction des quantités données p, p', p''; $d, d' d''$. Si cette valeur est positive, c'est que v est plus grand que V, et il y a eu contraction; si elle est négative, il y a eu dilatation.

§ 2. — HYDRODYNAMIQUE DES LIQUIDES

I. Vitesse par les orifices en mince paroi.

232. L'*hydrodynamique* traite du mouvement des fluides, des circonstances et des lois de ce mouvement. Nous allons nous occuper de l'hydrodynamique des *liquides*. Les applications de cette partie de la mécanique forment l'*hydraulique*, qui traite principalement de l'élévation et de la conduite des eaux. Héron d'Alexandrie paraît être le premier qui ait écrit sur cet art, et Julius Frontinus, le premier qui ait conçu quelques idées théoriques sur les mouvements de l'eau.

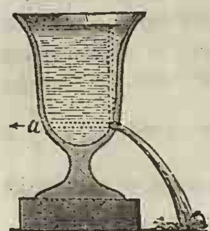


Fig. 167.

Écoulement par les orifices. — Si l'on pratique un orifice dans la paroi d'un vase, en un point baigné par le liquide qu'il contient (*fig*. 167), l'écoulement a lieu normalement par cet orifice, en vertu de la pression exercée, de dedans en dehors, sur la tranche liquide qui occupe l'orifice et se renouvelle à chaque instant. Quelle que soit la direction des molécules lancées au dehors du vase, elles doivent décrire des paraboles, d'après ce que nous avons dit des corps lancés obliquement (116). Le jet liquide aura donc la forme d'une parabole, si l'on fait abstraction de la résistance de l'air, ce qui peut se vérifier au moyen d'un appareil décrit plus loin (237).

233. Réaction des liquides qui s'écoulent. — Quand un liquide s'échappe par un orifice, la pression de dedans en dehors manque dans toute l'étendue de cet orifice, puisque là il n'y a pas de paroi. La composante horizontale de la pression sur l'élément opposé a (*fig*. 167) n'est donc plus détruite, comme elle le serait si l'orifice était fermé, et elle pousse le vase en sens inverse de l'écoulement. C'est ce qu'on appelle la *réaction* des liquides qui s'écoulent. Cette réaction peut mettre le vase en mouvement quand il est très-mobile; par exemple, quand il est posé sur une plaque de liége flottant sur l'eau.

Ordinairement, on montre ces effets de réaction, au moyen du *tourniquet hydraulique* (*fig*. 168). V est un vase, pouvant pivoter sur une pointe placée au centre d'une cuvette C, et maintenu par une seconde pointe portée par le bras P. Ce vase porte à sa partie inférieure deux petits tubes horizontaux c, c', recourbés à leur extrémité, dans un plan horizontal et en sens contraire. Quand l'eau que contient le vase s'échappe par les tubes recourbés, tout le système tourne en sens contraire de l'écoulement, parce que la pression exercée au coude, sur une étendue égale à la projection de l'orifice du tube sur ce coude, n'est pas contre-balancée par la pression égale qui s'exercerait à l'orifice s'il était fermé.

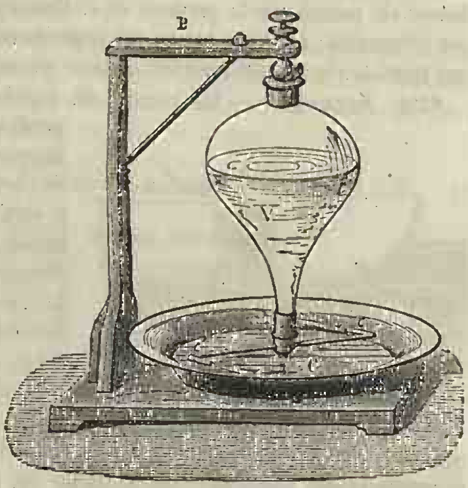


Fig. 168.

On pourrait croire, et Newton était tombé dans cette erreur, que la force qui fait mouvoir le vase est égale à la composante horizontale de la pression qui s'exercerait à l'orifice s'il était fermé. Mais les effets des pressions ne sont pas les mêmes quand le liquide est en mouvement et lorsqu'il est en équilibre. D. Bernouilli a démontré qu'il faut, dans l'évaluation de la pression, prendre le double de la hauteur du liquide.

Applications. — On a utilisé la réaction de l'eau qui s'écoule pour mettre en mouvement des appareils nommés *roues à réaction*. La *fig.* 169 représente celle de Segner, modifiée par Euler, puis par Manoury d'Ectot. L'eau est amenée par le bas, au centre du volant ou tube recourbé bOa, au moyen du tuyau t, d'abord vertical, puis s'étendant horizontalement, pour se relever ensuite et soutenir le volant, qui tourne autour de l'extrémité O de ce tuyau, quand l'eau sort par les ouvertures a et b. Une *boîte à étoupes* (182) empêche les fuites de l'eau en O. Il existe une machine de ce genre à Paris, dans l'usine hydraulique de Chaillot.

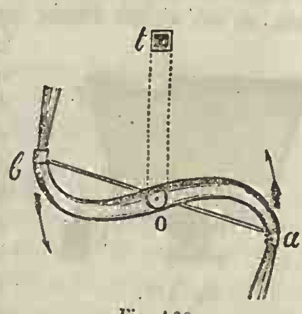


Fig. 169.

J. Rumsey, dans ses essais de navigation par la vapeur, en 1787, sur le Potomac, employa la réaction de l'eau comme moyen de propulsion, ainsi que Bernouilli l'avait proposé en France longtemps auparavant. Un piston P (*fig.* 170), mis en mouvement dans un corps de pompe par une machine à vapeur, aspire, en montant, l'eau dans un gros tube horizontal, par la soupape s, pendant que la soupape r reste fermée par la pression extérieure. En descendant, ce piston refoule le liquide introduit, qui sort en r, la soupape s restant fermée, et le bateau est poussé par la pression en c. Rumsey mourut avant d'avoir terminé ses préparatifs; mais son bateau fut expérimenté en 1723 sur la Tamise, où il put remonter le courant avec une certaine vitesse.

234. Dépense. — La quantité de liquide qui s'écoule par un orifice, pendant un temps donné, se nomme la *dépense*. Elle dépend de la grandeur de l'orifice et de la *vitesse* du liquide à la sortie. On nomme *vitesse* de l'écoulement, l'espace parcouru, pendant une seconde, par une molécule s'échappant de l'orifice, en supposant que son mouvement reste uniforme pendant ce temps. La vitesse augmente avec la hauteur du liquide au-dessus du centre de gravité de l'orifice, hauteur que l'on nomme la *charge*. Si l'on suppose qu'il n'y ait ni frottement aux bords de l'orifice, ni autres causes perturbatrices, la vitesse est donnée par le principe suivant.

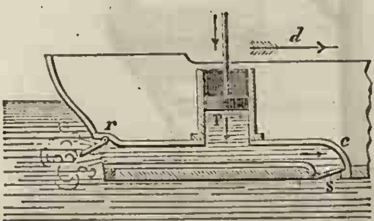


Fig. 170.

235. Principe de Torricelli. — *La vitesse d'un liquide à la sortie d'un orifice pratiqué en mince paroi, est égale à celle qu'acquerrait un corps en tombant verticalement, du niveau du liquide au centre de gravité de l'orifice; le vase étant supposé assez grand pour que les mouvements du liquide soient insensibles dans son intérieur.* La vitesse sera donc exprimée par la formule $v = \sqrt{2gH}$, (115) dans laquelle H représente la charge.

Pour le démontrer, soit ab (*fig.* 171), un orifice pratiqué dans la paroi d'un vase, et $abb'a'$ une tranche liquide infiniment mince, sortie pendant un temps infiniment petit θ, avec une vitesse v. Posons $aa' = h$, et $a\alpha = H$ et désignons par s l'aire de l'orifice. La force qui a chassé hors du vase la masse $s.h.d$ de la tranche $abb'a'$, dont la densité est d, est égale au poids de la colonne liquide $ab\alpha$, c'est-à-dire à $Hs.d$. La quantité de mouvement produite par cette force pendant le temps θ est donc $v \times s.h.d$. Considérons maintenant un cylindre S du même liquide, de section s, et dont la hauteur infiniment petite h' soit telle que cette colonne tombe de sa propre hauteur pendant le temps θ que met la tranche $abb'a'$ à sortir du vase. La force qui met cette masse S en mouvement n'est autre que son propre poids $s.h'.d$, et la quantité de mouvement produite au bout du temps θ considéré, est $v' \times s.d.h'$; en appelant v'

Fig. 171.

la vitesse acquise par la colonne S après être tombée de la hauteur h'. Or, les forces sont entre elles comme les quantités de mouvement (59), on aura donc

$$Hsd : sh'd = v \times shd : v' \times sh'd; \quad \text{ou bien} \quad H : 1 = vh : v'.$$

Les espaces h et h', étant infiniment petits, sont entre eux comme les vitesses v et v'; on a donc encore $h : h' = v : v'$. Multipliant les deux dernières proportions terme à terme, et remarquant que v' étant la vitesse acquise par S en tombant de la hauteur h', on a $v' = \sqrt{2gh'}$; il vient

$$Hh : h' = v^2h : 2gh'; \quad \text{d'où enfin} \quad v = \sqrt{2gH} = 4^m,429\sqrt{H}. \qquad [1]$$

C'est à Varignon qu'est due la marche de cette démonstration.

236. Conséquences. — Il résulte de la formule [1] que *la vitesse d'écoulement d'un liquide est proportionnelle à la racine carrée de la charge*, et qu'elle ne dépend pas de la densité du liquide; de sorte qu'un même vase mettra toujours le même temps à se vider, quel que soit le liquide qu'il renferme. On peut se rendre compte de ce dernier résultat en observant que, si la force qui chasse la tranche liquide qui occupe l'orifice est proportionnelle à sa densité, la masse de cette tranche est aussi proportionnelle à cette densité; la vitesse doit donc rester la même (59). Cependant l'expérience ne vérifie pas toujours ce résultat, ce qui tient à diverses circonstances dont nous parlons plus bas (240).

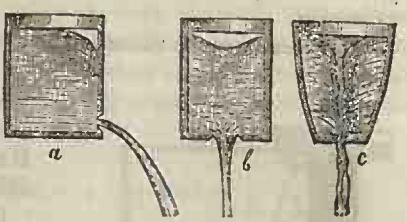


Fig. 172.

Nous avons supposé qu'il n'existait pas de pression extérieure à la surface du liquide ni à l'orifice. Si de semblables pressions existaient, il faudrait prendre leur différence, la remplacer par une colonne liquide équivalente et l'ajouter à la valeur de H, dans la formule [1], ou l'en retrancher, suivant que la pression la plus grande agirait à la surface du liquide ou à l'orifice.

237. Vérifications par l'expérience. — Quand on veut vérifier le principe de Torricelli, il faut avoir soin d'employer un réservoir très-grand par rapport à l'orifice, afin de rendre insensibles les mouvements qui se produisent dans le voisinage de ce dernier. Ces mouvements se constatent en mêlant de la sciure de bois au liquide; on voit les parcelles en suspension converger vers l'orifice, à partir d'une certaine distance, tandis que les parties plus éloignées descendent lentement sans éprouver de déplacements relatifs. Quand le vase est de petites dimensions par rapport à l'orifice, il peut se former une dépression au-dessus de ce dernier, *a*, *b* (*fig.* 172). Si l'orifice est au fond du vase, la dépression peut se transformer en un canal, *c*, qui s'étend jusque dans l'intérieur de la veine.

Ce phénomène se manifeste surtout quand le vase est conique, ou quand on imprime au liquide un mouvement de rotation. La dépense est alors considérablement diminuée.

Cela posé, une première méthode pour vérifier le principe de Torricelli, consiste à déduire la vitesse du liquide à sa sortie, de l'amplitude du jet parabolique, et à comparer cette vitesse à celle que donne la formule. Torricelli et Roemer ont imaginé pour cela divers appareils, dont un, décrit par Musschenbroeck, est représenté dans la *fig.* 173. *ca* est un vase cylindrique vertical, très-large en *c*, afin que le niveau du liquide ne varie pas sensiblement pendant l'expérience, et muni de plusieurs orifices r, q, m, n, p placés les uns au-dessus des autres. L'amplitude, x, du jet étant mesurée sur une droite horizontale *ab*, on en déduit la vitesse v à la sortie d'un orifice, m, au moyen de la formule $y = x \operatorname{tang} \omega - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2\omega}$, démontrée précédemment (116), dans laquelle on fait $\omega = 0$, la direction du jet étant ici horizontale; ce qui donne

$$-y = -\frac{gx^2}{2v^2}; \qquad \text{d'où} \qquad v = x\sqrt{\frac{g}{2y}}. \qquad [2]$$

y, ou *ma*, est pris négativement, l'origine des coordonnées de la trajectoire étant au point m.

Si l'on compare cette vitesse à celle d'un corps qui tomberait de la hauteur *cm*, on trouve un accord satisfaisant, surtout si l'on opère avec le mercure, sur lequel la résistance de l'air a peu d'influence. D'après les expériences de Bossut, les différences n'atteignent pas 0,01.

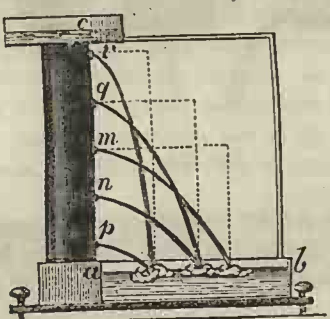


Fig. 173. — 1/15.

Il est aussi une conséquence remarquable que l'expérience vérifie : c'est que les jets qui partent de deux orifices, n et q, se rencontrent sur la ligne *ab* lorsque leurs distances aux niveaux c et *ab* sont égales deux à deux, de manière qu'on ait $cq = na$, et $qa = cn$. En effet, la formule [2] donne $x^2 = 2v^2y : g = 4\text{H}y$, en remplaçant v par sa valeur $\sqrt{2g\text{H}}$. Or, le produit $\text{H}y$ est le même pour les deux orifices, car on a $cq \times qa = cn \times na$.

En adaptant au bas du vase *ac* un tube cylindrique horizontal pouvant tourner sur lui-même, de manière à lancer, par un orifice latéral un jet liquide dans différentes directions, on peut obtenir des jets d'une amplitude variable. La formule générale devient, dans ce cas, en faisant $y = 0$, $gx = v^2 \sin 2\omega$; elle fait connaître la vitesse v à l'orifice, quand on connaît la direction ω du jet et l'amplitude x mesurée sur la droite horizontale qui passe par cet orifice.

On voit que deux jets lancés de manière à faire avec l'horizon des angles dont la somme soit égale à 90°, doivent avoir la même amplitude; car $\sin 2\omega$ reste le même pour $90° - \omega$ et pour ω. C'est ce que l'expérience vérifie. On peut aussi reconnaître que le jet a la forme d'une parabole, en le voyant se projeter sur de semblables courbes tracées d'avance, pour des charges données, sur une table dressée derrière l'appareil.

Quand le jet est vertical, le liquide doit s'élever à la hauteur du niveau *c*, puisque la vitesse à la sortie est celle qu'un corps acquerrait en tombant de ce niveau jusqu'à l'orifice (115). Ce résultat se vérifie approximativement avec le mercure, en prenant certaines précautions. C'est par là que Torricelli fut conduit à la découverte du principe qui porte son nom, et qu'il publia en 1643. Auparavant, on admettait, d'après Castelli, aussi disciple de Galilée, que la vitesse était proportionnelle à la charge.

238. Vitesse d'après la dépense. — La méthode de vérification qui précède n'est pas suffisamment précise, à cause de la résistance de l'air, et de l'épaisseur de la veine liquide qui empêche de mesurer exactement l'amplitude du jet. On peut procéder autrement et déduire la vitesse, de la *dépense* au bout d'un temps donné, quand l'écoulement est uniforme, et l'orifice, *s*, de grandeur connue. Soit *p* le poids de liquide écoulé pendant le temps *t*; si nous supposons que la première tranche sortie ait continué de marcher avec la même vitesse pendant 1^s, elle sera la base d'un cylindre liquide, dont l'autre base sera l'orifice, et dont la longueur représentera la vitesse cherchée. Or le poids de ce cylindre est $s \cdot v \cdot d$, en désignant par *d* la densité du liquide. Le poids sorti pendant 1^s est aussi $p : t$; on aura donc

$$p : t = svd; \quad \text{d'où} \quad v = p : tsd.$$

239. Niveau constant. — Pour avoir une vitesse d'écoulement constante pendant le temps *t*, le niveau ne doit pas changer pendant ce temps. On remplit cette condition au moyen de divers appareils.

Trop-plein. — On fait arriver l'eau dans un réservoir, muni de plusieurs orifices, par un tube à robinet, qui plonge dans une petite caisse submergée destinée à détruire l'agitation de l'eau affluente. La position du niveau est réglée par le bord horizontal d'une échancrure par laquelle un excès de liquide s'écoule en nappe mince, de manière que le niveau ne peut varier que d'une quantité négligeable.

Flotteur de De Prony. — Cet appareil (*fig.* 174) donne une vitesse constante dans les plus petites subdivisions du temps. AB est un réservoir rempli d'eau, dans lequel flottent deux caisses rectangulaires *c*, *c*, soutenant un bassin *bb*, par l'intermédiaire des tringles *t*, *t*, *t*; de manière que ces caisses déplacent un volume d'eau pesant autant que la somme des poids des caisses, des tringles, et du bassin *bb*. Une plaque de cuivre disposée verticalement entre les deux flotteurs, sur la face antérieure du réservoir, est percée de plusieurs ouvertures fermées au moyen de plaques retenues par des vis. Une de ces plaques porte l'orifice à bords tranchants, par lequel l'eau doit s'écouler. Ce liquide tombe dans un entonnoir fixé au réservoir, et arrive dans le bassin *bb*, par un tube flexible qui empêche le choc de la veine liquide sur le fond. On voit que l'eau qui sort, tombant dans le bassin *bb*, augmente le poids du système flottant, et force les caisses *cc* à s'enfoncer, de manière à déplacer une nouvelle quantité d'eau, dont le volume est exactement égal à celui du liquide sorti. Le niveau ne baisse donc pas. Deux cloisons *n*, *n*, qui ne s'élèvent pas tout à fait jusqu'au niveau, empêchent l'agitation produite par les caisses, de se faire sentir à l'orifice.

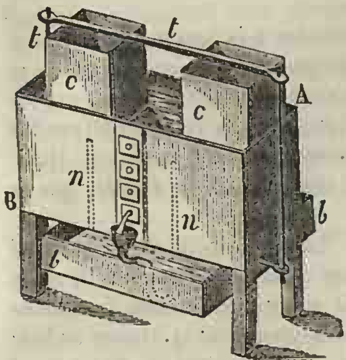


Fig. 174.

240. Résultats. — Au moyen de ces appareils, on vérifie que les poids de liquide sortis pendant le même temps sous différentes charges, et par conséquent les vitesses, sont entre eux comme les racines carrées des charges.

Mais quand on veut comparer la vitesse déduite de la dépense, à celle que donne la formule $v = \sqrt{2gH}$, les orifices étant à bords tranchants pour éviter les frottements, on trouve que la *vitesse effective* est constamment moindre que la vitesse théorique. Poleni a vu la première n'être que les deux tiers de la seconde, c'est-à-dire de celle que donne la formule de Torricelli. Ce désaccord vient de plusieurs causes.

241. Contraction de la veine fluide. — Le déficit sur la dépense provient principalement de la forme que prend la veine immédiatement à la sortie de l'orifice, que nous supposerons circulaire. Au lieu d'être cylindrique, elle va en diminuant rapidement jusqu'à une petite distance, égale souvent à la moitié du diamètre de l'orifice, et pouvant aller jusqu'à une fois, et même une fois et demie ce diamètre. La section de la veine en ce point S (*fig.* 175), se nomme *section contractée*. A partir de là, le diamètre va en augmentant, quand le jet est lancé de bas en haut en faisant avec l'horizon un angle de 45° au moins; ou ne diminue plus qu'insensiblement quand il fait un angle moindre, ou est lancé de haut en bas. Ce phénomène, découvert par Newton et étudié principalement par Eytelwein, Poncelet et Lesbros, se produit aussi dans le vide; il est connu sous le nom de *contraction de la veine liquide*, parce que, avant les expériences de Savart, on croyait que la veine augmentait toujours de diamètre, quelle que fût sa direction, après avoir diminué jusqu'à une petite distance de l'orifice.

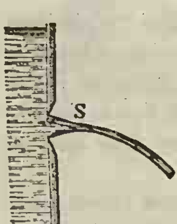


Fig. 175.

Pour étudier la forme de la veine près de l'orifice, on dispose de chaque côté, deux barres parallèles fixées l'une à l'autre, et traversées par des aiguilles perpendiculaires et situées dans le plan commun de ces barres. On enfonce ces aiguilles de manière que la surface de la veine soit effleurée par leurs extrémités qui en dessinent ainsi le profil, dans le plan où l'on s'est placé.

D'après Newton, les diamètres de l'orifice et de la section contractée, sont entre eux à peu près comme 6 est à 5, ou 6,5 à 5,5. On prend pour mesure de la contraction *la différence entre l'aire de l'orifice et l'aire de la section contractée, divisée par l'aire de l'orifice.*

La contraction augmente avec le diamètre de l'orifice. D'après Hachette, elle est, pour l'eau, 0,31 et 0,23, avec des orifices de 1^{mm} et de $0^{mm},55$ de diamètre. Quand le diamètre a plus de 10^{mm}, la contraction reste sensiblement constante et est comprise entre 0,37 et 0,40, la charge étant de 135 à 888^{mm}.

La contraction augmente aussi avec la charge, tandis qu'elle est de $0^{mm},40$ pour un orifice de 27^{mm} de diamètre, sous une charge d'eau de 150^{mm}, elle devient égale à 0,31 sous une charge de 16^{mm}. Cependant, pour les faibles charges, la contraction augmente quand la charge diminue. Ce dernier résultat a été vérifié par d'Aubuisson.

242. Calcul de la dépense. — Quand on tient compte de la contraction de la veine, on trouve un accord satisfaisant entre la vitesse déduite de l'observation et la vitesse théorique. Newton a trouvé qu'il suffit pour cela de remplacer l'aire de l'orifice par celle de la section contractée. Ayant adapté à l'orifice, un ajutage conique bien poli en dedans se moulant exactement sur la veine jusqu'à la section contractée, de manière à ne pas modifier la dépense, il prit l'orifice extérieur de cet ajutage pour valeur de s, dans l'expression qui sert à calculer la vitesse au moyen de la dépense (238) et retrouva la vitesse théorique.

En partant de la différence entre la vitesse théorique et la vitesse donnée par l'expérience, on peut calculer la contraction. Car les surfaces de l'orifice et de la section contractée sont en raison inverse de ces vitesses. C'est par ce moyen, indiqué par D. Bernouilli, que Hachette a obtenu les résultats cités plus haut.

Dans la pratique, la dépense pendant l'unité de temps se calcule au moyen de la formule $D = msv$; dans laquelle m représente le rapport constant entre la vitesse théorique et la vitesse effective, ou le rapport entre les aires de l'orifice et de la section contractée. D'après les expériences de Bossut, Michelotti et Hachette, faites sur l'eau, on a $m = 0,62$, et la formule devient

$$D = 0,62\, s \sqrt{2gH} = 2,75\, s \sqrt{H}.$$

243. Explication de la contraction. — Pour expliquer le phénomène de la contraction de la veine, on a remarqué que les molécules liquides qui sortent près du contour de l'orifice, ont leur vitesse diminuée par le frottement, ce qui n'a pas lieu pour celles qui passent près du centre. Toutes celles qui franchissent en même temps l'orifice n'arrivent donc pas au même instant à une certaine distance; là, il y a moins de molécules qu'à l'orifice, et la section minimum se produit à l'endroit où, sous l'influence de leur cohésion mutuelle, elles ont pris une vitesse commune. Mais si cette action au contour de l'orifice a une influence sur le phénomène, elle ne peut être que très-faible, car la vitesse déduite de l'amplitude du jet n'en est pas modifiée sensiblement, et la dépense n'est pas diminuée quand l'épaisseur des parois est prononcée.

La cause principale de la contraction vient de la direction, oblique au plan de l'orifice, que prennent les molécules liquides qui se portent de tous côtés vers cet orifice, *m*, *m* (*fig.* 176). Celles qui, situées dans le voisinage de l'axe, s'avancent normalement à la paroi, sont troublées et même arrêtées en partie dans leur marche, de manière que la dépense n'est plus que celle qui correspond à un orifice dont la section serait *n*. Ces mouvements autour de l'orifice sont rendus visibles au moyen de sciure de bois. Quand l'orifice est pratiqué dans une paroi verticale, on remarque que, au-dessous de l'orifice, les particules marchent de bas en haut, entraînées, sous l'influence de la cohésion, par les molécules qui sortent normalement. Si la contraction augmente avec la charge, c'est que les filets obliques agissent d'autant plus efficacement que leur vitesse est plus grande, pour arrêter les molécules qui marchent normalement à l'orifice.

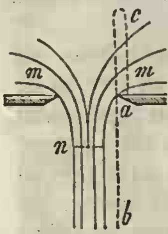


Fig. 176.

244. D'après cette explication, tout ce qui peut agir sur la direction des filets liquides doit modifier la contraction, et par conséquent la dépense. C'est, en effet, ce qui a lieu. Ainsi, la viscosité du liquide, sa densité d'où dépend la force vive de projection des filets obliques, et, enfin, d'après M. Izarn[1], la tension superficielle, ou tendance au resserrement d'un cylindre étroit, comme nous le verrons (259), ont une influence marquée. C'est pour cela que l'alcool à 46° centésimaux s'écoule plus vite que l'eau pure par un orifice en mince paroi. Dans une expérience de M. Izarn, l'orifice circulaire ayant $0^{mm},8$ de diamètre, il fallut pour abaisser de $11^{mill.}$ le niveau du réservoir, 290 secondes pour l'eau, et 270 seulement pour l'alcool à 46°; tandis que le temps devrait être le même, d'après la théorie (236).

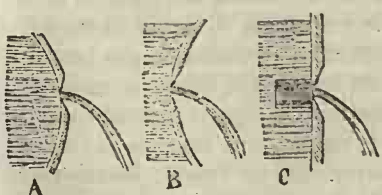


Fig. 177.

La forme de la paroi dans le voisinage de l'orifice a aussi une influence notable, signalée par D. Bernouilli, et confirmée par Hachette. Ainsi, quand la paroi est convexe en dehors, A (*fig.* 177), la dépense est plus grande que lorsqu'elle est plane, et, dans ce dernier cas, plus grande que lorsqu'elle est

1 *Journal de Physique*, de M. d'Almeida, t. IV, p. 167 (1875).

concave, B; les molécules qui convergent vers l'orifice se rencontrant et se gênant d'autant plus, que leurs directions s'écartent davantage de la normale.

On diminue aussi la dépense, en fixant dans l'intérieur du vase, C, un tube submergé, même de grand diamètre. Borda a obtenu ainsi une dépense moitié de celle qui se déduit du principe de Torricelli, et Hachette, avec un tube intérieur à bords tranchants, de $49^{mm},3$ de longueur et de $1^{mm},19$ de diamètre, a produit une diminution de 60 pour cent, sous une charge de 240^{mm} d'eau.

245. Contraction partielle. — L'explication qui précède est confirmée par les expériences de M. Bridone, sur la *contraction partielle*[1], qu'il obtient en disposant intérieurement, sur l'un des côtés de l'orifice, une lame rectangulaire normale à la paroi, *ca* (*fig.* 176); la veine est alors limitée de ce côté, par la ligne *ab*. Si $n : p$ est le rapport entre la partie du contour ainsi armée, et le périmètre total, la valeur de m, dans la formule $D = msv$, devient, pour un orifice rectangulaire,

$$m_r = m\left(1 + 0{,}15230\,\frac{n}{p}\right); \qquad \text{et} \qquad m_c = m\left(1 + 0{,}12799\,\frac{n}{p}\right),$$

pour un orifice circulaire; m étant toujours le coefficient de contraction correspondant à l'orifice entièrement dégarni. Par exemple, si les $\frac{2}{5}$ de l'orifice circulaire sont armés, on aura $m_c = 0{,}6517$, en prenant $m = 0{,}62$. Il résulte de là qu'un orifice pratiqué tout près du fond ou d'une paroi latérale d'un vase fournira une plus grande dépense que s'il était éloigné de ces surfaces.

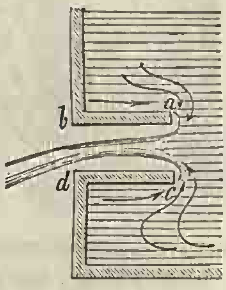


Fig. 178.

Si tout le contour de l'orifice est armé, et si le tube que forme l'armature, *bc* (*fig.* 177) est d'abord fermé en *ac* par une plaque, puis ouvert brusquement, la veine reste séparée de ce tube, l'orifice est en réalité en *ac*, et il se produit une contraction bien plus prononcée qu'en mince paroi; de manière que la dépense peut être réduite de moitié. Cela se conçoit facilement, les molécules du liquide devant se replier d'une manière compliquée pour se rendre à l'orifice. Du reste, la vitesse donnée par l'amplitude du jet est toujours égale à $\sqrt{2gH}$, ce qui montre que le déficit sur la dépense provient uniquement de la contraction; et l'on a

$$m = 0{,}555 \quad \text{et} \quad D = 0{,}555\, s\sqrt{2gH}\,.$$

Il est à remarquer que la veine se détache sur le contour extérieur *ac* du tube, dont la tranche n'est pas mouillée. Si l'on ferme un instant l'orifice en *bd*, le

[1] *Bibliothèque universelle de Genève* (1837), t. IX, p. 160.

tube *bc* se remplit d'eau, et le liquide sort ensuite en adhérant aux parois intérieures. Il n'y a plus de contraction, et cependant la dépense est moindre qu'en mince paroi, à cause du trouble au passage en *ac* et du frottement dans l'intérieur du tube. On a, dans ce cas $m = 0,767$.

246. Influence de la forme de l'orifice sur la dépense. — On admet généralement que la forme de l'orifice n'a pas d'influence sur la dépense, pourvu qu'il n'y ait pas de parties rentrantes sur son contour; ce qui a été vérifié par Hachette, sur des orifices de même section, triangulaires, elliptiques, ou en forme de secteur circulaire. Cependant, Castel et d'Aubuisson ont trouvé que, dans le cas des faibles charges, la dépense est plus grande par un orifice rectangulaire que par un orifice circulaire ou carré.

247. Sections de la veine sortant d'orifices non circulaires. — Dans ce cas, la veine présente, aux diverses distances de l'orifice, des formes différentes, souvent bizarres, qui se rattachent aux mêmes principes que la contraction, et dont l'étude peut servir à confirmer l'explication que nous en avons donnée.

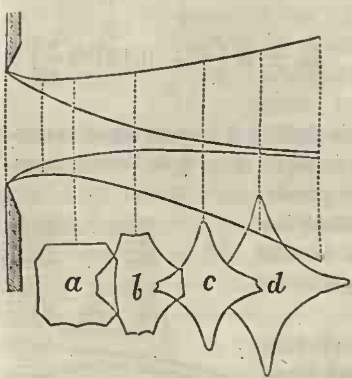


Fig. 179.

Quand l'orifice est circulaire, les sections successives de la veine sont aussi des cercles. Mais s'il présente la forme d'un polygone régulier, les faces de la veine sont concaves jusqu'à la section contractée, où la concavité devient nulle après avoir atteint un maximum, puis elles deviennent convexes, et l'on dit qu'il y a *inversion*. S'il y a un angle rentrant sur le contour de l'orifice, la veine présente un sillon, qui disparaît à la section contractée, pour se transformer au delà en une arête saillante.

Bossut annonce, dans son *Hydrodynamique*, que la veine qui sort par un orifice carré présente, à une certaine distance, une section carrée dont les angles correspondent aux côtés de l'orifice, et réciproquement. Poncelet et Lesbros ont étudié en détail ce phénomène, sur une veine sortant d'un orifice carré de 20^{cm} de côté, pratiqué en mince paroi verticale. Le maximum de contraction avait lieu à une distance égale à une fois et demie la largeur de l'orifice. La *fig.* 179 représente le profil de la veine; *a*, *b*, *c*, *d* sont des sections faites à des distances de l'orifice égales à 11, 20, 30 et 40 centimètres, et qui montrent comment l'*inversion* se fait graduellement.

Magnus a fait de nombreuses expériences sur la forme de la veine sortant verticalement par des orifices de forme variée [1]. La *fig.* 180 représente cette

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLVII, p. 390.

forme, dans le cas d'un orifice carré, et d'un orifice triangulaire, avec des sections faites à différentes distances de l'orifice.

Pour expliquer ces divers effets, Magnus remarque que, les molécules de liquide voisines du contour de l'orifice se portant obliquement vers ses bords, leur vitesse peut se décomposer en deux autres, l'une verticale et l'autre horizontale. Quand la molécule est sortie de l'orifice, la pesanteur augmente la composante verticale, pendant que la composante horizontale est diminuée par la résistance des filets liquides verticaux lancés par les parties centrales de l'orifice, et par le choc des filets obliques venant des points opposés du contour. Ces deux résistances sont d'autant moins efficaces que les points opposés du bord de l'orifice sont plus éloignés l'un de l'autre. Si donc l'orifice n'est pas circulaire, les molécules venant des points du contour les plus éloignés du centre de figure auront une vitesse horizontale plus grande que les autres, et refouleront celle-ci latéralement. De là la troncature des angles de la veine sortant d'un orifice carré. Les formes de la section au-delà du niveau *n* sont le résultat de la combinaison des impulsions horizontales, avec la cohésion qui tend à donner à la veine une section circulaire. — Si l'on arme l'orifice intérieurement, les molécules ne possèdent plus que des vitesses verticales, et l'on voit la veine prendre, sous l'influence de la cohésion, une forme circulaire, à une très-petite distance de l'orifice.

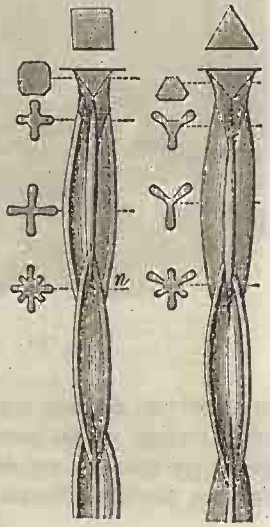


Fig. 180

248. Pouce d'eau. — Dans la distribution des eaux, les fontainiers se servent d'une unité de mesure, nommée *pouce d'eau*, qui représente la quantité qui passe *en une minute*, par un orifice circulaire en mince paroi verticale, ayant un pouce de diamètre, sous une charge de *une ligne* au-dessus de l'orifice, ou de 7 lignes au-dessus de son centre. Cette quantité est égale à 13,333 litres; ce qui donne, par heure, 799,98 litres, ou à peu près 800 litres, et enfin 19,199 mètres cubes en 24 heures. — Le *demi-pouce d'eau* est la quantité qui s'écoule en une minute, quand l'orifice a un demi-pouce de diamètre; il ne représente que le *quart* du pouce d'eau. De même, le *quart de pouce* ne représente que $\frac{1}{16}$, et la *ligne d'eau*, que $\frac{1}{144}$ du pouce d'eau; la charge au-dessus du centre étant toujours de 7 lignes.

De Prony, pour mettre cette mesure en harmonie avec le système métrique, a donné à l'orifice un diamètre de 2^{cm}; l'a garni d'un tube normal de 17^{mm}, de longueur, et a pris pour charge, 2^{cm} au-dessus de sa partie supérieure. La quantité d'eau fournie en 24 heures est alors de 20 mètres cubes, et en une minute de 13,888 litres. On a conservé à cette quantité, le nom de *pouce d'eau*.

249. Cuvette de jauge. — Pour évaluer le nombre de pouces d'eau fournis par une source, une machine hydraulique, etc., on fait arriver l'eau dans un réservoir *ab* (*fig.* 181), dont les parois sont percées d'orifices situés dans un même plan horizontal, et ayant la dimension qui correspond au *pouce d'eau*. En dedans, est un repère placé à la hauteur que doit atteindre le niveau pour que chaque orifice donne le pouce d'eau. En fermant plus ou moins de ces orifices, on arrive, par tâtonnement, à faire monter le niveau jusqu'à ce repère; et la source fournit alors autant de pouces d'eau qu'il reste d'orifices ouverts. Les cloisons *nn*, dites *cloisons de calme*, qui ne vont pas jusqu'au fond du réservoir, sont destinées à empêcher l'agitation produite par l'arrivée de l'eau, de se faire sentir près des orifices.

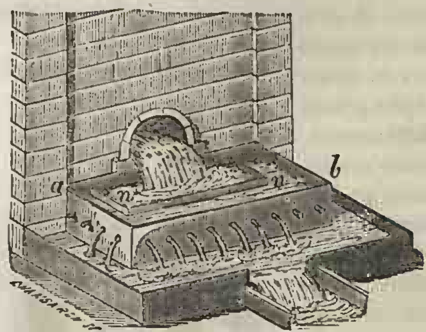


Fig. 181.

Des expériences faites par d'Aubuisson prouvent que la dépense de chaque orifice n'est pas modifiée par le voisinage des autres. Ce résultat ne paraît pas toujours vrai pour les fortes charges, comme il résulte d'expériences faites aux écluses du canal du Midi. Il peut arriver, dans ce cas, que la dépense par une ouverture devienne moindre quand on en ouvre une autre à proximité. Cet effet s'explique par les perturbations apportées dans les mouvements du liquide qui se précipite vers une des ouvertures, et par ceux du liquide qui s'élance dans une direction différente pour se rendre à l'autre ouverture.

II. Écoulement par les ajutages et les tuyaux.

250. Écoulement par les ajutages. — Par un orifice en mince paroi, la dépense effective est moindre que la dépense théorique, à cause de la contraction de la veine. On peut, au contraire, augmenter notablement la dépense, en adaptant *à l'extérieur des orifices*, des tubes de différentes formes, nommés *ajutages*, que le liquide doit traverser avant de s'échapper.

L'augmentation de la dépense, par les ajutages, était connue des Romains; Poléni et Venturi l'ont étudiée avec soin. Poléni faisait sortir l'eau d'un même réservoir, successivement par différents ajutages coniques ou cylindriques, ayant tous la même ouverture extérieure, mais dont la partie appliquée au réservoir présentait des dimensions très-différentes. Il trouva qu'il fallait pour remplir un certain vase, $4^m\ 36^s$ par un orifice circulaire en mince paroi de 26 lignes de diamètre; et un temps moindre avec des ajutages de 92 lignes de long, ayant toujours 26 lignes de diamètre à la sortie. L'ouverture du côté du réservoir étant

$$26^{\text{lignes}},\qquad 118^{l},\qquad 60^{l},\qquad 42^{l},\qquad 33^{l},$$

les temps furent

$$3^{m}\,7^{s},\qquad 3^{m}\,4^{s},\qquad 3^{m},\qquad 2^{m}\,57^{s},\qquad 2^{m}\,57^{s}.$$

On voit que l'écoulement le plus rapide a lieu par l'ajutage conique dont les bases diffèrent le moins. Le moins rapide est donné par l'ajutage cylindrique, qui cependant l'emporte encore sur l'orifice en mince paroi.

Venturi a fait une multitude d'expériences sur le même sujet. Il prit un vase assez grand, dans lequel il maintint un niveau constant, à 32 pouces 6 lignes au-dessus du centre d'un orifice de 18 lignes de diamètre. Il constata d'abord qu'un ajutage, ayant exactement la forme de la veine contractée, ne changeait pas la dépense, qui fut de 4 pieds cubes en 41^{s} comme lorsque le liquide sortait en mince paroi. Il adapta ensuite un ajutage cylindrique dont la longueur était égale à trois fois le diamètre de l'orifice, et le même volume d'eau sortit en 31^{s}. Il prit aussi un ajutage formé de deux troncs de cône réunis par leur petite base, dont le premier se moulait exactement sur la veine en se terminant à la section contractée, et dont le second avait 148 lignes de longueur et 27 lignes de diamètre à l'ouverture de sortie. Les 4 pieds cubes d'eau ne mirent que 21^{s} à sortir. La dépense théorique étant représentée par 1, la quantité d'eau écoulée en mince paroi était 0,64, et par l'ajutage conique, $0{,}64 \times \frac{41}{21} = 1{,}25$. La dépense était donc augmentée par cet ajutage, de $\frac{1}{4}$ de celle que donne la théorie, et de 0,61 de celle que fournit l'expérience en mince paroi.

Un ajutage conique qui s'élargit à partir de la paroi, peut donner une dépense plus grande que l'ajutage cylindrique, quand l'angle au sommet du cône n'est pas trop grand. Pour un angle de 16°, la dépense est diminuée. Elle est maximum pour un angle de 3°. On peut, avec un ajutage conique évasé, doubler la dépense qui serait donnée par le même orifice en mince paroi.

La dépense peut être diminuée, au contraire, avec des ajutages très-longs, ou présentant des changements fréquents de diamètre; les frottements et les chocs près des étranglements gênant le mouvement du liquide.

251. Adhésion avec l'ajutage. — L'augmentation de la dépense par les ajutages suffisamment courts et bien polis en dedans, n'a lieu que lorsque le liquide, adhérant aux parois du tube, coule à plein tuyau, à *gueule-bée*, suivant l'expression des fontainiers. Car, si, la veine devenant libre, l'adhésion n'avait pas lieu, la dépense resterait la même qu'en mince paroi. Ainsi, d'après Hachette, le mercure pur s'échappe par un tube de fer, comme si ce tube n'existait pas [1]; mais si ce liquide est mêlé d'étain, qui étame l'ajutage et fait que le mercure peut le mouiller, la dépense est augmentée. Avec l'eau, un tube enduit de cire bien sèche n'a aucune influence sur la dépense; mais si l'on parvient à faire que

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. I, p. 202, et III, p. 78.

l'eau mouille la cire, la dépense devient plus grande. D. Bernouilli avait déjà remarqué que la veine se dilate dans un ajutage conique divergent, l'eau glissant sur les parois auxquelles elle adhère.

Toutes les circonstances qui tendent à augmenter la contraction de la veine tendent évidemment à la détacher de l'ajutage, et à rendre son influence nulle. La séparation doit donc finir par s'effectuer quand on augmente la charge, ce qui augmente aussi la contraction (240). C'est, en effet, ce qui résulte des expériences de Hachette. La pression capable de vaincre l'adhérence est d'autant plus petite que l'ajutage est plus court. Elle est aussi plus faible pour un ajutage conique évasé que pour un ajutage cylindrique, et d'autant plus que l'angle au sommet du cône est plus ouvert. En faisant tomber l'eau dans un récipient dont il avait extrait l'air, Hachette a vu l'adhésion cesser; la pression de l'air extérieur à la surface du réservoir équivalant à une colonne d'eau d'environ 10 mètres, pression qui n'existait pas à l'orifice. Cette expérience rentre donc dans le cas où la charge est très-grande. Mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que, si l'on fait rentrer l'air dans le récipient, l'adhésion ne se rétablit pas; d'où l'on doit conclure qu'elle se produit au premier moment de l'écoulement du liquide.

Quand la charge est faible, l'adhésion a toujours lieu. Pour les charges moyennes, elle peut être établie aussi facilement qu'elle peut être détruite; il suffit, pour produire ces changements, du moindre ébranlement, du plus petit obstacle.

Il peut, du reste, y avoir contraction de la veine pendant l'adhésion, comme on peut le voir, au moyen d'un ajutage cylindrique de verre. On peut le reconnaître encore en employant un ajutage qui se moule sur la veine contractée en dépassant la section minimum; on trouve que la dépense est la même qu'avec l'ajutage cylindrique.

Dans la pratique, on calcule la dépense, D, par seconde, avec les ajutages cylindriques de longueur égale à 3 ou 4 fois leur diamètre, par la formule

$$D = 0,82\, s \sqrt{2gH} = 3,62\, s \sqrt{H},$$

dans laquelle s représente l'aire de l'orifice, et H la charge.

252. Écoulement dans les tuyaux de conduite. — La vitesse d'écoulement des liquides n'est augmentée par les ajutages que lorsqu'ils sont très courts. Quand, au contraire, la longueur est très-grande par rapport au diamètre, la vitesse est diminuée par les frottements, et devient beaucoup plus petite que la vitesse théorique. C'est ce qui a lieu dans les tuyaux de conduite. Plus le tuyau est étroit, et les changements de direction, brusques et multipliés, plus l'écoulement est ralenti. Aussi, a-t-on soin d'éviter les angles, ou de les remplacer par des contours arrondis, et de rendre l'intérieur aussi uni que possible, pour atténuer les frottements.

La longueur du tuyau a évidemment une grande influence sur la vitesse. Couplet, dans ses expériences sur les aqueducs de Versailles, a trouvé qu'un tuyau de fer, de 4 pouces de diamètre et de 1800 pieds de longueur, donnait 2 pouces 63 lignes d'eau en une minute, le niveau du réservoir étant à 9 pouces au-dessus de l'ouverture de décharge ou de sortie; tandis que, dans le même temps, il en eût coulé 8 pouces et $\frac{1}{5}$, ou à peu près quatre fois autant, par une portion très-courte du même tuyau. Pour un tuyau de 6 pouces de diamètre de même longueur et sous une charge de 5 pouces et $\frac{1}{4}$ au-dessus de l'orifice de décharge, la quantité sortie était de 10,50 pouces; tandis qu'elle eût été de 10,75 pouces, par un tronçon très-court du même tuyau. Le rapport étant de $42:43$, on voit que l'influence du frottement est bien moins marquée que pour un tuyau de deux pouces de diamètre; ce qu'il était facile de prévoir.

Bossut a trouvé que, pour un même tuyau horizontal sous la même charge, les dépenses, en temps égal, sont à peu près en raison inverse des racines carrées des longueurs. Quand le tuyau est très-long, il peut même se faire que le liquide tombe goutte à goutte à l'extrémité, sans manifester de vitesse d'impulsion, quoique la charge au-dessus de l'orifice soit considérable.

253. Résultats pratiques. — La dépense par seconde, pour les tuyaux de conduite rectilignes, de diamètre uniforme et entièrement ouverts à l'extrémité, est donnée par la formule

$$D = 20,8\sqrt{\frac{Hd^5}{l + 5\ d}}, \qquad [1]$$

dans laquelle H est la charge au-dessus de l'orifice de sortie, d le diamètre, et l la longueur du tuyau. Cette formule a été déduite des expériences de M. Eytelwein. La *vitesse* s'obtient en mesurant le volume d'eau sorti pendant une seconde, et l'égalant à une colonne ayant pour base la section intérieure, et pour longueur la vitesse v cherchée; on a donc

$$D = \tfrac{1}{4}\pi d^2 v, \qquad \text{d'où} \quad v = \frac{4D}{\pi d^2} = 26,44\sqrt{\frac{Hd}{l + 54d}}. \qquad [2]$$

Quand la conduite est très-longue, on néglige $54d$ devant l, et l'on tire des formules [1] et [2]

$$[3] \qquad d = 0,298\sqrt[5]{\frac{lD^2}{H}}, \qquad \text{et} \quad v = 26,79\sqrt{\frac{Hd}{l}}. \qquad [4]$$

Dans la formule [4], le coefficient numérique a été un peu modifié par de Prony, qui l'a vérifiée sur des conduites allant jusqu'à 2280 mètres. La formule [3] fait connaître le diamètre d qu'il faut donner à un tuyau de longueur l pour qu'il fournisse, en une seconde, une dépense égale à D.

La vitesse varie d'une section à l'autre, quand le diamètre intérieur du tuyau n'est pas partout le même; elle est toujours en *raison inverse du carré du diamètre*, ou de l'aire de la section au point considéré. Cette loi, connue sous le nom de *règle de Castelli*, a été énoncée pour la première fois par Léonard de Vinci.

Lorsque le tuyau plonge dans l'eau, il est évident qu'il faut compter la hauteur H, à partir du niveau du réservoir qui reçoit le liquide.

Enfin, quand le tuyau est terminé par des bouches d'eau, ajutages, robinets, qui en rétrécissent l'ouverture, la dépense, quand la vitesse dépasse $0^m,50$, est donnée par la formule

$$D = 20,73 \sqrt{\frac{Hd^5}{l + 35,47 \frac{d^5}{m^2\delta^2}}},$$

dans laquelle δ est le diamètre de l'ajutage, et m le coefficient de contraction qui le concerne.

234. Jets d'eau. — C'est au moyen de tuyaux faisant communiquer un réservoir élevé avec des orifices par lesquels l'eau peut s'élancer de bas en haut, que sont produits les jets d'eau. La conduite passe ordinairement sous terre, au moins dans le voisinage du jet. L'extrémité relevée verticalement qui porte la *lumière*, se nomme la *souche*.

Un jet vertical, de quelque liquide qu'il soit formé, s'élèverait jusqu'au niveau du réservoir qui fournit l'eau, s'il n'y avait aucune espèce de résistance. Cela résulte du principe de Torricelli et de ce fait (115), qu'un corps lancé verticalement de bas en haut s'élève à la hauteur d'où il devrait partir pour acquérir en tombant, la vitesse qu'il possède au point de départ. Jamais le jet n'arrive à cette hauteur, ce qui tient à plusieurs causes : le frottement de la colonne d'eau dans le tuyau de conduite et à l'orifice de sortie, la résistance de l'air sur le jet, et, pour les jets verticaux, la rencontre des parties qui retombent, avec celles qui s'élèvent, ce que l'on peut éviter en inclinant un peu le jet.

Les deux premières causes seraient moins sensibles avec des liquides plus denses que l'eau. D'après les historiens arabes, parmi les merveilles du palais de Zehra, construit par Abderam III à deux milles de Cordoue (dixième siècle), on admirait une gerbe de vif-argent jaillissant dans un bassin d'albâtre[1]. Si le mercure eût été remplacé par de l'eau, ce dernier liquide eût jailli un peu moins haut que le premier.

Mariotte et Desaguliers ont fait beaucoup d'expériences sur les meilleures règles à suivre dans la construction des jets d'eau : 1° Pour rendre insensible le frottement dans les tuyaux, on les fait assez gros pour que la vitesse de l'eau n'y soit que de 2 ou 3 décimètres par seconde. 2° On évite les coudes le plus possible, ou bien on arrondit les contours. 3° L'orifice, ou *lumière*, doit être circulaire, et pratiqué en mince paroi dans une plaque nommée *platine*, fixée horizontalement à l'extrémité du tuyau.

Quand la platine doit donner une gerbe, on y pratique plusieurs orifices, et

[1] *Précis historique sur les Maures d'Espagne*, par Florian.

on lui donne une forme convexe. Les ajutages coniques ou cylindriques diminuent la hauteur du jet. Pour les premiers, elle n'est que de 0,8 à 0,9 de celle qui aurait lieu en mince paroi, et pour les ajutages cylindriques, de 0,66 à peu près. Ces derniers donnent, de plus, un jet trouble dès son origine, tandis qu'il est transparent comme une colonne de cristal, avec un ajutage conique, et surtout avec un orifice en mince paroi.

Les jets les plus gros s'élancent le plus haut, la résistance de l'air et celle qui se produit au contour de l'orifice étant relativement moins sensible. Aussi, les jets très-élevés sont-ils généralement gros. Voici quelques résultats obtenus par Mariotte, et qui donnent la différence entre la hauteur du réservoir et celle du jet sortant d'une lumière de 6 lignes de diamètre. Pour un jet d'eau de

5, 10, 15, 30, 50, 100 pieds,

il faut que le niveau du réservoir dépasse celui de l'orifice, de

5 pieds 1 pouce; 10p 4p; 15p 9p; 33p; 58p 4p 133p 4p.

Des expériences de Mariotte et des siennes, Bossut déduit que les différences entre les hauteurs des jets verticaux et des réservoirs, sont sensiblement entre

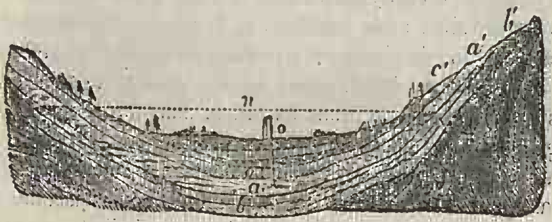


Fig. 182.

elles comme les carrés des hauteurs des jets. L'expérience a donné 0,01 pour coefficient, et la formule qui exprime la hauteur h du jet sous une charge H, est $h = \mathrm{H} - 0{,}01\ \mathrm{H}^2$. En mêlant à l'eau une certaine quantité d'air que l'on fait arriver dans la lumière, on peut obtenir un jet qui s'élève au-dessus du niveau du réservoir, le mélange d'eau et d'air étant plus léger que l'eau pure. Mais on ne réussit qu'avec des jets médiocres.

235. Puits artésiens. — On nomme ainsi des trous de sonde pratiqués verticalement dans le sol, et par lesquels l'eau jaillit, parce qu'elle vient d'un réservoir naturel dont le niveau est plus élevé que l'orifice du puits. On sait que les matériaux qui composent les parties superficielles du globe sont ordinairement disposés en couches ou *strates*, *bb'*, *aa' cc'* (*fig.* 182), superposées, toujours suivant le même ordre, dans les divers pays. Souvent ces couches ne sont pas horizontales. Elles se relèvent et s'appuient sur le flanc des montagnes, où leurs tranches b', a', c' apparaissent, et elles forment ainsi ce qu'on nomme des *bassins géologiques*. Il y a de ces couches qui sont composées de graviers ou de débris, à travers lesquels l'eau peut circuler; d'autres, au contraire, sont imperméables, comme celles qui sont formées d'argile, de roches compactes.

Supposons que la couche a soit perméable, et les couches b et c, imperméables; les eaux pluviales qui descendent sur le flanc des montagnes, en b', a', c', pénétreront dans la couche $a'a$, et s'accumuleront dans les parties les plus basses, de manière à former une *nappe* souterraine dont le niveau supérieur n pourra se trouver plus élevé que la surface du sol au point o. Si l'on fore en ce point, jusqu'à la couche a, l'eau jaillira d'autant plus haut que la distance on sera plus considérable. Comme l'eau engagée dans la couche aa' éprouve beaucoup de résistance pour se déplacer à travers les substances agglomérées qui la composent, la hauteur du jet est beaucoup plus petite que on.

Les puits forés étaient connus des anciens. Olympiodore cite ceux des oasis de Lybie. On en voyait en Egypte, en Syrie, en Perse, en Chine. Les habitants du désert de Sahara en font usage depuis un temps immémorial. Le premier qu'on ait vu en France a été foré, en 1126, à Lillers, en Artois, d'où le nom de *puits artésiens*. Ce n'est qu'en 1818 qu'ils ont commencé à se répandre dans toute la France. Parmi les plus profonds, nous citerons celui qui a été foré en 1841 à l'abattoir de Grenelle, à Paris, dans lequel la sonde a pénétré à 548^{m}. La couche aquifère est formée d'un sable verdâtre, et la couche imperméable supérieure est composés d'un banc de pierre calcaire qui a en cet endroit 450^{m} d'épaisseur. Le puits de Passy, foré en 1861, prend son eau dans la même couche, et s'enfonce à plus de 580^{m}. Nous citerons encore le puits foré de Mondorff, dans le Luxembourg, qui n'a pas moins de 730^{m} de profondeur.

On a utilisé l'eau des puits forés pour alimenter les fontaines publiques, pour les irrigations, pour faire mouvoir des machines. Depuis quelques années, les Français en ont foré un grand nombre en Afrique, sur la lisière du grand désert, les uns dans les oasis, dont la fertilité avait disparu après l'engorgement des puits creusés par les habitants; les autres formant des séries pénétrant dans le désert, et destinés à en faciliter le parcours.

256. Bélier hydraulique. — Si l'on ferme brusquement le robinet de décharge d'une longue conduite, il se produit un choc qui peut crever le tuyau. Ce choc est le résultat de la vitesse acquise et de l'inertie de la longue colonne d'eau qui remplit la conduite; toutes les parties de cette colonne se pressent les unes sur les autres, et la résistance des parois détruit tout à coup leur force vive.

Le *bélier hydraulique* est une application heureuse de cet effet. Cette machine, destinée à élever l'eau, a été inventée par Montgolfier, qui en a conçu l'idée, en voyant l'eau des ruisseaux et des torrents s'élever au-dessus de son niveau, en avant des obstacles qui s'opposent à son cours. En c (*fig.* 183) est un long tuyau, nommé le *corps du bélier*, par lequel arrive l'eau d'un réservoir plus ou moins élevé. A l'extrémité opposée au réservoir, se trouve la *tête du bélier*, composée de plusieurs parties : 1° la *soupape d'arrêt* S, s'ouvrant de haut en bas, et formée d'une matière dont la densité est à peu près double de celle de l'eau ; 2° le tube *t*, qui fait suite au tuyau *c*, et est muni d'une ou plusieurs soupapes *r*, *r*, qui s'ouvrent de manière à permettre à l'eau de s'introduire dans le récipient en fonte F ; 3° le tuyau d'ascension T.

L'eau arrivant par le tuyau *c*, passe par l'ouverture de la soupape S que son poids maintient abaissée, et s'écoule ensuite par le canal D. La vitesse de cette eau va en s'accélérant, de manière qu'elle vient bientôt frapper le dessous de la soupape S avec assez de force pour la soulever et la fermer. L'écoulement se trouve ainsi brusquement interrompu, et il en résulte, à cause de la vitesse acquise du liquide dans la conduite *c*, un choc ou *coup de bélier*, qui chasse l'eau par les soupapes *r*, *r*, et la fait monter dans le tuyau d'ascension T, à une hauteur qui dépend, non-seulement de l'élévation du réservoir, mais surtout de

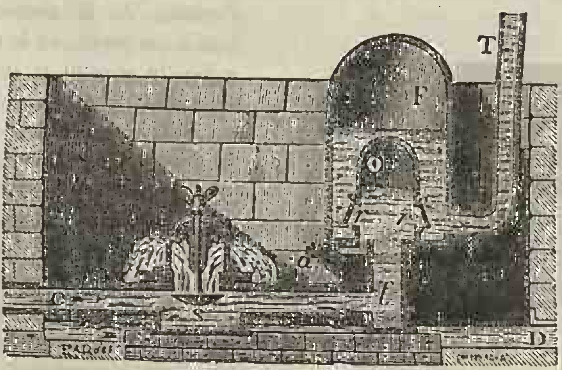


Fig. 183.

la quantité de mouvement de la colonne affluente. Plus cette colonne est longue, plus l'effet est énergique. Après le choc, la vitesse étant détruite, la soupape S retombe par son poids, l'eau recommence à sortir, la vitesse s'accélère, et un nouveau coup de bélier se produit, qui lance une nouvelle quantité d'eau dans le tuyau T ; et ainsi de suite.

La course de la soupape d'arrêt S se règle par tâtonnement de manière à obtenir le plus d'effet possible, au moyen d'une vis adaptée à sa tige. Le réservoir F renferme de l'air destiné à rendre l'ascension de l'eau plus régulière. Cet air se comprime pendant chaque coup de bélier, et agit ensuite par sa force de ressort, pour continuer à pousser l'eau dans le tuyau T. En *a* est un tube qui contient une soupape s'ouvrant de dehors en dedans, et qui est destinée à renouveler l'air que l'eau entraîne peu à peu soit mécaniquement soit en le dissolvant ; après chaque coup de bélier, il y a une réaction qui fait un peu rebrousser la colonne qui a produit le choc ; les soupapes *r*, *r* se ferment, et un peu d'air est aspiré par la soupape a. Cet air passe ensuite, de l'espace O, dans le réservoir F, au coup de bélier suivant.

Le bélier hydraulique donne plus de 60 pour cent d'effet utile ; mais il ne peut être exécuté sur une trop grande échelle, les secousses tendant à en disloquer les pièces, d'autant plus promptement que ses dimensions sont plus considérables. L'un des plus grands béliers se trouve à Senlis ; le corps a $0^m,203$ de diamètre intérieur, et 8 mètres de longueur. La chute n'est que de $0^m,976$, et cependant 269 litres d'eau par minute sont élevés à une hauteur de $4^m,55$. Comme la source fournit 1987 litres, l'effet utile est à peu près 0,63.

257. Pression exercée par les liquides en mouvement. — Quand un liquide est en mouvement dans une conduite ou dans un ajutage, la pression exercée sur leurs parois n'est pas la même que dans l'état de repos ; elle est d'autant moindre, généralement, que la vitesse est plus grande. D. Bernouilli a démontré que *la pression en un point est égale à la pression hydrostatique* H, *diminuée de la hauteur* H′ *du liquide qui produirait la vitesse qui a lieu en ce point si le tuyau s'y terminait.* Il résulte de là que la pression $H - H'$ sera d'autant plus petite que la vitesse effective sera plus grande. Si $H = H'$, c'est-à-dire si la vitesse effective est égale à la vitesse théorique, la pression sera nulle. Si enfin la vitesse effective est plus grande que la vitesse théorique, comme cela a lieu dans les ajutages, $H - H'$ sera négatif ; ce qui veut dire que les parois du tube seraient tirées de dehors en dedans si le liquide ne pouvait s'en séparer. D. Bernouilli, auquel cette conséquence n'avait pas échappé, l'exprimait en disant qu'il y a succion, et Venturi a vérifié le fait, en adaptant à un ajutage cylindrique (*fig.* 184) un tube recourbé mn plongeant dans l'eau par son extrémité inférieure. Il vit le liquide monter dans ce tube jusqu'en un point n, ce qui indiquait une pression dans l'intérieur de l'ajutage, moindre que la pression de l'air extérieur. Dans les ajutages coniques, qui augmentent la dépense plus que les ajutages cylindriques, le liquide s'élève encore plus haut dans le tube mn, et si ce tube est suffisamment court, l'eau soulevée peut monter jusque dans l'ajutage et se mêler à celle qui s'en échappe.

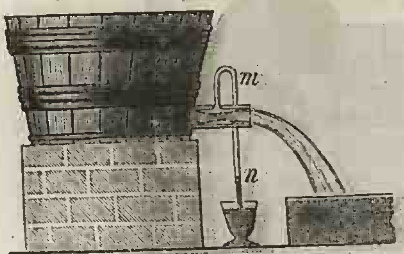


Fig. 184.

Le principe de D. Bernouilli n'a pas été sanctionné par des expériences assez nombreuses. Dalembert l'a attaqué en soutenant que, *dans le vide*, la pression s'exerce toujours de dedans en dehors et ne peut être négative. Mais il suffit de considérer que la valeur négative indique précisément qu'il n'y a plus de pression, mais un effort de traction vers l'axe de l'ajutage, qui ne se produit qu'après que la pression est devenue d'abord nulle, pour $H = H'$.

Pour expliquer la diminution de pression des liquides en mouvement, remarquons que les molécules, entraînées parallèlement à l'axe du tube, sont poussées dans ce sens les unes par les autres, et n'ont pas le temps, dans leur passage d'une position à la suivante, de s'étendre complétement dans le sens transversal pour presser normalement les parois. Alors la pression n'est pas la même dans tous les sens autour d'un point, comme dans l'état d'équilibre; elle est plus grande dans la direction du mouvement que dans la direction perpendiculaire. C'est cette diminution de pression, due au mouvement, qui fait que dans les rivières à courant rapide, la section transversale de la surface est bombée, la vitesse étant plus grande au milieu que près des bords, où, la profondeur étant moindre, les résistances sont plus grandes.

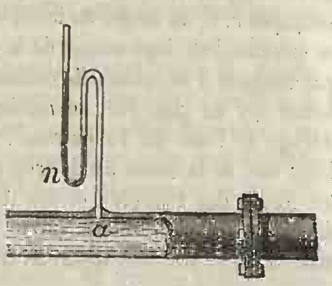


Fig. 185.

258. Dans les longs tuyaux, on peut mesurer la pression en un point *a* (*fig.* 185), au moyen d'un tube recourbé en S, contenant du mercure dans la partie *n*. La différence des niveaux dans les deux branches indique la différence entre la pression intérieure, et la pression extérieure de l'atmosphère; et l'on trouve que la pression intérieure diffère d'autant plus de celle qui aurait lieu en l'état d'équilibre, que la vitesse est plus grande.

Si le diamètre du tuyau n'est pas partout le même, la pression varie d'un point à un autre. Généralement, il y a augmentation de pression, au passage d'une partie large à une partie plus étroite, et diminution quand une partie large succède à une partie plus étroite. Dans ce dernier cas, si le passage se fait brusquement, il peut y avoir succion, c'est-à-dire que, si l'on venait à percer le tuyau au commencement de la partie plus large, l'air extérieur aspiré par l'ouverture serait entraîné dans la conduite.

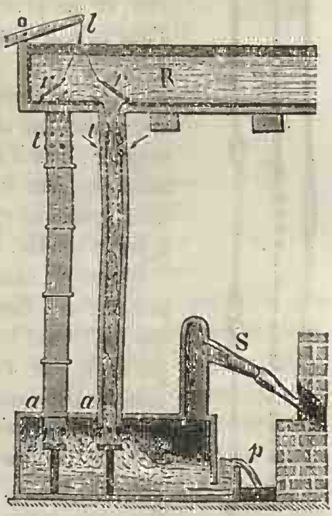


Fig. 186.

259. Trompes. — On a tiré parti du fait qui précède, pour construire une machine soufflante très-simple, connue sous le nom de *trompe*. Cette machine consiste en un ou plusieurs tuyaux verticaux *ta*, *ta* (*fig.* 186), ordinairement en bois, recevant par leur partie supérieure l'eau d'un réservoir R. Ces tuyaux sont rétrécis en *t*, de manière à présenter d'abord la forme d'un entonnoir. Au-dessous de ce rétrécissement, appelé *étranglion*, sont pratiqués un certain nombre de trous obliques *t*, *t*, nommés *aspirateurs* ou *trompilles*. Quand on soulève les soupapes *r*, *r*, au moyen du levier *ol*, l'eau se précipite dans les tuyaux verticaux et entraîne l'air logé autour de la colonne liquide à la hauteur des aspirateurs, par lesquels il se renouvelle continuellement. La colonne d'eau vient ensuite se briser sur un plan fixe, ou *tablier*, disposé dans une caisse fermée, et l'air se dégage de l'eau qui l'a entraîné, pour s'échapper par le canal S, pendant que l'eau sort de la caisse par le trop-plein *p*. — Les trompes sont employées dans les forges des Pyrénées et des Alpes, et en général dans les localités où l'on dispose d'une chute d'eau élevée. Elles donnent au plus 15 pour cent d'effet utile, mais ce sont des appareils très-simples, et très-économiques.

IX. Constitution de la veine liquide en mince paroi.

260. Veine sortant par un orifice circulaire. — La veine liquide lancée par un orifice circulaire en mince paroi, verticalement ou obliquement, se compose de deux parties : l'une limpide, transparente et semblable à une baguette de cristal, l'autre trouble et gonflée. Cette partie trouble se montre aussi dans le vide; ce qui prouve qu'elle n'est pas produite par un mélange d'eau et d'air, comme on l'a cru longtemps. Savart a reconnu qu'elle n'est pas continue, mais qu'elle est composée de gouttes séparées les unes des autres. En effet, si l'on y fait passer rapidement une carte, il arrive souvent qu'elle traverse sans se mouiller ; si on la maintient dans la veine, on sent des pulsations, tandis que dans la partie unie, on sent une pression constante ; enfin, quand on opère avec le mercure, on peut voir à travers la partie trouble, malgré l'opacité du liquide.

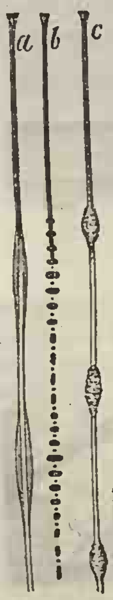


Fig. 187.

Quand on examine la partie trouble, on remarque qu'elle présente des étranglements et des renflements successifs, *a* (*fig.* 187), qui conservent la même position, quoique produits par du liquide qui se renouvelle continuellement. De plus, la veine semble contenir un tuyau très-fin enveloppé par les ventres, qui paraissent eux-mêmes composés de cônes lamelleux emboîtés les uns dans les autres. Savart, auquel nous devons ces observations, a aussi trouvé la cause de ces apparences [1]. Il a reconnu que la partie trouble est produite par des gouttes séparées, qui changent périodiquement de forme en s'étendant et se rétrécissant alternativement dans le sens transversal, de manière que chaque goutte présente la même forme au moment où elle arrive en

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LIII, p. 337.

un point déterminé de la veine, *b* (*fig.* 187). Les apparences de lames coniques emboîtées proviennent de ce que cette égalité de forme et de dimensions n'est pas rigoureusement exacte. Enfin, l'apparence d'un tuyau dans l'axe de la partie trouble, est produite par des gouttelettes qui se trouvent entre les grosses gouttes dont nous venons de parler.

Pour observer cette constitution de la veine liquide, Savart, puis M. Billet-Délis, ont employé des méthodes fondées sur certains principes relatifs à la vision, dont nous parlerons dans l'*optique*. Matteucci arrive au même résultat, en éclairant vivement la veine au moyen d'une étincelle électrique, qui n'a pas de durée appréciable, de manière que les parties de la veine ne changent ni de forme ni de position pendant qu'elles sont ainsi éclairées.

Fig. 188.

Pour montrer comment une série de gouttes oscillantes et assez rapprochées peut donner l'apparence d'un jet continu avec renflements, Savart a fait tomber le liquide goutte à goutte au moyen du petit appareil représenté dans la *fig.* 188. AB est un vase cylindrique, rempli d'eau, et muni d'un robinet *r*, portant à sa partie inférieure un orifice en mince paroi *o*, de 2 ou 3 millimètres de diamètre. Cet orifice est suivi d'un tube vertical *oc*, de 1 centimètre de diamètre, et de 6 à 7^{cm} de longueur. Si l'on ouvre un peu le robinet *r*, l'air s'introduit, le liquide tombe goutte à goutte, et les gouttes qui se détachent sont de même grosseur, puisqu'elles se trouvent toutes dans les mêmes conditions en quittant l'ouverture *c*. En plaçant un écran noir derrière le chemin qu'elles parcourent, et en les éclairant vivement, on aperçoit, quand il s'en détache 5 environ par seconde, un jet à renflements fixes *cd*, d'une limpidité et, en apparence d'une continuité, parfaites. Les renflements, d'abord de plus en plus longs, deviennent sensiblement égaux à partir du 14^e environ. Quand le jet est vivement éclairé, on aperçoit aussi un filet mince intérieur, produit par de petites gouttes intermédiaires, et présentant également des renflements, mais plus rapprochés que ceux du jet principal.

Fig. 189.

On saisit le mode de formation des gouttes, en n'ouvrant que très-peu le robinet *r*. On remarque alors que le liquide arrivé à l'extrémité du tube *oc* (*fig.* 189), forme une masse arrondie *ab*, qui grossit peu à peu, puis s'allonge tout à coup pour projeter une goutte G de 5 à 6 millimètres de diamètre, constamment suivie d'une autre, *g*, beaucoup plus petite. La masse *ab* se relève en même temps, pour reprendre une forme arrondie, la position d'équilibre est dépassée, et la surface *ab* oscille, tout en grandissant, jusqu'à ce qu'il se détache une nouvelle goutte, suivie d'une plus petite. On remarque aussi que, au moment de la séparation, la goutte G est effilée à sa partie supérieure; puis elle se contracte subitement, par l'effet de la cohésion, pour prendre la forme sphérique, et avec tant d'énergie qu'elle lance des gouttelettes dans différentes directions. Les changements périodiques des gouttes sont dus évidemment, à ce que goutte devenue sphérique dépasse la forme d'équilibre, de manière qu'un aplatissement dans le sens vertical succède à l'allongement originel. Les oscillations dans la veine liquide ont une toute autre origine, comme nous allons le voir, après avoir d'abord expliqué la division de la veine en gouttes à une certaine distance de l'orifice.

261. I. CAUSES DE LA DIVISION DE LA VEINE. — Autrefois, on expliquait cette division de la manière suivante. Considérons deux tranches voisines sortant verticalement de l'orifice, et soit θ le temps très-petit qui sépare les instants de leur sortie. Si l'une de ces tranches a marché pendant le temps t, l'autre, au même moment, aura marché pendant le temps $t+\theta$, et les espaces parcourus seront (115)

$$e=vt+\tfrac{1}{2}gt^2, \quad \text{et} \quad e'=v(t+\theta)+\tfrac{1}{2}g(t+\theta)^2; \quad \text{d'où} \quad e'-e=(v+\tfrac{1}{2}g\theta+gt)\theta,$$

v représentant la vitesse du liquide à sa sortie de l'orifice. La différence des espaces e, e' augmente avec t; d'où l'on concluait que les deux tranches, s'éloignant de plus en plus l'une de l'autre, finiraient par se séparer, puis prendraient la forme sphérique, sous l'influence de la cohésion.

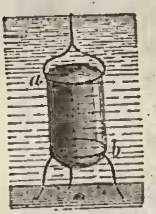


Fig. 190.

Cette explication, longtemps regardée comme satisfaisante, ne peut se concilier avec ce fait, que la séparation a encore lieu quand la veine est lancée de *bas en haut*. En outre, M. Plateau fait observer que, vu la cohésion du liquide, l'accroissement de la différence des vitesses doit simplement rendre la veine de plus en plus effilée, et non en provoquer la rupture. Ayant alors étudié pas à pas les phénomènes, cet habile physicien est parvenu à trouver la véritable explication de la constitution de la veine liquide[1], en partant de ses propres expériences sur une masse liquide suspendue dans un milieu de même densité, entre deux anneaux égaux et parallèles (169).

262. Division d'un cylindre liquide en sphères. — M. Plateau a d'abord reconnu que, pour que la masse liquide comprise entre les deux anneaux soit terminée par une surface latérale cylindrique, il faut que le rayon des segments sphériques a, b (*fig.* 190), qui dépassent les anneaux, soit double du rayon de ces anneaux. Il montre ensuite que, si le cylindre liquide présente un diamètre moindre que 3,6 fois la hauteur environ, on le voit s'étrangler peu à peu, soit

[1] *Mém. de l'Ac. des sc. de Bruxelles*, t. XXIII (1849), et *Ann. de ch. et de ph.* 3e série, t. XXX, p. 210.

en haut, soit en bas (*fig.* 191), et se séparer bientôt en deux masses inégales. La séparation, qui s'effectue de même quand on remplace les anneaux par des disques qui limitent le cylindre par des bases planes, se fait de la manière suivante : lorsque les deux masses semblent prêtes à se séparer, on les voit refluer rapidement vers les anneaux ou les disques, mais en laissant entre elles un filet cylindrique *ab* (*fig.* 191), qui s'étrangle lui-même en *a* et *b*, et donne bientôt une sphérule *m* de quelques millimètres de diamètre. Deux autres sphérules très-petites *c*, *c*, montrent que la séparation de la sphérule *m* d'avec les masses, s'est faite aussi par des effilements. — Ces phénomènes se produisent également avec des liquides soumis à l'action de la pesanteur : par exemple, si l'on enfonce dans l'éther l'extrémité arrondie d'une baguette de verre, et qu'on la retire avec précaution, il se forme, au moment de la séparation de la goutte qu'emporte le verre, une très-petite sphérule qui roule sur la surface de l'éther.

L'expérience suivante, due à M. Rodwell, se rattache au même sujet[1]. Une sphère d'huile, de 4 à 5^{cm} de diamètre, est mise en suspension dans un alcool que l'on chauffe en dessous. La chaleur se communique lentement, et bientôt la partie inférieure de la sphère d'huile, se trouvant plongée dans un liquide rendu moins dense par la dilatation, tend à descendre, la masse s'allonge, s'étrangle vers le milieu et se divise en deux masses, séparées par un mince filet. Ce filet se rompt enfin, et la masse inférieure tombe lentement, sous forme d'un ellipsoïde, dont l'axe vertical s'allonge et se raccourcit alternativement, pendant que le filet se résout en plusieurs petites gouttes.

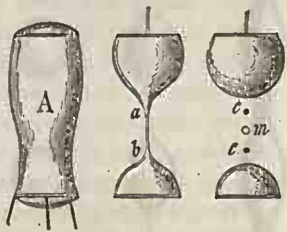


Fig. 191.

Après avoir considéré un court cylindre liquide, M. Plateau a montré, par deux méthodes principales, qu'un cylindre de grande longueur tend à se partager par l'effet de la cohésion en une série de sphères isolées. Il emploie pour cela deux méthodes principales.

1° On enfonce dans un alcool un peu moins dense que l'huile, le bec, ayant 3 millimètres de diamètre, d'un entonnoir, et l'on y verse de l'huile, qui sort d'abord en formant une colonne continue; mais quand la vitesse de sortie se ralentit, on voit la colonne se résoudre rapidement en une série de sphères également espacées et sensiblement égales, entre lesquelles se trouvent des sphérules. Si ce phénomène ne se produit pas tout d'abord, c'est que, le changement de figure se faisant graduellement dans les différentes tranches quand la vitesse est trop grande, ce changement ne peut être sensible pendant le temps très-court que met chaque tranche à atteindre le fond du vase.

2° Sur une lame de verre bien horizontale, on pose deux glaces verticales

[1] *Philos. Magazine*, t. 33, p. 109, et *Ann. de Ch. et Ph.* 4e série, t. XIII, p. 471.

parallèles, entre lesquelles on verse un peu de mercure; puis on rapproche les glaces de manière que le mercure vienne toucher deux fils de cuivre de 1 millimètre de diamètre, opposés l'un à l'autre, et entre lesquels le mercure forme une petite colonne horizontale. Les extrémités de cette colonne adhèrent aux fils de cuivre, dont la tranche a été amalgamée, c'est-à-dire mouillée de mercure. Une couche de vernis recouvre l'amalgame qui s'étend ordinairement sur les parties latérales. On écarte ensuite les fils l'un de l'autre avec précaution, jusqu'à ce que la colonne, qui s'allonge peu à peu, ait une épaisseur verticale égale à son épaisseur horizontale. Alors la pesanteur est insensible, et l'on peut regarder la colonne comme cylindrique. Les lames parallèles étant ensuite réunies par des bandes de fer, au moyen de vis et d'écrous, on en forme un système invariable, qui est muni d'une tige verticale guidée par son passage à travers un tube vertical fixe. Cette disposition permet d'enlever les deux lames ensemble et dans une direction bien verticale. On voit alors la colonne de mercure devenue libre, se diviser en une série de petites sphères à peu près égales. Le nombre de ces sphères varie un peu, d'une expérience à l'autre; mais les variations sont assez petites pour qu'on puisse les considérer comme dues aux incertitudes du mode d'opération. Il en est de même de la régularité des sphères, qui n'est pas toujours parfaite.

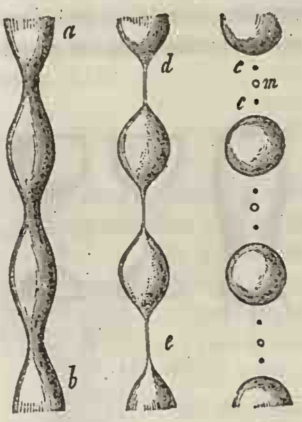


Fig. 192.

Voici comment M. Plateau rend compte de cette division du cylindre liquide. Ce cylindre commence par présenter des renflements équidistants, *ab* (*fig.* 192), séparés par des étranglements, qui se resserrent de plus en plus, et se changent en un mince filet, *de*. Ce filet éprouve les mêmes modifications que le cylindre, mais en ne présentant que deux étranglements; ceux-ci se convertissent à leur tour en deux filets plus déliés, qui se brisent, en donnant lieu à deux sphérules isolées *c*, *c*, pendant que le renflement donne une sphérule plus grande *m*. Après la rupture des derniers filets, les grosses masses prennent la forme de sphères. Les sphérules se voient, dans les expériences que nous venons de citer, faites avec l'huile ou le mercure.

M. Félix Plateau réalise la division d'un cylindre liquide en globules par un moyen très-simple. Il plonge dans un liquide un fil de coton bien mouillé d'avance et tendu sur un arc de bois, et le retire, dans la position horizontale. Ce fil reste recouvert de globules un peu allongés dans le sens du fil, et réguliers, surtout quand on opère dans l'huile, avec laquelle ils présentent un demi-millimètre de diamètre. Si l'on retire verticalement le fil d'abord plongé dans le liquide, on obtient des résultats analogues, seulement les globules descendent sous l'influence de la pesanteur. Enfin, on peut suivre leur formation en employant une baguette de métal de moins d'un millimètre d'épaisseur, que l'on retire verticalement bien mouillée, d'un vase plein d'huile, avec une vitesse convenable; on voit la couche liquide qu'elle emporte s'étrangler de distance en distance, puis former des masses séparées, que leur poids fait descendre.

263. Lois des divisions. — M. Plateau appelle *divisions* du cylindre liquide, les portions de ce cylindre dont chacune produit une sphère. Pendant la transformation, la masse qui correspond à une *division* se trouve comprise entre les cercles de gorge de deux étranglements successifs. L'expérience a conduit aux lois qui suivent :

1° Les longueurs des divisions, dans les cylindres de même liquide, sont entre elles comme les diamètres de ces cylindres. — 2° Pour le mercure, le temps compris entre le commencement de la transformation et l'instant de la rupture des filets, est sensiblement proportionnel au diamètre du cylindre; loi qui s'applique très-probablement à l'eau et à tous les liquides peu visqueux.

Explication de la division de la veine. — Supposons d'abord que la veine tombe verticalement par un orifice en mince paroi. Dès qu'une portion de liquide a franchi la section contractée, elle commence à obéir aux *forces figuratrices* et à présenter des étranglements, qui dessinent les divisions, descendent rapidement en se prononçant, et bientôt il y a séparation en sphères et sphérules. Jusqu'au point où la séparation s'effectue, le passage rapide devant l'œil des renflements et étranglements, fait que la veine paraît unie; seulement elle paraît plus grosse près du point où s'effectue la séparation, parce que les renflements sont là très-prononcés. — Du reste, pendant la chute libre et en l'absence de tout obstacle, la pesanteur n'apporte aucun obstacle aux actions des forces figuratrices.

Il résulte de cette théorie, que la transformation ayant lieu pendant la descente des *divisions*, si nous négligeons l'accélération à partir de l'orifice : 1° la longueur de la partie continue devra être proportionnelle à la vitesse de sortie, ou à la racine carrée de la charge (235); 2° à égalité de charge, la longueur de la partie continue devra être proportionnelle au diamètre de l'orifice, puisque le temps nécessaire pour effectuer la séparation est lui-même proportionnel à ce diamètre. Or, des mesures directes avaient conduit Savart à la découverte de ces deux lois, qu'il donne comme approximatives, comme cela doit être évidemment, à cause de la contraction de la veine, et de l'accélération à partir de l'orifice, d'autant plus sensible que la vitesse est plus petite.

264. II. CAUSES DES OSCILLATIONS DES GOUTTES. — Les oscillations des gouttes constituent un phénomène accidentel résultant de mouvements vibratoires imprimés au liquide à sa sortie, par le vase lui-même auquel se transmettent les vibrations produites par le choc des gouttes contre le corps sur lequel elles tombent, et aussi d'une multitude d'ébranlements propagés par le sol, particulièrement dans les grandes villes. Pour le prouver, Savart a montré que : 1° en l'absence de tout ébranlement, la veine paraît cylindrique dans la partie discontinue; 2° que des vibrations communiquées au vase, par l'intermédiaire de l'air, ou mieux directement, rendent les renflements plus prononcés.

1° Pour opérer en l'absence de tout ébranlement, Savart s'est servi de l'appareil suivant : A (*fig.* 193) est un gros tube de verre, de $1^m,58$ de hauteur, et R et S deux réservoirs fermés, dont on peut extraire l'air par le robinet *r*. En *o* est un orifice en mince paroi pouvant se fermer au moyen d'une petite vanne, par l'intermédiaire d'une tige *l* qui traverse des lames de cuir gras. La veine liquide se brise sur une planche épaisse placée presque verticalement, afin d'éviter les vibrations dues au choc des gouttes sur le liquide du réservoir S. Les résultats sont sensiblement les mêmes, dans l'air, et dans le tube A quand on y a fait le vide par le robinet *r*. Mais si l'on a soin de poser le pied de l'appareil sur du drap replié sur lui-même un grand nombre de fois, la partie limpide est très-allongée et effilée, comme on le voit en *ac* (*fig.* 193), et la partie discontinue ne présente plus de renflements, mais seulement de légères bosselures, *cb*, changeant à chaque instant de position. De plus, son diamètre est notablement moindre que celui des renflements qui se montrent quand l'appareil n'est pas isolé.

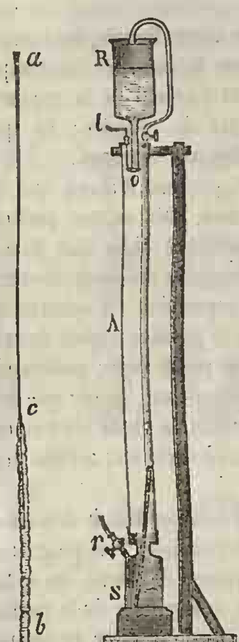


Fig. 193.

Si l'on fait tomber la veine sur une membrane tendue, on entend un son produit par le choc des gouttes, les ventres reparaissent, et la partie limpide se raccourcit.

2° **Influence des vibrations communiquées.** — Les changements périodiques de la forme des gouttes sont assez rapides pour engendrer un son très-faible, qui est le même dans tous les points de la veine. Si on la reçoit sur une membrane, ou sur le fond d'un vase de métal, capable de donner seul ce même son, ou un son peu différent, le choc des gouttes le produit, à quelque hauteur que l'on place l'obstacle dans la partie trouble. Savart a reconnu que le nombre de vibrations correspondant au son produit, est proportionnel à la vitesse d'écoulement, et en raison inverse du diamètre de l'orifice ; ce qui est bien d'accord avec ce que nous avons vu plus haut (263) ; le nombre des gouttes qui frappent la membrane en une seconde, étant égal au nombre de *divisions* qui passent par l'orifice pendant le même temps.

Si l'on produit dans le voisinage, un son continu à l'unisson de celui de la veine, les renflements sont plus prononcés et plus réguliers, comme on le voit en *c* (*fig.* 187) ; ils naissent plus haut, et la partie limpide se raccourcit, quelquefois de plus des deux tiers. Un violon placé à 20 mètres produit cet effet d'une manière prononcée. Les sons à l'octave et à la quinte graves, la tierce mineure, la quarte et l'octave aiguës agissent comme l'unisson, mais moins fortement. Depuis, Magnus a reconnu que tous les sons influencent les veines, quand ils sont suffisamment intenses et la charge assez faible. La dépense n'est, du reste, jamais modifiée.

265. Point où naissent les vibrations. — Le mouvement vibratoire prend naissance à l'orifice même. En effet, les sons voisins agissent sur le réservoir qui contient le liquide, et non sur la veine elle-même; car cette influence a lieu quand la veine tombe dans le vide, le réservoir S (*fig.* 193) n'étant pas isolé. En outre, si l'on appuie un diapason ou un violon donnant le même son que la veine, sur le bord du réservoir ou sur son support, les renflements montent beaucoup plus haut, et la partie limpide se réduit à presque rien. S'il n'y a pas unisson, la veine peut y être amenée, même quand le diapason est à une quinte au-dessus, ou à plus d'une octave au-dessous.

A ces preuves données par Savart, Magnus a ajouté l'expérience suivante : on fixe la plaque qui porte l'orifice, à l'extrémité d'un tube de caoutchouc, et on la soutient par des coussins non élastiques; les sons voisins n'ont plus alors d'influence sur la veine, tandis que cette influence se montre dès qu'on interpose entre la plaque percée et le réservoir, une tige de bois capable de transmettre les vibrations.

266. Explication des oscillations des gouttes. — M. Plateau remarque d'abord que les mouvements vibratoires communiqués à l'orifice, s'accomplissent perpendiculairement à son plan. Les tranches liquides qui sortent sont donc tantôt poussées au-dehors, et alors la tranche qui sort est renflée transversalement; tantôt ramenées en dedans, quand les bords de l'orifice accomplissent leur mouvement de retour, et alors la tranche est resserrée latéralement. La veine se trouve donc divisée en renflements et étranglements. Si le son qui provoque les vibrations de l'orifice est à l'unisson de celui que rend le choc de la veine sur une membrane, les *divisions* dues aux vibrations sont égales à celles que produisent les *forces figuratrices*, et elles coïncident bientôt, les dernières n'ayant pas de positions fixes, et les deux sortes d'actions se gênant mutuellement tant qu'il n'y a pas coïncidence. On conçoit dès lors que ces deux actions réunies détermineront une séparation en gouttes, plus prompte que celle qui aurait lieu sous l'influence des forces figuratrices seules. De là le raccourcissement de la partie limpide sous l'influence d'un son voisin. Quant aux oscillations des gouttes, elles ne sont autre chose que celles qui sont communiquées par l'orifice, et qui se perpétuent dans les divisions après leur séparation en masses isolées. — Ces oscillations contribuent aussi au raccourcissement de la partie continue; car les masses, en s'aplatissant de haut en bas, tendent à se séparer, par cela seul, des masses voisines. On voit aussi pourquoi la partie trouble commence toujours par un renflement.

Quand les vibrations à l'orifice ne sont pas d'accord avec celles que produit le choc de la veine, les effets, moins marqués, le sont d'autant plus que les vibrations diffèrent moins. En effet, il y a coïncidence entre les deux espèces de division, d'autant plus fréquemment que le rapport entre les nombres de vibrations par seconde est plus simple. En l'absence de tout ébranlement, les gouttes sont sensiblement sphériques, car la partie trouble paraît cylindrique, comme nous l'avons vu plus haut (264).

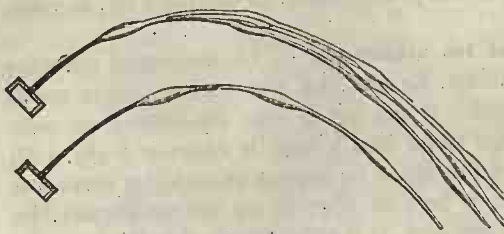


Fig. 193.

267. Veines lancées obliquement. — Savart a reconnu que les veines, lancées horizontalement ou obliquement par des orifices en mince paroi, ne diffèrent pas essentiellement de celles qui sont lancées verticalement de haut en bas; seulement la partie trouble est formée de plusieurs séries de gouttes, décrivant des paraboles distinctes, *dans le même plan vertical*. Sous l'influence d'un son convenable, on aperçoit deux jets munis de renflements; un autre son donne trois jets (*fig*. 194). Il y a toujours un nombre de vibrations pour lequel on n'a qu'un seul jet; et c'est alors que la partie continue se raccourcit le plus. La séparation en gouttes séparées s'explique ici comme dans le cas de la veine verticale; car la courbure de la veine n'empêche pas l'action des forces figuratrices, comme M. Plateau l'a, du reste, constaté directement par l'expérience qui suit : on suspend dans l'alcool un anneau en fil de fer contenant une masse lenticulaire d'huile (168); on aspire l'huile au moyen d'une petite pompe, la masse devient très-mince au milieu, puis se perce, et le liquide se retire rapidement vers le contour, où il forme un anneau liquide. Cet anneau se résout spontanément en une série de petites masses à peu près sphériques que le fil de fer traverse comme les perles d'un collier.

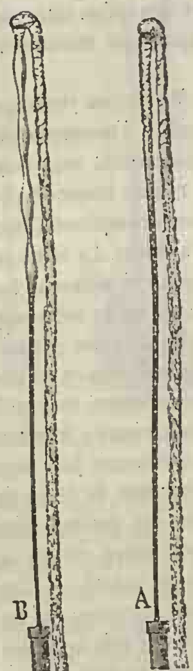


Fig. 195.

Quant à la séparation de la partie trouble en plusieurs jets, M. Plateau l'attribue à des irrégularités dans les divisions, qui font que les gouttes n'ont pas des vitesses égales au moment de leur séparation, de sorte que l'amplitude de leurs trajectoires paraboliques est différente. Magnus trouve la cause de ces irrégularités dans des vibrations parallèles à l'orifice; vibrations que l'on perçoit, en touchant la plaque qui porte l'orifice, quand elle est fixée à l'extrémité d'un tuyau en caoutchouc.

Un son produisant des divisions d'accord avec celles des forces figuratrices, régularise les mouvements à la sortie; toutes les gouttes sont alors lancées avec la même vitesse, et l'on n'a plus qu'un seul jet. Le son qui donne deux jets est l'octave grave du son de la veine, et celui qui donne trois jets en est la quinte grave, qui correspond à des vibrations trois fois moins rapides. Après avoir constaté ces faits par l'expérience, M. Plateau est arrivé à expliquer d'une manière très-vraisemblable la formation du double et du triple jet.

Quand une veine est lancée verticalement de bas en haut, elle présente la *même* constitution, et un son convenable régularise les renflements de la partie trouble, B (*fig.* 195). Quand le son cesse, le jet prend l'aspect A.

V. Choc des veines liquides.

268. CHOC D'UNE VEINE LIQUIDE CONTRE UN PLAN. — Les recherches les plus étendues sur le choc des veines liquides, ont été faites par Savart[1]. Quand une veine sortant d'un vase cylindrique vertical, par un orifice en mince paroi, tombe

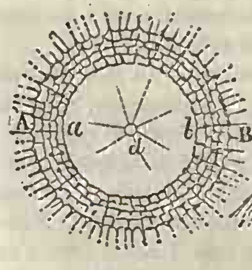


Fig. 196.

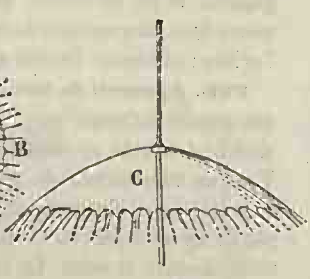


Fig. 197.

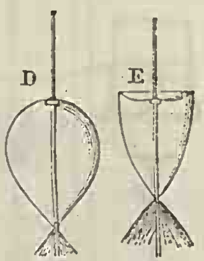


Fig. 198.

verticalement au centre d'un disque horizontal *d* (*fig.* 196), le liquide se répand dans tous les sens en formant une *nappe* circulaire AB, dont la partie centrale *ab* est mince et transparente, et la partie extérieure A*a*, B*b*, plus épaisse, trouble et couverte de stries rayonnantes, coupées par d'autres qui sont circulaires. Le contour extérieur de cette partie trouble, que Savart désigne sous le nom d'*auréole*, est garni d'aspérités qui lancent une foule de gouttelettes. Avec un disque de 27^{mm} de diamètre, un orifice de 12^{mm} distant du disque de 20^{mm}, la *nappe auréolée* AB a environ 600^{mm} de diamètre.

Cette nappe s'abaisse et s'élève périodiquement en produisant un son bas et sourd, et ses bords sont le siége d'un mouvement vibratoire dans le sens du rayon, capable de produire un son quand ils rencontrent une membrane.

A mesure que le niveau baisse dans le réservoir, la partie transparente *ab*

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LIV, pp. 55 et 113.

augmente de diamètre, et la largeur Bb de l'auréole diminue, pour disparaître entièrement quand la charge n'est plus que de 60 à 62cm. La nappe est alors entièrement transparente, et convexe en dessus, C (*fig.* 197); sa courbure devient de plus en plus prononcée, et quand la charge n'est plus que de 32 à 33cm la nappe se ferme entièrement et présente la forme d'une surface de révolution D (*fig.* 198), qui se resserre jusqu'à ce que la pression soit arrivée à 10 ou 12cm. La forme change alors subitement, la partie supérieure devient concave, comme on le voit en E; presque aussitôt la première forme reparaît, puis la concavité supérieure; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à ce que la nappe, qui diminue toujours, finisse par disparaître. On voit alors se former, sur la couche d'eau qui recouvre le disque, de petites ondes fixes circulaires qui se montrent d'abord près du contour, puis augmentent de nombre jusqu'à ce que toute la surface en soit couverte. Alors ces ondes gagnent le jet lui-même, qui présente des renflements fixes, augmentant de nombre jusqu'à atteindre l'orifice; et bientôt l'écoulement cesse.

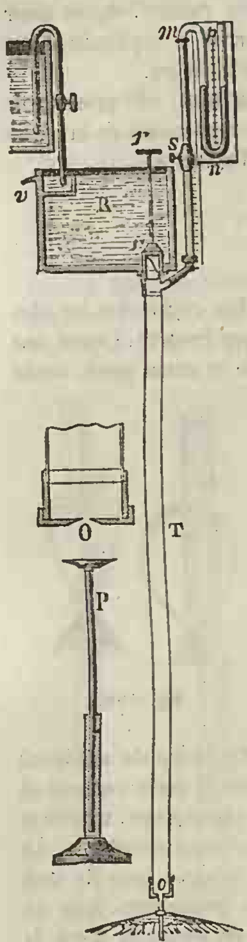


Fig. 199.

269. Appareil de Savart. — La pression ayant une grande influence sur ces phénomènes, Savart la modifie à volonté au moyen de l'appareil (*fig.* 199). T est un tube vertical de 4m,441 de longueur, portant en *o* une plaque munie d'un orifice en mince paroi, figuré à part en O, ainsi que le disque P que vient choquer la veine. Le tube T reçoit l'eau d'un réservoir R, à niveau constant, par un robinet *rr*. En ouvrant convenablement ce robinet, on peut faire en sorte que le niveau de l'eau reste constant dans la partie supérieure de la colonne *sTo*, dont la portion étroite *s* est graduée. Alors, la pression hydrostatique à l'orifice *o* est égale à la hauteur de la colonne d'eau qui se trouve au-dessus, diminuée de la différence de pression de l'air extérieur et de l'air logé en *m*, dans le manomètre à mercure *mnp*, différence donnée par la distance, transformée en eau, des niveaux du mercure dans les deux branches du manomètre. Cette pression diffère, mais très-peu, de celle qui existe réellement, à cause de l'état de mouvement de la colonne.

270. Résultats. — Les résultats qui suivent ont été obtenus à la température de 0°. — 1° Le diamètre des nappes auréolées augmente à mesure que la pression diminue. Savart est parti d'une pression de 7 atmosphères, obtenue au moyen d'air comprimé. — 2° Les *auréoles* sont d'autant plus larges, et leur surface couverte de stries circulaires d'autant plus régulières, que les orifices sont plus petits. — 3° Le son produit par le choc de l'auréole contre un corps solide est intense et très-pur pour les fortes pressions, et le nombre de vibrations paraît à peu près proportionnel à la vitesse de l'écoulement, comme pour les veines. — 4° Le diamètre de la nappe atteint, quand l'auréole disparaît, un *maximum*, de part et d'autre duquel il diminue; et cela pour des pressions d'autant plus faibles que l'orifice est plus grand. — 5° En général, la nappe se ferme à une pression égale à la moitié de celle qui donne la nappe maximum, et le diamètre des nappes fermées est sensiblement proportionnel au diamètre de l'orifice, quand celui-ci est compris entre 20 et 2^{mm}. — 6° La nappe se ferme à une pression d'autant plus faible, que l'orifice est plus grand. — 7° Pour les grands orifices, la nappe fermée est plus haute que large; c'est le contraire pour les petits orifices. Il doit donc y avoir une dimension pour laquelle la hauteur serait égale à la largeur.

Direction du jet. — Quand le disque est frappé normalement avec une

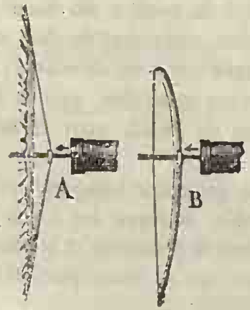


Fig. 200.

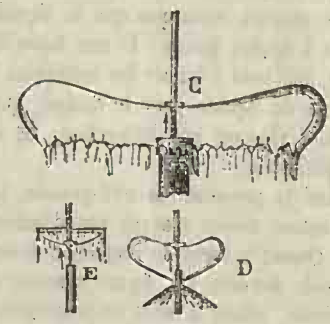


Fig. 201.

très-grande vitesse, la direction du jet n'a pas d'influence sur la figure de la nappe, qui présente alors, dans tous les cas, la forme d'un cône très-surbaissé dont le sommet est tourné du côté de l'orifice, A (*fig.* 200). Mais quand la pression est assez faible pour qu'il n'y ait pas d'auréole, l'effet de la pesanteur devient sensible, et la forme dépend de la direction du jet. On voit en B une nappe unie provenant d'un jet horizontal; et en C, D, E (*fig.* 201) d'autres nappes produites par un jet vertical *de bas en haut*, sous des pressions de plus en plus faibles.

Distance du disque. — L'augmentation de distance, du disque à l'orifice, produit l'effet d'un accroissement de pression. Celle-ci étant d'abord assez grande pour qu'il se forme une auréole, le diamètre de la nappe diminue si l'on éloigne le disque, et quand il arrive à l'extrémité de la partie continue de la veine, là où les renflements commencent à être sensibles, la partie limpide de la nappe se couvre d'ondes circulaires fixes, d'autant plus larges et saillantes qu'on est plus près de la partie divisée de la veine. Si la nappe est sans auréole, elle diminue encore de diamètre quand la distance augmente, et les ondes concentriques se produisent, même avant qu'on arrive au point de la veine où les renflements sont sensibles. Si en même temps le diamètre de l'orifice dépasse 5 ou 6^{mm}, comme l'auréole se produit à une pression d'autant plus petite que l'orifice est plus grand, il se forme une auréole quand on arrive à une certaine distance de l'orifice, et cette auréole disparaît au moment où l'on atteint l'extrémité de la partie continue de la veine. Enfin, si, la pression étant faible, la nappe est fermée, elle s'ouvre quand la distance augmente, puis diminue de diamètre, sans cesser d'être ouverte, jusqu'à l'apparition des ondes concentriques, qui se montrent quand la distance à l'orifice est égale à peu près au tiers de la longueur de la partie continue. Quand l'orifice est assez grand, on peut aussi obtenir une auréole.

Si le disque est placé dans la partie trouble, il n'y a plus de nappe, et le liquide est lancé périodiquement dans tous les sens en jets déliés, ce qui prouve une fois de plus que cette partie de la veine n'est pas continue.

271. Explication des phénomènes. — Pour expliquer la formation des nappes, Savart remarque que le liquide, arrivé à la surface du disque, est soumis à quatre forces : 1° une force de projection, provenant du choc sur le disque, qui tend à lancer les molécules liquides dans toutes les directions; 2° la cohésion du liquide pour le disque, qui fait que ces molécules, au lieu de se réfléchir, glissent sur la surface; 3° la cohésion du liquide pour lui-même; 4° la pesanteur.

Quand la pression est très-grande, la force de projection l'emporte, et, les deux autres forces n'ayant pas d'influence sensible, la nappe est à peu près plane. Quand la force de projection devient moindre, la pesanteur et la cohésion du liquide donnent une forme convexe à la nappe, qui se ferme par l'effet de la cohésion, quand la force de projection est très-faible.

Une expérience curieuse de M. F. Plateau montre bien cette influence de la cohésion du liquide pour lui-même. On lance obliquement, par un mouvement rapide du bras, de l'eau de savon contenue dans une capsule, de manière que le liquide s'étale en nappe. On voit celle-ci se déchirer en plusieurs parties qui se ferment rapidement en l'air, en formant des bulles pouvant atteindre 10^{cm} de diamètre.

Quant aux apparences que présentent les nappes auréolées, elles sont faciles à rattacher aux différentes circonstances que présente la constitution de la veine. Ainsi, la partie unie de la nappe correspond à la partie continue de la veine, et l'auréole, à sa partie trouble. Pour rendre cette comparaison plus évidente, Savart a produit des nappes auréolées, en faisant jaillir le liquide, sous forme de veine circulaire rayonnant en tous sens, par l'espace compris entre le plateau portant l'orifice et un disque très-rapproché. Une veine lancée par un orifice annulaire présente encore les mêmes phénomènes, et peut être regardée comme une nappe cylindrique. Pour compléter l'analogie, ajoutons que, si l'on appuie sur le réservoir un diapason donnant le même son que la nappe, le diamètre de la partie limpide se réduit presque de moitié (264).

Il y a cependant certaines différences. Ainsi, le son d'une nappe ne dépend pas, comme celui de la veine, du diamètre de l'orifice, et le son produit par le choc de l'auréole va en montant d'une quinte, quand le corps choqué marche du bord extérieur au bord intérieur, tandis que le son reste le même dans tous les points de la partie trouble de la veine. Enfin, celle-ci subsiste pour les faibles pressions, tandis que l'auréole finit par disparaître (268). Ces différences s'expliquent par la marche divergente des filets liquides sur le disque, et par l'adhérence du liquide avec la surface de ce dernier.

272. Influence du disque. — Pour montrer l'adhérence du liquide au disque, on fait varier la substance et le diamètre de ce dernier. Ainsi, avec un disque de bois taillé perpendiculairement aux fibres, la courbure est plus prononcée et la nappe plus unie et plus calme qu'avec un disque de laiton de mêmes dimensions. Si, la pression restant constante, le diamètre augmente à partir de celui de la veine pour lequel la nappe est nulle, celle-ci grandit en

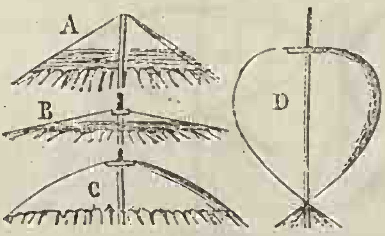


Fig. 202.

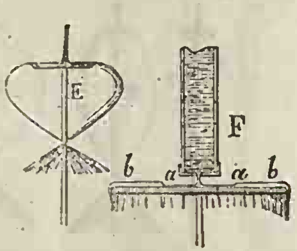


Fig. 203.

présentant d'abord une forme conique, A (*fig.* 202), puis se redresse, B, et diminue de diamètre en prenant une forme convexe en dessus, C, à cause du ralentissement qu'éprouvent les molécules par leur frottement sur le disque. Quand ce dernier est suffisamment grand, la nappe se ferme, D, et embrasse un volume d'autant plus petit que le disque est plus grand, E, (*fig.* 203). Enfin, si le disque est encore plus grand, il n'y a plus de nappe; le liquide tombe verticalement tout autour, F, en présentant sur les bords un bourrelet *b*, *b*, toute la vitesse de projection étant détruite par le frottement, quand le liquide arrive au bord. La couche mince centrale *aa* est d'autant plus grande que la pression est plus forte, et que les bords du disque laissent glisser l'eau plus facilement; car, si on les enduit d'un corps gras, la partie mince diminue d'étendue.

L'influence du diamètre devient évidente quand on remplace le disque par un triangle : si la pression est faible, la nappe présente la forme d'un trèfle dont les angles rentrants correspondent aux sommets du triangle, tandis qu'elle reste circulaire sous les pressions assez fortes pour qu'il y ait une auréole.

L'épaisseur du disque et l'état de ses bords modifient aussi la forme et les dimensions des nappes. Par exemple, on obtient, sous la même pression de 152 centimètres, les résultats A, B, C (*fig.* 204), avec des disques à bords arrondis de 6, 2, et 0^{mm},5 d'épaisseur. La nappe D (*fig.* 205) est produite par un disque à bords tranchants. Ces résultats, qui sont les mêmes dans le vide, montrent bien l'influence de l'adhérence au disque.

273. Influence de la température et de la nature du liquide. — L'influence de la température découle des explications qui précèdent. Savart a reconnu que, les diamètres du disque et de l'orifice restant constants, le diamètre de la nappe fermée atteint son maximum à la température de 4°. A 90°, ce diamètre est très-petit, et il décroît tellement vite en approchant de cette température, que l'on doit admettre qu'il serait nul à 100°, température de l'ébullition de l'eau.

Maximum et minimum de viscosité. — Vers 1° ou 2°, le diamètre est le même qu'à 90°, moindre qu'à 0°, et surtout qu'à 4°. Il semble donc que les molécules, pour venir de l'état liquide à l'état solide, doivent passer par une

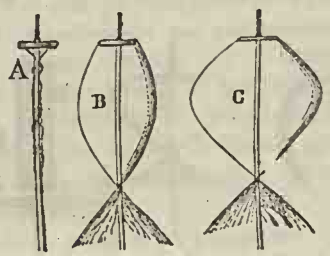


Fig. 204.

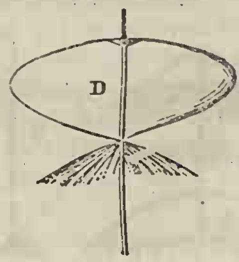


Fig. 205.

position d'équilibre instable, dans laquelle elles sont comme indifférentes, ce qu'indique la valeur minimum de la cohésion. Il y a donc un *maximum de viscosité* à 4°, quand la densité de l'eau est elle-même maximum, et un *minimum de viscosité* vers 1° ou 2°. Ces faits ont été reconnus par Savart, pendant l'hiver, sous diverses charges et avec différents orifices. Comme exemple, nous citerons les nombres suivants : avec un disque de 27^{mm} de diamètre, distant de 20^{mm} de l'orifice, le diamètre de la nappe, au moment où elle venait de se fermer, fut de 10^{cm}, 7^{cm}, 13^{cm} aux températures de 0°; 1°,3; 5°; la pression à l'orifice étant de 163^{cm}, 131^{cm}, 172^{cm}.

La chaleur agit aussi sur la forme de la nappe fermée; à 4°, au *maximum de viscosité*, elle présente la figure d'un ellipsoïde un peu aplati de haut en bas, tandis que, à des températures supérieures ou inférieures, sa courbe génératrice ressemble à une demi-lemniscate, D (*fig.* 198). — Au maximum de viscosité, les nappes auréolées sont aussi plus régulières qu'à toute autre température, et les nappes unies ouvertes, sont plus courbes et présentent sur leur contour des dentelures moins profondes.

En opérant sur différents liquides, Savart a reconnu que les nappes se ferment sous des pressions différentes, et avec des diamètres différents. La pression la plus faible indique le liquide dont la viscosité est la plus petite. On peut ainsi former la liste suivante, dans laquelle les liquides vont du plus visqueux à celui qui l'est le moins : *eau gommée, alcool, eau, éther, mercure*. Un peu d'acide mêlé à l'eau suffit pour empêcher la nappe de se fermer. On ne se serait guère attendu à trouver, dans le choc des veines, un moyen de comparer la viscosité des liquides.

271. Des mouvements brusques de la nappe. — Ces phénomènes singuliers se produisent sous les faibles pressions (268). L'orifice ayant 6^{mm} de diamètre, et la charge allant en décroissant à partir de 15 à 20^{cm}, la nappe diminue de volume et prend successivement les formes A, B, C (*fig.* 206), qui alternent brusquement avec la forme ovoïde primitive. Quand le diamètre de l'orifice n'est que de 3^{mm}, il n'y a plus de relèvement de la nappe au-dessus du disque, mais seulement des décroissements brusques alternant avec des décrois-

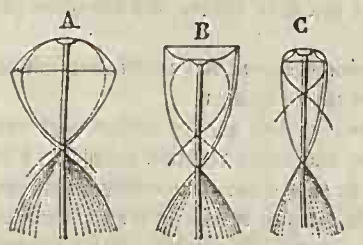


Fig. 206.

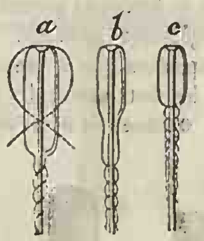


Fig. 207.

sements lents, qui se répètent dix à douze fois de suite. Enfin, quand le diamètre atteint 9^{mm}, après quelques décroissements brusques, la nappe fermée s'allonge par sauts, en prenant successivement les formes *a, b, c* (*fig.* 207), dont la dernière persiste jusqu'à ce que la nappe disparaisse.

Le diamètre du réservoir cylindrique a une grande influence sur ces phénomènes; quand il atteint 30 ou 40^{cm}, il n'y a pas de relèvement, si ce n'est pour les pressions extrêmement petites. Le diamètre du disque, la forme arrondie ou anguleuse de son contour, sa nature et sa distance à l'orifice, ont aussi une influence marquée sur ces décroissements brusques. Mais la tige qui supporte le disque ne joue aucun rôle dans les phénomènes; car, si on la supprime, en soutenant le disque par un support qui passe par l'axe de l'orifice (*fig.* 208), ils restent les mêmes. Savart les regarde comme dus à des changements alternatifs dans la vitesse relative des couches externes et internes de la nappe, provenant d'une diminution brusque de la vitesse d'écoulement. Il rapproche cette circonstance de cette autre, que, dans le cas des fortes charges, le son des nappes auréolées et de la partie trouble de la veine éprouvent des changements brusques, ce qui indique que la pression varie par secousses.

En s'appuyant sur la disposition de la *fig.* 208, M. Bourdon a imaginé un appareil très-simple au moyen duquel on peut répéter les expériences de Savart. La veine sort verticalement de bas en haut, au centre d'un bassin, par une souche à laquelle on peut adapter divers ajutages. Chaque ajutage porte ordinairement un disque soutenu par une tige fixée en dedans et noyée dans la veine. Un robinet permet de modifier la vitesse de sortie de l'eau, qui vient d'un réservoir plus ou moins élevé.

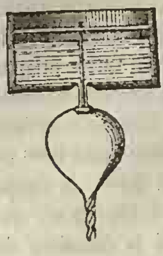


Fig. 208.

275. CHOC DE DEUX VEINES OPPOSÉES. — La *fig.* 209 représente le principal appareil imaginé par Savart pour étudier le choc de deux veines opposées. A et B sont deux réservoirs cylindriques, de $1^m,37$ de hauteur, et de $0^m,22$ de diamètre. Les viroles qui portent les orifices sont vissées aux extrémités de deux tubes t, t s'enfonçant dans deux autres tubes fixés aux réservoirs. Un large ruban de fil interposé, empêche les fuites de liquide et permet de donner aux deux orifices, des directions parallèles ou légèrement inclinées.

Supposons que la pression, *au commencement de l'expérience,* soit la même dans les deux vases; il y a plusieurs cas à examiner.

I. Orifices et réservoirs égaux. — Dès que les orifices sont ouverts, il se forme une nappe verticale semblable à celle qui résulte du choc d'une veine contre un disque, seulement elle est plus épaisse au centre. Pour les pressions assez fortes, elle est plane, circulaire et auréolée. La pression allant en diminuant, l'auréole disparaît, et le diamètre de la nappe est alors maximum. Quand la pression est faible, la pesanteur donne à la nappe plus d'étendue au bas qu'à la partie supérieure, où il ne tarde pas à se former des échancrures. Voici les lois trouvées par Savart :

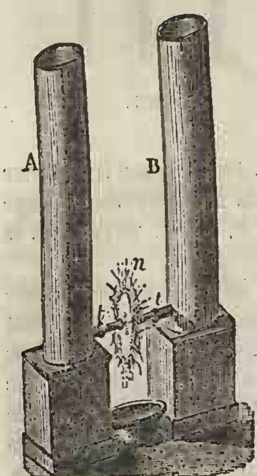


Fig. 209.

1° Le diamètre maximum de la nappe est sensiblement proportionnel à la pression, et en raison inverse du diamètre de l'orifice. Par exemple, pour un orifice de 6^{mm}, la nappe atteint son maximum sous une pression de 55 à 65^{cm}; et pour un orifice de 3^{mm}, sous une pression de 105 à 120^{cm}. — 2° Sous les faibles pressions, le diamètre est proportionnel à l'aire de l'orifice. Quand l'orifice a 3^{mm} de diamètre, cette loi n'est vraie que jusqu'à une pression de 35^{cm}. — 3° Si l'on fait entendre un son de même période que les vibrations de la nappe unie, elle diminue de diamètre et s'entoure d'une auréole, quand la pression n'est pas trop inférieure à celle qui produirait une nappe auréolée. Si l'on appuie le corps vibrant sur l'un des réservoirs, l'effet est encore plus prononcé, et l'auréole présente des stries circulaires d'une régularité remarquable.

276. Effet sur la dépense. — Quand la distance des orifices égaux dépasse le quadruple de leur diamètre, les deux vases se vident sensiblement dans le même temps que si les veines ne se rencontraient pas. Si le niveau est entretenu constant dans un seul vase, la nappe plane qui se produit au premier moment, est aussitôt poussée contre l'orifice de l'autre vase, où elle présente tous les caractères de la nappe formée contre un disque, avec les changements qui dépendent de la pression (270). Mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que le niveau ne baisse pas dans le second vase; d'où l'on conclut qu'il ne laisse rien échapper. La dépense totale des vases n'est donc que la moitié de celle qui aurait lieu si les orifices n'étaient pas en présence, et l'on a une colonne en repos qui fait équilibre à une colonne en mouvement, et de diamètre un peu moindre, à cause de la contraction de la veine. Cela tient à ce que les deux veines ne se rencontrent pas par une surface plane, mais par une surface concave du côté du vase d'où vient le jet, et nous allons voir quelle est l'influence d'une semblable forme.

Si les vases contiennent des liquides différents, les résultats sont les mêmes, quand les hauteurs de ces liquides sont en raison inverse de leurs densités.

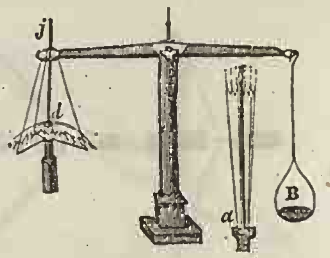


Fig. 210.

277. Pression exercée par le choc d'un jet. — Un jet vertical *j* frappe un disque horizontal *d* (*fig.* 210) suspendu au fléau d'une balance. On établit l'équilibre au moyen de poids placés en B; puis, le jet étant supprimé, on met des poids en *d* pour rétablir l'équilibre. Ces poids représentent la pression exercée par le jet. Au moyen de cette disposition, Savart est arrivé aux résultats suivants :

1° Quand la surface du disque est égale à la section de la veine au point de rencontre, la pression équivaut à la pression hydrostatique, c'est-à-dire au poids, P, d'une colonne liquide, ayant pour base la surface du disque, et pour hauteur sa distance au niveau dans le réservoir. — 2° Si le disque est plus grand que la section de la veine, la pression est supérieure à P, et quand il est égal à la partie unie de la nappe qui se forme sur sa surface, auquel cas la vitesse des molécules est anéantie au contour, la pression est égale à 3P. Une partie de cette pression est due au poids de la nappe adhérente; en retranchant ce poids, la pression est égale à 2P, ce que l'on reconnaît en dirigeant le jet de bas en haut. Ce fait, connu depuis longtemps en hydraulique, avait été vérifié, par un moyen semblable, par Bossut, Bridone,..... — 3° Si la veine est reçue dans une cavité sphérique, un peu moindre qu'un hémisphère, la pression peut devenir égale à 4P. C'est que le liquide rejaillit avec une vitesse sensiblement égale à la vitesse d'arrivée, comme on le voit en *a* (*fig.* 210), d'où résulte une réaction qui double l'effet produit. — Ces expériences, qui sont une extension de celle de Morosi, montrent comment une colonne en repos peut faire équilibre à une colonne en mouvement (276), la surface de rencontre des deux jets étant courbe.

278. II. Orifices égaux, vases inégaux. — Quand les niveaux sont maintenus constants, les résultats sont les mêmes qu'avec des vases égaux.

Dans le cas de l'écoulement libre, la nappe s'applique sur l'orifice du réservoir le plus étroit, et les deux niveaux baissent également; de sorte que le réservoir le plus étroit met autant de temps à se vider que le plus large, qui se vide comme s'il n'y avait pas rencontre des jets.

S'il y a une différence, même très-petite, entre les niveaux, le petit vase se vide avec une vitesse périodiquement variable, son niveau s'abaissant brusquement, pour rester ensuite stationnaire, ou même remonter un peu. Ces oscillations, faciles à expliquer, sont d'autant plus marquées que la différence initiale de niveau est plus grande. En même temps, la nappe change périodiquement de forme, en

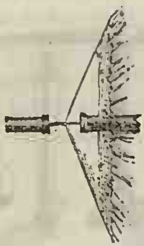


Fig. 211.

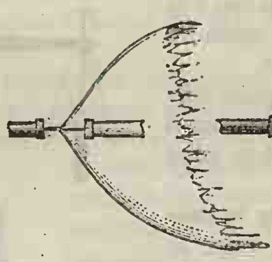


Fig. 212.

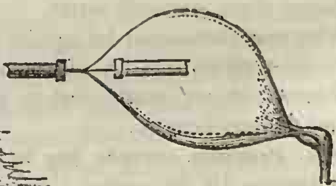


Fig. 213

se courbant davantage pendant les abaissements de niveau. Les oscillations, d'autant plus lentes que les vases diffèrent moins, ont encore lieu quand ils sont égaux. Alors la nappe va s'appliquer alternativement sur les deux orifices; et l'égalité de pression se rétablit bientôt, l'orifice contre lequel la nappe est appliquée dépensant moins que l'autre.

Si l'on maintient le niveau constant d'un seul côté, les résultats sont les mêmes qu'avec des vases égaux; et il n'y a en réalité qu'un seul jet (276).

279. III. Orifices inégaux, vases égaux. — Supposons d'abord que le liquide soit maintenu au même niveau dans les deux vases, au moyen d'un tube de communication. Quand un des orifices n'est pas plus que triple de l'autre, il se forme une nappe conique (*fig.* 211), auréolée si la pression est assez grande, et dont la concavité est tournée du côté du jet le plus mince. Cette nappe produit un son sourd, comme celui d'une veine choquant un disque. Si la pression diminue, la nappe s'étend, et l'auréole disparaît (*fig.* 212); puis la nappe diminue d'étendue et finit par se fermer (*fig.* 213).

En général, les dimensions des nappes sont d'autant plus petites que les pressions sont plus faibles, et les orifices plus étroits tout en conservant le même rapport. Quand ce rapport est moindre que 1 : 3, la nappe disparaît bientôt après sa formation, en se repliant sur le jet le plus étroit. — Les résultats sont analogues à ceux qu'on observe quand une veine est lancée contre le sommet d'un cône dont l'ouverture est d'au moins 135°.

Vitesse dans les divers points d'une section de la veine. — Quand les pressions sont les mêmes dans les deux vases et que les orifices diffèrent au plus du simple au triple, la nappe se forme ordinairement au milieu de l'espace qui les sépare, et la dépense n'est pas modifiée. Lorsque la différence est plus considérable, la nappe s'applique sur le plan du plus petit orifice, dont la dépense se trouve alors diminuée.

Dans le cas des orifices peu différents, puisque la nappe se forme au milieu de la distance qui les sépare, la vitesse d'une veine mince est égale à celle de la partie centrale d'une veine plus grosse. Si l'on déplace un peu l'une des veines, de manière qu'elle soit toujours dans un même plan vertical avec l'autre, la nappe devient oblique (*fig.* 214), tout en restant au milieu.

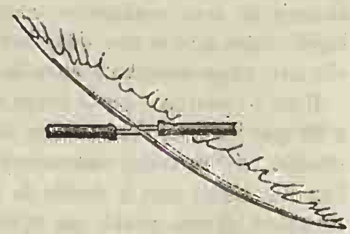


Fig. 214.

On pourrait être tenté de conclure de cette dernière circonstance que la vitesse est la même dans l'axe et près de la surface de la veine. Mais M. H. Buff[1], ayant présenté à une veine horizontale, une petite ouverture percée sur le côté d'un tube vertical fermé par le bas, a vu l'eau introduite s'élever et se maintenir dans ce tube à une hauteur différente suivant la position de l'ouverture dans la section de la veine, dont le diamètre était environ 3 fois celui de l'ouverture. Avec une charge de 97cm,5, la hauteur, qui était de 97cm,5 quand le centre de l'ouverture se trouvait sur l'axe de la veine en mince paroi, était moindre de 6cm,8, quand ce centre se rapprochait de la surface. Un ajutage cylindrique ayant été adapté à l'orifice, la différence dépassa 60cm. La vitesse est donc plus grande près de l'axe que près de la surface de la veine.

Niveau constant d'un seul côté. — Si le niveau est constant dans le vase qui porte le plus grand orifice, les choses se passent comme dans le cas des orifices égaux (276). Si le niveau constant est du côté de l'orifice le plus étroit, la veine qui sort de cet orifice, en frappant contre l'orifice opposé, forme un cône, puis une nappe dont le sommet est appuyé contre le grand orifice, et qui est d'autant plus resserrée que les orifices diffèrent davantage. En même temps, on remarque que le niveau ne baisse pas dans le vase qui porte le plus grand orifice, de sorte que la pression de la veine la plus étroite fait équilibre à une

[1] *Annales de Poggendorff*, t. CXXXVII, et *Annales de chimie et de physique*, t. XVIII, p. 503.

colonne en repos dont la base peut être double ou triple de la sienne. Cet équilibre peut encore avoir lieu même quand les diamètres des orifices sont comme 1 : 2, auquel cas la section de la veine la plus petite est le sixième de celle de l'autre, à cause de la contraction; et comme la pression due à la veine la plus étroite ne peut être au plus que le quadruple de la pression statique, quand la surface choquée est une cavité sphérique (277), il faut qu'une cause étrangère vienne se joindre à l'effet de la courbure de la surface de rencontre. Savart trouve cette cause dans l'adhérence capillaire entre le sommet de la nappe et le contour de l'orifice, qui sont réunis par une petite zone annulaire de liquide.

280. IV. Orifices et vases inégaux. — Les phénomènes qui se produisent dans ce cas sont faciles à prévoir, d'après ce qui précède; ils dépendent de la relation qui existe entre le rapport des diamètres des orifices et le rapport des diamètres des vases.

281. Jet lancé dans un vase vide. — Supposons que les vases étant égaux, l'un d'eux ne contienne pas de liquide. Les deux orifices, placés à une distance de deux centimètres environ, étant aussi supposés égaux, la veine liquide entre dans le vase vide, dont le niveau atteint bientôt celui du vase d'où elle sort; ce qui fournit une nouvelle vérification de la formule $v=\sqrt{2gH}$ (235).

Il est à remarquer que le temps nécessaire pour amener l'égalité de niveau, n'est que les deux tiers environ de celui qu'il faudrait pour arriver au même résultat, si l'on faisait communiquer directement les deux vases en engageant l'un des orifices dans la douille du vase opposé, dont le tube porte-orifice aurait été enlevé. Il nous semble que ce résultat peut s'expliquer tout naturellement en remarquant que la vitesse de sortie du jet n'est pas modifiée par le liquide que peut contenir le vase dans lequel il s'introduit. Ce dernier vase se remplit donc dans le même temps que si le jet y tombait par le haut, avec une vitesse à chaque instant proportionnelle à la racine carrée de la charge. Mais, quand le liquide passe d'un vase à l'autre par le tube inférieur de communication, la vitesse à chaque instant, dans ce tube, est proportionnelle à la racine carrée de la *différence* des charges dans les deux vases, et moindre, par conséquent, que la vitesse du jet sortant librement du premier vase.

On doit à Magnus[1] de nombreuses expériences sur la communication latérale du mouvement d'une veine au liquide dans lequel elle pénètre, et sur le choc de deux veines qui se rencontrent obliquement. Mais l'exposition de ces recherches remarquables d'hydraulique nous entraînerait trop loin de la physique proprement dite.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLVI, p. 234.

§ 3. — PHÉNOMÈNES CAPILLAIRES. — OSMOSE.

282. Quand on observe les liquides, en repos ou en mouvement, tout près des surfaces qu'ils baignent, ou dans des espaces très-étroits, les conditions d'équilibre et celles de l'écoulement sont modifiées par la cohésion du liquide pour le solide, combinée avec la cohésion du liquide pour lui-même, et les lois de l'hydrostatique et de l'hydrodynamique ne se vérifient plus. On se trouve en présence de phénomènes nouveaux, dans lesquels l'intervention des forces moléculaires est évidente, et qui ont reçu le nom de *phénomènes capillaires*, parce que les plus remarquables se produisent dans des tubes très-étroits, dont on a comparé le diamètre à l'épaisseur d'un cheveu. Nous allons étudier successivement : 1° l'équilibre des liquides près des surfaces en contact; 2° l'écoulement à travers les tubes capillaires; 3° enfin, le passage des liquides à travers les corps poreux dans diverses conditions.

I. Exposé des phénomènes capillaires et lois expérimentales.

283. Ménisque près d'une surface. — Quand une lame est en partie plongée dans un liquide en équilibre, la surface de niveau près de la lame, au lieu d'être plane, forme une surface courbe *ab*, *cd* (*fig.* 215), concave et s'élevant au-dessus du niveau général quand la lame est mouillée par le liquide, convexe et s'abaissant au-dessous, quand elle n'est pas mouillée. Le premier cas se présente avec le verre, les métaux, plongés dans l'eau, l'alcool..., qui les mouille; et le second, avec le verre, le bois, le fer... plongés dans le mercure, ou avec la cire d'abeille, la cire d'Espagne, les substances grasses, les feuilles lisses de certaines plantes plongées dans l'eau.

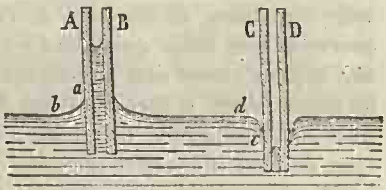


Fig. 215.

La partie comprise au-dessus ou au-dessous du niveau général du liquide se nomme *ménisque;* on donne souvent le même nom aux surfaces courbes *ab*, *cd*. On dira donc que, dans le cas d'une surface mouillée, il se forme un ménisque concave, et dans le cas contraire, un ménisque convexe.

Il y a des corps avec lesquels le liquide conserve son niveau jusqu'au contact et qui alors ne sont pas mouillés. Tels sont l'acier poli, certains échantillons de cire d'Espagne plongés dans l'eau; le verre, dans le mercure mêlé d'une certaine proportion d'oxyde formé par l'ébullition au contact de l'air.

284. Lames parallèles, et tubes étroits. — Entre deux lames parallèles A, B; C, D (*fig.* 215) assez rapprochées pour que leur distance soit moindre que l'étendue horizontale du ménisque formé par chacune d'elles quand elle est seule, le liquide s'élève au-dessus du niveau général, ou s'abaisse au-dessous, suivant que ces lames sont mouillées ou non mouillées. La surface du liquide entre les lames présente la forme d'un cylindre horizontal, concave dans le premier cas, et convexe dans le second (*fig*. 215).

Dans un tube étroit, le liquide monte ou descend encore davantage, et sa surface dans l'intérieur du tube est concave quand le tube est mouillé, c'est-à-dire quand il y a élévation; et convexe, dans le cas contraire. Des expériences de Haüy indiquent que ces surfaces sont sensiblement sphériques, quand les tubes n'ont pas plus de 3^{mm} de diamètre.

285. Circonstances générales du phénomène. — 1° Dans le vide, les résultats sont les mêmes que dans l'air.

2° Les différents liquides ne s'élèvent pas à la même hauteur dans un même tube, et les hauteurs ne sont pas en raison inverse des densités; ce qui prouve l'intervention de forces autres que la pesanteur. Dans un tube de 1^{mm} de diamètre intérieur, à la température de 18°, on trouve pour l'*eau*, *l'essence de térébenthine* et l'*alcool*, les hauteurs $29^{mm},79$; $12^{mm},72$; $12^{mm},18$. Il est à remarquer que, de tous les liquides *purs*, l'eau est celui qui s'élève le plus haut; mais il y a des dissolutions, comme celles de sel ammoniaque, qui s'élèvent plus que l'eau, et d'autant plus que la dissolution est plus concentrée, tandis que celles de salpêtre s'élèvent moins que l'eau, d'après M. Buliginski [1].

3° Hauksbée a annoncé que la hauteur d'un même liquide dans un tube ou entre deux lames, ne dépend ni de l'épaisseur, ni de la substance des parois, pourvu qu'elles soient mouillées d'avance; ce qu'on explique en admettant que tout se passe comme dans un tube liquide ou entre deux lames liquides tapissant les parois solides, et dont l'épaisseur dépasserait la distance à laquelle agissent les actions moléculaires. Ce résultat a été vérifié sur l'eau par Œrsted, dans des tubes de verre et de cuivre amalgamé; puis par M. Hagen, qui a vu le même liquide s'élever également entre des lames de verre, d'ardoise, de bois, et de laiton. Cependant M. Linck a trouvé, en se servant de lames de verre, de cuivre et de zinc, que, si cette loi paraît exacte pour l'eau, il n'en est plus de même pour l'alcool rectifié, l'éther, l'acide sulfurique, les dissolutions de potasse et d'acétate de potasse. Les distances des lames étant de 9^{mm}, la différence des hauteurs pouvait aller à 2 ou 3 dixièmes de millimètre [2]. Il résulterait de là que les couches adhérentes de ces liquides auraient des épaisseurs moindres que le rayon de la sphère d'activité des molécules du solide.

4° Les expériences doivent être faites à une même température; car la chaleur a une influence marquée sur les phénomènes capillaires; elle atténue les résultats dans le cas des surfaces mouillées, et les amplifie dans le cas contraire, comme nous le verrons plus loin. Pour les surfaces mouillées, on ramène les résultats

[1] *Annales de Poggendorff*, t. CXXXIV, et *Ann. de chim. et de phys.*, 4e série, t. XV, p. 505.

[2] *Annales de Poggendorff*, (1834), t. XXXI, p. 593.

à une température donnée, en supposant que les diminutions de hauteur sont proportionnelles aux accroissements de température, ce qui est sensiblement vrai quand ces derniers sont faibles.

286. LOI DE JURIN. — *Dans les tubes cylindriques mouillés, les hauteurs d'un même liquide sont en raison inverse des diamètres de ces tubes.* Cette loi, établie par Jurin, a été l'objet d'un grand nombre d'expériences, et de recherches mathématiques qui ont conduit à la considérer comme une loi très-approchée, mais non mathématiquement exacte. Pour la vérifier par l'expérience, il faut mesurer avec précision les diamètres des tubes et les hauteurs des colonnes soulevées, et voir si les produits de ces deux quantités l'une par l'autre sont constants pour un même liquide.

287. Mesure des diamètres. — Gay-Lussac calculait le diamètre x du tube supposé cylindrique, en prenant le poids P et la longueur l d'une colonne de mercure qu'il y avait introduite. d étant la densité de cette colonne, il posait pour déterminer x, l'équation $p = \frac{1}{4}\pi x^2 ld$. E. Desains a employé une méthode semblable, en tenant compte des ménisques qui terminent la colonne de mercure, ménisques qu'il transformait en un petit cylindre de même volume, d'après une table calculée par M. Danger.

M. Wolf faisait en sorte, en abaissant plus ou moins le tube, que le niveau du liquide soulevé y arrivât toujours au même point, et, après avoir terminé ses expériences, il coupait le tube en ce point, et mesurait le diamètre intérieur, au moyen d'une machine à diviser dont la vis micrométrique entrainait un microscope à réticule, auquel il faisait parcourir ce diamètre, pendant que le tube était éclairé en dessous. Cette méthode permet d'étudier la forme de la section du tube; elle donne facilement le millième de millimètre. Antérieurement, Simon, de Metz, avait mesuré le diamètre à l'extrémité des tubes, en appliquant sur la tranche une division en centièmes de millimètre tracée sur une lame de verre et observée au microscope; moyen moins précis que le précédent.

288. Mesure des hauteurs. — Il faut, avant tout, que les surfaces mouillées soient d'une propreté extrême. Depuis Clairaut, tous les expérimentateurs ont insisté sur ce point. On lave ces tubes avec l'eau, la potasse, l'alcool, l'éther, l'acide chlorhydrique. M. Wolf y fait passer un courant abondant d'eau, pure ou légèrement acidulée, ou bien il emploie des tubes neufs dont les extrémités ont été scellées immédiatement après la fabrication. Ces précautions sont surtout importantes pour les tubes très-fins. On reconnaît qu'ils ont été suffisamment nettoyés, à ce caractère que le liquide revient exactement au même point quand on le laisse monter dans le tube mouillé d'avance, ou qu'on le laisse descendre après l'avoir soulevé par aspiration; il faut aussi que le tube soit mouillé d'avance. Sans toutes ces précautions, on n'obtient pas de résultats constants; ce qu'on doit attribuer aux impuretés qui dénaturent la surface intérieure du tube, ou à une couche d'air adhérente. Faute d'avoir pris ces précautions, on avait attribué d'abord une grande influence à la substance du tube.

Wertheim a insisté sur l'influence de l'état des surfaces, relativement à la manière dont elles se mouillent et peuvent rester mouillées. Le verre, les métaux à surface simplement doucie se mouillent facilement et complétement, tandis que, si les surfaces sont polies, il est difficile de les mouiller d'une manière uniforme, surtout celles qui sont polies artificiellement. La potasse, avec laquelle on lave souvent les tubes, a l'avantage d'attaquer légèrement le verre et de le rendre facile à mouiller.

Pour mesurer les hauteurs, Gay-Lussac se servait de l'appareil (*fig.*216). Le tube capillaire *ab* est soutenu verticalement par la traverse *cd*, dans un vase de verre dont le bord a été rendu bien horizontal au moyen de vis calantes. La hauteur du liquide dans le tube se mesure au moyen d'un cathétomètre. On amène d'abord le fil horizontal de la lunette *l*, à être tangent à la surface concave qui termine la colonne liquide, puis on pointe le niveau extérieur du liquide. Comme on ne peut bien distinguer la position de ce niveau, à cause du ménisque soulevé contre les parois du vase, on pose sur le bord de ce vase, la pièce *mn* traversée par une longue vis *v* que l'on fait descendre jusqu'à ce que son extrémité conique affleure la surface du liquide en un point où il n'y a pas de ménisque. On enlève ensuite un peu d'eau, sans déranger l'appareil, et l'on pointe, avec la lunette, l'extrémité inférieure de la vis *v*. La quantité dont il a fallu faire descendre la lunette, donne la hauteur cherchée.

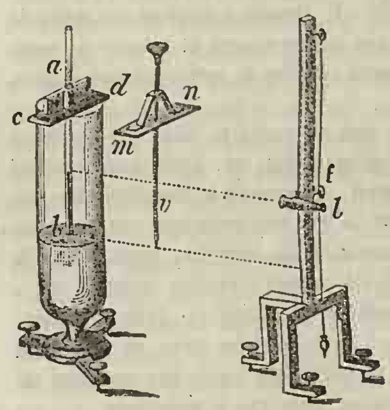


Fig. 216.

E. Desains[1], pour mesurer les hauteurs, fixait le tube verticalement à une ouverture pratiquée à la table d'un trépied à vis calantes, entre les pieds duquel était placé le vase. Ce dernier était tellement rempli, que le niveau du liquide en dépassait les bords, qui étaient bien secs (218). Il pouvait alors viser avec la lunette d'un cathétomètre la surface du liquide, soit en la recouvrant de quelques poussières, soit en s'aidant d'une pointe qui afileurait cette surface.

Dans un travail remarquable, publié après sa mort[2], Wertheim a employé le moyen suivant : Il prenait pour liquide, de la cire fondue, qu'il laissait ensuite figer, et qui conservait fidèlement la forme qu'elle affectait au moment de la solidification. Quand il s'agissait d'une simple lame plongée, il obtenait à la fois un ménisque déprimé et un ménisque ascendant, en mettant sur du mercure quelques fragments de cire blanche, chauffant jusqu'à la fusion et laissant figer,

1 *Annales de chimie et de physique*, 3e série, tome LI, p. 385.

2 *Annales de chimie et de physique*, 3e série, tome LXIII, p. 129 et 194.

en ayant soin de détacher, par une incision, la croûte formée, des bords du vase pour éviter l'effet du retrait. Il était facile ensuite de faire des coupes dans le ménisque ascendant et dans le moule du ménisque déprimé existant entre la lame et le mercure, et d'en déterminer la forme par des mesures prises en divers points.

Voici quelques résultats trouvés par Gay-Lussac et qui sont conformes à la loi de Jurin :

NOMS DES LIQUIDES	DENSITÉ	TEMPÉRATURE	HAUTEUR DANS UN TUBE ayant pour diamètre		
			$1^{mm},2944$	$1^{mm},9038$	$10^{mm},508$
Eau..................	1	$8^{\circ},5$	23,1634	15,5861	»
Alcool................	0,8196	8	9,1823	6,4012	»
Id..................	0,8595	10	9,301	»	»
Id..................	0,9415	8	9,997	»	»
Id..................	0,8135	16	7,078	»	0,3835
Essence de térébenthine....	0,8695	8	9,8516	»	»

Citons encore deux résultats d'expériences très-soignées faites par E. Desains sur des tubes très-fins, l'un de $0^{mm},201$ de rayon intérieur, l'autre de $0^{mm},074$. Les hauteurs de l'eau à 15° ont été de $76^{mm},0016$ et $206^{mm},969$, dont les produits par les rayons correspondants sont 15,279216 et 15,315706, nombres qui diffèrent à peine.

Quand les diamètres des tubes dépassent 2^{mm}, le volume compris dans la surface concave qui termine la colonne à la partie supérieure, n'est pas négligeable et la loi ne se vérifie plus aussi bien. Nous verrons plus loin comment, d'après la théorie de Jurin, l'énoncé doit être modifié.

289. Expériences de Simon[1] — Simon, de Metz, a fait un grand nombre d'expériences sur des tubes extrêmement fins, allant jusqu'à des diamètres de $0^{mm},012$. Quand le diamètre dépassait 5^{mm}, il mesurait la hauteur de la colonne, au moyen d'un sphéromètre dont il faisait affleurer la pointe de la vis, d'abord à la partie la plus basse du ménisque, puis en un point de la surface libre extérieure du liquide.

Pour les tubes très-fins, Simon a employé une méthode indirecte, à cause de l'incertitude qu'il avait remarquée dans les hauteurs, et qui pouvait provenir de ce

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, tome XXXII, p. 5.

ymx, *mn* son ordonnée, et *np* la distance des lames au point *n*, on aura (290)

$$np : ab = ar : mn; \quad \text{on a aussi} \quad np : ab = no : ao,$$

dans les triangles semblables, *nop* et *aob*. On déduit de ces deux proportions :

$$ar : mn = no : ao, \quad \text{ou} \quad y' : y = x : 1; \quad \text{d'où} \quad xy = y'$$

équation qui représente une hyperbole équilatère dont les asymptotes sont *ox* et *oy*. Il est facile de voir qu'on arriverait au même résultat, en considérant l'intersection de la surface *ymx* par un plan quelconque passant par *oy*.

292. Tubes non mouillés. — La dépression des liquides, dans les tubes qu'ils ne mouillent pas, a été surtout observée sur le mercure dans des tubes de verre. On l'a aussi expérimentée avec l'étain et le plomb fondus. Comme le niveau dans le tube est, dans ce cas, au-dessous du niveau extérieur, ce qui le rend difficile à observer, on se sert dans les expériences, de la disposition (*fig.* 219); le tube capillaire est recourbé et mis en communication, par l'une de ses extrémités, avec un autre tube assez gros pour que l'influence capillaire ne se fasse pas sentir en son milieu. La différence de niveau *n'b* dans les deux branches donne l'effet capillaire. Cette disposition peut aussi être employée pour les tubes mouillés, *an*.

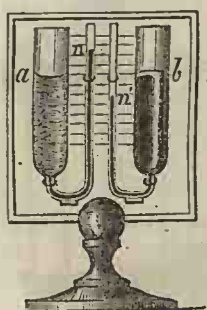


Fig. 219.

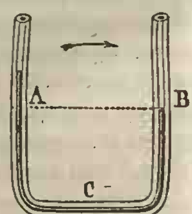


Fig. 220.

M. Avogadro employait une autre méthode. Le tube capillaire traversait, par un bouchon, le fond d'un gros tube vertical, de manière que son extrémité supérieure répondît au zéro d'une échelle tracée extérieurement sur une arête du gros tube. Ce dernier était fixé à un curseur pouvant se déplacer le long d'un support vertical, au moyen d'une vis de rappel. On enfonçait le gros tube dans du mercure, jusqu'à ce que l'on vît apparaître le sommet du ménisque à l'extrémité supérieure du tube capillaire : la division de l'échelle extérieure, qui correspondait au niveau du mercure dans le vase, faisait alors connaître la dépression. Cette méthode permet d'opérer sur des tubes capillaires non transparents.

Enfin, on peut observer la dépression, en appliquant le tube capillaire transparent, contre la paroi verticale d'un vase de verre contenant le mercure.

293. Résultats. — La nature du tube paraît avoir une influence marquée sur la *dépression*. Ainsi, M. Avogadro a trouvé, dans des tubes de fer et de platine de 1^{mm} de diamètre, des dépressions de $1^{mm},226$, et de $0^{mm},635$.

Des considérations théoriques ont fait admettre que les dépressions, comme les ascensions, varient en raison inverse des diamètres des tubes, loi vérifiée à force de soins par M. Bède. Mais ici les expériences donnent en général des résultats fort incertains, le niveau du liquide pouvant s'arrêter dans des positions notablement différentes dans le même tube. Ces incertitudes, analogues à celles que nous avons signalées en parlant de l'adhésion d'un disque de verre à la surface du mercure (168), paraissent occasionnées, entre autre, par la présence d'une couche d'air adhérente, et peuvent être mises en évidence au moyen de l'expérience suivante, due au P. Abat : On introduit du mercure dans un tube capillaire à deux branches ACB (*fig.* 220), on l'incline, puis on ramène lentement les deux branches dans la position verticale. On voit alors que, dans la branche B, où, pendant ce mouvement, le mercure a marché en montant, le niveau B reste notablement au-dessous du niveau A dans la branche où il a marché en descendant. On observe en même temps que la surface du liquide est bien plus bombée au sommet de la colonne la plus courte. Par de legères secousses, on fait disparaître la différence de niveau, et alors les courbures deviennent égales dans les deux branches.

294. Propriétés du mercure bouilli. — Quand du mercure a longtemps bouilli au contact de l'air, il mouille le verre et forme, le long de cette substance, un ménisque concave. Le professeur Casbois, de Metz, qui a signalé ce fait vers 1780, l'expliquait par l'extrême siccité du mercure; et l'on attribua dès lors la dépression qu'éprouve ordinairement ce liquide, à l'humidité qui recouvre la surface du verre. Dulong a renversé cette explication en montrant que, pendant l'ébullition, une petite portion du mercure se combinant avec l'oxygène de l'air, l'oxyde formé se mêle au mercure et en change la cohésion. Quand l'ébullition n'a pas été trop prolongée, le mercure présente une dépression moindre, et sa surface, une courbure moins prononcée. En prolongeant l'ébullition, on peut obtenir une surface plane, sans dépression, et même une surface *concave*, et alors la dépression se change en une élévation, et une couche de mercure adhère au verre quand on retire le tube. Dulong a constaté, en outre, que la dépression du mercure n'est pas modifiée, quand on prolonge l'ébullition dans une atmosphère de gaz hydrogène; et M. Avogadro, quand on dessèche ce liquide en le mettant dans le vide à côté d'un vase rempli d'acide sulfurique concentré, qui a la propriété d'absorber fortement l'humidité.

295. Applications de la capillarité. — Les actions capillaires peuvent servir à expliquer plusieurs phénomènes qui se produisent journellement sous nos yeux; on en fait aussi quelques applications. L'imbibition des corps poreux par les liquides dans lesquels ils ne plongent que par leur partie inférieure, est due à la capillarité. La hauteur, à laquelle un liquide s'élève ainsi, peut même servir à calculer les dimensions moyennes des pores, en s'appuyant sur la loi de Jurin. Musschenbroeck appelait les corps poreux les *aimants de l'eau*.

C'est par un effet semblable que la surface du sol reçoit, des parties situées au-dessous, l'eau qui a pénétré pendant la pluie; à mesure que la surface se dessèche, le liquide monte et entretient l'humidité nécessaire à la végétation. Si cette eau tient en dissolution quelques sels, on les voit se déposer à la surface, où ils sont transportés par l'eau, et abandonnés ensuite quand elle s'évapore. C'est ainsi que se produisent une foule d'efflorescences qui se montrent dans les endroits humides. Comme exemple, nous citerons le salpêtre de houssage des pays orientaux.

Les corps gras, liquides ou rendus tels par la chaleur, montent à travers les filaments de la mèche des lampes ou des bougies, par un effet de capillarité.

Corde de Vera. — On nomme ainsi une machine qui élève l'eau au moyen des actions capillaires. Elle consiste en une corde sans fin, plongeant par la partie inférieure dans un réservoir, et embrassant par sa partie supérieure une poulie à laquelle on imprime un mouvement rapide de rotation. L'eau adhérente à la corde est entraînée dans la partie qui monte, et s'en détache par l'effet de la force centrifuge, au moment où elle prend un mouvement de rotation en arrivant sur la poulie. En assemblant trois cordes au lieu d'une seule, on élève un prisme d'eau retenu entre les trois brins montants. Cette machine est peu employée à cause de son faible rendement. M. Yars l'a perfectionnée, en remplaçant la corde par une chaîne plate percée de nombreuses ouvertures, dans lesquelles l'eau reste engagée, ce qui augmente notablement la masse soulevée.

II. Théorie des phénomènes capillaires.

296. Historique. — Les phénomènes capillaires ne paraissent pas avoir attiré l'attention avant le seizième siècle. Pascal n'en fait pas mention dans son *hydrostatique;* cependant Borelli tentait, dès 1638, d'expliquer l'ascension des liquides dans les tubes. Certains écrivains attribuent la découverte de ces phénomènes à Boyle, d'autres, à Rho; mais il paraît qu'ils ont été remarqués pour la première fois par François Aggiunti, un des fondateurs de l'Académie *del Cimento,* mort en 1635. Vossius, en 1666, connaissait la dépression du mercure dans les tubes de verre, et attribuait l'ascension de l'eau à sa viscosité; et, un an après, Montanari donnait la véritable explication du ménisque formé le long d'une lame mouillée. Depuis, l'ascension dans les tubes a beaucoup exercé la sagacité des physiciens. On l'a d'abord considérée comme une anomalie; puis Fabry, Hook, Jacques Bernouilli, ont supposé que l'air, gêné par les parois des tubes, n'exerçait pas librement sa pression dans leur intérieur; mais les académiciens *del Cimento* avaient produit les phénomènes dans le vide; de plus, les hauteurs ne sont pas en raison inverse des densités des liquides, et la longueur du tube n'a aucune influence. D'autres eurent recours à un *fluide subtil* ne pouvant presser librement dans le tube; les Cartésiens, avec de Mairan, le disposaient en tourbillons; « c'était, dit Haüy, comme le dernier refuge des tourbillons, qui, après avoir été chassés des espaces célestes, cherchaient à se maintenir dans les recoins de la nature, où l'attraction, reproduite sous une autre forme, leur disputait encore la place. » Borelli, Carré, en 1705, attribuaient, comme Vossius, les phénomènes capillaires à l'adhérence du liquide au verre. Newton, le premier, les expliqua par la cohésion s'exerçant à des distances insensibles entre les molécules des solides et des liquides, et entre celles des liquides (168).

Cette cause générale est maintenant admise de tous les physiciens; mais ils ont beaucoup varié dans la manière d'en interpréter l'action. Jurin, qui en a étudié les effets un des premiers, s'en est servi avec une rare sagacité en attribuant l'ascension des liquides à l'action seule de l'anneau du tube correspondant au niveau intérieur. Clairaut y joint l'action de l'anneau qui se trouve à l'orifice inférieur, et Hauksbée ne considère que ce dernier anneau. Young et Ségner sont partis de la forme du ménisque supérieur, de même que Laplace, dans sa théorie analytique de la capillarité. Enfin, Poisson, Gauss, M. Quet,..... ont perfectionné la théorie de Laplace, le premier en faisant intervenir les changements rapides dans la distance des molécules des liquides près de leur surface libre ou près des parois des vases. La théorie donnée par Jurin suffisant, avec certaines modifications, pour expliquer facilement dans leur ensemble les phénomènes capillaires, nous allons d'abord l'exposer.

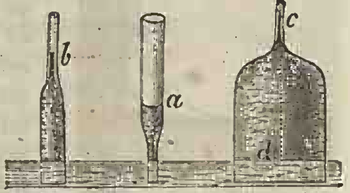


Fig. 221.

297. L'action est due à l'anneau solide situé au sommet de la colonne liquide. — Jurin a fait un grand nombre d'expériences pour établir ce principe. Ayant pris un tube capillaire formé de deux portions d'inégal diamètre *b* et *a* (*fig.* 221), il enfonça ce tube verticalement dans l'eau et le retira ensuite lentement. Le liquide se soutint à la même hauteur que dans un tube cylindrique qui aurait eu pour diamètre intérieur le diamètre *a* ou *b* à l'endroit du niveau intérieur. On peut même remplacer la partie la plus large par un vase de grande dimension *d*; la hauteur *cd* est la même que dans un tube qui aurait le diamètre de la partie *c*. Il résulte de là que l'effet est dû seulement aux actions exercées par les parties du tube qui correspondent au niveau intérieur; l'effort exercé de haut en bas sur la surface *c* par le poids de la colonne soulevée, ne dépendant pas, comme nous l'avons vu (185), de la masse liquide, mais seulement de la base chargée *c*, et de la hauteur *cd*. En outre, l'influence de la chaleur ne se fait guère sentir qu'au sommet de la colonne : si l'on vient à échauffer cette partie seule du liquide, et même à la porter à l'ébullition, en projetant une flamme sur ce point, au moyen d'un chalumeau, la colonne descend rapidement, ce qui prouve que c'est à son sommet qu'agit la force qui la soutient.

A ces expériences nous avons ajouté celles qui suivent : ayant introduit, au moyen d'une pipette, un peu d'éther par la partie supérieure d'un tube de 2^{mm} de diamètre plongeant verticalement dans l'eau, l'éther recouvrit le sommet de la colonne d'eau, qui descendit aussitôt; la hauteur qui convient à une colonne d'éther étant moindre que celle qui convient à l'eau (284). L'alcool donne le même résultat. Quand le tube est très-fin, on y laisse entrer d'abord une très-courte colonne du liquide le moins dense, en tenant l'extrémité supérieure fermée avec le doigt, puis on plonge dans l'eau, on lève le doigt et l'eau monte à la suite du premier liquide, à une hauteur telle que le poids de la colonne mixte soulevée soit égal au poids d'une colonne qui serait entièrement formée avec le liquide supérieur.

298. Explication des ménisques ascendants. — Considérons d'abord une lame verticale plongée dans un liquide, et mouillée, c'est-à-dire conservant sur sa surface une mince couche liquide adhérente. Une molécule M (*fig.* 222) prise sur la surface, à une grande distance de la lame, se trouve soumise à l'action de la pesanteur et aux attractions des molécules renfermées dans les quarts de sphère M*ab*, M*cb* dont le rayon ρ est insensible et égal à la distance à laquelle les molécules agissent les unes sur les autres [1]. Cette molécule M sera donc pressée contre celles qui sont au-dessous, par la résultante verticale de ces trois forces. Cette résultante tend à enfoncer la molécule, en soulevant le niveau ; ce qui ne se peut, les autres molécules de la surface étant soumises à une résultante semblable ; ou à la rapprocher des molécules qui sont au-dessous, ce qu'empêche bientôt l'élasticité développée par ce rapprochement même.

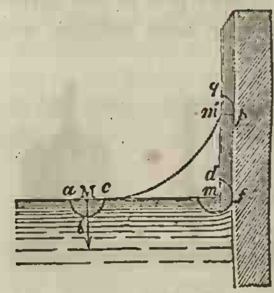


Fig. 222.

Mais si nous considérons la molécule *m* placée à une distance insensible de la lame, nous la trouvons soumise à l'action des deux quarts de sphère de rayon ρ situés au-dessous du niveau, et de plus à l'action oblique et de bas en haut, d'une portion de sphère *mfd* prise dans la couche qui mouille la lame. Cette molécule tend donc à s'enfoncer avec moins de force que les molécules telles que M, elle sera donc soulevée, ainsi que celles qui sont assez rapprochées de la lame pour subir une action analogue. En même temps, ces molécules soulevées en entraînent avec elles d'autres qui leur sont adhérentes par cohésion, et les soutiennent, de la même manière qu'une goutte d'eau reste suspendue aux molécules du même liquide qui adhèrent à un corps solide. Le liquide s'élève ainsi le long de la lame, jusqu'à ce que le poids du ménisque soulevé contre-balance l'effort exercé en *m'*.

Il n'y a que les molécules placées sur la droite horizontale qui passe par *m'* qui soient soutenues par un quart de sphère *m'pq* situé au-dessus ; les autres sont suspendues à celles de l'horizontale *m'* par leur cohésion avec elles, et leur

[1] Les molécules se repoussent aussi bien qu'elles s'attirent ; mais comme la force répulsive diminue plus vite avec la distance que la force attractive (173), la molécule M est attirée par la différence. C'est de cette différence qu'il s'agit ici et dans tout ce qui suit.

cohésion les unes pour les autres. Les molécules placées très-près de la surface de la lame, entre les points m' et m, ne sont pas retenues par la lame solide ou par la mince couche de liquide adhérente ; l'action venant d'une demi-sphère, dont la résultante, normale à la lame, ne peut avoir d'effet dans le sens vertical.

La quantité de liquide soutenue dans le ménisque ne dépend que de la couche qui mouille la surface de la lame, si cette couche adhérente a une épaisseur plus grande que la distance à laquelle peut se faire sentir l'action des molécules du corps plongé ; comme cela semble avoir lieu pour l'eau (188).

Il est facile de comprendre pourquoi le ménisque est concave ; chaque molécule en soutenant plusieurs autres suspendues à elle-même par la cohésion, le nombre doit augmenter rapidement à mesure que l'on s'éloigne du point m'.

Si la lame, mouillable par le liquide, n'est pas mouillée d'avance, le quart de sphère mpq devra être pris dans l'épaisseur du corps solide ; alors les effets dépendront de sa nature, mais ils seront peu constants, à cause de la couche d'air adhérente, qui sépare le liquide de la lame par un espace considérable par rapport au rayon de la sphère d'action des molécules. Il peut même, dans ce cas, y avoir dépression.

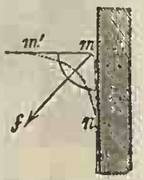


Fig. 223.

299. Explication des ménisques déprimés. — Si la lame ne peut être mouillée, il reste entre elle et le liquide, un espace très-étroit, vide ou rempli d'air, dont l'existence est prouvée par divers phénomènes : cet espace peut donner passage à des gaz et même à des liquides. C'est ainsi que du gaz hydrogène contenu dans une éprouvette renversée sur du mercure, diminue de volume au bout d'un certain temps, et se trouve mêlé d'air. Or les gaz n'ont pu sortir ou entrer que par l'espace très-étroit qui existe entre le mercure et les parois de l'éprouvette. Si l'on chauffe un gaz renfermé dans une boule suivie d'un tube capillaire, ce gaz en se dilatant refoule une petite colonne de mercure que contient le tube. Si l'on fait ensuite refroidir la boule, il arrive souvent que la colonne de mercure ne revient pas complétement à sa position primitive, un peu de gaz s'étant échappé par l'espace qui existe entre le verre et le mercure. L'eau, dans des circonstances analogues, peut aussi passer par cet espace.

Cela posé, considérons une molécule m (*fig.* 223) placée le plus près possible de la lame. Cette molécule est soumise à l'action de la pesanteur et à la résultante f des attractions des molécules qui sont renfermées dans le quart de sphère liquide, ayant pour centre le point m, et pour rayon la distance à laquelle ces molécules peuvent agir les unes sur les autres. La molécule m, ainsi que celles qui en sont très-rapprochées, cédera donc à la force f, de manière à former un ménisque convexe, dont la surface $m'n$ sera normale en chaque point à la résultante des forces qui agissent en ce point. Cette résultante fait équilibre à la pression hydrostatique de dedans en dehors du liquide, dont le niveau mm' est au-dessus de son point d'application. Ici, la cause de la dépression n'est autre que celle qui donne aux gouttes liquides la forme sphérique (168).

300. Condition pour qu'un corps soit mouillé. — Cherchons maintenant quelles sont les conditions pour qu'un corps soit ou ne soit pas mouillé par un liquide. Clairaut est arrivé à ce résultat remarquable, qu'*un corps est mouillé quand la cohésion des molécules du liquide les unes pour les autres est plus petite que le double de leur cohésion pour le solide*. Pour le démontrer, considérons une molécule m placée contre la lame plongée, dans le plan du niveau du liquide (*fig.* 224). Cette molécule est soumise à l'action de la pesanteur, g, et aux actions de trois forces : la première f, émanant des molécules contenues dans le quart de sphère liquide ab, et les deux autres f', f''; égales entre elles, dues aux molécules renfermées dans deux quarts de sphère pris dans la substance de la lame, et ayant pour rayon la distance insensible à laquelle agissent les molécules du solide. Décomposons chacune de ces forces en composantes *horizontales* et en composantes *verticales*. Les premières composantes sont

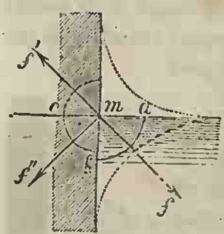


Fig. 224.

$$f \cos 45^\circ, \quad -f' \cos 45^\circ, \quad -f'' \cos 45^\circ,$$

en prenant positivement celles qui sont dirigées du côté du liquide. Leur résultante est $(f - 2f') \cos 45^\circ$; f' étant égal à f''. Les composantes verticales sont

$$g, \quad f \cos 45^\circ, \quad f'' \cos 45^\circ, \quad -f' \cos 45^\circ,$$

en prenant positivement celles qui agissent de haut en bas. Leur résultante est $g + f \cos 45^\circ$; elle est dirigée de haut en bas.

Cherchons maintenant quelle est la direction de la résultante des forces

$$(f - 2f') \cos 45^\circ, \quad g + f \cos 45^\circ,$$

que nous venons de déterminer. Si l'on a $f > 2f'$, la force horizontale tire du côté du liquide, puisqu'elle est positive. La résultante est donc dirigée dans l'angle amb. Or, la surface du liquide doit être en chaque point normale à cette résultante (183); il faut donc que la surface soit convexe vers le point m et par conséquent forme un ménisque déprimé. Dans ce cas, la lame n'est pas mouillée.

Si l'on a $f < 2f'$, la force horizontale est négative, c'est-à-dire dirigée du côté de la lame; la résultante de cette force et de la force verticale est donc dirigée dans l'angle cmb, et la surface, pour lui être normale, devra s'incliner en s'élevant contre la lame. Il y aura donc un ménisque ascendant, et la lame sera mouillée par le liquide.

Si enfin l'on a $f = 2f'$, la force verticale reste seule, et le niveau devra être horizontal jusqu'au contact de la lame, pour rester partout normal à la résultante. C'est ce qui a lieu pour l'acier poli plongé dans l'eau (184).

301. Angle de raccordement. — La quantité dont f dépasse $2f'$, dans le cas d'un corps non mouillé, détermine la direction de la résultante définitive, et par conséquent a de l'influence sur la forme du ménisque. Cette forme dépend donc de la nature du corps solide. L'angle que fait avec la surface solide, le plan tangent au ménisque au point où il rencontre cette surface, se nomme *angle de raccordement*. Il est constant pour un même liquide et un même solide. Pour vérifier cette constance, on verse peu à peu du mercure dans le réservoir T du petit appareil (*fig*. 225). Ce liquide s'élève dans la boule S, en faisant avec les parois un angle constant, de 45° environ. Quand le mercure commence à se montrer en *a*, il forme un ménisque globulaire, dont le plan tangent en un point où il se sépare de la surface de la boule, fait avec cette surface un angle de 45°. Quand le niveau du mercure vient en *bb*, le ménisque est moins bombé, et en *cc*, où la paroi est verticale, il est le même que dans le tube T. Au-dessus de *cc*, la courbure du ménisque est de moins en moins sensible; et en *dd*, où les plans tangents à la sphère sont inclinés de 45° sur l'horizon, la surface du mercure est plane dans toute son étendue. Au-dessus, on observe un ménisque concave, de manière que l'angle de raccordement soit toujours le même. Quant aux niveaux en T et en S, ils sont les mêmes, tant que la surface du mercure en S présente une partie plane en son milieu.

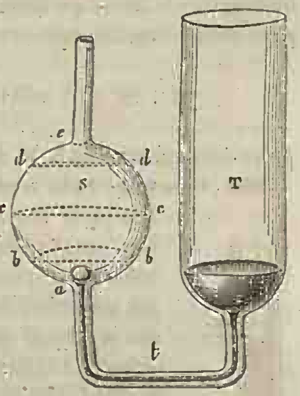


Fig. 225. — $^1/_2$.

L'angle de raccordement varie avec la nature du liquide et celle du corps solide. Si ce dernier était mouillable, mais non mouillé, l'expérience deviendrait très-incertaine, à cause de l'air adhérent. Du reste, comme l'a fait remarquer Wertheim, il est impossible d'avoir une surface de verre complétement sèche dans le voisinage d'un liquide répandant de l'humidité.

Si le système de tubes (*fig*. 225) étant mouillé, on verse de l'eau en T, il n'y a pas de ménisque au-dessous de *bb* où la surface du verre est plus inclinée que ne le serait celle d'un ménisque liquide; puis le ménisque se forme et présente en *cc* le même aspect que dans le réservoir T; il devient ensuite de plus en plus prononcé, de manière que l'angle de raccordement avec la surface surbaissée de la sphère reste à peu près le même.

302. Loi des hauteurs dans les tubes mouillés. — Pour trouver cette loi, remarquons que la couche liquide qui tapisse les parois intérieures du tube, soulève les molécules qui en sont très-rapprochées, par un effet analogue à celui que nous avons analysé en étudiant la formation des ménisques concaves (298). Les molécules plus éloignées sont soulevées, en même temps, par leur cohésion pour les premières. La force totale qui détermine l'ascension de la colonne dépend seulement des molécules liquides distribuées à son sommet sur le contour du tube, dont la substance n'a pas d'influence (285). Les choses se passent comme dans un tube liquide excessivement mince que le tube solide est simplement destiné à soutenir.

Nous voyons donc que les forces qui soulèvent les liquides dans deux tubes verticaux, sont entre elles comme les contours intérieurs de leurs sections droites. De plus, ces forces sont mesurées par les poids des colonnes soulevées; d'où il résulte que, si le tube se recourbait horizontalement au-dessous du sommet de la colonne, le liquide s'avancerait jusqu'à l'extrémité de ce tube, quelle que fût sa longueur; conséquence que l'expérience vérifie.

Tubes cylindriques. — Cela posé, considérons deux tubes cylindriques mouillés et plongés dans le même liquide, et soient h et h' les hauteurs du liquide dans ces tubes, dont d et d' sont les diamètres intérieurs. Les contours des sections droites sont πd et $\pi d'$. Les poids des colonnes soulevées sont $\frac{1}{4}\pi d^2 h\delta$, et $\frac{1}{4}\pi d'^2 h'\delta$. En représentant par δ, le poids spécifique du liquide. Comme ils sont égaux aux forces qui soutiennent les colonnes liquides, et que ces forces sont entre elles comme les contours, on a

$$\pi d : \pi d' = \tfrac{1}{4}\pi d^2 h\delta : \tfrac{1}{4}\pi d'^2 h'\delta, \quad \text{ou} \quad d : d' = h' : h;$$

proportion qui exprime la loi de Jurin.

303. Courbure de la surface. — La surface concave qui termine la colonne à sa partie supérieure provient du poids des molécules voisines de l'axe, qui tendent vers le bas et ne pourraient être soutenues par une surface plane; de même qu'un poids ne peut être soutenu par un cordon flexible horizontal. Si le tube est trop court pour que la colonne atteigne sa hauteur maximum, le liquide ne peut en dépasser l'extrémité supérieure, puisque, au delà, la cause qui produit l'élévation n'existe plus. Mais alors la concavité est d'autant moindre que la colonne est plus courte, et elle n'est remplacée par une surface plane que lorsque l'extrémité du tubo est à la hauteur du niveau extérieur du liquide. Hyoung compare la surface intérieure du liquide à une membrane élastique fixée par son contour et supportant des poids par tous ses points; cette membrane fléchirait d'autant plus qu'elle serait plus chargée. Ici la cohésion du liquide remplace l'élasticité de la membrane.

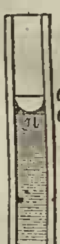


Fig. 226.

On voit que le liquide ne pouvant pas dépasser l'extrémité du tube, force est d'abandonner l'idée qu'avaient conçue quelques personnes, d'obtenir un écoulement perpétuel, au moyen d'un liquide montant continuellement à travers un tube trop court pour se déverser à l'extrémité supérieure.

Loi en tenant compte de la concavité. — Quand le tube est trop gros pour qu'on puisse négliger la concavité par laquelle est terminée la colonne soulevée, il faut tenir compte du poids de la portion de liquide qui se trouve entre les niveaux a et c (*fig.* 226). Supposons que la courbure soit sphérique, ce qui a lieu sensiblement quand le tube n'a pas plus de 2^{mm} de diamètre, le volume de cette portion de liquide est égal à la différence entre un cylindre de hauteur $ac = \frac{1}{2} d$, et une demi-sphère de rayon égal à $\frac{1}{2} d$.

Ce volume est $\frac{1}{8} \pi d^3 - \frac{1}{12} \pi d^3 = \frac{1}{24} \pi d^3$. En l'ajoutant à la colonne cylindrique, il vient, pour le poids total soulevé, $\frac{1}{4} \pi d^2 \left(h + \frac{d}{6}\right)$. Pour comparer les forces qui soulèvent les colonnes, aux contours des tubes, on écrira alors

$$\pi d : \pi d' = \frac{1}{4} \pi d^2 \left(h + \frac{d}{6}\right) : \frac{1}{4} \pi d'^2 \left(h' + \frac{d'}{6}\right); \text{ ou } d : d' = h' + \frac{d'}{6} : h + \frac{d}{6} \cdot$$

Les diamètres sont donc en raison inverse des hauteurs, *augmentées du sixième de ces diamètres.*

Cette loi a été vérifiée par Gay-Lussac, à la demande de Laplace. Si d et d' sont très-petits, h et h' sont très-grands, on peut négliger $\frac{1}{6} d$ devant h, et l'on retrouve la loi de Jurin. Quand le diamètre dépasse 2^{mm}, l'énoncé qui précède n'est plus exact, la surface du ménisque différant sensiblement de celle d'une sphère. D'après M. Hagen, elle forme un ellipsoïde de révolution, dont l'axe vertical est moindre que le demi-diamètre horizontal.

304. Tubes à section non circulaire. — On verrait, en écrivant comme ci-dessus (302), que les forces, représentées par les poids des colonnes soulevées, sont entre elles comme les contours des sections droites des tubes, que :

1° Dans un tube prismatique dont le contour intérieur de la section droite peut être circonscrit à une circonférence, la hauteur est la même que dans un tube cylindrique qui aurait pour diamètre celui de cette circonférence. Si donc on compare plusieurs tubes prismatiques qui soient dans ce cas, les hauteurs des liquides seront entre elles comme les diamètres des circonférences inscrites.

2° Dans les tubes à sections triangulaires semblables, les hauteurs sont en raison inverse des côtés homologues des sections. D'où l'on verra qu'il en est de même pour les tubes prismatiques à base quelconque semblable. Cette loi a été vérifiée par l'expérience, par Gellert, à Saint-Pétersbourg, sur des tubes à sections triangulaires et à sections rectangulaires.

305. Lames parallèles. — Soit d la distance des deux lames, et d' celle de deux autres plongées dans le même liquide; h et h' les hauteurs du liquide soulevé, et enfin l, l' les largeurs de ces lames; on aura, pour comparer les forces qui soutiennent les colonnes, avec les traces du liquide sur les lames,

$$2l : 2l' = ldh\delta : l'd'h'\delta, \quad \text{ou} \quad dh = d'h'.$$

Les hauteurs sont donc en raison inverse des distances des lames.

Si nous voulons comparer la hauteur entre deux lames, à celle du même liquide dans un tube ayant pour diamètre la distance entre ces lames, en suivant toujours la même marche, nous écrirons

$$2l : \pi d = ldh\delta : \frac{1}{4} \pi d^2 h'\delta; \quad \text{d'où} \quad h' = 2h.$$

Ce qui est d'accord avec l'expérience (290).

306. Tubes non mouillés. — Les calculs qui précèdent s'appliquent aux tubes non mouillés. En effet, la force qui déprime le liquide est proportionnelle au contour du tube, et est représentée par le poids de liquide qu'elle remplace pour produire l'équilibre hydrostatique; c'est-à-dire par le poids du liquide qui remplirait le tube, depuis le niveau intérieur jusqu'au niveau extérieur. On retrouverait donc la loi de Jurin. On pourrait aussi tenir compte de la convexité du mercure, en supposant le liquide terminé par une surface sphérique.

307. Formule de la capillarité. — Dans la méthode qui précède, on suppose d'avance que le tube est mouillé ou non mouillé. Clairaut, dans son *Traité de la figure de la terre*, donne le moyen de trouver la loi de Jurin sans faire cette supposition, et de définir en même temps la condition pour que le tube soit mouillé, et cela en considérant l'action directe des parois solides sur le liquide.

Soit AB (*fig.* 227), le tube capillaire, et imaginons un canal Ba le continuant, d'abord en suivant son prolongement, et autour duquel le liquide soit solidifié, ce qui ne change rien aux conditions d'équilibre (185). Au niveau intérieur n, s'exerce de bas en haut, une action de la matière du tube sur le liquide, action proportionnelle au contour intérieur c de ce tube. Cette action peut être représentée par l'expression $f'c$, dans laquelle f' est une constante, qui dépend de la nature du liquide et de celle du tube. L'extrémité B de ce dernier agit aussi de bas en haut, avec la même force $f'c$, sur le liquide situé au-dessous de B dans le tube fictif Ba; de sorte que le liquide est sollicité à monter par une force égale à $2f'c$. Enfin, les parties solidifiées du tube fictif, inférieures à B, agissent *de haut en bas* sur le liquide situé au-dessus de ce point, avec une force fc dépendant de la cohésion du liquide pour lui-même. De sorte que l'action totale sera $(2f' - f)\,c$, en prenant négativement l'action qui s'exerce de haut en bas.

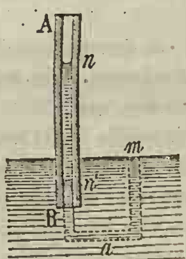


Fig. 227.

Suivant que cette quantité sera positive ou négative, le liquide sera soulevé ou déprimé, et le tube mouillé ou non mouillé. On retrouve ainsi les conditions déjà établies par une autre méthode (300).

L'action totale étant égale au poids $sh\delta$ de la colonne liquide soulevée ou déprimée, dont s est la section et δ la densité, nous aurons

$$(2f' - f)\,c = hs\delta\,; \qquad \text{d'où} \qquad h = \frac{(2f' - f)}{\delta}\,\frac{c}{s} = \pm\, a^2\,\frac{c}{s} \qquad [1]$$

en représentant par a^2 une constante, positive ou négative suivant que $2f'$ est plus grand ou plus petit que f.

Dans le cas d'un tube cylindrique de rayon r, on a $s = \pi r^2$, $c = 2\pi r$, et il vient $h = a^2\,\frac{2}{r}$, qui représente la loi de Jurin. Pour deux lames parallèles dont la distance est $2r$, et la largeur l, on a $s = 2rl$, $c = 2l$, et il vient $h = a^2 \frac{1}{r}$. La hauteur entre deux lames est donc moitié de celle du même liquide dans un tube de diamètre égal à la distance de ces lames.

308. Constantes capillaires. — La quantité a^2 dans la formule [1] et l'angle de raccordement (301), forment ce qu'on appelle les *constantes capillaires*, quantités qui changent avec les liquides et les solides en contact. Plusieurs physiciens, entre autres MM. Quincke, Bède, Dupré,... ont fait beaucoup d'expériences destinées à déterminer ces constantes pour diverses substances et même pour des métaux en fusion. Ces expériences ont souvent conduit à des résultats peu concordants, ce qui ne paraît pas tenir seulement à la difficulté du sujet, mais encore à des variations que peuvent éprouver les valeurs dans certains cas. Ainsi, M. Quincke a vu une grosse goutte de mercure posée sur une glace horizontale, changer de forme pendant plusieurs jours, dans le vide comme dans l'air, et éprouver ensuite des changements en sens inverse après une légère secousse. Par exemple, dans une expérience, l'angle de raccordement, qui était d'abord de 31°, a augmenté jusqu'à 42° pendant 46 heures; une secousse le fit descendre à 38°, d'où il s'accrut peu à peu jusqu'à 40°, dans l'espace de 5 heures[1].

Une même substance peut aussi donner des résultats différents suivant sa structure. Ainsi, M. E. Bède[2] ayant remarqué que les hauteurs et les dépressions sont différentes dans des tubes à parois épaisses ou à parois minces, M. Soret attribua ce résultat singulier à la rapidité plus grande avec laquelle les tubes très-minces s'étaient refroidis lors de la fabrication. Alors, M. Bède a chauffé presque jusqu'au ramollissement un tube épais, l'a fait refroidir rapidement en l'agitant dans l'air, et a vu les liquides s'y tenir à la même hauteur que dans un tube à parois minces de même diamètre intérieur; ce qui confirme l'explication de M. Soret.

309. RELATION ENTRE LA FORME DE LA SURFACE ET LA HAUTEUR DE LA COLONNE. — La formation des ménisques, les expériences du P. Abat sur le mercure (293), prouvent qu'il y a une relation entre la hauteur ou la dépression des colonnes dans les tubes, et la courbure de la surface qui les termine; de manière que l'une étant donnée, on peut en déduire l'autre, sans qu'il soit nécessaire de remonter à l'action des parois sur le liquide, action qui, combinée avec la cohésion du liquide pour lui-même, est la cause première de la courbure (298). Cette courbure, jointe à un état particulier de compression des molécules superficielles, dû aux actions qui s'exercent entre elles, peut servir à rendre compte de tous les phénomènes. C'est ainsi qu'a procédé Laplace, dans sa *Théorie mathématique de la capillarité*. L'analyse l'a conduit à déterminer la forme que doit prendre la

[1] *Ann. de Poggendorff*, t. CV et CXXXV, et *Ann. de Ch. et de Phy.* 3e sér. t. LV, et 4e sér., t. XVI.

[2] Cosmos, *Revue des Sciences*, t. XVIII, p. 581.

surface des ménisques pour qu'il y ait équilibre, et à calculer les pressions, dues aux actions moléculaires, qui résultent de cette forme.

310. Tension des liquides à leur surface. — Une molécule m (*fig.* 227), située dans l'intérieur d'un liquide, à une distance de la surface plus grande que le rayon ρ de la sphère d'activité des actions moléculaires, est également attirée dans tous les sens par les molécules voisines. Mais il n'en est plus de même d'une molécule située à une distance de la surface moindre que ρ. Tandis que, si elle est située en m', à la surface même, elle est sollicitée normalement vers l'intérieur par toutes celles qui sont comprises dans une demi-sphère de rayon ρ (298) ; si elle est en m'' à une distance de la surface moindre que ρ, elle est sollicitée par une force plus faible, égale à la différence des actions de la demi-sphère *cnd*, et de la portion de sphère *abdc;* différence qui diminue quand la distance à la surface augmente. Comme chaque molécule supporte la pression de celles qui sont au-dessus, la densité du liquide va en augmentant, de la surface à une profondeur égale à ρ, et l'équilibre est maintenu par l'excès de force répulsive, développé par le rapprochement des molécules (173). Le liquide est donc recouvert à sa surface, d'une pellicule d'épaisseur égale à ρ, qui exerce une pression se transmettant dans toute la masse, comme le ferait une membrane élastique. C'est là ce qui constitue la *tension* ou la *pression moléculaire* à la surface.

Fig. 228.

L'existence de cette tension superficielle peut être mise en évidence par diverses expériences. En voici deux dues à M. A. Dupré[1] : 1° Après avoir étendu une mince couche d'eau sur un plan horizontal, on pose sur ce liquide les deux tiers d'une carte, et on la voit aussitôt glisser en avant, en obéissant à l'action contractile superficielle de l'eau. 2° Un des côtés d'une petite cuve rectangulaire contenant une couche d'eau de quelques millimètres d'épaisseur, est formé par une bande de métal mince mobile autour de son côté inférieur, et tenue inclinée en dehors par un fil qui l'appuie sur un petit prisme triangulaire. On brûle le fil, et l'on voit alors la bande métallique se relever puis s'incliner en dedans, malgré la pression hydrostatique.

Si l'on enfonce dans du mercure légèrement recouvert d'une fine poussière de grès une baguette de verre, on voit la poussière s'enfoncer avec la baguette, et remonter avec elle, comme si elle était adhérente à une membrane recouvrant le mercure. Avec l'eau recouverte de poudre de lycopode et une baguette non mouillable, on obtient les mêmes résultats.

La tension superficielle existe évidemment dans les lamelles liquides à deux faces libres, comme l'atteste la tendance des bulles de savon à se resserrer. M. Henri, M. Plateau et M. A. Dupré ont mesuré ces pressions du gaz intérieur par divers moyens ; et les deux derniers physiciens ont trouvé que cette pression

[1] *Annales de chimie et de physique,* 4e série, t. IX, p. 373.

est en raison inverse du diamètre de la bulle. Les expériences de M. Plateau sur des lames liquides en suspension dans un milieu de même densité, ou retenues dans l'air par des charpentes en fil de fer (169), la formation des bulles remplies d'air à la surface de l'eau par la sortie des globules d'air qui ont traversé ce liquide, la tendance à se fermer des nappes produites par le choc des veines (271), montrent bien aussi l'existence de la tension superficielle.

Rapportons encore l'expérience suivante de M. Van der Mensbrugghe, citée par M. Duclaux[1]. Sur une lamelle de liquide glycérique tendue dans un cadre de fil de fer, on place un anneau de fil de soie très-fin, qui prend une forme quelconque; on crève la portion intérieure à ce fil, ou bien on y dépose une goutte d'un liquide à tension superficielle moindre que celle du liquide glycérique : on voit aussitôt le fil prendre une forme circulaire, en obéissant à l'effort de tension moléculaire des parties extérieures de la lamelle.

311. Influence de la forme de la surface sur la tension. — La pression moléculaire varie avec la forme de la surface du liquide. Soit n (*fig.* 228) un point de cette surface, et m une molécule située sur la normale en n, à une distance de ce point moindre que le rayon ρ de la sphère d'activité moléculaire. Décrivons du point m comme centre, une sphère de rayon égal à ρ. Si la surface xy passant par le point n est plane, la molécule m sera sollicitée vers l'intérieur par l'action P de la portion de sphère comprise au-dessous du plan $x'y'$ mené parallèlement à xy, à une distance du point m égale à mn. — Si la surface présente une forme concave ab, assez prononcée pour être sensible dans une étendue comparable à ρ, l'action exercée en m sera produite par la portion de sphère $a'cb'$; $a'b'$ étant un arc symétrique de ab par rapport au point m. L'action sera donc diminuée de l'effet, H, produit par la portion de liquide comprise entre le plan $x'y'$ et la surface $a'b'$, et elle sera égale à P — H. Si la surface est convexe, AB, l'action sera due à la portion de sphère A'cB'; elle sera plus grande que P, de tout l'effet, H', de la portion de liquide comprise entre le plan $x'y'$ et la surface courbe A'B'; elle sera donc représentée par P + H'.

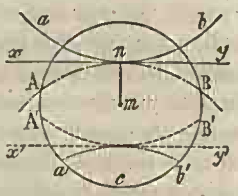


Fig. 229.

312. Loi des hauteurs déduite de la courbure. — Cela posé, considérons un tube capillaire AB (*fig.* 227) et supposons que le canal Bam, autour duquel le liquide est solidifié, vienne aboutir à la surface extérieure, en un point m, où la surface étant plane, la pression moléculaire est égale à P. Si, le tube étant supposé mouillé, le liquide est terminé en n par une surface concave, la pression moléculaire en ce point sera P — H. Le liquide sera donc poussé dans le tube jusqu'à ce que le poids de la colonne soulevée compense la différence de pression H. — Si le liquide ne mouille pas le tube, la surface, n', sera

[1] *Journal de physique* de M. Ch. d'Almédida, t. I, p. 350.

convexe, la pression en n' sera $P + H'$, et le liquide descendra au-dessous du niveau extérieur. Si la surface était plane dans le tube, le niveau serait le même en dedans et en dehors.

Pour connaître la position du niveau intérieur, il faut calculer la valeur de H ou H'. C'est ce qu'a fait Laplace, et il a trouvé, pour la pression en un point de la surface courbe qui termine la colonne, l'expression

$$P + C\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

dans laquelle C représente une constante qui dépend principalement de la nature du liquide, et R et R', les rayons de courbure de deux sections normales quelconques perpendiculaires entre elles. On démontre par l'analyse que la somme des inverses de ces rayons est constante, et égale à la somme des inverses des rayons de courbure maximum et minimum, qui sont aussi dans des sections rectangulaires.

Si nous supposons un tube cylindrique assez fin pour que la colonne soit terminée par une surface hémisphérique, nous aurons $R = R'$, et la valeur de H, qui représente la hauteur ou l'abaissement du liquide, devient $H = 2C : R$; nous retrouvons donc la loi de Jurin, puisque dans ce cas, R est égal au demi-diamètre du tube. — Dans le cas de deux lames assez rapprochées pour que la surface du liquide forme un demi-cylindre horizontal à section circulaire, le rayon de courbure maximum est infini, et la valeur de H devient $C : R$; c'est-à-dire la moitié de celle qui correspond à un tube de rayon R.

313. Forme de la surface courbe. — La forme de la surface qui termine un liquide en équilibre, est déterminée par la condition que la pression y soit partout la même (183). Or la pression moléculaire à la surface est représentée par l'expression $C\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$. Si donc on soustrait le liquide à l'action de la pesanteur, la condition d'équilibre sera $\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = c$; c étant une constante.

La condition exprimée par cette formule peut être satisfaite d'une infinité de manières; elle l'est évidemment par des surfaces sphériques, cylindriques ou planes, renfermées dans des espaces capillaires, où les effets de la pesanteur sont négligeables par rapport à ceux de la cohésion. M. Plateau a pu aussi remplir cette condition avec une masse liquide quelconque, en annulant les effets de la pesanteur, par immersion dans un autre liquide de même densité (167). Il a pu réaliser ainsi, sur une grande échelle, des phénomènes analogues à ceux qui se passent dans les espaces capillaires, de manière à vérifier par des mesures directes certains résultats prédits par le calcul [1].

La masse liquide abandonnée à elle-même prend spontanément la forme

[1] *Mém. de l'Ac. de Bruxelles*, t. XXIII, et *Ann. de ch. et de ph.*, t. XXX, 3e série.

sphérique. C'est donc là la forme la plus stable. De plus, M. Plateau, dans un mémoire particulier sur les différentes figures d'équilibre de révolution, prouve que la sphère est la seule dont la méridienne rencontre l'axe. Il en résulte que les méridiennes des autres figures se prolongent à l'infini, et que ces figures ne peuvent être réalisées qu'avec le secours de pièces solides, auxquelles le liquide adhère par cohésion, et qui servent à en limiter une portion. En l'absence de ces pièces, la forme sphérique est seule possible.

Si l'on plonge verticalement dans une sphère d'huile en suspension dans l'alcool, un tube pas trop étroit enduit en dedans d'une légère couche de saindoux, on voit l'huile monter jusqu'à l'extrémité du tube, quelle que soit sa longueur, pourvu qu'il soit entièrement plongé dans l'alcool. Le liquide étant soustrait à l'action de la pesanteur, l'effet est le même que dans le tube replié horizontalement dont nous avons parlé plus haut (301). — Quelquefois l'huile s'arrête après avoir monté d'un mouvement retardé, ce qui tient à sa viscosité; si la sphère est formée d'alcool en suspension dans l'huile, l'alcool monte d'un mouvement accéléré jusqu'à l'extrémité du tube, qui doit être alors enduit d'une légère couche de gomme arabique. M. Plateau en a fait l'expérience avec des tubes de 10 et de 15^{mm} de diamètre intérieur.

Lorsque la masse en suspension présente une forme non sphérique parce qu'on a forcé sa surface à passer par certaines lignes fixes, en y plongeant des charpentes de fil de fer et en ajoutant ou enlevant du liquide au moyen d'une petite pompe (169), la surface doit toujours être telle que la somme des inverses des rayons de courbure maximum et minimum soit la même dans tous les points. Par exemple, dans le cas de deux segments inégaux appliqués de chaque côté d'un disque, D (*fig.* 116, page 155), si le disque est percé d'un petit trou, le liquide passe d'un segment à l'autre jusqu'à ce qu'ils soient égaux. Le liquide environnant n'apporte aucune modification à la figure d'équilibre du liquide en suspension, car les surfaces en contact des deux liquides présentent en chaque point les mêmes rayons de courbure, sauf le signe; la surface du liquide ambiant est donc aussi en équilibre, et ne peut exercer de pressions moléculaires inégales aux différents points du liquide qu'elle enveloppe.

311. Cylindre liquide. — Parmi les formes étudiées par M. Plateau, il en est une qui mérite une attention spéciale, à cause des particularités qu'elle présente et de son application à la constitution de la veine liquide (262); c'est la forme cylindrique, qu'on obtient entre deux anneaux égaux (*fig.* 230). Les bases du cylindre sont surmontées de deux segments de sphère. Or, la somme $\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}$ doit être constante; de plus, cette somme se réduit à $\frac{1}{R}$ dans le cas du cylindre, puisque $R'=\infty$; et dans le cas de la sphère, on a $R=R'$. Les rayons des sphères qui surmontent les bases du cylindre doivent donc être doubles du rayon du cylindre. C'est, en effet, ce que M. Plateau a vérifié par l'expérience, en mesurant au cathétomètre la hauteur du segment sphérique, pour en déduire son rayon.

Cas d'équilibre instable. — Quand le cylindre liquide a une hauteur égale ou supérieure à 3,6 fois son diamètre environ, il se divise en deux masses inégales, comme nous l'avons vu plus haut en exposant le parti que M. Plateau a tiré de ce phénomène pour expliquer la constitution de la veine liquide (262). Pour qu'on ne puisse attribuer ce résultat à une différence entre les densités des deux liquides, M. Plateau a répété l'expérience en formant un cylindre horizontal entre deux anneaux parallèles verticaux.

Fig. 230.

Maintenant, comme le cylindre est une figure d'équilibre, il faut admettre nécessairement que cet équilibre est *instable* quand le rapport du diamètre à la hauteur est compris entre 3,6 et 3. L'instabilité de cet équilibre se conçoit bien ; car, si le diamètre du cylindre se rétrécit en un point, par une cause quelconque, la *pression moléculaire* s'accroît en ce point, et l'étranglement tend à augmenter. Quand les anneaux qui limitent le cylindre sont assez rapprochés, toutes les parties du liquide sont retenues par leur cohésion pour les molécules qui adhèrent au solide, et l'équilibre est rendu permanent.

315. Phénomènes divers. — Si l'on verse du mercure avec précaution dans un vase de verre, on peut faire en sorte que ce liquide dépasse de plusieurs millimètres les bords horizontaux. Le mercure forme alors une surface, plane au milieu, si le vase est assez large, et se terminant sur son contour par une surface courbe convexe (*fig.* 231). Ce fait, signalé par Boyle, s'explique facilement par les attractions *f, f* du liquide, la tension qui en résulte contre-balançant la pression hydrostatique des parties supérieures à *ab*. Si l'on met trop de mercure, cette pression l'emporte sur la tension, et le vase déborde. L'eau produit le même phénomène quand les bords du vase sont bien secs. Mais s'ils sont mouillés, le liquide s'étend et s'écoule jusqu'à ce que son niveau s'abaisse jusqu'en *ab*.

Avec un vase dont le bord bien horizontal est taillé en biseau (*fig.* 232), et en faisant arriver de l'eau par en bas au moyen d'un tube *t*, on peut obtenir une couche liquide *ab* dont le contour revient en dessous. M. Leboucher a mesuré cette couche au moyen du sphéromètre, et lui a trouvé une épaisseur de 5^{mm}.

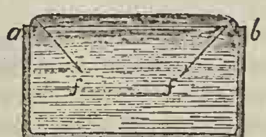


Fig. 231.

Le mercure produit un phénomène semblable. Si on le verse sur une lame de verre *horizontale*, il s'étend, et forme une couche terminée par un contour arrondi en dessus et en dessous ; car l'espace qui existe entre le liquide et le verre laisse la cohésion du premier agir seule. Si la masse de mercure est assez petite, elle prendra sensiblement la forme sphérique. Si l'on augmente cette masse, elle s'étendra, mais en conservant toujours l'épaisseur sous laquelle la poussée du liquide fait équilibre à la force capillaire : épaisseur qui dépend de la cohésion du liquide, et, par suite, de la température.

Quand la lame de verre est mouillée, le liquide s'étend sur toute sa surface, car, si cette lame était verticale, le liquide serait soulevé. Si la lame est mouillable mais non mouillée, il se forme souvent une couche liquide limitée par un contour convexe en dessus; mais les résultats sont toujours incertains, à cause de la couche d'air qui s'attache au verre, ou des impuretés qui peuvent le recouvrir.

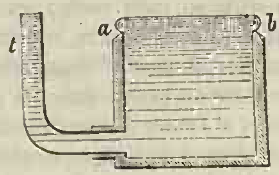


Fig. 232.

316. Actions à l'extrémité d'un tube capillaire. — 1° Supposons un tube capillaire recourbé *abo* (*fig.* 233), communiquant avec un réservoir *an* dans lequel on verse peu à peu de l'eau. Ce liquide montera dans le tube, au-dessus du niveau dans le réservoir, et atteindra l'extrémité *o*, quand le niveau n'' sera au-dessous de cette extrémité, d'une quantité égale à la hauteur, H, de l'eau dans un tube plongé de même diamètre que *ob*, et la surface sera *concave* en *o* et sensiblement sphérique. Si l'on continue à verser du liquide, le niveau ne s'élèvera plus en *o*, la cause de l'ascension n'existant plus au-dessus de ce point; mais la surface en *o* sera de moins en moins concave. En la supposant sphérique, on pourra calculer le rayon de courbure, au moyen de la formule $\text{H} = \frac{2c}{\text{R}}$, (312). Quand le niveau viendra en n', à la hauteur de l'orifice *o*, la surface sera plane à cet orifice; car toutes les molécules de la surface $n'o$ seront dans les mêmes conditions hydrostatiques. Enfin, si l'on ajoute encore de l'eau peu à peu en *n*, la surface du liquide en *o* supportera une pression de bas en haut tendant à la rompre, et à laquelle elle résistera par sa tension. Elle deviendra de plus en plus convexe, jusqu'à ce que la distance des niveaux *n* et *o* soit égale à H. Alors la surface convexe sera sensiblement sphérique. Si l'on ajoute encore du liquide au-dessus du niveau *n*, le liquide débordera en *o*; car la force totale provenant des actions exercées à la périphérie intérieure de l'orifice du tube, n'est capable de retenir qu'une colonne de hauteur verticale *no*. — Cela suppose la section du tube en *o* parfaitement sèche. Si elle était mouillée jusqu'au bord extérieur, comme en o', le niveau *n*, au moment de la rupture, ne dépasserait le niveau en o' que de la hauteur qu'atteindrait le liquide dans un tube capillaire ayant pour diamètre intérieur le diamètre extérieur du tube; ce qu'il était facile de prévoir.

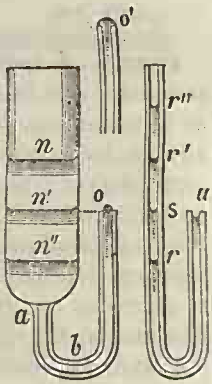


Fig. 233.

2° Si les deux branches de l'appareil *oba* sont capillaires et de même diamètre, comme en $r''u$ (*fig.* 233), la surface du liquide en u sera plane et horizontale, quand le niveau r' dans la longue branche, dépassera cette surface d'une quantité égale à la hauteur H dans un tube capillaire de même diamètre; elle sera convexe et sphérique quand le niveau r'' dépassera le point u d'une quantité sr'' égale à deux fois cette hauteur. Si le niveau descend au-dessous de u, par exemple en r, la surface du liquide sera à la même hauteur dans les deux branches et présentera la même courbure. — Si la tranche du tube en u était mouillée, le point r'' dépasserait le point u d'une quantité égale à la somme des hauteurs du liquide dans des tubes ayant pour diamètre, l'un le diamètre intérieur, et l'autre le diamètre extérieur de cette tranche.

3° Quand on plonge profondément dans un liquide un tube vertical capillaire, et qu'on le retire, en fermant l'ouverture supérieure avec le doigt, pour empêcher le liquide de sortir, on voit, quand ensuite on retire le doigt, le tube vertical conserver une colonne $2h$ (*fig.* 234) double de la colonne h qui s'y maintient quand il est plongé dans le même liquide. Cela suppose que le tube a ses bords tranchants à la partie inférieure, ou que sa section est bien sèche. Si le liquide mouille, au contraire, cette section, la hauteur maximum, h', est égale à h augmenté de la hauteur dans un tube ayant intérieurement le diamètre extérieur du tube h'. S'il y a moins de liquide dans le tube $2h$, la surface inférieure de la colonne est moins convexe; cette surface est plane quand la hauteur de la colonne est h, et enfin, elle est concave, si la hauteur est moindre que h. Tous ces résultats s'expliquent facilement au moyen des notions précédentes.

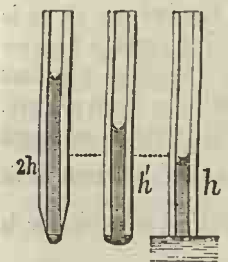


Fig. 234.

4° **Effet sur les aréomètres.** — Quand un aréomètre à poids constant est en équilibre dans l'eau, il s'enfonce plus que ne le comporte son poids, à cause de la tension superficielle du ménisque soulevé autour de sa tige supposée mouillée. Pour mettre cette cause en évidence, M. Duclaux[1] modifie la tension superficielle de l'eau, en y mêlant une parcelle de savon, ou un peu d'alcool ou d'éther, ou même de vapeur de ce dernier liquide; on voit aussitôt l'instrument remonter sensiblement. Ayant plongé dans l'eau un doigt enduit d'une quantité imperceptible d'huile, M. Duclaux a vu son aréomètre remonter de plus de 10^{mm}; ce qui montre combien l'établissement du zéro de cet instrument laisse souvent d'incertitude. On voit aussi que les résultats donnés par les densimètres ne peuvent être très-précis, la tension n'étant pas la même pour tous les liquides.

317. Petits corps flottants sur des liquides moins denses. — Un fil de platine peut être posé sur le mercure sans s'y enfoncer; un fil de métal légèrement graissé en le passant simplement entre les doigts, flotte de même sur l'eau. La formation d'un ménisque convexe tout autour de ces corps, qui ne sont pas

[1] *Journal de physique*, de M. Ch. d'Alméida, t. I, p. 197.

mouillés, prouve l'intervention des forces capillaires, et de la tension superficielle. M. Leboucher[1] qui a étudié avec soin ces curieux phénomènes, a d'abord montré qu'ils peuvent être produits par des plaques non mouillées de grandeur et de contour quelconques, posées horizontalement sur l'eau et suffisamment minces. Pour trouver la limite maximum d'épaisseur pour chaque substance, M. Leboucher fait flotter une lame très-mince, et la charge peu à peu de sable jusqu'à ce qu'elle aille au fond. Il déduit ensuite l'épaisseur maximum e, du poids total P, au moyen de l'équation $esd = P$, dans laquelle s représente la surface et d la densité de la plaque. Les moyennes d'un grand nombre d'expériences lui ont donné $1^{mm},5$; 1^{mm}; $0^{mm},5$ pour l'ardoise, le mica et le laiton, l'étendue de la surface n'ayant qu'une très-faible influence sur ces résultats.

Pour expliquer le phénomène, remarquons que le ménisque convexe formé tout autour de la plaque, retient l'eau et permet à cette plaque de s'enfoncer au-dessous du niveau général, sans que le liquide s'étende sur elle. Si h est la distance de la surface inférieure à ce niveau, cette surface est soumise à une pression hydrostatique de bas en haut égale à $sh\delta$; δ étant la densité du liquide; et dès qu'on aura $h\delta = ed$ il y aura équilibre. Comme d est plus grand que δ, il faut que h soit supérieur à e; et comme le ménisque ne peut dépasser une certaine hauteur, on voit pourquoi l'épaisseur est limitée.

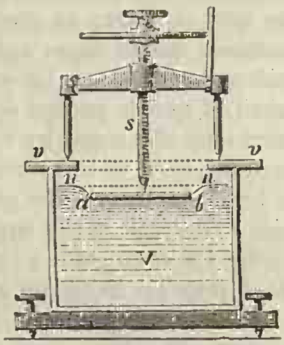


Fig. 235.

Pour contrôler cette explication, M. Leboucher a mesuré la profondeur h, par le moyen suivant. Il place sur le bord horizontal du vase V (*fig*. 235), une plaque annulaire vv sur laquelle s'appuient les pieds d'un sphéromètre, dont il amène la pointe de la vis s au contact de la lame flottante ab. Il fait ensuite affleurer cette pointe en un point de la surface libre du liquide, après avoir fait glisser le sphéromètre sur la plaque annulaire vv; et le nombre de tours qu'il a fallu faire faire à la vis, donne la distance de la surface supérieure de la lame ab au niveau nn du liquide, distance à laquelle on ajoute l'épaisseur de cette lame.

Il est résulté de ces expériences que la pression hydrostatique est un peu plus petite que le poids de la lame flottante; la différence est généralement comprise entre 0,1 et 0,2 du poids de celle-ci; ce que M. Leboucher explique facilement par la tension capillaire sur l'arête, toujours un peu arrondie, du contour de la face inférieure, tension qui s'ajoute à la pression hydrostatique pour faire équilibre au poids de la lame flottante.

Il y a certains insectes, par exemple les *hydromètres*, qui courent sur l'eau

[1] *Mémoires de la Société Linnéenne de Normandie*, t. XV.

sans s'y enfoncer. Ils doivent cette propriété à leurs longues pattes, qui ne sont pas mouillées, et autour desquelles se forment des ménisques déprimés. M. Leboucher a reconnu, par des mesures précises, que, si l'on suppose que chacune des quatre jambes par lesquelles l'hydromètre s'appuie sur l'eau, touche ce liquide par la moitié de son contour, la pression capillaire est au moins six fois plus grande que le poids de l'insecte.

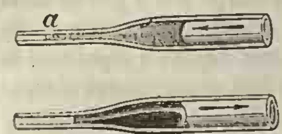


Fig. 236.

318. Mouvements produits par la capillarité. — Considérons un tube capillaire horizontal (*fig.* 236) dont le diamètre va en diminuant d'une extrémité à l'autre, et contenant dans sa partie moyenne un liquide qui le mouille. L'expérience montre que ce liquide marchera vers l'extrémité la plus étroite, comme l'encre contenue dans le bec d'un tire-ligne nous en montre un exemple familier. Pour expliquer ce phénomène, remarquons que les forces capillaires agissant aux extrémités de la colonne liquide sont dirigées vers les ouvertures du tube. Pour qu'il y eût équilibre, il faudrait, d'après le principe de la presse hydraulique (179), que ces forces fussent entre elles comme les aires des sections; mais les forces capillaires sont entre elles comme les circonférences ou comme les diamètres des sections, tandis que les aires sont entre elles comme les carrés de ces diamètres; la force qui réside à l'extrémité la plus large de la colonne est donc trop faible pour faire équilibre à celle qui réside à l'extrémité opposée, et la colonne marchera vers celle-ci, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée à l'extrémité. Là, la concavité diminuera jusqu'à ce qu'il y ait équilibre. — Si le liquide ne mouille pas le tube, les forces sont dirigées de dehors en dedans de la colonne, et le liquide marchera vers la partie la plus large.

Fig. 237.

Ces phénomènes peuvent également s'expliquer en partant de l'expression $P \pm \frac{2C}{R}$ de la pression moléculaire (312), pression différente aux deux extrémités, puisque R n'y est pas le même.

319. Attractions et répulsions apparentes des corps flottants. — Deux corps légers flottant sur un liquide qui les mouille également, se précipitent l'un vers l'autre quand ils sont à une distance assez petite pour que les ménisques soulevés se joignent. Il en est de même quand les deux corps ne sont pas mouillés par le liquide. Mais, si l'un d'eux étant mouillé, l'autre ne l'est pas, les deux corps, rapprochés l'un de l'autre, s'écartent dès qu'on les abandonne à eux-mêmes (*fig.* 237). Les résultats sont intenses avec deux lames (*fig.* 238) parallèles, suspendues à de longs cordons verticaux qui leur laissent toute leur mobilité. — Au moyen d'une baguette dont on enfonce le bout dans le liquide, on peut poursuivre, sans parvenir à le toucher, un corps flottant qui n'est pas mouillé, comme elle, ou qui est mouillé quand la baguette ne l'est pas. On peut aussi voir ce corps suivre la baguette, quand il est mouillé ou non mouillé en même temps qu'elle. Enfin, les corps mouillés viennent se coller aux parois mouillées d'un vase plein d'eau, et s'en éloignant quand ils ne sont pas mouillés, et c'est, le contraire quand, le niveau dépassant les bords, la surface du liquide est bordée d'un ménisque convexe (315). Ces phénomènes ont été expliqués par Mariotte, et particulièrement par Monge.

Considérons d'abord deux corps mouillés, *a*, *b* (*fig.* 237 et 238). Entre eux s'élève une petite colonne liquide dont le sommet *m* dépasse le niveau *ab* des points culminants des ménisques extérieurs. Or, si les deux corps soutiennent la colonne *m*, cette colonne, par son poids, tend à les entraîner l'un vers l'autre, en vertu du principe de la réaction opposée et égale à l'action (57). Les choses se passent comme si un cordon chargé de poids était attaché aux deux corps; auquel cas, ces corps seraient évidemment tirés l'un vers l'autre. Ici, la tension superficielle en *m*, remplace la résistance du cordon, et la cohésion du liquide pour les corps mouillés remplace les points d'attache.

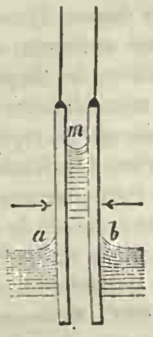


Fig. 238.

Dans le cas de deux corps non mouillés, la surface du liquide entre eux est plus basse que le point le plus bas, *e*, des ménisques extérieurs (*fig.* 237). La pression hydrostatique exercée extérieurement sur chaque corps est donc supérieure à celle qui s'exerce entre eux, et les corps sont poussés l'un vers l'autre par la pression exercée sur la portion *ec*.

Supposons enfin que l'un des corps soit mouillé, et l'autre non mouillé. Si le premier était éloigné de tout autre corps, le ménisque qu'il soulèverait monterait jusqu'en *o* (*fig.* 237); de même, si le corps non mouillé était seul, le ménisque déprimé s'enfoncerait au-dessous du niveau général jusqu'à la profondeur *r*. Si maintenant nous supposons les deux corps assez rapprochés pour que les ménisques se joignent, la surface du liquide prendra une position *kn* intermédiaire entre celles des deux ménisques qui se seraient produits isolément; de manière que le point le plus élevé viendra en *n* au-dessous du point *o*, et le point le plus bas, en *k* au-dessus du point *r*. Le corps mouillé sera donc entraîné vers l'extérieur, par la différence des ménisques ascendants extérieur et intérieur, dont la différence de hauteur est *on;* et le corps non mouillé sera poussé loin du premier par l'excès de pression hydrostatique intérieure, dû à la différence de niveau *kr*.

320. Force d'adhésion. — La force qui rapproche deux corps mouillés peut être considérable quand le ménisque a une grande longueur. Simon a fait à ce sujet diverses expériences curieuses [1], qui montrent une fois de plus l'influence de la courbure sur les effets capillaires. On verse un peu d'eau sur un disque bien horizontal *cd* (*fig.* 239), sur lequel on en pose un autre *ab*, de même grandeur, suspendu au bassin d'une balance en équilibre. On voit les disques se rapprocher, et le liquide s'étendre jusqu'à ce qu'il forme, au contour des disques, une surface cylindrique verticale. Un tube capillaire *t*, qui traverse le disque supérieur, contient alors une colonne d'eau de même hauteur que s'il plongeait dans le même liquide contenu dans un large vase.

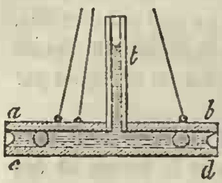


Fig. 239.

Si l'on charge de poids le bassin opposé de la balance, les disques s'écartent, il se forme une gorge sur le contour du liquide, le niveau descend dans le tube *t*, et les poids sont en raison inverse de la distance des disques. Quand la gorge atteint sa plus grande profondeur, les poids sont aussi maximum, et si le tube capillaire a un diamètre égal au double de la distance des disques, ou s'il est remplacé par deux lames parallèles placées à la même distance que les disques, il n'y a plus de colonne liquide soulevée. Les poids ajoutés représentent alors le poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface des disques, et pour hauteur celle du liquide entre deux lames parallèles. — Pour comparer les courbures de la gorge, aux hauteurs dans le tube *t*, il est plus commode de maintenir les lames à une distance donnée, au moyen de brins de fil de fer interposés, et de faire varier la courbure de la gorge, en enlevant ou ajoutant du liquide au moyen d'une pipette.

321. Mouvement d'un segment sphérique sur un plan incliné. — Sur une glace bien nette L, on pose un segment sphérique *vv'* (*fig.* 240) que l'on fait adhérer au moyen d'une goutte d'eau interposée, *ma*. Si l'on incline la glace, on voit le segment prendre un mouvement rapide de rotation sur lui-même, en se déplaçant obliquement à l'horizon. S'il l'on fait varier la position de la glace de manière à toujours éloigner le segment de ses bords, on peut continuer l'expérience indéfiniment.

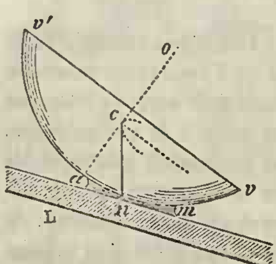


Fig. 240.

Pour expliquer ce résultat, considérons le centre de gravité *c* du segment; quand on incline la glace, ce segment, qui ne peut glisser à cause de l'adhérence capillaire produite par le ménisque d'eau, s'incline légèrement, jusqu'à ce que le point d'appui *n*, qui occupait la position *a* sur le segment quand la glace était horizontale, vienne se placer sur la verticale *cn* qui passe par le centre

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXII, p. 21.

de gravité. Dans cette position, ce point tend à descendre en faisant tourner le segment autour de la normale *nb*, et l'équilibre étant instable, la rotation aura lieu, dans un sens ou dans l'autre, par le moindre ébranlement. Mais, en même temps, la surface du segment roulant sur la glace, le point *n* par lequel elle s'appuie changera à chaque instant, le centre de gravité se retrouvera au-dessus de la normale *no* à la glace, et le mouvement de rotation continuera, accompagné d'un mouvement de translation.

Si l'on supprime la goutte d'eau, ou qu'on la remplace par une goutte d'huile d'olive ou de pétrole, le phénomène ne se produit que difficilement, sous une faible inclinaison de la glace et en élevant le centre de gravité du segment. M. Didion a fait une étude détaillée de ce curieux phénomène [1].

322. Application au frottement des machines. — Une couche d'eau maintenue par capillarité entre deux surfaces, rend extrêmement facile le glissement de ces surfaces l'une sur l'autre. C'est ainsi qu'on rend insensible le frottement aux tourillons des machines, en introduisant entre ces tourillons et les coussinets qui les contiennent, de l'eau, comprimée d'autant plus fortement que le poids du système tournant est plus grand. M. L. D. Girard, auquel est due cette ingénieuse application, a construit un chemin de fer de quelques centaines de mètres, dont les voitures, au lieu de roues, portent 4 patins glissant sur des rails assez larges, dont ils sont séparés par une mince couche d'eau comprimée. Cette eau est introduite entre les surfaces en présence, par des canaux pratiqués dans les patins. Par ce moyen, le coefficient de frottement, par tonne, a été rendu 130 fois plus faible [2].

III. Action de la chaleur sur les phénomènes capillaires.

323. L'étude de l'influence de la chaleur sur les phénomènes capillaires a une grande importance, à cause des modifications que cet agent apporte à l'une des forces moléculaires. Laplace et Poisson, en partant de certaines considérations théoriques, admettaient que la chaleur ne modifiait pas la courbure du ménisque dans un même tube mouillé, et que la hauteur d'un même liquide variait proportionnellement à sa densité. M. Emmett a cru, au contraire, pouvoir conclure de ses expériences, que la densité du liquide était sans influence, et que les résultats restaient les mêmes, quand il échauffait toute la colonne ou seulement sa partie supérieure. M. Frankenheim et M. Sondhauss ont fait de nombreuses expériences sur ce sujet. Pour obtenir une température uniforme dans toutes les parties du liquide, ils ont employé, entre autres, la méthode des vases communiquants (292); le double tube était plongé dans un bassin dont le niveau dépassait celui du liquide dans les deux branches. M. Frankenberg, qui a appliqué

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris*, tome LXXVII.
[2] *Cosmos, revue des Progrès des Sciences*, tome XX, p. 677 (1861).

cette méthode au mercure, a constaté que la dépression *augmente* avec la température.

M. Brünner, en suivant la méthode directe, a reconnu, sur l'eau, l'éther et l'huile d'olive, que les hauteurs dans les tubes mouillés diminuent bien plus rapidement que ne l'indiquent les variations de densité. Ainsi, à 100°, la hauteur de l'eau dans un tube de 1^{mm} de rayon est de $12^{mm},47$, tandis que la loi théorique donne 14,69. De plus, quoique l'eau augmente de densité quand on l'échauffe de 0° à 4°, la hauteur diminue entre ces deux limites. Simon croyait que la hauteur variait en raison inverse de la température, et il a confirmé que le résultat dépend surtout de la température du sommet de la colonne.

324. Expériences de M. Wolf[1]. — Dans un travail remarquable, auquel sont empruntés les détails qui précèdent, M. Wolf prouve d'abord que la chaleur exerce une influence sensible dans toutes les parties de la colonne soulevée : ayant enveloppé le tube capillaire de deux manchons, l'un placé à la hauteur du ménisque, l'autre au-dessous, il a vu la colonne s'élever un peu quand il faisait passer un courant d'eau chaude dans le manchon inférieur seul (vraisemblablement à cause de la diminution de densité de la partie échauffée) ; s'abaisser rapidement quand le manchon supérieur recevait aussi de l'eau chaude, et s'abaisser encore plus quand le manchon inférieur recevait ensuite de l'eau froide. Il est donc essentiel que la colonne soulevée possède la même température dans toute sa hauteur.

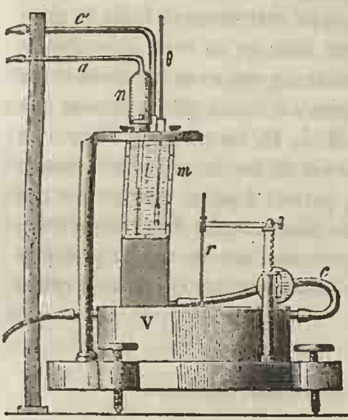


Fig. 241.

La *fig.* 241 représente l'appareil au moyen duquel M. Wolf a rempli cette condition. Le liquide est contenu dans un vase en laiton à double enveloppe, V, dans lequel plonge le tube capillaire *t*. Ce tube est entouré d'un manchon rectangulaire *m*, muni de deux glaces parallèles, à travers lesquelles on peut observer le ménisque soulevé, et qui peut tourner sur lui-même. On agit sur les vis calantes de l'appareil, de manière à mettre les glaces parallèles bien verticales, et l'on s'assure qu'un trait marqué sur le tube *t* et visé au cathétomètre conserve sa même position quand le manchon est plein d'eau et quand il est vide. L'appareil étant ainsi bien réglé, on fait circuler dans l'enveloppe du vase V, un courant d'eau, qui passe ensuite dans le manchon *m* par le tube c, et en sort par le tube *c'*. Toutes les parties de l'appareil sont ainsi à une même température, indiquée par deux thermomètres : l'un, θ, plongé dans le manchon, et l'autre,

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLIX, p. 230.

dans l'enveloppe du vase V. On vise ensuite, au cathétomètre, la partie inférieure du ménisque soulevé dans le tube capillaire, puis l'extrémité d'une tige verticale r dont la longueur est connue, et dont la partie inférieure affleure la surface du liquide dans le vase V. On fait en sorte que le ménisque se trouve toujours au trait marqué sur le tube, et l'on fait deux observations : l'une après avoir soulevé le liquide, en aspirant par un tube a qui surmonte une petite cloche n, l'autre après l'avoir refoulé. Le tube a, mis en communication avec la machine pneumatique, sert en outre à faire passer un courant d'eau à travers le tube, pour le bien nettoyer. Enfin, le vase V est recouvert de lames de verre pour s'opposer à l'évaporation du liquide.

Les premières observations ont été faites sur l'eau, avec un tube de $0^{mm},2346$ de diamètre, et poursuivies pendant toute une année, à la température ambiante, qui varia de $0°,35$ à $25°$. La courbe qui représente les hauteurs se confond avec une ligne droite, de $0°$ à $8°$, et avec une autre ligne droite, de $13°$ à $25°$. Dans ces deux intervalles, les hauteurs peuvent se calculer au moyen de deux formules linéaires,

$$h = 132^{mm},265736 - 0,260553\ t, \quad \text{et} \quad h = 132^{mm},0785 - 0,245699\ t.$$

On voit que h décroît plus vite, de 0 à $8°$, que de $13°$ à $25°$. Ce que l'on peut rapprocher de ce fait que l'eau se dilate au lieu de se contracter, de $0°$ à $4°$ où se trouve son maximum de densité, et ce qui montre ainsi que la densité n'a qu'une influence secondaire, puisque le liquide s'abaisse aussi bien pendant que cette densité augmente de $0°$ à $4°$, que lorsqu'elle diminue de $4°$ à $8°$. Tous les résultats, de $0°$ à $25°$, peuvent être représentés par la formule parabolique

$$h = 132^{mm},265736 - 0,2660448\ t + 0,00054918\ t^2.$$

Ces résultats sont généralement d'accord avec ceux qu'avait trouvés M. Brünner. Ils donnent pour la hauteur à $0°$, dans un tube de 2^{mm} de diamètre, $h = 15^{mm}53$.

D'autres expériences faites sur l'eau, à des températures variant de $5°$ à $82°$, dans un tube de $0^{mm},3098$ de diamètre, ont conduit à la formule linéaire

$$[1] \qquad h = 101^{mm},80346 - 0,184966\ t,$$

qui montre que, à partir de $5°$, le *décroissement de la hauteur est proportionnel à l'accroissement de la température*, comme l'avaient déjà annoncé Bède, Brünner et Simon. Il faut remarquer que le rapport des coefficients n'est plus le même que dans la formule relative à l'autre tube, car ce rapport est ici 550,3, au lieu de 537. Le *rapport* des hauteurs dans les deux tubes varie donc avec la température.

325. Passage des ascensions aux dépressions. — On voit que les lois données par Laplace et par Simon ne sont pas exactes. Il résulterait de ces lois que, quelle que fût la température, jamais la hauteur ne deviendrait nulle. Tandis que la loi représentée par la formule [1] montre qu'il doit exister une certaine température pour laquelle on a $h = 0$, et au-delà de laquelle h deviendrait négatif, c'est-à-dire que l'ascension du liquide se changerait en dépression. La formule [1] donne pour l'eau $h = 0$, quand $t = 550^\circ$, température impossible à réaliser. Des expériences faites sur l'*éther* par M. Brünner l'ont conduit à une formule qui donne $h = 0$ pour $t = 191^\circ$. M. Wolf a donc expérimenté sur ce nouveau liquide, après avoir constaté que jusqu'à 100°, il obéit, comme l'eau, à la loi exprimée par la formule [1].

Le tube capillaire était maintenu verticalement dans un tube très-fort, de 10^{mm} de diamètre intérieur, contenant de l'éther, et fermé à la lampe après que tout l'air en avait été chassé. Ce tube était plongé dans de l'huile dont on élevait la température. L'éther descendit alors dans le tube capillaire, atteignit le niveau extérieur vers 191°, puis s'abaissa au-dessous. En même temps, la surface concave du liquide dans le gros tube devint plane vers 191°, puis convexe à une température plus élevée. Le sulfure de carbone, l'huile de Naphte et l'alcool se sont comportés de la même manière.

Ces résultats se conçoivent facilement, quand on se reporte au principe de Clairaut (300) et qu'on se rappelle que la chaleur augmente la force répulsive moléculaire (172) : à partir d'une température suffisamment élevée, l'attraction du liquide sur lui-même devient plus grande que le double de celle du tube pour le liquide; la surface intérieure du tube cesse d'être mouillée, et l'ascension se change en dépression.

Nous devons ajouter que M. Drion[1] a contesté le changement de l'ascension de la colonne en dépression. Il attribue les dépressions observées à un faible excès de température du liquide extérieur, combiné avec l'extrême dilatation des liquides très-chauds. Mais la forme du ménisque extérieur, qui de concave devient convexe, suffit pour montrer le changement d'action des parois du tube, qui doivent dès lors produire des dépressions dans l'intérieur.

IV. Écoulement par les tubes et les espaces capillaires.

326. Nous avons vu que la vitesse d'écoulement dans les tuyaux diminue avec leur diamètre. On conçoit d'après cela que, dans les tubes capillaires, la vitesse doit être énormément diminuée. C'est, en effet, ce qui a lieu. Ce résultat s'explique par la viscosité des liquides, le frottement contre les parois, et, pour les tubes mouillés, la cohésion du liquide pour la substance du tube. Aussi, la chaleur qui diminue la viscosité et l'adhérence au tube, augmente-t-elle beaucoup la dépense. Il est facile de voir que la viscosité n'est pas la seule force qui entrave le mouvement du liquide; car l'alcool s'écoule moins vite que l'eau, quoique

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LVI, p. 221.

beaucoup moins visqueux, et l'acide sulfurique à deux équivalents d'eau, moins vite que l'acide concentré.

Girard, qui, le premier, s'est occupé de cette question, vers 1814, a mis en évidence l'influence de la nature du liquide et de la température, en comparant les temps d'écoulement par un même tube, d'un même volume de divers liquides : essence de térébenthine, alcool, eau pure ou tenant en dissolution 3 pour cent de sucre, sel marin, sulfate de soude, azotate de potasse. Pour chaque liquide, le temps est d'autant plus court que la température est plus élevée. Poiseuille et Graham ont confirmé cette loi; le premier a vu la vitesse de l'eau à 45° être deux fois et demi plus grande qu'à 0°.

Quand le tube n'est pas mouillé, il arrive un moment où la charge ne peut plus vaincre la résistance qu'il oppose à l'écoulement, et le liquide ne s'échappe plus. Ce résultat s'obtient d'autant plus promptement que la charge est plus faible, le diamètre plus petit, et la longueur du tube plus considérable. Le mercure, dans un tube de verre de $1^{mm},12$ de diamètre, et de 375^{mm} de longueur, cesse de s'écouler quand la charge est de 10^{mm}.

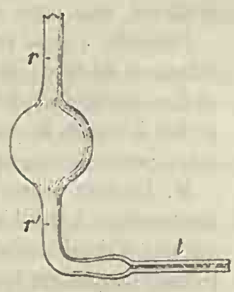


Fig. 242.

Quand le liquide mouille le tube, l'écoulement s'arrête encore si l'extrémité du tube est parfaitement sèche, et la charge moindre que la hauteur à laquelle ce liquide s'élèverait dans un semblable tube plongé verticalement dans le même liquide. Cela résulte directement de ce qui a été dit précédemment (316).

Si l'extrémité du tube est mouillée, ou si la charge dépasse la limite qui vient d'être indiquée, l'écoulement a toujours lieu; mais avec une vitesse d'autant plus lente que le tube est plus long et plus étroit, et la charge plus faible.

327. Lois de l'écoulement. — Poiseuille a fait des recherches suivies sur le sujet qui nous occupe[1]. Pour mesurer la dépense, il remplissait de liquide, jusqu'au repère r (*fig.* 242), une ampoule de verre soudée au tube capillaire t, et communiquant par le haut avec un récipient rempli d'air comprimé; l'élasticité de cet air refoulait le liquide dans le tube t, et les vitesses d'écoulement se comparaient au moyen des temps nécessaires pour que le niveau arrivât à un second repère r'. Pour obtenir des résultats réguliers, il fallait que l'extrémité du tube t plongeât dans le liquide sorti; autrement, l'écoulement se faisait goutte à goutte, et la dépense n'était pas constante dans les mêmes conditions.

Poiseuille a trouvé ainsi, que la dépense en 1^s à travers un tube mouillé très-long par rapport à son diamètre est : 1° proportionnelle à la charge H, et non à sa racine carrée, comme le voudrait le principe de Torricelli (235); 2° en raison inverse de la longueur l du tube : ces deux lois ne sont vraies qu'à partir d'une certaine longueur minimum qui dépend du diamètre, et au-dessous de

[1] *Mém. des savants étrangers*, t. IV, p. 433, et *Ann. de ch. et de phys.* 3e sér., t. VII, p. 50.

laquelle la vitesse croît plus rapidement que la pression; 3° la dépense est proportionnelle à la quatrième puissance du diamètre d. La dépense est donc donnée par la formule

$$D = k \frac{Hd^4}{l}; \qquad \text{d'où} \qquad V = KH \frac{d^2}{l},$$

en remplaçant le volume D sorti dans l'unité de temps, par $\frac{1}{4}\pi d^2 V$, et tirant la valeur de la vitesse V; K et k sont des coefficients constants pour un même liquide, pris à la même température. Pour l'eau, l'expérience donne $k = 183,783$ millimètres cubes, la pression H étant évaluée en millimètres d'eau. — Les lois exprimées par la formule représentent d'une manière remarquable les résultats de l'expérience. Elles ont été vérifiées depuis par M. E. Duclaux[1]. Celles qui sont relatives à la longueur et à la pression avaient déjà été trouvées par Dubuat et Girard, mais entre des limites beaucoup trop resserrées.

Poiseuille a aussi reconnu que la vitesse d'écoulement ne dépend pas de la substance du tube; elle est la même dans les vaisseaux capillaires des animaux et dans des tubes de verre de mêmes dimensions; ce qui montre que l'écoulement se fait à travers le canal liquide formé par la couche adhérente aux parois du tube, comme le supposait Girard.

M. Duclaux prouve l'existence de cette couche adhérente, au moyen d'un thermomètre à alcool coloré, dont la colonne liquide est terminée par une petite quantité d'alcool incolore; il chauffe le réservoir, et le liquide coloré, au lieu de pousser simplement la partie incolore, la traverse en son milieu et vient s'étendre au-dessus, le liquide incolore formant une couche adhérant aux parois du tube. Cependant, le même physicien, en opérant sur divers liquides dans des tubes de verre, de charbon et de terre de pipe, a vu les vitesses absolues changer, mais très-faiblement, avec la nature des parois; ce qu'il attribue aux différences d'épaisseur de la couche adhérente.

Les lois de l'écoulement ne sont plus les mêmes pour les tubes non mouillés. Par exemple, Poiseuille trouve que la vitesse du mercure semble être proportionnelle au simple diamètre du tube capillaire.

328. Plaques poreuses et membranes. — M. Duclaux a aussi cherché les lois de l'écoulement à travers des plaques de plâtre, de charbon et de terre de pipe. La plaque était pressée au moyen d'un écrou roulant, contre l'extrémité bien dressée d'un gros tube vertical contenant le liquide, et dont elle était séparée par un anneau de cuir. Il a retrouvé la loi des pressions, et celle qui est relative aux longueurs des tubes, longueurs qui sont ici remplacées par les épaisseurs.

Antérieurement, M. W. Schmidt[2], opérant sur des membranes animales, avait retrouvé la loi de la proportionnalité de la dépense à la pression, à la

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXV, p. 442.
[2] *Annales de Poggendorf*, t. XCIX (1856).

condition de compter celle-ci à partir d'une pression limite, pour laquelle la membrane commence à laisser suinter le liquide.

329. Influence de la composition du liquide. — Poiseuille avait reconnu que, parmi les mélanges d'alcool et d'eau, il en est un qui présente une vitesse *minimum*, égale à peu près au tiers de la vitesse de l'eau à travers le même tube. Ce mélange est celui qui contient 46 pour cent, ou 6 équivalents d'eau, et qui, d'après Rudberg, donne le maximum de contraction.

Graham[1] a confirmé ce fait remarquable, au moyen du tube à repères (*fig.* 242). Il a constaté, en outre, l'existence d'un minimum semblable de vitesse pour les liquides suivants, quand on y ajoute les nombres d'équivalents d'eau, HO, indiqués à droite :

Acide azotique mono-hydraté. . . .	3.HO	Acide butyrique.	3.HO
Acide sulfurique mono-hydraté . . .	1.HO	Acide valérianique.	3.HO
Acide acétique.	2.HO	Acétone	12.HO

Pour la glycérine, les acides chlorhydrique et formique, la vitesse augmente graduellement avec la quantité d'eau ajoutée. Enfin, les diverses espèces d'éthers ont donné des vitesses d'autant plus grandes, dans les mêmes conditions, que leur point d'ébullition est plus élevé; il en a été de même pour les différentes espèces d'alcools.

330. Vitesse d'ascension des liquides dans les tubes capillaires. — Quand on plonge un tube capillaire dans un liquide dont il est mouillé d'avance, ce liquide s'élance dans le tube, et monte avec une vitesse décroissante, de manière à atteindre le niveau final au bout d'un temps d'autant plus long que le liquide est plus visqueux, la température plus basse[2] et le tube plus fin. M. C. Decharme a spécialement étudié ces phénomènes[3]; il a trouvé que les vitesses successives d'ascension d'un liquide sont représentées par les ordonnées d'une courbe logarithmique, quand les temps sont représentés par les abscisses.

Les vitesses des divers liquides, comparées au bout du même temps, ne sont pas en rapport avec les hauteurs finales qu'ils doivent atteindre. Ainsi, la dissolution aqueuse de chlorure de lithium, qui monte plus haut que l'eau, a une vitesse bien moindre que celle de ce liquide. Si l'on excepte le sel ammoniac, les autres sels mêlés à l'eau en diminuent la vitesse d'ascension, tandis qu'ils en accélèrent la vitesse d'*écoulement*, et d'autant plus qu'ils sont dissous en plus grande proportion.

M. Decharme a aussi étudié l'ascension des liquides dans des bandes de papier spongieux; il a trouvé, entre autres résultats, que les liquides peu volatils, très-solubles et qui ne cristallisent pas sur le papier qu'ils imbibent, s'élèvent le plus

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. I, p. 129.
[2] L'eau même ne fait pas exception en passant par son maximum de densité.
[3] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXVII, p. 228, et XXIX, p. 415 et 564.

haut, sinon le plus vite. En outre, la hauteur finale augmente avec la largeur de la bande.

L'influence de la substance du corps spongieux est évidente dans ces sortes de phénomènes. M. Schœnbein a remarqué que certaines substances dissoutes dans un même liquide, sont séparées par la vitesse inégale de leur déplacement dans les feuilles poreuses comme le papier à filtre. Par exemple, une goutte de *cyanine* décolorée par un acide, étant déposée sur du papier à filtrer, s'étend et forme trois parties distinctes : au centre, un cercle incolore de cyanine, puis une zone bleue de cyanine sans acide, et, enfin, une dernière zone incolore d'alcool aqueux.

331. Résistance d'une colonne interrompue. — Supposons que l'on aspire à l'extrémité d'un long tube capillaire, pendant qu'on ferme l'autre extrémité par intermittences rapprochées, au moyen du doigt enveloppé d'un linge mouillé. Il s'introduit dans le tube de courtes colonnes d'eau séparées par de petits espaces remplis d'air, qui occupent bientôt toute la longueur du tube. Si alors on exerce une pression à l'une des extrémités, cette pression n'est pas transmise à travers la série des petites colonnes liquides; seulement, les premières colonnes se rapprochent des suivantes et de moins en moins à mesure que leur rang est plus élevé, jusqu'à une colonne de rang m, qui n'est pas déplacée.

M. Jamin, qui a fait une étude suivie de ce phénomène[1], explique cette résistance par la différence que produit la pression dans les courbures des ménisques qui terminent les petites colonnes. L'extrémité antérieure devient plus concave et la postérieure moins concave, ce qui rend son action, qui est proportionnelle à l'inverse du rayon de courbure, moins prononcée. La colonne résiste donc avec une force f, de manière qu'elle comprime la colonne suivante, par l'intermédiaire de l'air, avec une force $P - f$, P étant la pression exercée sur la première colonne. La seconde colonne comprimera la troisième avec une force $(P - f) - f$, ou $P - 2f$, ... et la n^{o} transmettra à la suivante une pression $P - nf$. Si n est assez grand, nf pourra devenir égal à P diminué de la pression existant à l'extrémité opposée, et le mouvement s'arrêtera. On pourra ainsi, en coupant la colonne en un grand nombre de petits tronçons, rendre la résistance capable d'empêcher la transmission d'une pression de plusieurs atmosphères.

M. Jamin a étendu ses recherches aux corps poreux placés dans diverses conditions, et a appliqué les lois auxquelles il a été conduit, à l'explication, par les effets capillaires, de l'ascension de la sève dans les végétaux.

V. Endosmose. — Osmose.

332. On a rattaché aux phénomènes capillaires les effets qui se produisent quand deux liquides se mélangent à travers une cloison poreuse, quoi qu'il y ait de grandes différences entre les deux ordres de phénomènes.

[1] *Comptes rendus des séances de l'Ac. des Sc. de Paris*, t. L, pp. 171, 311, 385.

Endosmomètre. — Supposons deux liquides différents convenablement choisis et séparés l'un de l'autre par une membrane, une lame de bois ou d'argile poreuse ; une portion des deux liquides traverse la cloison, mais l'un d'eux passant plus abondamment que l'autre, le niveau s'élève d'un côté de la cloison et s'abaisse de l'autre. Dutrochet, qui a fait de nombreuses recherches sur ce phénomène[1], exprime ce résultat en disant qu'il y a *endosmose*, du liquide qui passe le plus rapidement, à l'autre liquide, et qu'il y a *exomose*, de ce dernier au premier. Priesley, vers 1777, décrivait des faits de ce genre, et tentait de les expliquer.

Pour montrer l'endosmose, Dutrochet a imaginé l'*endosmomètre*. V′ (*fig*. 243) est un réservoir surmonté d'un tube gradué, et fermé à sa partie inférieure par une lame poreuse. Le réservoir étant rempli du liquide qui passe le moins rapidement à travers la lame, on le plonge dans l'autre liquide, et l'on voit le niveau monter dans le tube, et le liquide finir par se déverser par l'extrémité supérieure que l'on recourbe souvent pour que ce liquide retombe dans le vase V. — Th. Graham forme l'instrument, qu'il nomme *osmomètre*, au moyen d'un de ces vases cylindriques poreux dont on se sert dans la construction des piles galvaniques. Le tube est ajusté à l'ouverture du vase, par l'intermédiaire d'une pièce en gutta-percha.

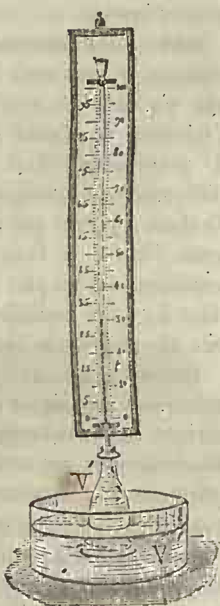


Fig. 243.

Toutes les substances poreuses ne produisent pas également l'endosmose. En première ligne, il faut citer les substances organiques, comme les membranes, le bois ; puis les substances inorganiques assez poreuses pour être facilement imbibées, comme l'argile cuite, l'ardoise, le marbre. Les substances qui renferment de l'alumine sont surtout efficaces. Graham a reconnu que le charbon moulé, quoique très-poreux, et le plâtre, le cuir tanné ne produisent pas l'endosmose avec les dissolutions de sels. Les cloisons de nature organique finissent par entrer en putréfaction, et le phénomène s'arrête. Les acides et les dissolutions alcalines ou salines, qui les désorganisent, amènent assez rapidement la cessation du phénomène, surtout les acides sulfurique et sulfhydrique. Avec les substances inorganiques, l'endosmose peut durer indéfiniment quand on a soin de renouveler les liquides.

L'endosmose sert à expliquer les échanges de liquides qui se font à travers les tissus des animaux et des végétaux pendant leur vie ; l'absorption de l'eau du sol par les spongioles des racines, et en partie l'ascension de la sève dans les plantes. Le gonflement, suivi souvent de la rupture de l'enveloppe, qu'éprouvent certaines

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXXV, XXXVII, XLIX, LI, LX.

espèces de fruits sucrés, après les pluies, se rattache au même phénomène; comme l'a prouvé M. J. Boussingault, qui a constaté, en outre, que le fruit cède à l'eau extérieure une partie de sa matière sucrée.

M. U. Gayon a signalé un fait remarquable relatif à la double membrane qui tapisse l'intérieur de la coque des œufs d'oiseaux. Si l'on construit deux endosmomètres égaux fermés au moyen de cette membrane, de manière que, dans l'un, la surface extérieure soit en dehors de l'instrument, tandis que dans l'autre elle soit en dedans, si on les remplit d'eau sucrée et qu'on les plonge dans l'eau pure, on voit le niveau monter rapidement dans le premier instrument et se déplacer à peine, dans le second. L'endosmose se fait donc énergiquement de la partie externe de la membrane à la partie interne, et très-faiblement dans le sens inverse.

333. Lois générales de l'endosmose. — Dutrochet a reconnu que l'endosmose ne peut avoir lieu qu'avec les liquides capables de se mélanger; ainsi, elle n'a pas lieu avec l'eau et l'huile. Le même physicien avait trouvé que l'élévation de niveau dans l'endosmomètre pendant un temps donné, est : 1° proportionnel à la surface de la cloison poreuse, 2° proportionnel à la différence des hauteurs des deux liquides dans un même tube capillaire. Mais Graham a prouvé que cette seconde loi est inexacte. Par exemple, l'endosmose entre l'alcool et l'eau est très-faible, tandis que la différence des hauteurs capillaires est des plus grandes, et une foule de dissolutions salines, qui s'élèvent dans les tubes capillaires presque à la même hauteur que l'eau, produisent avec elle une endosmose énergique.

Dutrochet a trouvé qu'il y a endosmose, de l'eau pure aux dissolutions de substances organiques non acides, et aux dissolutions d'acide tartrique et d'acide citrique convenablement concentrées; mais que le contraire a lieu quand les dissolutions de ces acides sont faibles. L'endosmose de l'eau aux dissolutions gélatineuses, gommeuses, sucrées et albumineuses ayant même densité, ne se produit pas avec une égale intensité : les quantités dont elles s'élèvent dans le même instrument, sont entre elles comme les nombres 3; 5,17; 11; et 12. M. Lhermite remarque que, pour qu'il y ait endosmose énergique, il faut qu'un des liquides mouille la cloison le mieux possible, pendant que l'autre la mouille le moins possible, et que, en général, le liquide qui filtre le plus vite quand on l'essaie isolément avec la cloison, est celui qui la traverse le plus rapidement quand elle le sépare de l'autre liquide.

La chaleur, qui atténue les effets capillaires dans le cas des surfaces mouillées, active au contraire les phénomènes d'endosmose. — La diffusion des liquides jouant un rôle important dans ces phénomènes, nous allons d'abord nous en occuper.

334. Diffusion des liquides. — On nomme ainsi le phénomène par lequel certains liquides, mis en présence, se pénètrent mutuellement de manière à se mélanger. On dit qu'ils *se diffusent* l'un dans l'autre. La diffusion se montre dans l'expérience suivante due à Graham. Dans un vase rempli d'eau V (*fig.* 244), on plonge un flacon à large col, B, rempli d'une dissolution de sel, plus dense que l'eau, et fermé par une plaque de verre qu'on enlève ensuite avec précaution. Au bout de quelque temps, on trouve que l'eau du vase V contient du sel, dont on peut déterminer la proportion par les procédés chimiques. En même temps, l'eau pure a pénétré en B. La diffusion n'est pas sensiblement retardée quand on ferme l'ouverture du flacon B par une membrane suffisamment mince, qui s'opposerait cependant à l'écoulement mécanique du liquide.

La diffusion varie de rapidité suivant les liquides en présence; elle est due évidemment à la force qui les porte à se mélanger, force qui tient de l'affinité chimique, ainsi que le prouvent les changements de volume et de température qui accompagnent souvent le mélange.

335. De l'explication de l'endosmose. — Priestley, Dutrochet, Poisson et Magnus ont cherché à expliquer l'endosmose, au moyen des actions capillaires différentes exercées sur les deux liquides par la cloison poreuse. Mais les faits cités plus haut (234) sont opposés à cette explication. Beaucoup d'autres théories ont été proposées par divers physiciens, parmi lesquels Graham, qui a fait des recherches étendues sur l'endosmose, et a reconnu que le phénomène se présente dans des conditions plus variées qu'on ne l'avait cru d'abord.

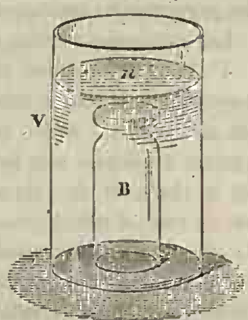


Fig. 244.

336. Expériences de Th. Graham. — Les expériences de Graham ont fait faire un grand pas à la question de l'endosmose[1]. Cet habile physicien considère l'*exosmose* comme un simple phénomène de *diffusion* s'effectuant à travers la cloison poreuse : ce n'est pas la totalité du liquide intérieur qui traverse cette cloison, mais seulement les molécules de la substance dissoute; l'eau qui la tient en dissolution dans l'endosmomètre étant entièrement passive. Il reste à trouver la cause de l'*endosmose* ou transport à travers la membrane, de l'eau vers la dissolution. Graham désigne ce transport sous le nom d'*osmose*, et il appelle *force osmotique* la cause qui le produit. Certaines substances peuvent être remplacées dans l'*osmomètre*, par plusieurs centaines de fois leur volume d'eau; par exemple le carbonate de potasse, avec lequel le rapport entre le poids de sel diffusé et d'eau introduite est égal à 1 : 556. On voit donc qu'on ne peut, dans ce cas, rendre compte de l'osmose par la diffusion de l'eau dans la dissolution intérieure.

Pour mesurer la *force osmotique*, Graham a soin de tenir l'osmomètre toujours enfoncé dans l'eau de manière que le niveau dans le tube soit le même qu'à l'extérieur, afin de n'avoir pas à tenir compte de la différence des pressions. Les cloisons membraneuses étaient appliquées sur une plaque un peu bombée en zinc verni, criblée de trous qui les maintenait dans une position fixe. Le

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLV, p. 5.

déplacement de l'extrémité de la colonne liquide dans le tube était observé d'heure en heure et pendant cinq heures. Quand les liquides étaient en assez grande quantité pour que leur altération fût peu prononcée, ce déplacement était sensiblement constant, excepté dans la première expérience faite avec la cloison, expérience dont le résultat était rejeté. Le déplacement du niveau intérieur pendant cinq heures servait de mesure à la force osmotique; on la prenait négativement, quand la quantité de liquide diminuait dans l'instrument, qui contenait toujours le liquide autre que l'eau pure.

Résultats. — Graham a reconnu ainsi que l'osmose paraît se manifester particulièrement avec les dissolutions étendues. Pour la plupart des substances, elle est maximum quand la matière dissoute ne dépasse pas $\frac{1}{400}$ du poids de l'eau. Avec le sel marin, l'osmose est maximum quand la solution ne renferme que 0,00125 de sel; elle diminue rapidement et peut même devenir négative, quand la proportion atteint et dépasse 0,01. Le chlorure de potassium présente des particularités analogues.

Les substances solubles peuvent se diviser en trois classes :

1° Dans la première classe se trouvent les substances qui agissent chimiquement sur la cloison poreuse, de nature minérale ou organique. Par exemple, les alcalis et les acides attaquent les silicates de chaux et d'alumine dont les plaques argileuses sont formées; le poids de ces plaques diminue, et l'on trouve de la chaux et de l'alumine dans les liquides, après l'expérience. L'osmose est du reste d'autant plus prononcée que l'action chimique est plus énergique. Le plâtre, le charbon moulé, le cuir tanné, n'ont pas de pouvoir osmotique avec les dissolutions salines, qui ne les attaquent pas. L'argile blanche plastique ne donne que de faibles résultats, tandis que la même argile, modifiée par la cuisson, est attaquée et donne des effets prononcés. Un plaque calcaire renfermant de l'alumine présente, pour une solution de carbonate de potasse, un pouvoir osmotique bien supérieur à celui d'une plaque de marbre pur.

Les membranes sont aussi attaquées, elles sont sans cesse en voie de décomposition, leur poids diminue depuis 20 jusqu'à 40 pour cent du poids primitif, et l'on trouve, après l'expérience, des principes organiques dissous dans les liquides intérieur et extérieur. Des cloisons en albumine coagulée donnent des résultats semblables; on les obtient en tendant à l'ouverture de l'osmomètre, un morceau de calicot fin, sur lequel on étend au pinceau, deux ou trois couches de blanc d'œuf, à une heure d'intervalle, qu'on expose ensuite à la vapeur d'eau bouillante.

Il est essentiel que l'action chimique soit différente sur les deux faces de la cloison; sans cela il n'y a pas de raison pour que l'osmose se fasse dans un sens plutôt que dans le sens opposé; c'est pour cela qu'il faut employer deux liquides différents. Quand on se sert d'une membrane de vessie garnie de sa tunique musculaire, celle-ci entre rapidement en putréfaction, et les substances salines ou autres, qui s'en séparent, occasionnent des irrégularités. Graham pense que les variations de la force osmotique observées par Matteucci et par d'autres physiciens quand on retourne simplement la membrane, sont dues à ce que ces matières solubles sont entraînées vers l'intérieur ou vers l'extérieur, suivant la manière dont la membrane est tournée.

2° Avec les substances qui n'ont pas d'action chimique sur les cloisons, l'osmose, alors très-faible, présente tous les caractères d'un phénomène physique, et semble due à l'échange, par diffusion, d'une certaine quantité de la substance dissoute, contre une certaine quantité d'eau. L'osmose augmente en effet avec la proportion de substance dissoute, quoique moins rapidement. Cette classe contient la plupart des substances neutres organiques, sucre, alcool, tannin, urée ; le sel marin, les dissolutions de chlore et de brôme.....

3° La troisième classe contient les substances, telles que le sulfate neutre de magnésie, avec lesquelles l'osmose, assez médiocre, semble due en même temps à une action chimique faible et à un effet de diffusion.

Voici quelques-uns des nombres trouvés par Graham ; les ascensions, dans le tube de son osmomètre à membrane, ont été obtenues au bout de 5 heures, les dissolutions contenant 1 de substance, contre 100 d'eau.

	millimètres.		millimètres.
Acide oxalique.	— 148	Chlorure de zinc	+ 45
Bichlorure d'étain	— 46	Azotate de plomb.	204
Azotate de magnésie	— 22	Azotate de cuivre.	204
Chlorure de magnésium.	— 2	Protochlorure de fer.	435
Chlorure de sodium.	+ 12	Azotate de mercure.	476
Chlorure de potassium.	18	Acétate d'alumine.	393
Azotate d'argent	34	Chlorure d'aluminium.	540
Sulfate de magnésie.	14	Phosphate de soude.	311
Chlorure de calcium.	20	Carbonate de potasse	439

337. Actions électriques dans l'osmose. — Il reste à expliquer comment une action chimique, différente sur les deux faces d'une cloison, peut déterminer le passage de l'eau à travers cette cloison. Or, nous verrons plus tard qu'un courant d'électricité passant à travers une cloison, de chaque côté de laquelle il y a de l'eau, détermine un semblable transport de liquide. Nous verrons aussi que les actions chimiques sont accompagnées d'un dégagement d'électricité. En partant de là, Graham a cru pouvoir rattacher l'osmose aux phénomènes de transport produits par l'électricité et qu'on a nommés *endosmose électrique*. Il remarque que les acides, qui produisent une osmose négative, occupent une des extrémités de la liste ci-dessus, tandis que les substances alcalines se trouvent à l'autre. L'eau passe donc du côté de ces dernières, de même qu'elle suit l'hydrogène et les alcalis dans le transport par l'électricité, comme nous le verrons. Enfin, la chaleur favorise les actions chimiques, en même temps que les phénomènes d'osmose. Mais il reste à savoir si les actions chimiques et électriques qui accompagnent l'osmose, ne sont pas simplement des effets secondaires, et non les causes de ce phénomène, qu'elles viendraient simplement compliquer en s'y mêlant accidentellement. C'est ce qui semble résulter de la théorie qu'on admet généralement aujourd'hui.

338. Théorie de l'osmose. — M. Lhermite explique l'endosmose simplement par la diffusion des liquides l'un dans l'autre, à travers la cloison poreuse [1]. Il montre d'abord que cette diffusion peut se faire à travers une couche d'un troisième liquide interposé, dans lequel les deux liquides qu'il sépare tendent à se dissoudre à des degrés différents. Par exemple, il mit de l'eau au fond d'une éprouvette, au-dessus, une couche mince d'huile de ricin ou d'essence de citron ou de térébenthine, et par-dessus, de l'alcool aqueux, qui est plus soluble que l'eau dans le liquide intermédiaire. Au bout de deux jours environ, ce dernier liquide était monté au niveau de l'alcool, qui était allé se mêler à l'eau après s'être dissous dans la couche intermédiaire, puis dans l'eau, pour laquelle son affinité est plus grande.

Comme, ici, la couche qui représente la cloison est mobile, il ne peut s'établir de différence de pression, et il n'y a pas d'*exosmose*. Si, comme dans l'osmomètre, une lame poreuse sépare les deux liquides, elle s'oppose à leur mélange mécanique pendant la diffusion, et comme elle a une position invariable, elle permet qu'il s'établisse d'un côté un excès de pression, en vertu duquel il se fait, à travers le corps poreux, un écoulement proprement dit, qui constitue l'*exosmose*.

Citons encore l'expérience remarquable qui suit, faite par M. Lhermite. Dans un osmomètre construit avec un vase poreux, comme celui de Graham, il mit de l'alcool imbibant le vase dans toute son épaisseur, et le plongea dans l'eau. Le niveau monta aussitôt dans l'intérieur avec lenteur et continuité, indiquant que l'endosmose se faisait de l'eau à l'alcool. Mais le vase poreux ayant été imbibé d'huile de ricin, l'eau mise en dedans, et l'appareil plongé dans l'alcool, le niveau s'éleva encore en dedans, de manière à indiquer une endosmose de l'alcool à l'eau, c'est-à-dire en sens inverse de celle qui avait lieu dans le premier cas.

Liebig a donné aussi une théorie de l'endosmose basée sur la tendance des liquides à se diffuser. Il remarque d'abord que les membranes absorbent des quantités différentes des divers liquides. Ainsi une portion de vessie qui absorbe 100^{gr} d'eau, ne prend que 14^{gr} d'alcool; et si on la plonge dans l'alcool, après l'avoir imbibée d'eau, elle lui cède, en 24 heures, la moitié de son eau, se resserre et perd de sa souplesse. Si donc une membrane sépare les deux liquides, elle s'en imbibera; l'alcool qui baigne une de ses faces lui enlèvera, par diffusion, de l'eau, dont elle ne sera plus saturée, de sorte qu'elle en absorbera une nouvelle quantité, qui sera enlevée à son tour, et il s'établira un courant de l'eau à l'alcool. Un effet semblable se produira de l'alcool à l'eau; mais comme la membrane absorbe l'alcool moins activement que l'eau, le courant de l'eau à l'alcool sera le plus rapide, et le niveau s'élèvera du côté de ce dernier liquide.

Nous pouvons donc dire, pour conclure, que l'endosmose peut s'expliquer

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLIII, p. 420.

simplement par la diffusion des liquides, la membrane interposée ne faisant que modifier l'intensité du phénomène, tout en régularisant la production.

339. Applications. — Dialyse. — Dès 1854, M. Dubrunfaut[1], qui, un des premiers, a attribué l'endosmose à la diffusion, l'a appliquée à l'épuration des liquides sucrés, comme la mélasse de betteraves, qui contient divers sels (azotate de potasse, chlorure de potassium....), qui l'empêchent de cristalliser. Il fait passer le liquide sucré dans un des compartiments d'une caisse divisée en deux par une double feuille de *papier parchemin*[2], et dont l'autre compartiment reçoit de l'eau pure. Des cloisons transversales forcent les liquides à circuler le long de la feuille de papier. Les sels, qui se diffusent très-activement, passent dans l'eau à travers cette feuille, et le liquide sucré en perd assez pour pouvoir cristalliser facilement. Un grand nombre de caisses semblables sont appliquées les unes contre les autres et communiquent entre elles par des conduits, de manière que chaque liquide passe de l'une à l'autre en se rendant dans le compartiment qu'il doit parcourir. Avec cette disposition, on peut épurer jusqu'à 2,000 kil. de jus, en 24 heures.

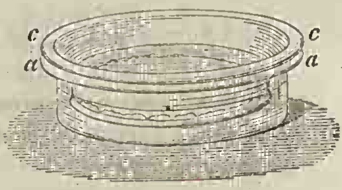


Fig. 245.

Dialyse. — Graham a divisé les corps, au point de vue de la diffusion, en deux groupes composés de ceux qui se diffusent facilement et de ceux qui le font avec une excessive lenteur[3]. Les premiers, qu'il nomme *cristalloïdes*, sont les liquides et les corps susceptibles de cristalliser, comme le sucre de canne, les sels; ils sont plus volatils que ceux du second groupe. Ceux-ci, nommés *colloïdes*, ne peuvent cristalliser. Au contact des liquides, ils ne se dissolvent pas, mais se gonflent, et leurs hydrates présentent une apparence gélatineuse. Parmi les colloïdes sont la silice et l'alumine hydratées, l'amidon, la dextrine, la gomme, le caramel, le tannin, l'albumine, la gélatine, les matières extractives végétales et animales.

Un fait très-remarquable, c'est que les colloïdes sont aussi perméables que l'eau pure pour les cristalloïdes, tandis qu'ils repoussent les autres colloïdes.

En partant de ces propriétés opposées des deux groupes, Graham a imaginé, de son côté, un procédé d'analyse, analogue à celui que M. Dubrunfaut appliquait déjà à l'épuration des dissolutions sucrées. Pour séparer par ce procédé, désigné sous le nom de *dialyse*, les substances mélangées dans une dissolution, on

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. X, et *Comptes rendus* XLI et LXIII.

[2] Le *papier parchemin*, ou *parchemin végétal*, est un papier sans colle dont on a modifié la structure par une courte immersion dans une dissolution d'acide sulfurique ou de chlorure de zinc. Il est alors résistant comme du parchemin. Au contact de l'eau, il s'hydrate, devient translucide et s'allonge de 0,04 environ.

[3] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LXV, p. 129.

emploie le plus souvent le *dialyseur* (*fig*. 245). Sur l'ouverture *aa* d'un vase rempli d'eau, on appuie le bord saillant *cc* d'un second vase, dont le fond est formé d'une feuille de papier parchemin, et l'on verse dans ce dernier vase la dissolution à analyser. Si cette dissolution renferme des substances colloïdes et cristalloïdes, le papier parchemin, agissant comme colloïde, laisse passer les sels, et la séparation des deux ordres de substances est bien plus complète que si la diffusion se faisait sans interposition de membrane. Par exemple, on peut séparer ainsi avec facilité l'acide arsénieux des substances organiques auxquelles il peut être mélangé, de manière à pouvoir le doser immédiatement au moyen de l'acide sulfhydrique.

Par la même méthode, un peu modifiée suivant les circonstances, Graham a obtenu une foule de colloïdes : silice, alumine, peroxyde de fer solubles, et beaucoup d'autres produits remarquables, dont l'étude et la préparation sont du ressort de la chimie.

§ 4. — MESURE DE LA COMPRESSIBILITÉ DES LIQUIDES.

340. Premières expériences. — Nous avons rendu compte des principes fondamentaux de l'*hydrostatique*, en prenant pour point de départ la compressibilité des liquides (178). Nous allons actuellement nous occuper des lois de cette compressibilité, et des moyens par lesquels on la mesure avec précision.

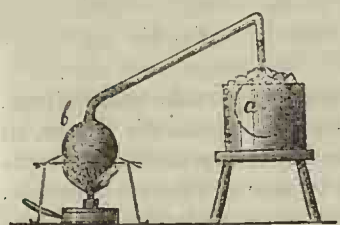


Fig. 246.

Pendant longtemps, la compressibilité des liquides, et en particulier celle de l'eau, avait été regardée comme trop faible pour qu'on pût la constater par l'expérience. Cependant on admettait généralement l'existence de cette propriété parce que les liquides transmettent les sons, ce qui exige qu'ils soient compressibles et élastiques. Vers la fin du dix-septième siècle, les académiciens de Florence firent beaucoup d'essais pour reconnaître la compressibilité de l'eau. Ils employèrent d'abord l'appareil (*fig*. 246). Les ballons *a* et *b* contiennent de l'eau, qui occupe aussi une partie du tube qui les joint. Le ballon *b* ayant été chauffé, l'eau s'y dilata et comprima, par l'intermédiaire de l'air que contient le tube, l'eau renfermée dans le ballon *a*, entouré de glace fondante pour l'empêcher de s'échauffer. Quoique l'on eût ainsi exercé des pressions assez fortes pour qu'il fût nécessaire de substituer des ballons de métal aux ballons de verre, il n'y eut aucun abaissement de niveau du côté du ballon *a*. Résultat négatif qui s'explique par la condensation de la vapeur venant du ballon *b*, à la surface de l'eau froide du ballon *a*.

Après avoir essayé, sans plus de succès, de comprimer l'eau au moyen d'une colonne de mercure de 24 pieds de hauteur, dans un appareil que nous décrirons plus loin sous le nom de *tube de Mariotte*, les académiciens remplirent d'eau une sphère creuse d'argent, la fermèrent hermétiquement avec un bouchon à vis, et la soumirent à une forte compression, ce qui en diminua la capacité. Ils virent alors l'eau suinter à travers l'enveloppe métallique et se déposer comme une espèce de rosée sur sa surface[1]. Cette expérience avait été déjà faite avec une sphère de plomb, mais dans des conditions moins favorables, par F. Bacon, qui la cite dans son *Novum organum*.

De toutes ces tentatives infructueuses, on conclut que, si l'eau était compressible, elle l'était trop peu pour qu'on pût le constater par l'expérience; et l'on donna aux liquides le nom de *fluides incompressibles*, par opposition à celui de *fluides élastiques* attribué aux gaz.

341. Expériences de Canton et de Perkins. — John Canton, en 1761, prouva enfin la compressibilité de plusieurs liquides, et parvint même à en donner une mesure assez précise. Il prit un ballon de verre auquel était soudé un tube capillaire (*fig.* 247), le remplit de liquide, ainsi qu'une partie du tube, et l'échauffa de manière que le liquide arrivât jusqu'à l'extrémité effilée du tube. Il scella alors cette extrémité en la fondant au chalumeau, et le liquide, après s'être contracté par le refroidissement, ne fut plus soumis à la pression atmosphérique. Canton brisa ensuite la pointe effilée, la pression de l'air se fit sentir en dedans, et le niveau du liquide baissa de n en n'. Il est évident qu'une partie de cet effet provenait de l'extension du ballon sous l'influence de la pression intérieure.

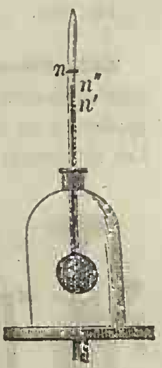


Fig. 247.

Pour faire la part de cette influence, Canton renferma la boule dans un récipient, dont le tube traversait la partie supérieure (*fig.* 247), fit le vide dans ce récipient, et y laissa rentrer l'air au moment où il brisait l'extrémité du tube. La pression de l'air extérieur étant ainsi ajoutée en dehors comme en dedans du ballon, il y eut encore un abaissement de niveau, mais moindre que dans le premier cas, jusqu'en n'' par exemple. Canton conclut de ses expériences, que le volume de l'eau diminue de 46 *millionièmes* sous la pression que produit l'atmosphère, pression qui équivaut à une colonne de mercure de $0^{m},76$, ou à une colonne d'eau de $10^{m},33$ environ.

En 1819, Jacob Perkins constata et mesura la compressibilité de l'eau au moyen d'instruments divers qu'il appela *piézomètres*. Un de ces instruments consiste en un vase métallique (*fig.* 248) fermé par une soupape très-délicate s

[1] Cette expérience, souvent répétée depuis avec des sphères de différents métaux (or, platine, cuivre, etc.), se faisait autrefois pour prouver la porosité de ces métaux; mais on a reconnu que l'eau passe à travers une multitude de fissures imperceptibles qui se forment dans l'enveloppe, et non à travers les pores du métal.

s'ouvrant de dehors en dedans. Perkins ayant rempli ce vase totalement d'eau, le pesa avec soin et le plongea dans un récipient plein du même liquide, qu'il comprima fortement au moyen d'une presse hydraulique. Après avoir supprimé la pression, il reconnut que le vase à soupape avait augmenté de poids; une certaine quantité d'eau s'y était donc introduite, ce qui montre que celle qui remplissait le vase avait diminué de volume. La soupape s'était opposée à la sortie du liquide introduit, et le vase, aplati latéralement, avait pu céder, sans se briser, à son expansion, dès que la pression extérieure avait été supprimée.

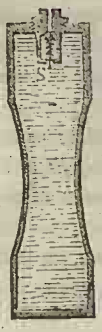


Fig. 248.

Perkins employa aussi le piézomètre à tige plongeante que nous avons décrit précédemment (36). Ayant enfoncé cet appareil dans la mer, à une profondeur de 915 mètres, ce qui représente une pression de près de 100 atmosphères, la barre s'enfonça de 8 pouces. On voit facilement comment on peut déduire de ces expériences la mesure de la compressibilité de l'eau quand le diamètre de la tige est connu.

342. Piézomètre d'Œrsted. — Les expériences précédentes prouvent indubitablement la compressibilité des liquides. Œrsted, de Copenhague, s'est appliqué à en donner la mesure, au moyen d'un *piëzomètre* qui porte son nom. Cet instrument MN (*fig.* 249) consiste en un réservoir de verre, *r*, auquel est soudé un tube capillaire divisé en parties d'*égale capacité*. On remplit, du liquide à étudier, ce réservoir et une partie du tube; un petit index de mercure sépare le liquide, du milieu environnant. A côté du piézomètre est fixé, sur la plaque MN, un *manomètre à air*, formé d'un tube cylindrique vertical fermé à sa partie supérieure et divisé en parties égales. Un thermomètre fait connaître si la température ne varie pas pendant l'expérience. On plonge le piézomètre dans l'eau qui remplit un cylindre de verre épais *tt*, auquel on visse ensuite un corps de pompe *c*, dans lequel on peut pousser un piston, au moyen d'une vis V. On achève de remplir le corps de pompe, en versant de l'eau dans l'entonnoir R; l'air s'échappe par un petit trou *s*, au-dessus duquel on a eu soin de soulever le piston, puis on ferme le robinet R.

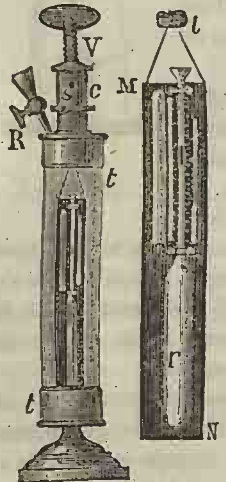


Fig. 249.

On enfonce alors le piston; l'eau est comprimée dès qu'il a dépassé l'orifice *s*, et l'on voit l'index de mercure descendre dans le tube capillaire du piézomètre. En même temps, l'eau monte dans le manomètre rempli d'air, et la pression exercée s'évalue en s'appuyant sur cette loi, démontrée dans le chapitre suivant (376) que le volume de l'air varie en raison inverse de la pression qu'il supporte. La pression, avant d'enfoncer le piston, était égale à celle de l'atmosphère augmentée de la colonne d'eau qui se trouve au-dessus du niveau dans le manomètre.

Pour déduire de l'abaissement de l'index de mercure, la quantité dont a diminué le volume de l'eau dans le piézomètre, il faut connaître le rapport entre la capacité d'une division et celle du réservoir. Si ce rapport est $1 : n$, pour chaque division parcourue par l'index, le volume aura diminué de $1 : n$ de ce qu'il était primitivement.

Œrsted a d'abord constaté, pour des pressions allant jusqu'à 10 atmosphères, que la diminution de volume *de l'eau* est proportionnelle à la pression qu'on lui fait subir; de sorte que, en divisant cette diminution par le nombre d'atmosphères, on obtient la diminution produite par une pression d'une seule atmosphère; c'est ce qu'on appelle le *coefficient de compressibilité*. Œrsted a trouvé pour le coefficient de l'eau, 46,65 millionièmes. Remarquons que ce n'est là que la compressibilité apparente, car il n'a pas été tenu compte d'une diminution de volume qu'éprouve le piézomètre, même quand il est comprimé également en dedans et en dehors. C'est Œrsted qui a le premier signalé cette cause d'erreur, qu'il considérait comme négligeable et sur laquelle nous reviendrons (346).

Fig. 250

343. Rapport entre les capacités du réservoir et d'une division. — Pour obtenir ce rapport, on pèse le piézomètre vide, puis rempli jusqu'à une division n, de mercure desséché et purgé d'air par l'ébullition. Soient π et P les poids obtenus; $P - \pi$ sera le poids du mercure seul. On ajoute ensuite une nouvelle quantité de ce liquide, de manière qu'il s'élève jusqu'à la division n', et l'on trouve le poids P'. $P' - P$ est alors le poids du mercure qui occupe $n' - n$ divisions, et $\frac{P' - P}{n' - n}$, le poids du liquide qui remplirait une seule division. Le mercure qui remplirait le réservoir jusqu'au zéro de la division, pèserait $P - \pi$ diminué du poids du mercure contenu dans n divisions, c'est-à-dire de $P - \pi - \frac{P' - P}{n' - n} n$. En divisant cette quantité par le poids du mercure qui remplit une division, on trouve

$$\frac{(P - \pi) n' - (P' - \pi) n}{P' - P}$$

pour expression du rapport cherché; car les volumes sont entre eux comme les poids. Ce résultat représente aussi le volume du réservoir exprimé au moyen de celui d'une division pris pour unité.

344. Expériences de Despretz. — Despretz a modifié, en 1823, le piézomètre d'Œrsted, dans lequel l'index de mercure était sujet à pénétrer à travers le liquide comprimé, de manière à ne pas revenir exactement à sa première position quand on supprimait la compression. Le tube capillaire, dans le nouvel appareil, est recourbé à sa partie supérieure (*fig.* 250), et terminé par une petite cloche *mn* remplie d'air; de sorte que, si l'index pénètre dans le liquide, il est facile de s'en apercevoir. Un peu de papier Joseph placé en *m*, retient l'humidité qui pourrait se condenser dans le tube. Les expériences ont été faites sur l'eau, le mercure, l'alcool, et l'éther sulfurique. Despretz a reconnu que la diminution de volume de certains liquides *n'est pas exactement proportionnelle à la compression;* et que *le coefficient de compressibilité diminue à mesure que la pression augmente.*

345. Expériences de Colladon et Sturm. — Dans un Mémoire couronné en 1837 par l'Académie des sciences de Paris, Colladon et Sturm, de Genève, ont décrit des expériences remarquables sur la compressibilité de plusieurs liquides, dans lesquelles ils ont tenu compte de la diminution de capacité du piézomètre. Le piézomètre *p* (*fig.* 251), gradué avec soin, est renfermé dans un tube de verre très-fort *tt*, rempli d'eau et entouré d'eau *cc*, pour empêcher la température de varier. A ce tube *tt* est adapté un long corps de pompe dans lequel on pousse un piston au moyen d'un cordon et d'une vis sans fin *v*. Une petite ampoule *a*, ménagée à l'extrémité du piézomètre et remplie d'air, rend inutile l'index de mercure, qui, à cause du frottement, peut ne pas transmettre intégralement la pression. Pour les liquides capables d'absorber l'humidité, un petit index de carbure de soufre est placé dans le tube capillaire. Une cause d'erreur sensible provient du liquide qui reste adhérent aux parois de ce tube quand le volume diminue. C'est pourquoi on faisait deux expériences, l'une en augmentant la pression, l'autre en la faisant décroître, et l'on prenait la moyenne entre les deux résultats correspondants à une même pression. Cette cause d'erreur n'est pas négligeable. Par exemple, la différence entre les positions de l'index, quand la pression augmente et quand elle va en diminuant, a été d'une demi-division du tube, pour l'alcool, la pression étant de 12 à 16 atmosphères.

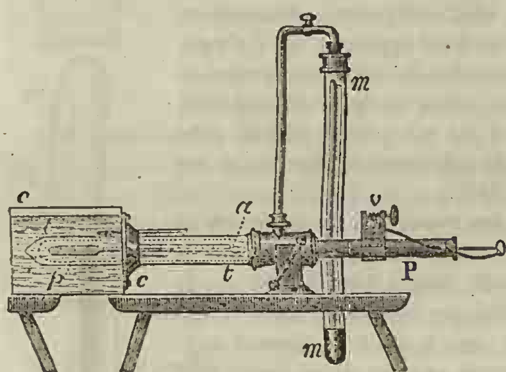


Fig. 251.

Les pressions étaient d'abord données par une colonne de mercure renfermée dans un tube vertical de $12^{m},30$ de hauteur; mais ensuite elle furent évaluées au moyen d'un manomètre à air, renfermé dans un tube de verre *mm*, communiquant, par sa partie supérieure, avec l'intérieur de l'appareil.

Dans le tableau suivant sont rassemblés quelques-uns des résultats publiés par Colladon et Sturm, résultats corrigés de l'effet de la compressibilité du piézomètre, par les méthodes que nous donnons plus bas (346).

NOMS DES LIQUIDES	TEMPÉRATURE	NOMBRE maximum d'atmosphères.	COMPRESSIBILITÉ		OBSERVATIONS
			OBSERVÉE	CORRIGÉE	
Eau pure...........	0°	24	48	51,3	
Eau aérée..........	0°	24	47,2	49,5	Moindre que pour l'eau pure.
Mercure............	9°	30	1,73	5,03	
Alcool.............	11°,6	pour la 2e	92,87	96,2	Va en diminuant de $\frac{1}{30}$ environ par atmosphère.
		pour la 9e	90,24	93,5	
		pour la 21e	85,86	89	
Éther sulfurique.....	0°	de 1 à 3	130	133	Augmente avec la température.
		de 3 à 24	118,5	122	
Idem...........	1°,14	de 1 à 3	146	150	
		de 3 à 24	138	141	
Acide sulfurique concentré.............	0°	16	28,6	32	20 atmosphères produisent la même contraction qu'un abaissement de température de 1°.
Acide azotique (densité 1,403).........	0°	32	28,9	32,2	
Essence de térébenthine.	0°	16	69,7	73	

346. Correction motivée par la compressibilité du piézomètre. — Lorsqu'un vase est comprimé également en dedans et en dehors, sa capacité diminue, comme nous le prouverons en traitant de l'*élasticité des solides*, et la diminution est égale à celle qu'éprouverait une masse de même substance, qui remplirait la capacité du vase. Il résulte de là que la compressibilité du piézomètre atténue les résultats observés et que le verre, puisque le niveau baisse toujours, est moins compressible que tous les liquides. Pour tenir compte de cette cause d'erreur, Colladon et Sturm ont commencé par mesurer l'allongement d'une tige de verre sous une charge donnée; l'expérience montre que cet allongement est égal au raccourcissement qu'éprouverait la même tige, si elle était pressée dans le sens de sa longueur par le même effort. De ce raccourcissement, ils ont déduit celui qu'aurait produit une pression d'*une atmosphère* agissant seulement sur les deux extrémités. Si P est le poids qui a produit l'allongement l, et s la section de la barre, 76 centimètres étant la hauteur d'une colonne de mercure équivalente à une pression d'une atmosphère, la pression d'une atmosphère sur la base s de la baguette de verre équivaudra, en grammes, à un poids $s \times 76 \times d$, d étant le poids spécifique du mercure; et le rapport $\frac{P}{s \times 76 \times d}$ sera le nombre d'atmosphères auquel équivaut le poids P. L'allongement pour une atmosphère seule sera donc $l : \frac{P}{s \times 76 \times d}$. Pour passer de là à la variation de l'unité de volume, Colladon et Sturm ont triplé la valeur trouvée pour l'allongement de l'unité de longueur. D'après Poisson, il aurait fallu la multiplier seulement par $\frac{3}{2}$; et, d'après Wertheim, prendre cette valeur même. La correction était donc trop forte, et les nombres trouvés, un peu trop grands. Quoi qu'il en soit, si α représente la diminution de l'unité de volume pour une pression donnée, et V le volume du piézomètre jusqu'au niveau du liquide, il faudra ajouter à la compressibilité observée la quantité $V\alpha$.

Par cette méthode, Colladon et Sturm ont trouvé, pour coefficient de compressibilité de l'eau, le nombre 51,3 millioniemes. Ils ont aussi confirmé *que la compressibilité diminue, chez la plupart des liquides, à mesure que la pression augmente*, comme on le voit dans la tableau ci-dessus.

Depuis les travaux que nous venons de rapporter, Pouillet, et plus tard Aimé, ont mesuré la compressibilité de plusieurs liquides, en faisant la correction d'après le principe de Poisson. Pouillet mesurait la pression au moyen d'une colonne de mercure, et Aimé, en plongeant le piézomètre dans la mer.

347. Méthode de M. Regnault. — L'incertitude, dans la mesure de la compressibilité des liquides, provient surtout de la manière de calculer la correction nécessitée par les changements de volume du piézomètre. On partait d'abord de l'allongement d'une barre de verre sur laquelle on agissait seulement aux deux extrémités, et l'on en déduisait le changement qu'eût éprouvé le volume, si l'action eût été exercée également sur tous les points, en se servant de formules mathématiques sur lesquelles on n'est pas bien d'accord. De plus, ces formules supposent la matière du piézomètre homogène, ce qui n'a pas lieu, surtout pour le verre, à cause de son mode de fabrication; ainsi, l'élasticité n'est pas la même dans le sens transversal et dans le sens de la longueur. — M. Regnault, auquel nous empruntons ces observations, a imaginé une méthode qui permet d'obtenir directement la compressibilité du piézomètre, sans s'appuyer sur des mesures d'allongement[1].

Dans cette méthode, le piézomètre A (*fig.* 252) est renfermé dans un tube de cuivre BB de 2^{mm} d'épaisseur, fermé à sa partie supérieure par un couvercle à trois tubulures. Celle du milieu laisse passer la tige graduée du piézomètre, et les deux autres portent des robinets r, r', dont l'un, r', s'ouvre dans l'atmosphère, et l'autre, r, sert à établir la communication, par l'intermédiaire du tuyau de plomb rgh, entre l'intérieur du tube BB et un réservoir rempli d'air comprimé

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, 1847, p. 455.

dont la pression est donnée par une colonne de mercure. Cette pression se communique à l'intérieur du piézomètre quand on ouvre le robinet r'''. Le tube de cuivre est plongé dans une grande masse d'eau MN, qui empêche sa température de varier sensiblement pendant les expériences.

Voici comment on procède : on note la position du niveau dans le piézomètre :

1° Quand l'intérieur et l'extérieur de cet instrument sont soumis à la pression atmosphérique p, c'est-à-dire quand les robinets r et r''' sont fermés, et les robinets r' et r'', ouverts. Soit m le nombre de divisions indiqué.

2° Quand l'intérieur étant toujours à la pression de l'atmosphère, l'extérieur est soumis à la pression P de l'air du réservoir; c'est-à-dire quand les robinets r' et r''' étant fermés, les robinets r'' et r sont ouverts. Le niveau s'est élevé jusqu'à la division m', et $m' - m$ représente la diminution de capacité éprouvée par le piézomètre sous une pression extérieure $P - p$.

3° On remarque la position du niveau, m'', quand la pression du réservoir s'exerce également en dedans et en dehors; alors les robinets r'' et r' sont seuls fermés, le niveau a baissé, et $m - m''$ représente la compression apparente du liquide.

4° On fait agir l'air du réservoir, seulement en dedans. Pour cela, on ferme les robinets r'' et r, et l'on ouvre les deux autres. Le niveau baisse encore, et si m''' est le n° de la division à laquelle il correspond, $m - m'''$ représente l'effet produit par la compressibilité du liquide et l'extension éprouvée par le piézomètre, comprimé en dedans seulement par la force $P - p$.

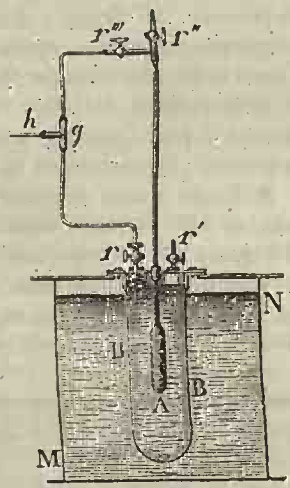


Fig. 252.

5° Enfin on rétablit la pression atmosphérique en dedans et en dehors, comme au commencement de l'expérience, et l'on doit retrouver le niveau m, si la température n'a pas varié.

Au moyen de ces données et des dimensions du piézomètre, et en s'appuyant sur les formules mathématiques de Lamé, M. Regnault a calculé la compressibilité absolue de l'eau, et celle du cuivre, du laiton et du verre, substances dont il forma successivement le réservoir du piézomètre. Ce réservoir était sphérique pour les deux premières substances.

Les formules de Lamé sont fondées sur des hypothèses relatives à l'état moléculaire des corps solides. L'exactitude de ces formules a été contestée par Wertheim, d'après des expériences que nous décrirons en traitant de l'élasticité des solides; aussi, les valeurs de la compressibilité absolue de l'eau, calculées d'après les observations faites avec les trois espèces de réservoir, présentent-elles des différences trop grandes pour être attribuées aux erreurs d'observation.

Elles peuvent aussi être dues en partie au défaut de régularité dans la structure de l'enveloppe, surtout quand elle est en verre. — Les coefficients de compressibilité trouvés pour l'eau sont 0,000047709 dans un réservoir de cuivre; 0,000048288 dans le laiton, et 0,000046677 dans le verre. Les coefficients de l'eau et du mercure n'ont pas paru varier avec la pression.

348. Expériences de M. Grassi. — Les nouvelles formules de Wertheim rendaient nécessaires de nouvelles expériences; M. Grassi a donc étudié, en suivant la méthode de M. Regnault, la compressibilité de plusieurs liquides. Il a cherché en même temps quelle influence pouvaient avoir les variations de température, en chauffant plus ou moins l'eau de la caisse MN (*fig.* 252).

Après avoir confirmé que la compressibilité de l'eau est proportionnelle à la pression, M. Grassi a trouvé que cette compressibilité diminue quand la température augmente, comme cela résultait déjà de quelques expériences de Canton et de celles faites par Œrsted en 1834. La chaleur augmente au contraire la compressibilité de l'éther, de l'alcool, du chloroforme. De plus, pour ces liquides et pour l'esprit de bois, la compressibilité augmente sensiblement avec la pression; l'accroissement est surtout sensible pour l'alcool.

M. Grassi a aussi déterminé la compressibilité des dissolutions de différents sels, et celle de l'acide sulfurique mélangé avec différentes proportions d'eau. Il a trouvé que la compressibilité de ces dissolutions est constante, comme celle de l'eau pure, et qu'elle diminue quand la quantité de sel dissous augmente. Il a reconnu enfin que la compressibilité du verre ne varie pas sensiblement entre 0° et 53°. — Voici les principaux résultats obtenus par M. Grassi :

NOM DES LIQUIDES	TEMPÉRATURE	COMPRESSIBILITÉ	NOMBRE D'ATMOSPHÈRES employées.
Mercure..............	0°	0,00000295	»
Eau..................	0	0,0000503	»
Id...................	25	0,0000456	»
Id...................	53	0,0000441	»
Éther................	0	0,0001110	3,408
Id...................	14	0,0001400	1,580
Alcool...............	7,3	0,0000828	2,302
Id...................	13,1	0,0000904	1,570
Esprit de bois.......	13,5	0,0000913	»
Chloroforme..........	8,5	0,0000625	»
Id...................	12,5	0,0000648	9,2

On voit que, de tous les liquides sur lesquels on a expérimenté, le mercure est celui qui se comprime le moins, et l'éther, celui qui se comprime le plus.

CHAPITRE III

CORPS A L'ÉTAT GAZEUX

Rien ne fait mieux connaître l'air que ce qui se passe là où il n'est pas.

FONTENELLE (*Hist. de l'Académie*).

§ 1. — PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES GAZ

319. Force élastique des gaz. — Les corps à l'état gazeux nommés *gaz* [1], ou *fluides élastiques*, *fluides aériformes*, sont caractérisés par la grande mobilité de leurs molécules, et la tendance qu'elles ont à s'écarter les unes des autres (33), par leur grande compressibilité, et enfin, par leur très-faible densité; par exemple, la densité de l'air est environ 770 fois moindre que celle de l'eau, et quand ce liquide passe à l'état de vapeur par l'ébullition, sa densité devient environ 1700 fois plus faible.

L'effort avec lequel un gaz agit de dedans en dehors sur les parois du vase qui le contient, ou de dehors en dedans sur la surface d'un corps qui y est plongé, se nomme la *force élastique* ou de ressort, l'*élasticité*, la *tension*, ou enfin la *pression* du gaz. On mesure cette pression par la force qui serait nécessaire pour maintenir en équilibre une portion mobile, égale à l'unité, de la surface pressée. La force expansive du gaz était connue de Sénèque. Nous avons vu (175) comment on a tenté de l'expliquer d'après les idées nouvelles sur la nature des forces.

La grande compressibilité des gaz se reconnaît en enfonçant un piston dans un tube fermé à l'une de ses extrémités, et rempli d'un gaz. La force de ressort

[1] L'origine du mot *gaz* n'est pas bien connue. Van Helmont s'en est servi le premier pour désigner la vapeur qui s'échappe du vin en fermentation. On pense qu'il l'a tiré d'un mot hébreu qui signifie une impureté qui s'échappe des corps. Plus tard, il l'a appliqué à toute substance invisible qui se dégage des corps par l'action du feu. Il en est qui font venir ce mot, du hollandais *ghoast* (subtil). Juncker le tire de l'allemand *gæscht* (écume), parce que l'écume est formée par l'air qui s'échappe des corps à travers l'eau. Les anciens chimistes se servaient des mots *spiritus sylvestre*. Boyle et Hall employaient le mot *air*.

augmente en même temps que le volume diminue; car, si l'on cesse d'agir sur la tige du piston, il revient aussitôt sur ses pas. En enfonçant dans l'eau une cloche de verre pleine d'air, l'ouverture en bas, on voit le liquide monter dans l'intérieur; le gaz qu'elle contient, cédant à la pression de l'eau qui enveloppe la cloche. Cette expérience était faite autrefois pour prouver l'existence et la matérialité de l'air. C'est par suite de l'élasticité des gaz, qu'une vessie pleine d'air rebondit quand on la jette par terre; sa forme cessant alors d'être sphérique, ce qui occasionne une diminution de volume.

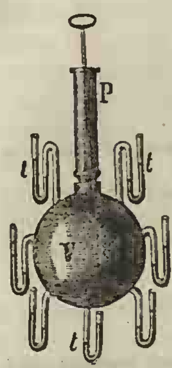


Fig. 253.

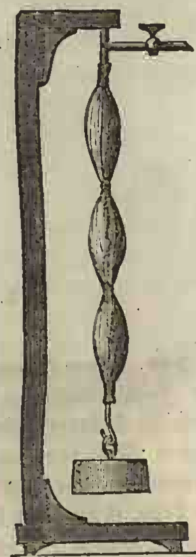


Fig. 255.

350. Équilibre des gaz. — L'étude des conditions d'équilibre des gaz forme une partie de l'*hydrostatique* nommée *pneumatique*. Les principes fondamentaux relatifs à l'équilibre des liquides, étant basés sur leur compressibilité et sur la mobilité de leurs molécules, s'appliquent également aux gaz, qui possèdent les mêmes propriétés, et se démontreraient pour ceux-ci, par les mêmes raisonnements. Nous dirons donc que :

1° *Quand une masse gazeuse est en équilibre, chacune de ses molécules est également pressée dans tous les sens.*

2° *La pression exercée en un point d'une masse gazeuse se transmet également dans tous les sens.*

3° *La pression totale sur une surface est proportionnelle à cette surface.*

Pour vérifier par l'expérience le second principe, on comprime un gaz, de l'air par exemple, dans un vase V (*fig.* 253), au moyen d'un piston qu'on enfonce dans un corps de pompe P. Au vase, sont adaptés des tubes recourbés *t*, *t*, *t*..., renfermant un même liquide. Quelle que soit la position du piston, on voit que la différence de niveau dans les deux branches est la même pour tous les tubes.

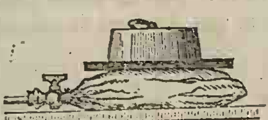


Fig. 254.

C'est à cause de cette transmission égale de la pression dans tous les sens, qu'une bulle de savon, qu'une ampoule de verre ramollie par le feu, dans lesquelles on insuffle de l'air, s'étendent en prenant la forme sphérique.

Le troisième principe se démontre comme pour les liquides; l'expérience qui suit en est une vérification : on souffle par un tube dans une vessie chargée d'un poids très-lourd (*fig.* 254); la vessie se gonfle et le poids est soulevé, d'autant plus facilement, que la surface de la vessie est plus étendue. Les choses se passent ici comme dans la presse hydraulique. C'est par un effet semblable que la roue d'une voiture passant sur la poitrine d'un homme renversé, peut ne produire que des contusions extérieures, si les poumons sont gonflés d'air, tandis que la poitrine est brisée et écrasée, si l'accident a lieu quand les poumons viennent de se vider.

Au moyen de plusieurs vessies adaptées les unes au-dessous des autres et communiquant ensemble (*fig.* 255), on peut soulever un poids énorme, en soufflant par le tube qui se voit à la partie supérieure; chaque vessie se gonfle et ses extrémités se rapprochent l'une de l'autre.

351. Poids des gaz. — Les gaz sont pesants. Pour le reconnaître, on pèse un ballon muni d'un robinet, après y avoir fait le vide; on y introduit ensuite un gaz, et l'on voit que le poids est augmenté. Cette expérience a été faite sur l'air par Otto de Guericke.

Les anciens avaient quelque idée de la pesanteur de l'air. Aristote l'avait soupçonnée, mais une expérience mal faite lui fit rejeter sa première opinion. Empédocle, Asclépiade admettaient que l'air se précipite dans les poumons en vertu de son poids. L'école d'Épicure comparait le vent à un courant d'eau. C'est Galilée qui a, le premier, prouvé directement que l'air est pesant : il constata l'augmentation de poids d'un flacon, dans lequel il avait insufflé une certaine quantité de ce gaz.

La condition d'équilibre d'une colonne gazeuse soumise à l'action de la pesanteur, s'énonce comme pour les liquides : *Il faut que la pression soit la même dans toute l'étendue d'une tranche horizontale.* Cette pression, indépendante de la forme des vases, va en augmentant, ainsi que la densité, quand on passe d'une tranche à celles qui sont au-dessous. Dans un vase de dimensions ordinaires, l'augmentation est insensible, à cause de la très-faible densité des gaz; mais quand les gaz sont en très-grandes masses, cet accroissement se manifeste par des effets intenses. Il en est ainsi de l'air, qui forme autour de la terre une couche de plus de 60 kilomètres d'épaisseur. Comme c'est dans cette couche que se passent la plupart des phénomènes, nous allons d'abord la considérer en particulier.

352. De l'atmosphère. — La couche d'air qui enveloppe la terre se nomme l'*atmosphère*. L'existence de l'air atmosphérique est prouvée par la résistance qu'il oppose au déplacement des corps légers, par les effets extraordinaires que son choc produit quand il est en mouvement rapide dans les ouragans, qui arrachent les arbres, submergent les navires, rasent les édifices.

On conçoit pourquoi l'air qui enveloppe la terre ne se disperse pas dans l'espace en vertu de sa force expansive; c'est que chacune de ses molécules est retenue par l'attraction terrestre. On voit aussi que les couches inférieures, supportant le poids des couches supérieures, et étant de leur nature très-compressibles, doivent être plus denses que celles qui sont au-dessus, et posséder une plus grande force élastique. On peut prouver qu'il en est ainsi, en portant sur une haute montagne une vessie fermée, à moitié pleine d'air; on la voit se gonfler à mesure qu'on s'élève. Cette expérience, indiquée par Pascal, fut faite pour la première fois sur le Puy-de-Dôme.

353. Perte de poids des corps dans l'air. — L'air étant pesant, les corps qui y sont plongés sont soumis à une force de poussée de bas en haut égale au poids du fluide déplacé. Il en est de même des autres gaz. C'est le principe d'Archimède appliqué aux fluides élastiques, et l'on s'en rend compte par les mêmes considérations que pour les liquides. On peut, du reste, constater par l'expérience l'existence de la poussée de l'air, au moyen du *baroscope* (*fig.* 256). On nomme ainsi un système de deux boules de volume très-différent, suspendues en équilibre aux extrémités d'un fléau de balance très-mobile. Si l'on place cet instrument sous une cloche dont on enlève l'air, l'équilibre est rompu, et la grosse boule l'emporte sur l'autre; ce qui montre qu'elle est réellement plus pesante. Avant que le vide ne fût fait, la perte de poids qu'elle éprouvait dans l'air était plus grande que celle qu'éprouvait la petite boule, et la différence des poids se trouvait compensée. Si l'on introduisait sous le récipient un gaz plus dense que l'air, comme, par exemple, de l'acide carbonique, dont la densité est 1,52 par rapport à l'air, la petite boule l'emporterait à son tour. — Le baroscope a été imaginé par Otto de Guericke, qui l'appelait *baromètre statique*, et l'employait à constater les variations de densité et de pression de l'air.

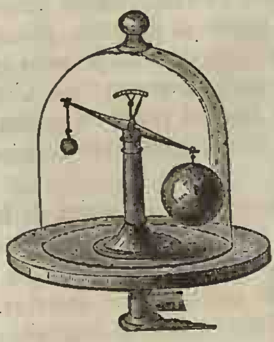


Fig. 256.

C'est à cause de cette perte de poids des corps plongés dans l'air, que le poids de ce gaz ne peut se constater en pesant une vessie vide puis gonflée d'air; on ne trouverait aucune différence. C'est ce qui était arrivé à Aristote qui avait opéré de cette manière avec une outre. Les corps qui s'élèvent dans l'atmosphère, comme la fumée, les aérostats, pèsent moins que le volume d'air déplacé. Les hommes ignorants croient que ces corps sont sans pesanteur; ce qui faisait dire à Newton que les poids du vulgaire n'étaient que l'excès du poids absolu des corps sur le poids de l'air déplacé.

§ 2. — PRESSION ATMOSPHÉRIQUE — BAROMÈTRE

I. Du Baromètre.

354. Construction du baromètre. — La pression de l'air dans l'atmosphère se mesure au moyen du *baromètre*. Cet instrument consiste essentiellement en un tube vertical de verre *ona* (*fig.* 257) de 90 centimètres environ de longueur, fermé à son extrémité supérieure, et dont la partie inférieure plonge dans une cuvette pleine de mercure; ce liquide remplit aussi une partie du tube, et au-dessus il reste un espace *no* vide de toute matière pondérable.

Pour réaliser ces conditions, on place le tube *a′o′*, l'ouverture en haut, on le remplit entièrement de mercure; puis, fermant l'ouverture *a′* avec le doigt, on le renverse et l'on place l'extrémité ouverte dans le mercure de la cuvette. Si l'on retire alors le doigt, on voit le liquide descendre et se maintenir à une hauteur *an*, de 28 pouces ou $0^m,76$ *environ*, en laissant un espace vide *no*, dans la partie supérieure du tube.

Fig. 257.

Cet espace vide se nomme la *chambre barométrique*. Pour que le vide y soit parfait, il est nécessaire que le mercure, ainsi que le tube, soient bien purgés d'air et d'humidité. Pour remplir cette condition, on fait bouillir le mercure; la chaleur chasse l'humidité et l'air qui adhèrent au verre, en dilatant ces fluides et augmentant leur force expansive.

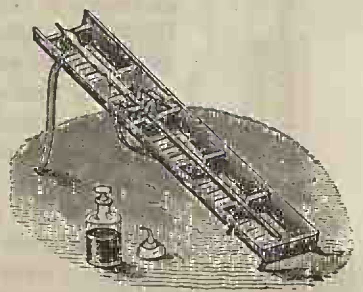


Fig. 258.

Cette opération exige quelques précautions pour ne pas briser le tube. On la fait en plusieurs temps : on commence par verser 20 centimètres seulement de mercure dans le tube; puis, l'inclinant sur des charbons ardents, on le chauffe au-dessus du niveau, puis on chauffe le mercure lui-même en avançant vers l'extrémité inférieure, jusqu'à ce que l'ébullition ait lieu. Il ne faut pas trop prolonger l'ébullition; car il pourrait se former de l'oxyde de mercure, qui donnerait à ce liquide la propriété de mouiller le verre (294). On ajoute ensuite une nouvelle quantité de liquide chaud à peu près égale à la première, et on la porte à son tour à l'ébullition, en prenant les mêmes précautions, et l'on continue ainsi jusqu'à ce que le tube soit entièrement rempli. La *fig.* 258 représente une grille au moyen de laquelle l'opération s'exécute avec facilité. Plusieurs cloisons transversales, portant des échancrures dans lesquelles on couche le tube, servent à retenir les charbons ardents à l'endroit que l'on veut chauffer. Pour terminer commodément l'opération, il est bon que le tube porte à son extrémité ouverte une boule précédée d'un étranglement, auquel on donne un coup de lime pour détacher la boule quand l'instrument est plein. On retourne ensuite le tube en le tenant fermé, et on en plonge l'extrémité dans du mercure desséché par l'ébullition.

Quand le tube est gros, on peut y faire bouillir le mercure en une seule fois, en opérant avec précaution. Taupenot facilite singulièrement l'opération, en faisant communiquer l'ouverture du tube, au moyen d'un tuyau en caoutchouc, avec une machine pneumatique, et faisant le vide. L'ébullition se fait alors à une température plus basse et sans secousses, si bien qu'on peut opérer en une seule fois, même avec les tubes étroits.

M. Alvergniat remplit le tube barométrique de mercure sec, sans faire bouillir ce liquide. A l'extrémité ouverte et rétrécie du tube, il soude une ampoule de verre d'où partent deux tubes étroits, l'un muni d'un robinet, l'autre dirigé latéralement et effilé en pointe capillaire fermée à la lampe. Le tube barométrique étant soutenu horizontalement, on le chauffe légèrement au moyen d'une lampe à alcool, et on y fait le vide en faisant communiquer le robinet avec une machine pneumatique à mercure, appareil que nous décrivons plus loin. La pointe effilée étant ensuite plongée dans du mercure chauffé de 120° à 150°, on la brise, et le mercure remplit lentement le tube, que l'on coupe ensuite au-dessous de l'ampoule, après l'avoir placé verticalement. L'expérience a prouvé que le vide dans la chambre barométrique est aussi parfait qu'on peut le désirer.

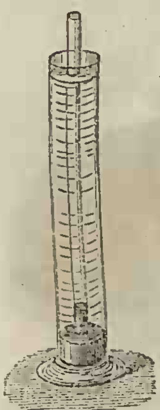


Fig. 259.

Dans le principe, on ne prenait pas la précaution de déssécher le mercure. On remarqua, vers 1715, que ce liquide se tenait moins haut dans les tubes récemment lavés à l'eau et surtout à l'alcool, que dans les tubes secs, et Homberg montra que ce résultat était dû à la force élastique des vapeurs d'eau ou d'alcool.

Il arrive quelquefois que le mercure ne descend pas quand on retire le doigt. Ce fait, observé par Huyghens, s'explique par la cohésion du mercure pour le verre (168). Une légère secousse suffit, du reste, pour que la colonne retombe à sa hauteur ordinaire.

On reconnaît que le vide est parfait dans la chambre barométrique, en inclinant rapidement le tube; le mercure vient alors en frapper le fond, en produisant un bruit sec; tandis que le bruit est sourd et peu marqué, si quelque fluide élastique vient amortir le choc.

355. Théorie du baromètre. — La colonne de mercure du baromètre est soutenue par la pression atmosphérique agissant à la surface de la cuvette, et elle sert de mesure à cette pression. En effet, la tranche horizontale *ac* (*fig.* 257), prise dans l'intérieur du tube, supporte de bas en haut la pression de l'air agissant sur la surface extérieure du mercure, pression transmise à travers le liquide de la cuvette. Pour qu'il y ait équilibre, il faut que cette tranche supporte de haut en bas une pression égale; cette pression est produite par la colonne de mercure *an*. Si l'on perçait le tube en *o*, en brisant une pointe qu'on y aurait préparée en fermant cette extrémité à la lampe, le mercure retomberait subitement au niveau *ac*.

Pour confirmer cette explication, on plonge verticalement un gros tube de verre dans du mercure placé au fond d'une éprouvette (*fig.* 259). On verse de l'eau tout autour, et l'on voit le mercure s'élever dans ce tube, de manière à faire équilibre à la pression de la colonne d'eau extérieure. Les hauteurs de l'eau et du mercure au-dessus du niveau extérieur du mercure sont alors en raison inverse de leurs densités, d'après la théorie des vases communiquants (193).

Remarquons que la pression de la colonne de mercure ne dépendant pas de sa forme, mais seulement de sa hauteur verticale (185), les niveaux supérieurs dans plusieurs baromètres de forme très-différente plongés dans la même cuvette seront tous dans un même plan horizontal *mn* (*fig.* 260). — Dans une chambre fermée, le baromètre se tient à la même hauteur qu'en plein air, pourvu que l'intérieur de la chambre communique, ou ait communiqué librement, avec l'atmosphère ; car la pression se transmet dans les gaz intégralement dans tous les sens, et la force élastique de l'air produit une pression équivalente à celle de la colonne d'air extérieure, à laquelle elle fait équilibre.

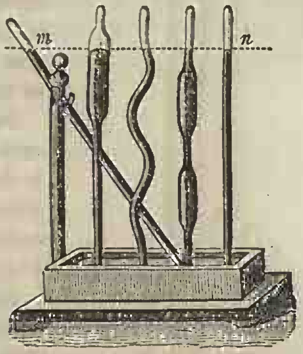


Fig. 260.

356. Historique et preuves expérimentales. — La découverte du baromètre est attribuée à Torricelli ; elle a été amenée par les circonstances suivantes : Sagredo ayant remarqué que l'eau ne pouvait être aspirée dans une pompe, quand le niveau dans le réservoir où l'on puisait était trop bas, apprit des fontainiers de Florence que l'eau refusait toujours de monter au-delà de 32 pieds, et il tenta d'expliquer le fait en comparant la colonne d'eau soulevée par aspiration, à une corde qui se rompt sous son propre poids, quand elle est trop longue. A cette époque on expliquait l'effet des pompes, par l'*horreur du vide* d'Aristote, *fuga vacui*, et l'on disait que la nature avait horreur du vide : *non datur vacuum in rerum naturâ.* La question aurait été soumise à Galilée, qui aurait répondu que, apparemment la force de la nature pour fuir le vide était limitée, et équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds. Il aurait indiqué même comment on pourrait *faire le vide* dans un tube vertical fermé par le haut, et muni d'un piston chargé de poids jusqu'à le séparer du fond ; poids représentant ce qu'il appelait la force du vide. Torricelli, frappé de la supposition de son maître Galilée, qu'il devait y avoir un espace vide sous le piston de la pompe, pensa que si l'eau était remplacée par du mercure, qui est 14 fois plus dense qu'elle, la colonne liquide soulevée au-dessous de l'espace vide devrait être 14 fois moins haute. Il communiqua cette idée à Viviani qui en fit aussitôt l'expérience [1].

[1] Sur l'expérience de Torricelli, par M. Ch. Thurot. *Journal de physique*, I, p. 171.

Cependant, Descartes, dès 1638, refusant l'explication par l'horreur du vide, avait attribué l'effet des pompes au poids de l'air, et annoncé que le mercure, plus lourd que l'eau, refuserait de monter bien plus tôt qu'elle. Il résulte même d'une lettre de lui à Renéri, en date du 2 juillet 1631, qu'il avait vérifié le fait au moyen d'un tube renversé sur le mercure [1]; et ce ne fut que plus de 12 ans après que Torricelli fit la célèbre expérience qui porte son nom.

L'expérience de Torricelli fut connue à Paris par une lettre du P. Mersenne, qui la répéta. Pascal en entendit parler l'année suivante; il remplit avec différents liquides, eau, vin, huile, etc., de longs tubes barométriques, les dressa au moyen de cordages, et vit ces liquides se maintenir à des hauteurs en raison inverse de leurs densités. Ces expériences furent faites sur la place de la Vénerie à Rouen; elles étaient destinées à convaincre certains physiciens qui prétendaient que le vide n'existait pas dans la chambre du baromètre, mais qu'il y avait des *esprits* qui s'exhalaient du mercure. Le vin aurait donc dû se tenir plus bas que l'eau, car il dégage plus d'esprits, et ce fut le contraire qui eut lieu.

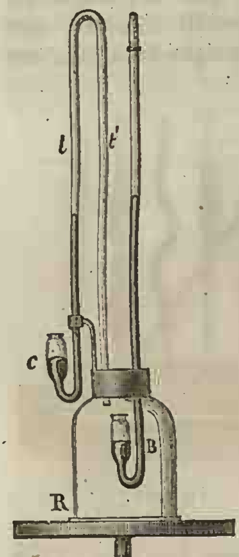


Fig. 261.

Pascal fut frappé de l'idée de Torricelli et Descartes, sur les effets du poids de l'air; il travailla à la développer et eut la gloire d'en démontrer complétement l'exactitude. Vers la fin de 1647, il fit exécuter une expérience célèbre, dont Descartes, dès 1644, lui avait suggéré l'idée, et qui devait décider la question [2]; il chargea Perrier, son beau-frère, de répéter l'expérience de Torricelli sur le Puy-de-Dôme. L'année d'après, Perrier ayant fait cette expérience au pied, sur le flanc et au sommet de la montagne, reconnut, comme on l'avait prévu, que le mercure se tenait de moins en moins haut à mesure qu'il opérait à une station plus élevée. C'est que, à mesure qu'on s'élève, la pression sur la cuvette diminue de tout le poids de l'air qu'on laisse au-dessous de soi; la colonne de mercure, qui fait équilibre à l'air qui reste au-dessus, ne doit donc plus être aussi longue. La hauteur à Clermont était de 26 pouces, et Perrier ne trouva que $23^p\ 3^l$ au sommet de la montagne, et 25^p, à mi-côte. Une première tentative avait été faite par Pascal sur la tour de Saint-Jacques de la Boucherie, à Paris; il avait vu le mercure se tenir à 2 lignes plus bas, au sommet, qu'au pied de la

1 *Descartes, sa vie, ses travaux, ses découvertes*, par M. J. Millet (1867), p. 58.

2 Descartes s'est plaint, à ce sujet, du silence de Pascal à son égard, silence que l'on a expliqué par l'influence de Roberval, qui était à la tête d'une coterie ennemie de Descartes et dont était Pascal.

tour, et c'est en souvenir de cette expérience qu'on a mis la statue de Pascal dans la tour Saint-Jacques quand on l'a restaurée. Ces sortes d'expériences ont été répétées très-fréquemment depuis, et sur des montagnes très-élevées. Gay-Lussac, dans un aérostat qui l'a porté à 7,000 mètres de hauteur, a vu le mercure s'abaisser jusqu'à 32 centimètres.

Aujourd'hui que nous possédons la machine pneumatique, on fait l'expérience suivante : dans un récipient R (*fig.* 261), se trouve renfermée la cuvette d'un baromètre B. En outre, un tube recourbé *ctt'*, communiquant par son extrémité extérieure avec une cuvette *c* pleine de mercure pénètre dans le récipient. Les parties verticales *t,t'* de ce tube ont une longueur égale à celle du baromètre. On extrait l'air du récipient, et l'on voit alors le mercure baisser dans le baromètre B, et monter de la même quantité dans le tube *t*. Quand l'air a été extrait aussi complétement que possible, le niveau est à peu près le même dans le tube et la cuvette du baromètre, tandis que la colonne de mercure du tube *t* s'élève au-dessus du niveau *c*, sensiblement à la hauteur qu'avait ce liquide dans le baromètre B avant l'expérience.

Fig. 262.

337. Échelle du baromètre. — A l'époque de la découverte du baromètre, la plupart des physiciens avaient, à demeure, dans leur cabinet, des *tubes de Torricelli*. On ne tarda pas à remarquer que la hauteur de la colonne de mercure variait entre certaines limites, et qu'il y avait une relation entre ces variations et l'état du temps. On attribue cette découverte à Otto de Guericke. Musschenbroeck en fait honneur à Torricelli; suivant d'autres, Perrier et Descartes la firent les premiers. Il est probable que ce phénomène a été remarqué par plusieurs physiciens à peu près à la même époque. On fut alors naturellement conduit à appliquer le long du tube une échelle divisée, dont le zéro est placé au niveau de la cuvette. C'est à partir de cette époque que le tube de Torricelli reçut le nom de *baromètre*, pour indiquer qu'il mesure la pression variable de l'atmosphère.

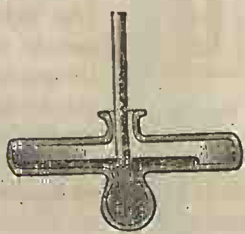


Fig. 263.

338. DIFFÉRENTES ESPÈCES DE BAROMÈTRES. — On a imaginé, dans la construction des baromètres, diverses dispositions destinées à en rendre l'observation plus prompte et plus précise, et à éviter l'erreur provenant des variations du niveau de la cuvette, niveau qui baisse ou s'élève quand le mercure monte ou descend dans le tube. On a cherché aussi à rendre l'instrument moins fragile, et plus facile à transporter dans les voyages. Aussi, trouve-t-on dans les anciens recueils scientifiques, la description d'une foule de baromètres différents. Nous ne décrirons ici que ceux dont l'usage a été conservé.

Baromètre à cuvette. — Les changements de niveau dans le tube et dans la cuvette, sont en raison inverse de l'étendue des surfaces du mercure. Pour rendre ces changements négligeables dans la cuvette, il suffit donc de lui donner un grand diamètre. On voit dans la *fig.* 262 la forme que présente alors le baromètre. L'ouverture rétrécie de la cuvette est fermée par une membrane, qui laisse passer l'air, mais arrête la poussière et s'oppose à la sortie du mercure quand on transporte l'instrument. Le tube plonge dans une partie plus profonde ménagée au centre de la cuvette.

Eisembroeg a imaginé de rendre le niveau tout à fait constant, au moyen d'une cuvette présentant une large surface horizontale (*fig.* 263), sur laquelle le mercure s'étend sans le recouvrir entièrement, même pour les pressions les plus faibles. Quand la quantité de mercure de la cuvette varie, cette couche s'étend plus ou moins sans changer d'épaisseur (315).

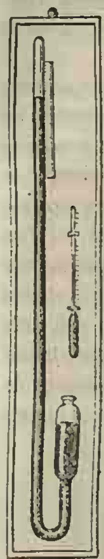


Fig. 264.

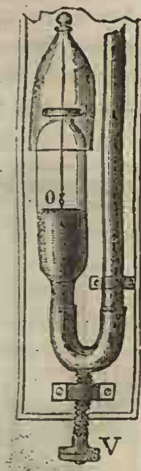


Fig. 265.

Baromètre à siphon. — Les baromètres dont nous avons parlé jusqu'à présent se nomment *baromètres à cuvette*. Dans les *baromètres à siphon*, le tube est recourbé en U à sa partie inférieure, et présente une branche ouverte beaucoup plus courte que l'autre, et tantôt de même diamètre, tantôt de diamètre plus grand (*fig.* 264). Dans ce dernier cas, on l'appelle quelquefois *baromètre à bouteille*. Si le mercure, dans la branche ouverte, présente une grande surface, on pourra y regarder le niveau comme constant. Dans le cas contraire, on pourra tenir compte des variations du niveau dans cette branche, au moyen d'une seconde échelle verticale placée à côté. Dans tous les cas, c'est la distance des niveaux dans les deux branches qui représentera la *hauteur barométrique*.

Legaux a eu l'idée de déplacer le tube dans le sens vertical, en le soulevant au moyen d'une vis V (*fig.* 265), ou le laissant descendre, de manière que le niveau affleure une pointe O dont l'extrémité correspond au zéro de l'échelle.

Fig. 266.

359. Observation précise du baromètre. — Quand on veut obtenir avec une grande précision la hauteur de la colonne d'un *baromètre* *fixe*, on se sert du *cathétomètre*. Voici comment on procède, d'après M. Regnault. On commence par faire tourner une vis d'acier *v* (*fig*. 266), dont l'écrou est fixe, jusqu'à ce que sa pointe inférieure affleure la surface du mercure de la cuvette. Cette condition est remplie, quand l'extrémité de la pointe touche son image, réfléchie par la surface du mercure, comme dans un miroir. On mesure ensuite, avec le cathétomètre, la distance du niveau *n* à une seconde pointe que porte la vis à son extrémité supérieure; puis on ajoute la distance des deux pointes, relevée une fois pour toutes au cathétomètre.

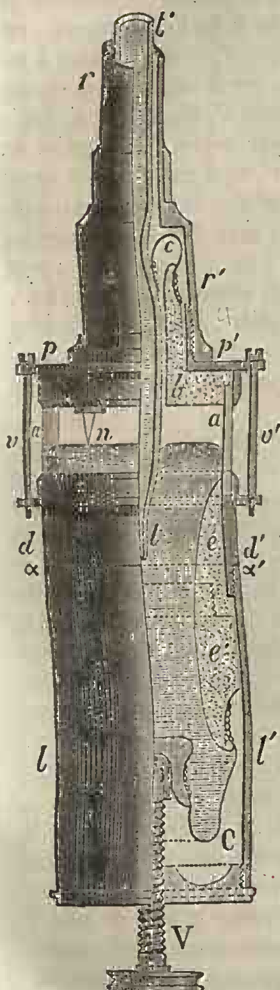


Fig. 267.

Passons à la description des baromètres à la fois portatifs et très-précis.

360. Baromètre de Fortin. — Dans cet instrument, dit *à niveau constant*, l'habile artiste dont il porte le nom a rassemblé plusieurs perfectionnements imaginés antérieurement par divers physiciens. La *fig*. 267 représente, aux deux tiers de la grandeur réelle, la cuvette d'un baromètre de voyage construit par M. Ernst, dans le système de Fortin un peu modifié par M. Delcros. La moitié de droite est une coupe par un plan vertical passant par l'axe du tube. Cette cuvette se compose d'un cylindre de verre *aa*, laissant voir le niveau du mercure. Elle est fermée en dessous par un sac en peau de chamois C dont le fond peut être soulevé au moyen de la vis V, et en dessus, par un couvercle en buis *b*, qui présente une saillie forée que traverse le tube *tt'* du baromètre. A cette saillie, est attaché un morceau de peau de chamois *c*, lié d'autre part au tube *tt'* sur un étranglement ménagé à cet effet; ce qui empêche le mercure de s'échapper de la cuvette, dans quelque position qu'on place l'instrument, tout en permettant à l'air d'exercer sa pression intérieurement. Une plaque de laiton *pp'* presse le

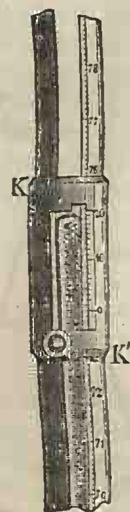


Fig. 268.

couvercle de buis *b* contre le cylindre de verre *aa*, par le moyen de vis, *v*,*v'*, prenant leur écrou dans le bord d'une virole de laiton *dd'* soudée au cylindre de verre. Cette virole est garnie en dedans d'un cylindre creux de buis, *e*, auquel s'en visse un autre semblable, *e'*, destiné, comme le premier, à diminuer la masse du mercure. La peau de chamois C, qui forme le fond de la cuvette, est attachée, d'une part au contour inférieur du cylindre *e'*, et d'autre part à un chapeau de buis sur lequel agit la vis V. Cette vis prend son écrou dans une plaque qui ferme en dessous une seconde virole de laiton *ll'*, vissée, en α α', à *dd'*.

Le tube *tt'*, effilé à son extrémité inférieure, pour rendre l'introduction de l'air impossible, est enveloppé d'un tube de laiton *rr'*, vissé en *pp'*, et sur lequel sont tracés les millimètres de l'échelle barométrique. Ce tube porte deux fentes longitudinales opposées (*fig.* 268), à travers lesquelles on peut apercevoir le niveau du mercure. Un coulant KK', fendu de la même manière, peut glisser le long de l'enveloppe de laiton; il porte un vernier donnant les dixièmes et quelquefois les vingtièmes de millimètre.

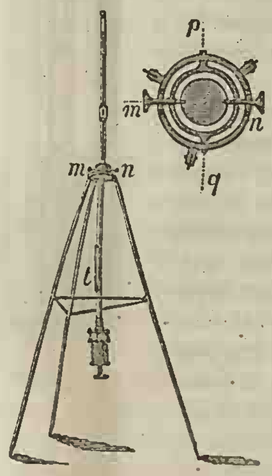


Fig. 269.

Pour se servir de ce baromètre, on commence par faire mouvoir la vis V (*fig.* 267), jusqu'à ce que le niveau du mercure de la cuvette affleure l'extrémité d'une aiguille d'ivoire *n*, fixée au couvercle *b* de la cuvette, et dont l'extrémité se trouve à la hauteur du zéro de l'échelle[1]. On fait ensuite glisser le coulant KK' (*fig.* 268), jusqu'à ce que l'œil, placé dans le plan horizontal qui passe par les bords supérieurs opposés des deux fentes de ce coulant, voie ces bords confondus et tangents à la surface convexe du mercure. Le point de l'échelle que coupe ce plan horizontal, qui contient le zéro du vernier, donne la hauteur du baromètre.

Quand on veut transporter le baromètre de Fortin, on relève le fond de la cuvette jusqu'à ce que le mercure remplisse complétement le tube, et l'on renverse l'instrument, la cuvette en haut. Sans cette dernière précaution, il pourrait arriver que des secousses imprimées à la colonne lui fissent quitter le fond du tube, à cause de l'élasticité de la peau de chamois; celle-ci revenant ensuite sur elle-même, pousserait vivement le mercure contre l'extrémité supérieure du tube, qui pourrait être brisé par le choc.

[1] On vérifie qu'il en est ainsi, au moyen du cathétomètre : on vise l'extrémité de la pointe d'ivoire, puis une division quelconque de l'échelle barométrique, et l'on voit si la distance de ces deux points donnée par le cathétomètre, est représentée par le numéro de la division visée sur l'échelle du baromètre.

Pour que les indications de ce baromètre soient exactes, il faut le suspendre verticalement, soit au moyen d'un cordon attaché à un anneau fixé à la partie supérieure du tube, soit au moyen de la disposition suivante, dite *suspension de Cardan*. Le tube de laiton est soutenu par les extrémités de deux vis opposées m, n; m, n (*fig.* 269), qui s'engagent dans son épaisseur, et autour desquelles il peut tourner. Ces vis sont fixées à un anneau, qui peut osciller lui-même autour d'un axe pq perpendiculaire à la direction mn, et est soutenu par un second anneau auquel sont articulés trois pieds destinés à porter tout l'appareil. Le baromètre, ainsi mobile autour de deux axes perpendiculaires l'un à l'autre, se met de lui-même dans la position verticale, comme ferait un fil à plomb.

En retirant les vis m, n, on peut séparer l'instrument de son support, et rapprocher les pieds, de manière à pouvoir les introduire dans une gaîne de cuir, annexée à un étui, dans lequel on place le baromètre. Cet étui contient deux tubes de rechange, pour remplacer celui du baromètre, s'il venait à se briser en voyage.

La surface du mercure peut se ternir au contact de la peau de chamois, ce qui empêche de distinguer l'image de l'aiguille d'ivoire; il faut alors nettoyer cette surface. Pour cela, on renverse l'instrument, on dévisse le cylindre de laiton ll' (*fig.* 267), puis le cylindre de buis e', on nettoie la surface du mercure, puis on remet en place les cylindres e' et ll'.

Les indications du baromètre doivent être corrigées des effets de la température, et de ceux de la capillarité.

361. Corrections relatives à la température. — La chaleur modifiant la densité du mercure, pour que les diverses observations barométriques soient comparables, on est convenu de les ramener à la température de 0°.

Pour faire cette correction, dont la première idée est due à Amontons, il faut connaître de quelle fraction, a, de son volume se dilate le mercure pour chaque degré du thermomètre. Soit H la hauteur du baromètre à la température de t°, et x celle qui aurait lieu si la température du mercure était de 0°. Les hauteurs des colonnes qui mesurent la même pression étant en raison inverse de leurs densités, on aura $H : x = D : d$; D et d représentant les densités du mercure à 0° et à t°, densités qui sont en raison inverse des volumes d'une même masse (149). Or, si nous considérons un volume égal à l'unité, à 0°, il augmente de at pour t°, et devient $1 + at$. On aura donc $D : d = 1 + at : 1$; proportion qui, combinée avec la précédente, donne $H : x = 1 + at : 1$; d'où $x = \frac{H}{1+at}$. En faisant la division et remplaçant a par sa valeur $\frac{1}{5550}$, il vient

$$x = H - \frac{Hat}{1+at} = H - \frac{Ht}{5500+t}.$$

Le second terme représente la quantité à retrancher de la hauteur observée, pour obtenir cette hauteur telle qu'elle serait à 0°. On voit que cette quantité est proportionnelle à H, et à t, si l'on suppose que t soit négligeable devant 5550, ce qui a lieu ordinairement.

Si la température est *au-dessous* de zéro, on ajoute, au lieu de la retrancher, la correction calculée pour le même nombre de degrés au-dessus.

Il est une autre correction très-petite nécessitée par la dilatation de l'échelle de laiton, dont les divisions ne sont des millimètres qu'à la température de zéro. Cette dilatation, en agrandissant les divisions, rend trop faible le nombre qui exprime la hauteur de la colonne de mercure. Soit k la dilatation en longueur du laiton pour 1°, et x la hauteur indiquée par l'échelle à $t°$. Un millimètre à 0° devient $1^{mm}(1+kt)$, à $t°$, et comme les nombres de divisions que comprend la colonne mesurée sont en raison inverse des grandeurs de ces divisions, on a, en appelant y le nombre cherché à 0°,

$$y : x = 1 + kt : 1 ; \quad \text{d'où} \quad y = x(1+kt).$$

Remplaçant x par sa valeur trouvée ci-dessus, il vient enfin

$$y = \text{H}\,\frac{1+kt}{1+at} = \text{H} - \text{H}\,\frac{(a-k)t}{1+at} = \text{H} - \text{H}\,.\,0{,}00016\,t,$$

pour une échelle de laiton.

C'est en vue de ces corrections que les baromètres précis sont accompagnés d'un thermomètre. Cet instrument est enchâssé dans le tube de laiton, t (*fig.* 269), de manière à donner la température de la colonne de mercure, qui peut être momentanément un peu différente de celle de l'air.

362. Tables de corrections barométriques. — Plusieurs physiciens ont calculé des tables à double entrée faisant connaître, pour les différentes hauteurs du baromètre et pour les diverses températures, la correction relative aux dilatations du mercure et de l'échelle de laiton. On trouve dans l'annuaire de M. Schumacher, pour 1838, de semblables tables contenant les corrections, de degré en degré, pour des hauteurs variant de 5 en 5 millimètres. On néglige les différences de moins de 5 millimètres, ainsi que les fractions de degré, à cause de la petitesse du facteur 0,00016.

Nous donnons ci-dessous une partie de la table construite par M. Delcros, pour des températures variant de 0° à 9°, et des pressions comprises entre 700 et 780 millimètres.

Quand la température dépasse 9°, on procède de la manière suivante : soit, par exemple, à ramener à *zéro* une hauteur de 762^{mm}, la température étant de 24°; nombre qui se décompose en $20 + 4$. On cherche d'abord, dans la colonne horizontale qui commence par la hauteur 760 (qui est la plus rapprochée de 762), la correction qui correspond à 2°, et on la multiplie par 10, ce qui donne 2,45; on y ajoute ensuite 0,491 qui est la correction pour 4°, et l'on obtient ainsi le nombre 2,941, qu'il faut retrancher de 762, ce qui donne 759,06, pour la hauteur corrigée.

HAUTEUR du BAROMÈTRE	CORRECTIONS POUR LES DILATATIONS								
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
700	0,113	0,226	0,339	0,452	0,565	0,678	0,791	0,904	1,017
05	113	228	341	455	569	683	797	910	1,024
10	115	229	344	458	573	688	802	917	1,031
15	115	231	346	462	577	691	808	923	1,039
20	116	232	349	465	581	697	813	930	1,046
25	117	234	351	468	585	702	819	936	1,053
30	118	236	353	471	589	707	825	943	1,060
35	119	237	356	474	593	712	830	949	1,068
40	119	239	358	478	597	717	836	955	1,075
45	120	240	361	481	601	721	842	962	1,082
50	121	242	363	484	605	726	747	968	1,089
55	121	244	365	487	609	731	853	975	1,097
60	123	245	368	491	613	736	859	981	1,104
65	124	247	370	494	617	741	864	988	1,111
70	124	249	373	497	621	746	870	994	1,118
75	125	250	375	500	625	750	876	1,001	1,126
80	126	252	378	504	629	755	881	1,007	1,133

363. Règle de corrections barométriques. — Cet instrument (*fig.* 270) imaginé par M. Salleron, permet d'obtenir rapidement les hauteurs ramenées à zéro. Les deux divisions qui se voient de chaque côté de la règle, représentent, en deux parties, une portion de l'échelle barométrique, très-agrandie, de manière à pouvoir indiquer les *cinquièmes* de millimètre. Une coulisse LV, qui peut glisser entre ces deux divisions, porte en L les degrés thermométriques. Quand on veut faire une correction, on fait glisser la coulisse de manière à amener le degré de température en face de la division qui exprime la hauteur barométrique observée. La *hauteur* ramenée à zéro se lit alors en face du zéro de l'échelle thermométrique.

Comme les corrections sont proportionnelles aux hauteurs, on conçoit que les divisions qui représentent l'échelle barométrique ne doivent pas être égales; elles vont en diminuant de grandeur quand la hauteur augmente, de manière qu'il y en ait un plus grand nombre dans une même longueur de l'échelle des températures.

Une seconde division thermométrique, V, est destinée à ramener à zéro les hauteurs données par les baromètres dont l'échelle est gravée sur le verre du tube.

Fig. 270. — 1/4.

364. Correction relative à la capillarité. — La force capillaire, qui s'exerce au sommet de la colonne de mercure, la déprime ajoute les nombres qui correspondent aux deux niveaux, ce qui donne leur distance verticale; puis on fait la correction relative à la température.

Pour transporter ce baromètre, on le renverse lentement, de manière à lui donner la position $b'A'$. Le mercure remplit alors le tube jusqu'en c, et l'excédant de liquide tombe en d. Quand on veut ensuite faire une observation, on retourne l'instrument dans la position AB, et on le suspend par un cordon, au moyen de l'anneau qui se voit à la partie supérieure.

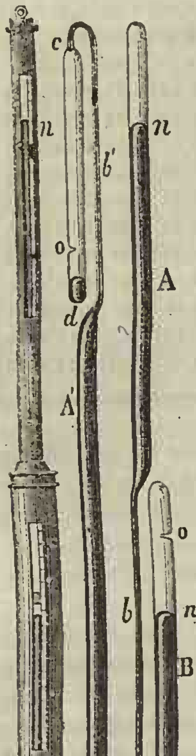


Fig. 271.

366. Perfectionnement de Bunten. — Il peut arriver que, dans cette manœuvre, ou par suite de secousses un peu brusques, une petite quantité d'air passe dans la chambre vide. Pour éviter cet accident, Bunten soude, vers le milieu de la partie capillaire, un réservoir r (*fig.* 272), dans lequel s'engage la partie supérieure de ce tube, qui est effilée à son extrémité o. Si une bulle d'air venait à s'introduire dans ce réservoir, elle glisserait le long des parois et viendrait se loger dans l'enfoncement a autour de la pointe o. Là elle ne nuirait pas, et ferait l'office de parois, et il serait facile de la faire sortir, au moyen de secousses, après avoir renversé l'instrument.

Fig. 272.

Le baromètre de Gay-Lussac est léger et s'observe avec rapidité. L'égalité de diamètre des deux branches est destinée à faire disparaître l'effet capillaire, mais cet effet peut encore exister, surtout si le tube est un peu étroit, comme l'atteste la différence de courbure qui se montre souvent dans les deux branches (293). On a reproché à cet instrument sa grande fragilité, et la difficulté de remplacer le tube en voyage, les soudures exigeant un artiste exercé muni d'une lampe d'émailleur. De plus, la sensibilité est moindre que celle du baromètre à niveau constant, les déplacements de chaque niveau n'étant que la moitié des variations de la hauteur barométrique. Ces divers inconvénients ont généralement décidé les voyageurs en faveur du baromètre à niveau constant, quoiqu'il soit plus lourd.

367. Usages du baromètre. — Indépendamment de son emploi journalier pour observer les variations de la pression atmosphérique, le baromètre est fréquemment appliqué, dans les expériences, à la mesure des pressions qui ne dépassent pas notablement celle de l'atmosphère. On s'en est servi aussi pour prouver que la pression de l'air est la même dans tous les sens. Pour cela, on termine plusieurs tubes barométriques *aa*, *bb*, *cc* (*fig.* 273) par une partie capillaire, dont l'ouverture se présente dans différentes directions, et dans laquelle le mercure se soutient sans qu'elle soit plongée dans une cuvette, l'air ne pouvant diviser la colonne capillaire pour s'introduire. On observe que la distance verticale des deux niveaux est la même dans tous ces tubes. On peut encore incliner plus ou moins un seul de ces tubes, la distance verticale des deux niveaux reste constante tant qu'il existe un espace vide à la partie supérieure.

Dominique Cassini et Camille Bernouilli ont utilisé le tube *aa* comme baromètre très-sensible, les déplacements dans la partie capillaire horizontale étant très-grands par rapport à ceux qui ont lieu en *a*; mais l'instrument ne marche que par saccades, à cause de la résistance produite par la capillarité. — Dans les mines de houille, on doit observer attentivement le baromètre; car un abaissement de la pression atmosphérique favorise le dégagement du *grisou*, gaz inflammable, qui, mêlé à l'air, constitue un mélange explosif; et il est important d'être ainsi averti de l'arrivée probable d'une plus grande quantité de ce gaz.

Fig. 273.

Mesure des hauteurs. — C'est surtout pour les mesures *hypsométriques*, c'est-à-dire pour évaluer la hauteur verticale d'un lieu au-dessus d'un autre, que le baromètre est un instrument précieux. Cette application, à laquelle on songea aussitôt après l'expérience du Puy-de-Dôme, exige que l'on emploie les instruments les plus parfaits, et que l'on fasse toutes les corrections. Nous verrons, à la fin de ce chapitre, comment on procède.

Indication des changements de temps. — Le baromètre sert encore à indiquer les *changements de temps*. Torricelli avait remarqué que le mercure baisse quand il va pleuvoir; et, depuis, on a constaté, *en Europe*, que le baromètre est haut quand il fait beau temps, et bas par les temps de pluie. Voici comment s'explique cette relation entre les indications et l'état du temps. Quand un vent froid succède à un vent chaud, qui apporte des masses d'air dilatées et moins pesantes à égalité de force élastique, le baromètre baisse. Les vents froids et secs le font au contraire monter. En Europe, le baromètre descend donc par les vents du Sud et du Sud-Ouest, et monte par les vents du Nord et du Nord-Est. Or les premiers, chargés d'humidité par leur passage au-dessus de l'océan atlantique, et s'avançant vers des régions plus froides, déposent leur vapeur et donnent de la pluie, tandis que les autres, secs et froids, amènent le beau temps. On voit que cet état de choses tient à la situation géographique de l'Europe occidentale. Il n'en est plus de même dans d'autres régions : ainsi, les vents chauds de terre de la Nouvelle-Hollande apportent la sécheresse et font baisser le baromètre; et, à l'embouchure de la Plata, les vents de l'Est, qui le font monter, amènent la pluie.

Le tableau suivant, déduit d'un grand nombre d'observations faites à Paris, et qui n'est tout à fait convenable que pour cette ville, fait connaître les relations entre les divers états du temps, et les hauteurs barométriques.

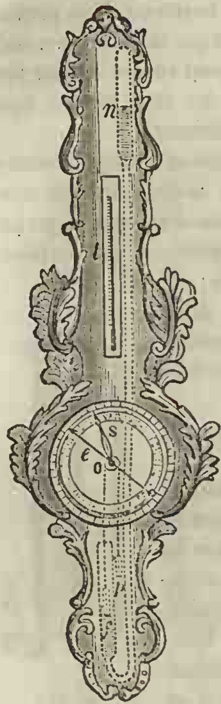


Fig. 274.

	Hauteurs en pouces		en centimètres.
Très-sec......	29 pouces	8 lignes	78 5
Beau fixe......	28	8	77 6
Beau.........	28	4	76 2
Variable......	28	0	75 8
Pluie ou vent...	27	7	74 9
Grande pluie...	27	4	74 0
Tempête......	27	0	73 1

De plus, on a observé que, généralement, en Europe, le temps se met au beau quand le baromètre monte graduellement, et se met au contraire à la pluie quand il baisse peu à peu. Un abaissement brusque et étendu indique ordinairement une tempête, souvent même avant qu'il y en ait des signes dans le ciel. Aussi est-il important pour les navigateurs de consulter fréquemment le baromètre. Ajoutons que cet instrument ne fait qu'indiquer un état actuel de l'atmosphère, et que, par conséquent, les prévisions basées sur ses indications peuvent se trouver en défaut. Nous reviendrons, du reste, sur ces phénomènes quand nous traiterons des mouvements de l'atmosphère, à la fin du deuxième volume.

Quand le baromètre doit servir à l'usage qui nous occupe, on écrit, à côté des divisions de l'échelle, et aux places indiquées par le tableau ci-dessus, les mots *beau*, *pluie*, etc., et on lui donne souvent, dans ce cas, une forme particulière.

368. Baromètre à cadran. — Ce baromètre, imaginé par Hook, en 1663, porte aussi le nom de *baromètre à poulie*. Il consiste en un baromètre à siphon *nf* (*fig.* 274), dont les deux branches sont de même diamètre. Un flotteur *f* reposant sur le mercure de la branche ouverte, suit les mouvements de son niveau. Ce flotteur est soutenu par un fil qui embrasse une poulie *o*. Un cordon enroulé en sens contraire et portant un petit poids *p* plus léger que le flotteur, tient le fil constamment tendu, de manière que la poulie tourne quand le niveau change de position. A l'axe de cette poulie est fixée une aiguille équilibrée *e*, qui parcourt les divisions d'un cadran placé entre l'aiguille et la poulie, et dont les divisions correspondent à un changement de pressions de 1^{mm}. Le tube du baromètre et le mécanisme dont nous venons de parler sont cachés par une tablette plus ou moins ornée sur laquelle est appliqué le cadran.

Les indications du baromètre à cadran sont peu précises, à cause des frottements et de l'inertie des parties mobiles; mais elles le sont suffisamment pour les usages auxquels on le destine. Jecker, en remplaçant la poulie par une roue à dents très-fines qui engrainent dans celles d'une crémaillère fixée verticalement au flotteur, a rendu l'instrument plus sûr.

On a aussi construit des baromètres dans lesquels le mouvement de la crémaillère est communiqué à la poulie par un système de roues dentées destinées à amplifier les déplacements de l'aiguille. La difficulté des frottements a été vaincue par d'habiles horlogers. Le roi Louis XVI possédait un de ces baromètres, tellement délicat que l'agitation produite dans l'air en ouvrant une porte, faisait marcher l'aiguille de plusieurs lignes. Ces instruments, nommés *baromètres à rouages*, doivent être considérés comme de simples objets de curiosité; ils sont très-sensibles, mais peu exacts.

369. Baromètres sans liquide. — Après de longues recherches poursuivies avec une rare persévérance, M. Vidi est parvenu à construire un baromètre sans mercure, nommé *baromètre anéroïde*, dans lequel les variations de la pression atmosphérique sont indiquées par les changements de forme d'une enveloppe rigide et élastique. La *fig.* 275 représente un de ces instruments vu en dessus en A, et de profil en B. En K, K est une caisse de cuivre mince, fermée hermétiquement, après qu'on y a raréfié l'air. La base cannelée de cette caisse s'affaisse d'autant plus que la pression atmosphérique est plus grande. Les mouvements du centre de cette base sont transmis, amplifiés, à une aiguille, *e*, par l'intermédiaire de deux leviers. Le premier *ac'cb*, *acb*, du troisième genre, tourne autour de l'axe *cc'*,*c*, et un ressort R pousse le bras *cb*, de manière que le bras *ca*, *c'a* tende toujours à soulever la petite colonne *a*,*a* fixée au centre de la caisse K. Le bras de levier *cb* agit par la tige articulée *bi* sur un levier du premier genre *noob*, *noi*, dont l'axe est en *oo*. Le bras *on* tire une petite chaîne *nr*, *nr* qui s'enroule sur l'arbre de l'aiguille *e*, et est toujours tendue par un ressort spiral *r*, *r*. On peut, au moyen de la vis *u*, régler la longueur du petit

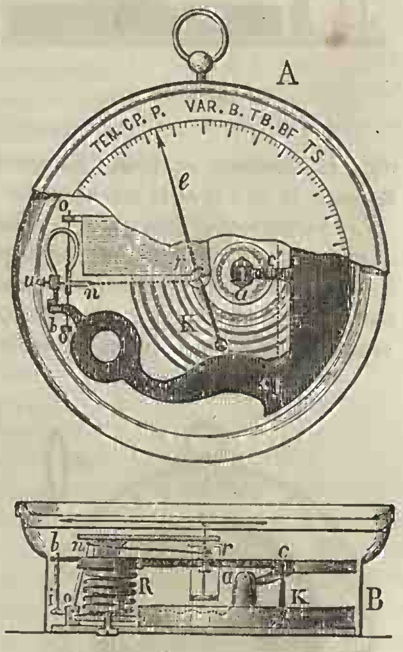


Fig. 275. — 1/3.

bras *io*, qui est formé d'un ressort courbé en U. Enfin, une vis *v*, qui agit sur le point d'attache inférieur du ressort R, permet de soulever ou d'abaisser directement le levier *cb*, pour régler l'instrument; c'est-à-dire pour le mettre d'accord, une première fois, avec un baromètre à mercure.

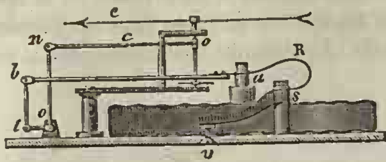


Fig. 276.

M. Breguet a perfectionné ce baromètre, et lui a donné le nom de *baromètre holostérique*. Il remplace l'axe d'appui du levier *ac'cb* (*fig.* 275) par un large ressort *sRa* (*fig.* 276) fixé à deux supports, *s*. Quand ce levier est soulevé ou abaissé en *a*, il transmet son mouvement à l'aiguille *e*, par le levier coudé *ion*, et la chaînette *nco*. On règle ce baromètre en faisant tourner la ligne d'attache du ressort *sRa* au moyen de la vis *v* et de la barre *vs*.

Les baromètres sans mercure, à cause de leur faible volume et de l'absence de substances fragiles, sont éminemment portatifs. Plus réguliers que le baromètre à cadran, ils peuvent indiquer les cinquièmes de millimètre. On en fait qui ne sont pas plus grands qu'une montre épaisse, et sont très-commodes dans les voyages de montagne pour faire connaître la hauteur à laquelle on est parvenu.

Comme l'élasticité de la caisse cannelée peut à la longue s'altérer, il est bon de comparer de temps à autre les indications de ces instruments à celles d'un bon baromètre à mercure. En cas de désaccord, ont fait marcher l'aiguille, en agissant sur la vis *v*.

Fig. 277.

La *fig.* 277 représente un autre baromètre sans mercure, d'une construction très-simple, connu sous le nom de *baromètre Bourdon*. La partie essentielle de cet instrument est un tube de laiton *amb* à parois minces et élastiques, complétement fermé, et dans lequel on a raréfié l'air. Ce tube est courbé en arc de cercle, et sa section, figurée à part en R, est allongée dans une direction perpendiculaire au plan de l'arc de cercle. Lorsque la pression que supporte à l'extérieur un semblable tube vient à diminuer, la section tend, par l'élasticité des parois, à se rapprocher de la forme circulaire, ce qui force la courbure à diminuer, et les extrémités *a* et *b* à s'écarter l'une de l'autre. Si, au contraire, la pression extérieure augmente, la courbure augmente aussi, et les points a et b se rapprochent. Le tube est fixé par son milieu m, et les mouvements des extrémités a et b se transmettent, par deux petites bielles, à un secteur denté r qui fait mouvoir l'aiguille e. Quelquefois cette aiguille est fixée directement à la place du secteur; ses mouvements ne sont plus alors aussi étendus.

Nous aurons à décrire plus tard, à la fin du deuxième volume, divers baromètres, baromètres balance, enregistreurs, à maxima et à minima,.... destinés spécialement aux observations météorologiques.

II. Effets de la pression atmosphérique.

370. Pression sur une surface donnée. — La pression de l'atmosphère sur 1cm carré, peut être obtenue sans qu'il soit nécessaire de connaître la hauteur de l'atmosphère ni sa densité dans ses différentes couches; en effet, cette pression est égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait 1cm carré de base et une hauteur égale à celle du baromètre. Si cette hauteur était de 0m,76, le volume serait de 76cm cubes, nombre qui, multiplié par le poids spécifique du mercure, 13,6, donnerait 1033gr,6. On obtiendrait un nombre différent si le baromètre était plus ou moins haut. Au niveau de la mer, le baromètre s'éloignant peu de la hauteur moyenne 0m,76, on peut dire que la pression atmosphérique sur 1cm carré équivaut à 1 kilogramme, en nombre rond.

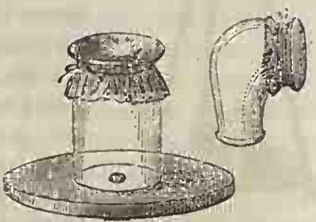


Fig. 278.

La surface du corps humain est, en moyenne, d'environ 1 mètre carré et $^3/_4$, ou 17500cm carrés. Cette surface supporte donc une pression de dehors en dedans équivalente à 17500 kil. Voilà, dit plaisamment Haüy, de quel poids étaient chargés les anciens philosophes qui niaient sérieusement la pesanteur de l'air. Si nous ne sommes pas écrasés par un poids aussi considérable, c'est que les fluides qui occupent les cavités du corps et en imbibent les tissus, possèdent une force élastique qui fait équilibre à la pression de l'atmosphère. C'est par un motif semblable qu'une table n'est pas brisée par la pression de l'air, cette pression se faisant sentir également sur les deux faces. — Pour confirmer cette explication, on fait les expériences suivantes :

1° **Crève-vessie.** — On prend un petit récipient de verre dit *crève-vessie* ou *casse-vessie* (*fig.* 278), ouvert à ses deux extrémités, et dont l'une des ouvertures est garnie d'un morceau de vessie ou de baudruche bien tendu et attaché tout autour. Cette membrane ne fléchit pas sous le poids de l'atmosphère tant que l'air pénètre librement de chaque côté. Mais si, posant le récipient sur la platine de la machine pneumatique, on enlève l'air de l'intérieur, on voit la membrane s'affaisser, puis crever avec un grand bruit, dû à la secousse qu'éprouve l'air en se précipitant dans le vide au moment de la rupture. — On emploie aussi des crève-vessie coudés (*fig.* 278), pour prouver que la pression de l'air agit également dans tous les sens.

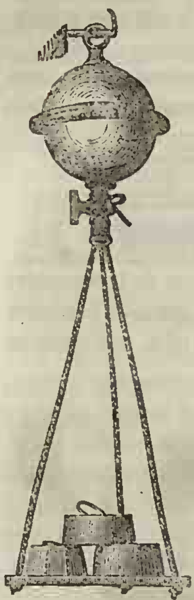


Fig. 279.

Une lame de verre mastiquée sur les bords du récipient, à la place de la vessie, se brise aussi avec explosion, quand on fait le vide; c'est l'expérience du *casse-vitre*. Il faut avoir soin de recouvrir l'appareil d'une serviette, pour n'être pas blessé par les éclats du verre.

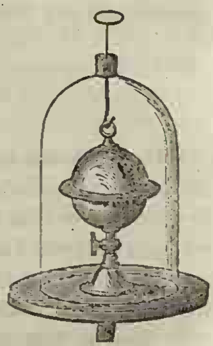


Fig. 280.

2° Hémisphères de Magdebourg. — On nomme ainsi deux hémisphères creux en métal pouvant s'appliquer exactement l'un sur l'autre, avec interposition d'une lame de cuir gras (*fig.* 279). L'un d'eux est muni d'un robinet par lequel on peut extraire l'air intérieur. Après cette opération, les deux hémisphères sont pressés l'un contre l'autre par une force égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait pour base l'ouverture des hémisphères, et pour hauteur celle du baromètre. Si, par exemple, le diamètre était de 20^{cm}, l'effort serait de 314 kil. environ.

Si l'on place les hémisphères sous un récipient dont on extrait l'air (*fig.* 280), on peut facilement les séparer, au moyen d'un crochet qui traverse une boîte à cuirs. Si on laisse ensuite rentrer l'air dans ce récipient, après avoir replacé les hémisphères l'un sur l'autre, on ne peut plus les séparer qu'en exerçant un effort considérable.

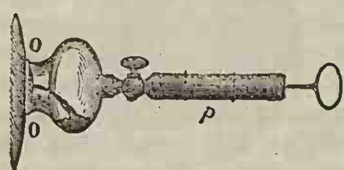


Fig. 281.

L'expérience des hémisphères a été faite pour la première fois par Otto de Guericke, bourgmestre de Magdebourg, qui la répéta, en 1654, à Ratisbonne, devant Ferdinand III et l'assemblée du Collége de l'Empire. Les hémisphères avaient 24 pouces 8 lignes de diamètre. Quoiqu'il y fût resté beaucoup d'air, il fallut 12 chevaux pour les séparer. Le gaz, en se précipitant dans le vide, au moment de la séparation, produisit une violente explosion. Cette expérience célèbre contribua à répandre la doctrine de la pesanteur de l'air, et à populariser la machine pneumatique, qu'Otto de Guericke venait d'inventer.

3° **Récipient à main-ventouse.** — Pour prouver que les fluides de l'intérieur du corps possèdent une tension qui contre-balance la pression de l'atmosphère, on ferme avec la main un petit récipient de verre, dont on extrait ensuite l'air. La main est fortement pressée contre les bords arrondis du récipient, et la peau se gonfle et devient rouge en dedans, par l'expansion des fluides intérieurs.

Un effet analogue se produit dans les ventouses (*fig.* 281). Quand, après avoir appliqué l'ouverture OO du vase renflé, sur la partie du corps où l'on a préalablement percé une veine, on vient à raréfier l'air en retirant le piston renfermé dans le corps de pompe p, on voit la peau se gonfler et le sang jaillir avec force.

371. Mal des montagnes. — On peut attribuer, en partie, à l'expansion des fluides de l'intérieur du corps le malaise que l'on éprouve quand on s'élève sur les hautes montagnes. Des vertiges, des nausées, des hémorrhagies, l'accélération du pouls, une respiration haletante, un grand besoin de sommeil, sont les accidents qui se manifestent ordinairement. Le voyageur est forcé de se reposer à chaque instant. Saussure, sur le mont Blanc, avait à peine la force de consulter ses instruments; Bouguer eut plusieurs hémorrhagies dans les Cordillières de Quito; De Humboldt et Bompland, en 1802, dans leur ascension au Chimboraço, où ils s'élevèrent à 6000^m, éprouvèrent des envies de vomir, et le sang leur sortit par les lèvres et les gencives; et ce ne fut qu'au prix des plus vives souffrances que les frères Schlagintweit parvinrent sur l'Ibi-Gamin à la hauteur de 7400^m. Le mouvement et les efforts nécessités par l'ascension ont une grande influence sur ces effets. Les aréonautes qui n'ont pas d'efforts à faire, ne les éprouvent pas jusqu'à des hauteurs de 4000^m, et Gay-Lussac n'eut pas à souffrir dans l'ascension où il atteignit 7000^m de hauteur. Mais quand on s'élève à des hauteurs qui dépassent 4000^m, une nouvelle cause intervient, c'est la rareté de l'air et, par suite, de l'oxygène offert à la respiration. Les belles expériences de M. P. Bert sur l'influence de la pression de l'air sur les phénomènes de la vie [1], prouvent bien l'importance de cette cause. L'engourdissement, l'insensibilité, le refroidissement, favorisé par le froid qui règne dans les hautes régions de l'air sont les principaux effets éprouvés. M. Glaisher, à une hauteur de 8800^m, tomba sans connaissance dans la nacelle de son aérostat. La pression n'était que de 25^{cm}, et la densité de l'air, trois fois moindre qu'à la surface du sol. Il résulte des expériences de M. P. Bert que, pour combattre les effets de cette rareté de l'air, il suffit de respirer un air artificiel contenant beaucoup d'oxygène, ou même de l'oxygène pur.

Pour les hauteurs moindres, la rareté de l'air ne peut suffire à expliquer le *mal des montagnes*, car il existe des lieux habités, des villes même, à plus de 4000^m au-dessus du niveau de la mer, et dont les habitants n'éprouvent aucun malaise. C'est que les fluides de l'intérieur de leur corps sont en équilibre avec la pression extérieure. Par exemple, les mines d'argent de Potosi, dans l'Amérique du Sud, sont exploitées à 4166^m, et la ville de Daba au Thibet est située

[1] *Annales des sciences naturelles*, 5^e série, t. XX, p. 1 (1874).

à 5000^m; le combat célèbre du Pichincha s'est livré à une hauteur à peu près égale à celle du mont Rose, dont le sommet est à 4636 mètres au-dessus de la mer. — Du reste, la rareté de l'air agit sur la constitution des habitants de ces régions élevées; ils sont faibles, peu actifs, comme anémiques, ainsi que l'a établi M. D. Jourdanet dans son magnifique ouvrage : de l'influence de la pression de l'air sur la vie de l'homme.

372. Applications diverses. — Si l'on renverse un vase plein d'eau, en tenant l'ouverture fermée par un morceau de papier (*fig*. 282), le liquide ne tombe pas, parce qu'il est retenu par la pression atmosphérique. S'il y a de l'air au-dessus de l'eau dans le vase, il sort un peu de liquide, ou bien le papier se gonfle en dehors, de manière que l'air intérieur diminue de force élastique en augmentant de volume; alors sa pression, jointe au poids de la colonne d'eau, est équilibrée par la pression atmosphérique. Si l'on enlève le morceau de papier, l'air s'introduit par bulles à travers l'eau, qu'il divise, et le liquide tombe. Il en est ainsi quand on renverse une bouteille pleine, et la rentrée de l'air se fait par intermittences, à cause du peu de largeur du goulot.

Fig. 282.

Cependant M. Duprez a pu tenir des colonnes liquides suspendues dans des tubes ayant jusqu'à 19^{mm} de diamètre intérieur, en plaçant le tube verticalement pendant qu'il était fermé par une plaque bien horizontale qu'il retirait ensuite en la faisant glisser avec précaution; ou en abaissant lentement un vase contenant de l'eau dans laquelle plongeait l'ouverture du tube maintenu fixe. L'équilibre est instable, car la plus petite différence de niveau à la surface inférieure rendrait la pression inégale en ses divers points. Une feuille de papier empêche la déformation de cette surface plane, et quand le tube n'est pas trop gros, la tension capillaire (310) suffit pour maintenir l'équilibre. Quand cette tension est suffisamment grande, et elle l'est d'autant plus que le diamètre est plus petit, l'équilibre peut subsister avec une surface convexe ou concave, comme on peut le voir en ajoutant ou enlevant un peu d'eau au bas de la colonne liquide.

Quand l'air s'introduit à travers le liquide qui se présente à l'ouverture d'une bouteille renversée, ce n'est qu'en vainquant la tension capillaire; une grosse bulle d'air s'introduit, un nouveau ménisque se forme, qui est refoulé à son tour, et le liquide s'échappe ainsi par intermittences. Quand le tube est étroit, la tension capillaire peut, à elle seule, soutenir la colonne liquide. Ainsi, M. Duprez ayant purgé d'air par ébullition prolongée dans le vide, l'eau contenue dans un tube de 440^{mm} de longueur et de 7^{mm} de diamètre intérieur, a vu l'eau se soutenir dans ce tube, même quand l'ouverture placée en bas se trouvait dans le récipient de la machine pneumatique, où la pression ne faisait équilibre qu'à une colonne d'eau de 11^{mm}.

Tâte-vin, etc. — Si l'ouverture est très-étroite, le liquide ne pourra sortir. C'est ce qui a lieu dans le *tâte-vin* ou *pompe des celliers*, *oa* (*fig*. 283); l'orifice inférieur *a* est capillaire, et l'ouverture *o* peut être fermée avec le doigt. Quand, laissant l'orifice *o* ouvert, on enfonce cet instrument dans un liquide, ce dernier pénètre dans l'intérieur. Si alors on met le doigt sur l'ouverture *o* et qu'on retire l'instrument verticalement, le liquide introduit est retenu par la pression atmosphérique, et ne s'échappe que lorsqu'on découvre l'ouverture *o*.

On peut, au lieu d'un seul orifice capillaire, en pratiquer un grand nombre dans une même plaque horizontale fermant l'instrument à sa partie inférieure; on a alors l'*arrosoir magique*.

L'*entonnoir magique*, fondé sur les mêmes principes, se compose de deux enveloppes coniques (*fig*. 284), comprenant un espace *mn* qui communique au dehors par l'orifice *o* et par plusieurs petits trous capillaires pratiqués dans l'intérieur du tuyau de l'entonnoir. Si, après avoir introduit de l'eau dans l'espace *mn*, on tient l'ouverture *o* fermée, en y appliquant le pouce, le liquide ne peut s'écouler; tandis qu'il s'échappe de l'entonnoir, qui ne paraissait pas en contenir, dès qu'on lève le doigt.

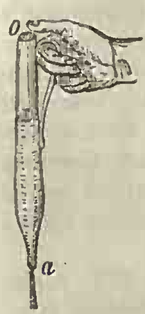


Fig. 283.

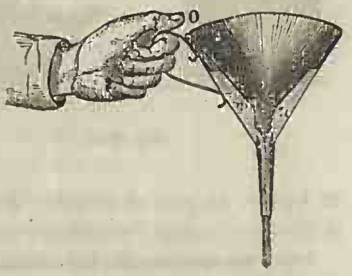


Fig. 284.

371. Manière de recueillir les gaz. — Ce n'est que depuis l'invention de la méthode, imaginée par Priestley, vers 1770, que l'on a bien distingué les gaz les uns des autres; auparavant on les confondait presque tous avec l'air. Pour recueillir un gaz, on adapte au vase K dans lequel il se produit, un tube recourbé *hn* (*fig*. 285), dit *tube de dégagement*. Ce tube s'engage sous une cloche de verre, ou *éprouvette* E, remplie d'eau ou de mercure et renversée dans un bassin contenant du même liquide. Le gaz, chassé du vase K par sa propre force élastique, refoule le liquide engagé dans la partie inférieure du tube *hn*, s'échappe par bulles et monte dans l'éprouvette, en faisant descendre le liquide qu'elle contient.

Tube de sûreté. — Dans le cas où le dégagement du gaz recueilli sur l'eau est provoqué par la chaleur, il peut arriver que, par un refroidissement accidentel, ce dégagement s'arrête, et que le gaz se contracte. Alors, la pression atmosphérique fait monter l'eau par le tube *nh* jusque dans le vase K, qui peut être brisé avec explosion s'il est très-chaud. C'est là le phénomène de l'*absorption*, autrefois si redouté des chimistes. On l'évite aujourd'hui, au moyen du *tube de sûreté*, ou *de Welter*, *abcd* (*fig*. 285). Ce tube, soudé à la partie supérieure du tube de dégagement, est recourbé en S, et porte une boule, *a*, placée de telle sorte que la distance *ab* soit moindre que la hauteur *hn*. On y verse de l'eau, par l'entonnoir *d*, jusqu'à ce que le niveau soit vers le milieu de la boule *a*. Quand le gaz se dégage, la différence de niveau *ac* est égale à la distance du niveau *n* à l'orifice inférieur du tube de dégagement. Si la tension diminue dans le vase K, la pression atmosphérique fait monter l'eau dans le tube *nh;* mais comme elle agit aussi en *c*, elle refoule le liquide jusque dans la boule, et l'air, passant à travers l'eau qu'elle contient, entre dans le vase K et y rétablit la pression atmosphérique. Cet effet se produit toujours avant que l'eau n'arrive au point *h* dans le tube *nh*, parce que la distance *ab* est moindre que *nh*.

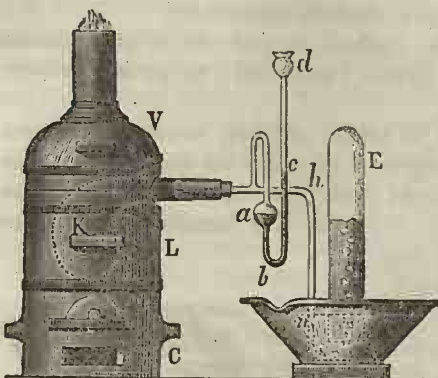


Fig. 285.

Quand le vase K n'est pas entouré de feu, le *tube de sûreté* peut être adapté à une tubulure ménagée à la partie supérieure de ce vase; et quand il contient un liquide, on peut se contenter d'un tube droit traversant un bouchon ajusté à la tubulure, et dont l'extrémité s'enfonce dans ce liquide.

374. Gazomètre de laboratoire. — Ce petit appareil (*fig.* 286), destiné à recueillir et à conserver les gaz, consiste en un réservoir cylindrique fermé de toutes parts, et surmonté d'une cuvette D, avec le fond de laquelle il communique par deux tubes à robinet; l'un EF, allant presque jusqu'au fond du réservoir; l'autre GH, se terminant à sa base supérieure. En C est une tubulure relevée, pouvant se fermer au moyen d'un bouchon à vis, et assez large pour qu'on puisse y introduire l'extrémité du tube qui amène le gaz.

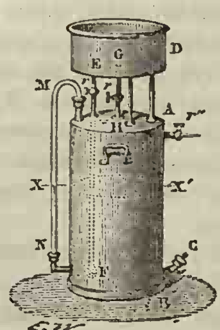


Fig. 286.

Pour faire usage de cet appareil, on commence par le remplir d'eau, en versant ce liquide dans la cuvette D, après avoir fermé les ouvertures C et r'', et ouvert les robinets r et r', que l'on ferme ensuite quand le réservoir est plein d'eau. On débouche alors la tubulure C et l'on y engage l'extrémité du tube de dégagement. Le gaz monte par bulles dans le réservoir, pendant que l'eau déplacée sort par la tubulure. Le niveau, XX', est indiqué par le tube de verre MN. On ferme ensuite la tubulure C, et quand on veut puiser du gaz, on introduit de l'eau par le tube EF, et le gaz refoulé sort par le robinet r''.

§ 3. — LOIS DE LA COMPRESSIBILITÉ DES GAZ

375. La force élastique d'un gaz augmente quand on réduit son volume, et diminue quand on lui offre un plus grand espace à occuper. Ce dernier résultat peut être mis en évidence au moyen de l'appareil (*fig.* 287) : un corps de pompe P, muni d'un piston, communique avec plusieurs tubes verticaux de verre *t*, *t*, *t*, *t* remplis d'air, et plongeant dans des liquides différents. Si l'on retire le piston, les liquides montent dans les tubes jusqu'à ce que le poids de la colonne liquide soulevée, ajouté à la pression de l'air intérieur, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Cet appareil, nommé *hydroclymax*, avait été destiné par Boyle, à comparer les densités des liquides; les hauteurs auxquelles ils s'élèvent dans les tubes étant en raison inverse de leurs densités.

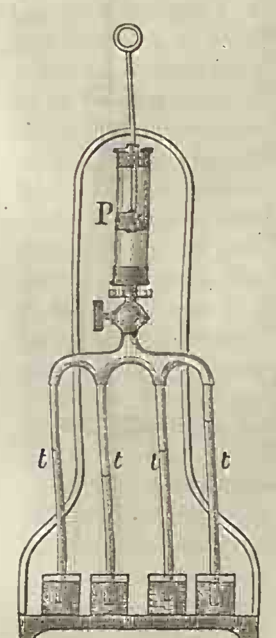


Fig. 287.

Quand on aspire par un tube plongé dans un liquide, l'air du tube se répandant dans les poumons, diminue de force élastique, et le liquide monte, en vertu de l'excès de la pression atmosphérique. Si l'on aspire avec une force suffisante l'air d'une bouteille aplatie de verre mince, elle se brise sous l'effort de la pression extérieure.

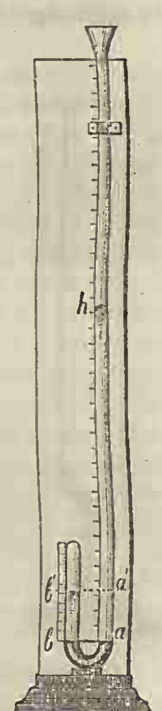


Fig. 288.

376. Loi de la compression de l'air. — Cette loi est connue sous le nom de *loi de Mariotte* ou de *loi de Boyle*, du nom des deux physiciens qui l'ont découverte, vers 1670, à peu près en même temps. Ce n'est que plus tard qu'on a cherché à l'étendre aux autres gaz. Elle s'énonce ainsi : *Les volumes occupés par une même masse de gaz maintenue à une température constante sont en raison inverse des pressions qu'elle supporte.* De là on conclut que *la densité de la même masse d'air est proportionnelle à la pression;* car les densités d'une même masse varient en raison inverse des volumes qu'on lui fait occuper (149).

Pour établir par l'expérience la loi de la compression de l'air, Mariotte s'est servi d'un appareil, appelé depuis *tube de Mariotte*, consistant en un tube recourbé (*fig.* 288) à branches verticales très-inégales. La plus longue, ouverte à son extrémité supérieure, est munie d'une échelle destinée à mesurer les hauteurs. La plus courte est fermée, et divisée en parties d'*égale capacité*. Les deux divisions s'arrêtent à un même niveau *ab*. La branche fermée est pleine d'air *sec*, qu'on sépare de l'air extérieur par du mercure desséché, introduit dans la courbure inférieure de manière que le niveau du liquide dans les deux branches soit en *ab*. L'air occupe alors, dans la petite branche, un volume, v, indiqué par la graduation. Cet air est soumis à la pression H de l'atmosphère. On verse ensuite du mercure dans la longue branche, le niveau monte dans la plus courte, jusqu'en b', et le gaz, réduit à un volume moindre v', possède une force élastique qui fait équilibre à la pression H de l'atmosphère, augmentée de la colonne de mercure $a'h$ comptée à partir du niveau b'. En comparant les quatre quantités

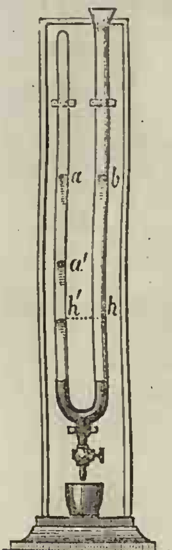


Fig. 289.

$$v,\ v',\ \mathrm{H},\ \mathrm{H}+\overline{a'h},$$

on trouve qu'elles satisfont toujours à la relation

$$v\,\mathrm{H} = v'\,(\mathrm{H}+a'h),$$

qui n'est autre chose que l'expression de la loi de Mariotte. — Si la colonne $a'h$ était égale à la hauteur du baromètre, v' serait la moitié de v.

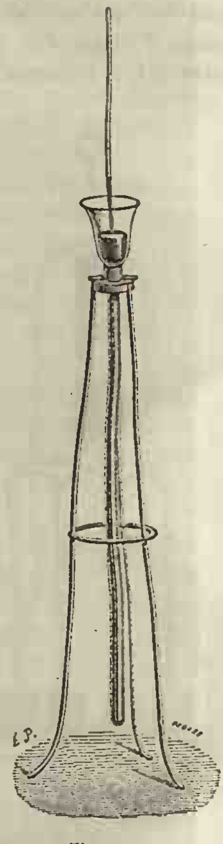


Fig. 290.

Quand on veut aujourd'hui répéter cette expérience, on termine le tube b par un robinet de fer auquel on ajuste des tubes remplis de chlorure de calcium, ou mieux de fragments de pierre ponce mouillés d'acide sulfurique concentré, substances qui absorbent fortement l'humidité. On met le haut du tube ah, en communication avec une machine pneumatique, on fait circuler à travers l'appareil un courant d'air sec qui passe de b en a à travers le mercure; puis, on ferme le robinet. Par ce moyen, on est certain d'opérer sur de l'air bien desséché.

377. Cas des pressions inférieures à celle de l'atmosphère. — Le tube de Mariotte ne peut servir que pour les pressions supérieures à celle de l'atmosphère. Pour vérifier la loi dans le cas des pressions plus faibles, Mariotte a modifié son appareil de la manière suivante. La branche fermée a est très-longue (*fig.* 289), et au bas de la courbure du tube est adapté un robinet de fer. Le niveau du mercure étant d'abord le même, ab, dans les deux branches, on fait sortir du mercure par le robinet; on voit alors le niveau baisser dans la branche ouverte, jusqu'en h, par exemple, et en même temps descendre d'une quantité moindre, de a en a', dans l'autre branche. La pression que supporte l'air est alors égale à $H - a'h'$, et l'on trouve que les deux pressions et les deux volumes v, v', satisfont à l'égalité $v\,H = v'\,(H - a'h')$.

Mariotte a aussi employé un tube barométrique (*fig.* 290), portant une division en parties d'égale capacité. On remplit ce tube de mercure desséché par l'ébullition (354), on le renverse dans une cuvette profonde, et l'on fait arriver par la partie inférieure, au moyen d'un tube de dégagement, de l'air qui a traversé des tubes remplis de matières desséchantes; puis, on enfonce le tube dans la cuvette de manière que le niveau du mercure soit le même en dedans et en dehors. Alors l'air intérieur est soumis à la pression atmosphérique, et l'on observe le volume qu'il occupe. On soulève le tube, en le saisissant au moyen d'une pince de bois, pour ne pas lui communiquer de chaleur; le mercure monte, l'air occupe un volume plus considérable, et sa force élastique est égale à celle de l'atmosphère diminuée de la colonne de mercure soulevée. La hauteur de cette colonne se mesure, avec une grande précision, au moyen du cathétomètre, en s'aidant d'une pointe d'affleurement, comme dans la *fig.* 266. On compare ensuite, comme ci-dessus, les deux volumes successifs aux pressions correspondantes.

378. Cas des fortes pressions. — Les appareils que nous venons de décrire ne permettent de constater la loi de Mariotte que sur des pressions d'un petit nombre d'atmosphères. Il était important de la vérifier pour de fortes pressions, d'autant plus que Boyle, Musschenbroeck, Sulzer, Robison, avaient cru la trouver en défaut pour des pressions de quelques atmosphères seulement; ce qui était dû probablement à l'humidité de l'air qu'ils employaient. Œrsted et Swendsen annoncèrent, en 1826, que la loi est sensiblement vraie jusqu'à 8 atmosphères. La question en était là lorsque, en 1829, Dulong et Arago, dans leur grand travail sur les tensions de la vapeur d'eau, furent conduits à vérifier cette loi jusqu'à 27 atmosphères.

Expériences de Dulong et Arago[1]. — L'appareil, imaginé par Dulong, était établi dans la tour du Lycée Henri IV, à Paris. Un tube vertical mn (*fig.* 291) de $1^m,70$ de longueur, et de 5^{mm} de diamètre intérieur, fermé à sa partie supérieure, et divisé en parties d'égale capacité, était rempli d'air sec. Ce tube communiquait, par le bas, avec un long tube ab, appliqué contre une poutre verticale traversant la tour dans toute sa hauteur, et assujettie aux voûtes

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XLIII, p. 74.

qui la divisaient en étages. Cette longue colonne était formée de treize tubes de cristal, de 2 mètres de longueur, ajustés les uns aux autres, et ayant le même diamètre que le tube *mn*. Des contre-poids à poulies, adaptés à chaque virole de raccordement, étaient destinés à empêcher les tubes supérieurs d'écraser par leur poids ceux qui étaient au-dessous. La communication entre le tube *mn* et la colonne *ab* était établie par un tuyau en fonte, au milieu duquel se trouvait un réservoir R de même substance, contenant du mercure. Au moyen d'une pompe foulante *p*, on pouvait refouler de l'eau sur ce mercure, de manière à forcer ce dernier liquide à monter dans le tube ouvert *ab* et dans le manomètre *mn*, où l'air se trouvait ainsi réduit à un moindre volume. Un courant d'eau circulant

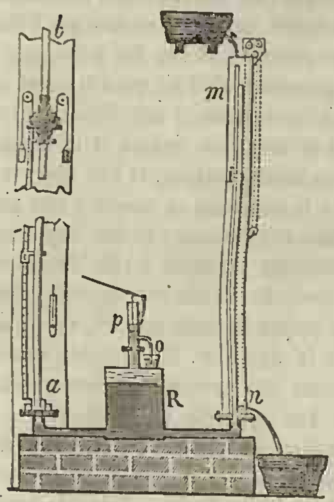


Fig. 291.

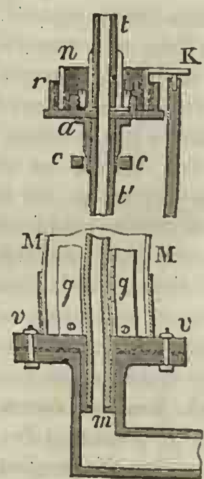


Fig. 292.

dans un manchon enveloppant le manomètre, empêchait la température de changer pendant la durée des expériences.

On voit, en M*m*M (*fig.* 292) comment le manomètre est ajusté au tuyau de fonte. La virole recouvre en *m* toute l'épaisseur du tube de verre, pour éviter qu'il ne soit soulevé par la pression du liquide intérieur. MM est la partie inférieure du manchon dans lequel passe l'eau, et *g*, *g*, celle d'une règle divisée, de laiton.

Au haut de la même figure est représentée la disposition adoptée pour assembler les tubes de la colonne *ab* (*fig.* 291). Une virole *a* (*fig.* 292) est mastiquée au tube inférieur *t'*; elle porte deux rebords annulaires *r* et *o*, dont le dernier est taraudé en dedans. Un écrou roulant *i* serre la virole du tube supérieur *t* contre celle du tube inférieur *t'*. Une lame de cuir gras est interposée entre ces deux viroles. Un cylindre n, portant une languette K, s'appuie sur la virole a, et est maintenue par du mastic coulé dans l'espèce de coupe formée par le rebord r. La languette K sert de repère pour mesurer la hauteur de la colonne de mercure. Après avoir relevé les distances des repères, il n'y avait plus, dans chaque expérience, qu'à mesurer la distance du niveau du mercure, au repère immédiatement au-dessous.

Graduation du manomètre à air. — Pour diviser le manomètre *mn* en parties d'égale capacité, avant de le fixer au réservoir de fonte, on avait fermé à la lampe l'extrémité inférieure, et ménagé à la partie supérieure une pointe effilée ne laissant qu'un canal très-délié. Par ce canal on versait des mesures égales de mercure, dont on marquait le niveau sur une petite bande d'étain collée à l'extérieur. Le tube fut ensuite ouvert à sa partie inférieure, fixé à l'appareil, et l'on fit passer un courant d'air sec entrant par le haut et sortant à travers le mercure du réservoir R (*fig.* 291), dans lequel une machine pneumatique l'aspirait constamment. Quand le manomètre fut bien desséché et rempli d'air sec, on scella à la lampe, en un point marqué d'avance, la pointe supérieure, et l'on appliqua une échelle de laiton portant un curseur i analogue à celui du baromètre de Fortin, et que l'on pouvait faire mouvoir dans le manchon rempli d'eau, au moyen d'un cordon sans fin passant sur cinq petites poulies, dont on voit la disposition dans la figure.

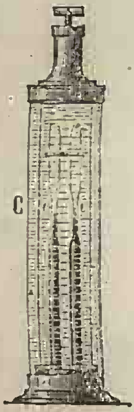


Fig. 293.

Dans chaque expérience, on mesurait la pression de l'air du manomètre, par la différence de hauteur du mercure dans les deux tubes *ab*, *mn*; et le volume occupé par le gaz, au moyen de la division marquée sur la bande d'étain.

Dulong et Arago ont trouvé la loi de Mariotte exacte, *pour l'air*, jusqu'à 27 atmosphères. Ils se proposaient de soumettre d'autres gaz à une semblable vérification; mais, chose qu'on aura peine à croire, l'administration des bâtiments civils leur retira la jouissance du local dans lequel l'appareil avait été ensuite transporté pour leurs expériences sur la tension de la vapeur d'eau.

379. Loi de la compression des gaz autres que l'air. — La loi de Mariotte ne s'applique pas exactement à tous les gaz, surtout à ceux qui sont facilement amenés à l'état liquide par la compression. La première observation qui ait mis ce fait en évidence, est due à Van-Marum. Ce physicien plaça sous un récipient où il comprima de l'air, deux éprouvettes renversées sur du mercure, l'une remplie d'air, et l'autre de gaz ammoniac. Il vit ce dernier gaz diminuer de volume beaucoup plus vite que le premier, et se liquéfier quand l'air fut réduit à peu près au tiers de son volume. — Œrsted et Swendsen reconnurent, en 1826, que le volume du gaz acide sulfureux, qui se liquéfie facilement, se réduit quand on le comprime, plus que ne l'indique la loi de Mariotte.

On ne connaissait que ces deux faits isolés, lorsque Despretz prouva, par des expériences concluantes, que beaucoup de gaz ne suivent pas la loi de Mariotte, même à une distance très-grande de leur point de liquéfaction. Pour cela, il comprima de l'eau dans un cylindre de verre C (*fig.* 293) semblable à celui dont on se sert pour la compressibilité des liquides (342). Dans ce cylindre, étaient renversées sur le mercure deux éprouvettes remplies, l'une d'air, l'autre du gaz qu'on voulait lui comparer, et il vit le mercure monter plus vite dans la dernière éprouvette, quand elle contenait du *gaz ammoniac, de l'acide sulfureux, de l'acide sulfhydrique, du cyanogène*. Dès la seconde atmosphère, la différence se manifestait. Les rétrécissements *e*, *e* des éprouvettes sont destinés à rendre les différences plus sensibles. Despretz découvrit aussi que l'*hydrogène* se comprime *moins* que l'air ; présentant ainsi une exception remarquable qui a été confirmée depuis.

Pouillet a conclu d'expériences dans lesquelles la pression a été poussée jusqu'à 100 atmosphères, que les cinq gaz qui n'ont pu être liquéfiés oxygène, azote, hydrogène, oxyde de carbone, bioxyde d'azote, se compriment suivant la même loi que l'air, et que le *gaz ammoniac*, les *acides sulfureux* et *carbonique*, le *protoxyde d'azote*, le *gaz oléfiant* et le *gaz inflammable des marais* se compriment plus que l'air, les différences augmentant avec la pression. — La *fig.* 294 représente l'appareil de Pouillet. Un piston plongeur *c* poussé par une vis *v*, s'enfonce, à travers une boîte à cuirs *e*, dans un vase de fonte contenant de l'huile et du mercure. Le mercure est chassé, par le canal *o*, dans deux tubes de cristal *t'*, *t'*, de 2 mètres de longueur, mastiqués et serrés au moyen de vis, sur le socle de fonte *f*. Ces tubes sont ouverts et effilés à leur extrémité supérieure. Après avoir refoulé le mercure jusqu'à cette extrémité, on la fait communiquer, par l'intermédiaire de tubes remplis de matières desséchantes, avec les réservoirs qui contiennent l'air et le gaz sur lequel on veut opérer ; on retire ensuite le piston *c*, les gaz s'introduisent, et l'on ferme au chalumeau la pointe effilée. On enfonce alors le piston, le mercure refoulé comprime les gaz, et l'on compare les volumes sous différentes pressions, au moyen d'une fine division tracée sur les tubes.

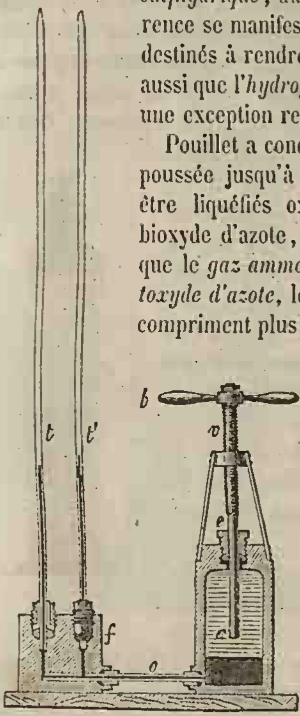


Fig. 294.

380. Expériences de M. Regnault. — En étudiant la dilatation de l'air sous différentes pressions, M. Regnault a été conduit à douter que ce gaz suive exactement la loi de Mariotte, et il a constaté qu'il s'en écarte, en effet, un peu dans les hautes pressions[1]. Si cet écart n'a pas été aperçu dans les grandes

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris* (1847), p. 329.

expériences de Dulong et Arago, c'est que, pour les fortes pressions, le volume occupé par l'air dans le manomètre étant très-petit, la moindre erreur de mesure devenait importante. Pour éviter cet inconvénient, ainsi que les incertitudes d'une graduation toujours difficile à effectuer, M. Regnault a fait ses expériences d'après le principe suivant. L'air est renfermé dans un tube vertical fermé par le haut, sous une pression que l'on fait varier d'une expérience à une autre, puis on réduit le volume de moitié en refoulant du mercure par le bas de ce tube, et l'on cherche si la pression a doublé exactement, quelle que soit la pression primitive.

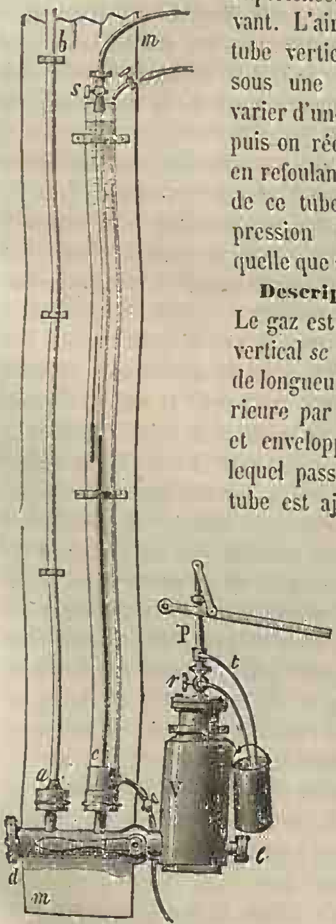


Fig. 295.

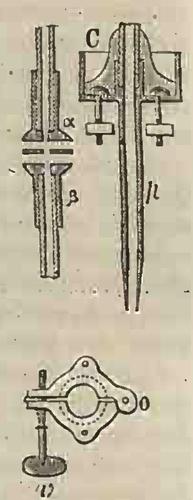


Fig. 296.

Description de l'appareil. — Le gaz est renfermé dans un tube vertical *sc* (*fig.* 295), de 3 mètres de longueur, fermé à sa partie supérieure par un robinet très-exact *s*, et enveloppé d'un manchon dans lequel passe un courant d'eau. Ce tube est ajusté par son extrémité inférieure, à un tuyau de fonte, *de*, par lequel il communique avec un autre tube de cristal *ab*, de 24 mètres de hauteur, destiné à recevoir la colonne de mercure qui doit mesurer la pression. Le tube *ab* est composé de huit parties de 3 mètres de longueur, ajustées les unes aux autres, au moyen de viroles de fer, α, β, à rebords coniques (*fig.* 296), entre lesquelles est interposé un anneau de cuir. Ces viroles sont pressées l'une contre l'autre au moyen d'un collier articulé *o*, creusé en dedans, d'une gorge dont la section présente un angle plus petit que celui que forment entre elles les arêtes des cônes des viroles, quand leurs bases sont appuyées l'une sur l'autre. Le système des viroles étant enveloppé par le collier *o*, on serre la vis *v*, et les deux viroles sont fortement pressées contre l'anneau de cuir interposé.

Le *manomètre à mercure ba* et le *manomètre à gaz sc* (*fig.* 295) étaient fixés à un mât en sapin *mm*, installé dans une tour carrée du Collége de France, dont il dépassait, ainsi que le tube *ba*, la terrasse supérieure.

On voit (*fig.* 296) comment les deux tubes manométriques sont ajustés aux tubulures *a* et *c* de l'appareil de fonte *de*. C est une virole de fer en forme de capsule, à laquelle est mastiqué le tube de verre; elle est percée d'un canal ayant le diamètre intérieur de ce tube, et se prolongeant jusqu'au milieu du tuyau horizontal *de* (*fig.* 295); elle est fixée à la tubulure par des boulons, avec interposition d'une pâte de minium. Pour plus de sûreté, du mastic fondu avait été versé dans la capsule et relevé, pendant qu'il prenait de la consistance, le long du tube de verre, comme on le voit en C (*fig.* 296).

La partie inférieure des deux tubes communique avec un réservoir de fonte V (*fig.* 295), contenant du mercure, et dans lequel on peut refouler de l'eau au moyen de la pompe foulante P, qui reçoit ce liquide par le tube *t*. Le robinet *r* sert à laisser échapper de l'eau quand on veut diminuer la pression. Enfin, un gros robinet placé dans le tuyau de fonte, sert à interrompre la communication entre les manomètres et le réservoir V. Les tubulures *d*, *e*, sont fermées; elles avaient servi à forer le tuyau *de*, coulé d'un seul jet avec le réservoir V.

La capacité du manomètre à air *cc'* avait été préalablement divisée en deux parties égales, en pesant le mercure qui pouvait en remplir la totalité à partir d'un repère tracé à la partie inférieure, ou en remplir seulement la moitié. Le tube ayant été ensuite fixé à la tubulure *c*, on y fit le vide et l'on y laissa rentrer de l'air sec par le robinet *s*, un grand nombre de fois, pendant que l'eau du manchon était portée à une température de 40 à 45°, pour favoriser la dessiccation.

Mode d'expérience. — Le manchon étant traversé par un courant d'eau froide, on comprime de l'air sec dans le manomètre à air *sc*, par le robinet *s*, au moyen d'une pompe foulante, et l'on amène le niveau du mercure au repère qui limite son volume maximum. Pour cela, après avoir un peu dépassé la position cherchée, on laisse sortir de l'eau goutte à goutte par le robinet *r*, jusqu'à ce que le niveau corresponde exactement à ce repère. On ferme alors le robinet qui sépare les manomètres du réservoir V, et l'on évalue la pression, en mesurant la hauteur du mercure dans le tube *ba*, au-dessus du niveau dans le tube *sc*.

Pour mesurer cette hauteur, on avait tracé sur le tube *ba*, à des distances de $0^{m},75$ environ, des repères dont les distances avaient été relevées au moyen d'un cathétomètre que l'on installait à différentes hauteurs, sur des supports fixés à un mur situé en face de l'appareil. Il suffisait donc, dans chaque expérience, de mesurer au cathétomètre la distance entre le niveau du mercure et le repère placé immédiatement au-dessous. Un système d'échafaudage volant permettait à l'observateur de se transporter facilement, pour cette observation, à la hauteur voulue. Dans la partie du tube qui sortait de l'édifice, les hauteurs étant grandes, on les mesurait simplement sur une échelle divisée en millimètres.

Après avoir ainsi obtenu la pression, on réduisait le volume du gaz à la moitié du volume primitif, en comprimant de l'eau avec la pompe foulante P (*fig.* 295), le mercure montait dans les deux tubes, et l'on mesurait la nouvelle pression.

Pour les gaz autres que l'air, on opérait de la même manière ; seulement on avait soin de commencer par les pressions les plus fortes, laissant ensuite échapper du gaz pour obtenir des pressions moindres, afin d'être certain d'opérer sur un gaz bien identique.

Au lieu de réduire le volume du gaz à la moitié de ce qu'il était d'abord, M. Regnault a fait quelques expériences en le réduisant au *quart* ou au *tiers*.

Corrections. — Les hauteurs observées dans le manomètre à mercure *ba* (*fig*. 295), doivent, pour être exactes, subir plusieurs corrections : 1° la colonne de mercure était ramenée à la température de 0° par la méthode que nous avons indiquée pour le baromètre (361). Comme cette longue colonne ne pouvait être partout à la même température, on prenait la moyenne entre les indications de plusieurs thermomètres placés à différentes hauteurs. — 2° La pression atmosphérique n'est pas, au sommet de la colonne de mercure, exactement égale à celle que donne le baromètre placé au bas. On faisait la correction au moyen de la formule qui donne les hauteurs par le baromètre ; seulement, ici, la hauteur était connue, et c'était la colonne barométrique qu'il fallait calculer. — 3° Le mercure étant compressible, la colonne n'avait pas partout la même densité, ce qui exigeait une nouvelle correction.

Le manomètre à air tend à augmenter de volume par la pression intérieure. M. Regnault s'est assuré que, pour 25 atmosphères, l'effet est négligeable ; car la distance de deux traits, marqués à $2^m,5$ l'un de l'autre, ne change pas de $0^{mm},01$, soit de $\frac{1}{25000}$; d'où l'on conclut que la capacité du manomètre varie à peine de $\frac{1}{10000}$, pour 25 atmosphères.

381. Résultats. — Pour reconnaître si la loi de Mariotte est rigoureusement vraie, M. Regnault prend le rapport $V : V'$ des volumes occupés successivement par le gaz, et le rapport renversé $P' : P$ des pressions correspondantes, et il cherche si ces rapports sont égaux ; ou bien si, en les divisant l'un par l'autre, le résultat $\frac{V}{V'} : \frac{P'}{P}$, ou $\frac{V' P'}{V P}$, est égal à l'unité. Les expériences ont été faites sur l'*air*, l'*azote*, le *gaz hydrogène* et l'*acide carbonique*.

Voici quelques résultats, tirés des nombreux tableaux publiés par M. Regnault ; V représente le volume le plus grand, et P, la pression correspondante :

AIR		HYDROGÈNE	
PRESSION P'	$\frac{V}{V'} : \frac{P'}{P}$.	PRESSION P'	$\frac{V}{V'} : \frac{P'}{P}$.
$1476^{mm},25$	1,001414	$4431^{mm},14$	0,998584
4209,48	1,002765	1173,17	0,996121
8177,48	1,803253	18490,47	0,992933
8404,11	1,003336	20879,18	0,992327
13483 48	1,004286		
18551,09	1,006366		

On voit que, pour l'air, le rapport inscrit dans la seconde colonne est toujours plus grand que l'unité, et va en augmentant régulièrement à mesure que les pressions deviennent plus fortes. Il en résulte que l'air ne suit pas exactement la loi de Mariotte, qu'il se comprime plus que ne l'indique cette loi, puisque le rapport $V : V'$ est toujours plus grand que $P' : P$; et que les différences vont en augmentant avec la pression.

L'azote se comporte de la même manière, seulement l'accroissement de la compressibilité est moins prononcé que pour l'air; d'où M. Regnault présume que la compressibilité de l'oxygène (sur lequel il n'a pu opérer directement parce qu'il est un peu absorbé par le mercure) doit croître plus rapidement que celle de l'air.

L'acide carbonique ne suit pas la loi de Mariotte, même approximativement. Quand la pression initiale P est celle de l'atmosphère, le rapport $VP : V'P'$ est égal à 1,0076, et quand elle est de 12 atmosphères, il devient 1,0999, V étant à peu près double de V'.

M. Regnault remarque que les écarts, pour les gaz qui précèdent, devront être moindres à une température plus élevée; comme il l'a constaté sur l'acide carbonique, en faisant passer un courant d'eau chaude dans le manchon qui enveloppe le tube à gaz. Il est arrivé à un résultat semblable sur divers autres gaz faciles à liquéfier, par une méthode fondée sur la considération de la dilatation des gaz, sur laquelle nous reviendrons en parlant de cette dilatation.

Le gaz hydrogène ne s'écarte de la loi que pour les fortes pressions; mais, au lieu d'augmenter, sa compressibilité diminue quand la pression s'accroît, comme l'avait déjà reconnu Despretz (379). Les nombres cités dans le tableau ci-dessus, donnent une idée de cette diminution.

382. Expériences au-dessus de 30 atmosphères. — Depuis les recherches remarquables dont nous venons de nous occuper, M. L. Cailletet a publié des expériences importantes, sur l'air et le gaz hydrogène, dans lesquelles la pression a été poussée au delà de 600 atmosphères. Le gaz était contenu dans un gros tube vertical de verre, ayant 50 centimètres cubes de capacité environ, effilé en pointe à sa partie inférieure et surmonté d'un tube capillaire fermé en haut, dans lequel le gaz devait être refoulé par du mercure comprimé. Cet appareil ayant été rempli de gaz sec, on le renferma, la pointe effilée en bas, dans un cylindre d'acier contenant du mercure et mis en communication, par un tube capillaire de cuivre, avec un appareil à compression. Cet appareil consistait en un récipient d'acier, très-fort, fixé solidement à un bâti en fonte et dans lequel s'enfonçait, à travers un cuir embouti, un cylindre d'acier poussé par une vis à volant, comme on en adapte à certaines presses hydrauliques (179). Ce récipient était rempli d'eau, qui, refoulée, transmettait la pression au mercure dans lequel plongeait le système de tubes contenant le gaz. Le mercure montait jusque dans le tube capillaire supérieur, où la hauteur à laquelle il était parvenu

[1] *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. LXX, p. 1131.

était indiquée par un moyen très-ingénieux : l'intérieur de ce tube avait été légèrement doré, par le procédé de M. Böttger, et le mercure enlevait la dorure jusqu'au point où il arrivait. Après l'opération, ce point était marqué sur du vernis appliqué à l'extérieur du tube, qui pouvait servir de nouveau pour des pressions plus fortes. Les volumes dans lesquels le gaz avait été resserré, étaient ensuite jaugés par des pesées au mercure.

Pour mesurer les pressions, M. Cailletet employait un manomètre dû à M. Desgoffe, et dont le principe est l'inverse de celui de la presse hydraulique (179). Cet appareil consiste en un vase de fonte *v* (*fig.* 297) à fond incliné, contenant dans sa partie la plus basse, du mercure *m* qui peut monter dans un tube vertical ouvert *t*. Une plaque *cc*, jouant le rôle de piston, ferme le vase à sa partie supérieure; elle est garnie en dessous, d'une mince feuille de caoutchouc fixée par tout son contour aux parois du vase, et séparée, par de l'eau, du mercure qui l'attaquerait. Le fluide dont on veut évaluer la pression arrive par le tube *p*, et pousse le piston *cc*, par l'intermédiaire d'un cylindre d'acier entouré d'un anneau de cuir embouti *n* qui empêche le passage du fluide. La surface du piston étant très-grande par rapport à la section du tube *t*, une très-grande pression exercée sur le cylindre d'acier en *n*, est équilibrée par une colonne de mercure *t* de quelques mètres, et ne déplace la plaque *cc* que d'une fraction de millimètre, de sorte que la feuille de caoutchouc n'oppose pas de résistance sensible.

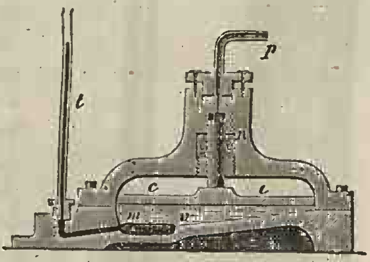


Fig. 297.

Voici quelques-uns des résultats trouvés par M. Cailletet pour la valeur du rapport $\frac{V'P'}{VP}$:

Nombre d'atmosphères.	Hydrogène.	Air.	Nombre d'atmosphères.	Hydrogène.	Air.
60	0,9810	1,0131	350	0,8537	0,9047
100	0,9552	1,0098	400	0,8347	0,8672
150	0,9372	1,0047	450	0,8136	0,8265
200	0,9158	0,9990	500	0,7893	0,7927
250	0,9001	0,9792	605	0,7580	0,7215
300	0,8761	0,9465	705	»	0,6660

Ces résultats confirment ce que l'on savait relativement à la compressibilité décroissante de l'hydrogène; mais elles présentent pour l'air, une particularité inattendue; c'est que ce gaz paraît avoir un maximum de compression vers

80 atmosphères, pour devenir ensuite de moins en moins compressible, comme l'hydrogène, et plus rapidement que ce dernier gaz[1].

383. Expériences à de hautes températures. — Les gaz qui s'écartent le plus de la loi de Mariotte étant ceux qui se liquéfient le plus facilement, il était important d'étudier leur compressibilité à des températures assez fortes pour qu'ils soient très-éloignés de leur point de liquéfaction. M. H. Amagat[2] a fait à ce sujet des expériences nombreuses, dans lesquelles il a poussé la température jusqu'à 320°.

La *fig.* 298 représente l'appareil qu'il a d'abord employé. Le réservoir à gaz *ar* présente, avec ses deux renflements, une capacité de 50^{cm} cubes. Il communique par le tube *bc*, avec une pièce de fer FR surmontée d'un long tube à mercure *t* destiné à mesurer la pression. Le réservoir *ar* est renfermé dans une caisse sans fond garnie de glaces, et portée par deux règles couchées au fond d'une cuve contenant du mercure, *mm*, pouvant être chauffée par dessous. La caisse est remplie d'eau dont la pression déprime le mercure, de manière que les hauteurs des deux liquides au-dessus du niveau du mercure en dedans, soient en raison inverse des densités de ces liquides.

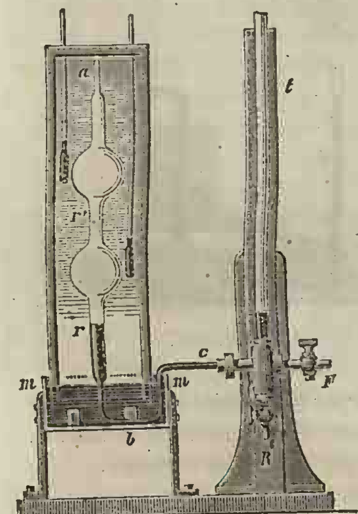


Fig. 298. — $^1/_9$.

Pour faire une expérience, on refoule du mercure sec par le robinet F, jusqu'à ce qu'il remplisse totalement le réservoir *ar*, l'air s'échappant par une pointe effilée *a*. On fait ensuite entrer le gaz par la pointe *a* en laissant écouler le mercure par le robinet R, jusqu'à ce que son niveau s'arrête à un repère *r*. On agite l'eau jusqu'à ce que la température soit uniforme. On ferme alors la pointe *a* au chalumeau, et l'on consulte le baromètre. On a ainsi le volume *ar*, ou V, occupé par le gaz sous la pression atmosphérique P. On refoule ensuite du mercure par la tubulure F, de manière à faire arriver le niveau au repère *r'*, on

[1] M. Cailletet s'est servi du même appareil pour mesurer la compressibilité de divers liquides jusqu'à 700 atmosphères. Le système de tubes contenant les gaz était remplacé par un *piézomètre*, dont le col, doré en dedans, était renversé dans du mercure, qui marquait le point où il arrivait, en détruisant la dorure. Quoique les résultats n'aient pas été corrigés des effets de la compression du verre, ils sont comparables entre eux, ayant été obtenus au moyen du même piézomètre. (*Comptes rendus de l'Ac. des Sc. de Paris*, t. LXXV, p. 77.)

[2] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXVIII, et XXIX.

prend, au cathétomètre, la différence de hauteur entre r' et le niveau dans le tube t, et en y ajoutant la hauteur du baromètre, on a la pression P′ sous le nouveau volume V′, qui est à peu près la moitié du premier.

L'appareil (*fig.* 298) ne permet pas d'atteindre tout à fait 100°, après l'avoir modifié de manière à pouvoir opérer jusqu'à 250, M. Amagat a employé une nouvelle méthode, indiquée par M. Regnault, avec laquelle il a pu pousser la température jusqu'à 320°.

Deux réservoirs de verre R,R′ (*fig.* 299), plongés dans un bain d'huile, sont surmontés de tubes capillaires recourbés qui se réunissent à une pièce à trois robinets *ca*, figurée à part en *r′sr*. En *b* est un baromètre tronqué, et en *nBt*, un manomètre à mercure. Enfin, G est un bec de gaz; A, la partie extérieure d'un agitateur; et *o* un thermomètre.

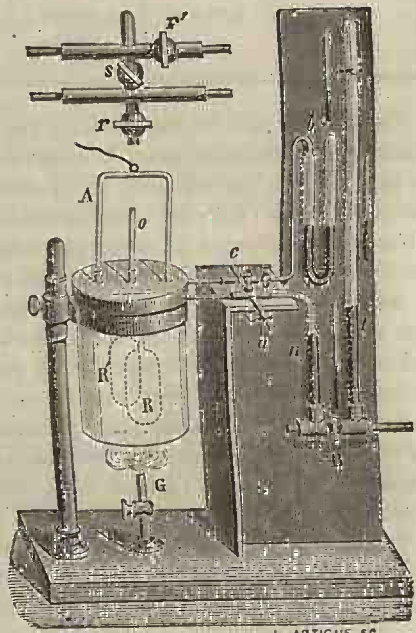


Fig. 299.

Le robinet B étant fermé, et ceux de la pièce *ca*, ouverts, on fait le vide dans les réservoirs R,R′ par le robinet *r*. On ferme *s*, et, le réservoir R′ restant vide, on introduit le gaz en R par le même robinet *r*; on comprime ce gaz jusqu'à 2 atmosphères, et en même temps, on refoule du mercure par la tubulure du manomètre, qui se voit à droite de B, de manière à faire arriver le niveau à un repère tracé en *n*. Après avoir observé les pressions en *b* et en *tBn*, on ferme B et *r′*, et l'on ouvre *s*, de manière que le gaz se partage entre les deux réservoirs R,R′. On fait ensuite sortir du mercure du manomètre, de manière que le niveau s'arrête encore en *n* quand le robinet B est ouvert. Le volume du gaz a à peu près doublé, et sa pression a diminué; on a donc, en comparant les résultats des deux opérations, qui doivent être faites à la même température, les données nécessaires pour calculer le rapport PV : P′V′.

Les gaz contenus dans les tubes capillaires ne sont pas à la température du bain; mais, comme les volumes des deux tubes jusqu'à la pièce *ca* sont égaux, la *masse* de gaz qu'ils contiennent est la même dans les deux parties de l'expérience, et par conséquent la masse que contiennent les réservoirs R,R′ reste aussi la même. — Voici quelques-uns des résultats obtenus par M. Amagat pour les valeurs du rapport $PV : P'V'$, les volumes variaient à peu près du simple au double, et les pressions les plus faibles étaient ordinairement d'une atmosphère.

TEMPÉRATURES	HYDROGÈNE	AIR	ACIDE carbonique.	GAZ ammoniac.	ACIDE sulfureux.
De 7° à 15°	»	1,0010	1,0065	1,0125	1,0185
100°	»	1,00011	1,0023	1,0048	1,0054
200	»	»	1,0008	»	1,0021
250	0,99986	1,00026	1,0006	»	1,0016
320	»	1,00018	»	»	»

On voit que, pour les trois derniers gaz, qui sont facilement liquéfiables, les écarts vont en diminuant quand la température s'élève. L'air, à partir de 100°, et pour les pressions employées, paraît suivre exactement la loi de Mariotte, car les écarts sont de l'ordre des erreurs possibles d'expérience. Quant à l'hydrogène, l'écart est sensiblement le même que celui qu'avait trouvé M. Regnault à la température ordinaire (380), peut-être un peu plus fort.

384. Conclusions. — Les expériences qui précèdent montrent qu'aucun gaz ne suit rigoureusement la loi de Mariotte. Les gaz dits permanents, c'est-à-dire qui n'ont pu être liquéfiés, et en particulier l'air, présentent des écarts tellement faibles, qu'on peut, sans erreur sensible, leur appliquer cette loi, à moins qu'on n'ait à comparer des pressions très-écartées l'une de l'autre, ou qu'on n'ait besoin d'une extrême précision. Le volume diminue, quand la pression augmente, plus que ne l'indique la loi, excepté pour l'hydrogène, qui résiste d'autant plus à la compression qu'il est déjà plus comprimé.

On a attribué l'augmentation de compressibilité des autres gaz à la cohésion, dont on a comparé l'effet à celui d'une *pression intérieure* ajoutant son action à la compression extérieure pour rapprocher les molécules, et qui est d'autant plus sensible que ces molécules sont déjà plus rapprochées. La chaleur, qui éloigne les molécules les unes des autres, rend l'écart moins prononcé, surtout chez les gaz qui ont été liquéfiés.

M. Amagat a fait voir que cette cohésion ne dépend pas seulement de la distance des molécules, mais aussi de la température. En effet, soit P la pression extérieure, et p la pression intérieure représentant la cohésion. Le gaz peut être regardé comme soumis seulement à une pression extérieure égale à $P + p$. Sous une autre pression extérieure P', la pression intérieure p' sera différente, et l'on devra avoir

$$\frac{(P+p)V}{(P'+p')V'} = 1 \; ; \qquad \text{d'où} \quad \frac{PV}{P'V'} = 1 + \frac{p'V' - pV}{P'V'} = 1 + e \,,$$

en tirant la valeur de PV, puis divisant par $P'V'$, et en désignant par e l'écart représenté par le second terme. Supposons maintenant qu'on chauffe le gaz, dans l'appareil (*fig.* 298), en ayant soin de conserver les mêmes volumes V, V'; les pressions intérieures p, p' resteront aussi les mêmes, si elles ne dépendent que de la distance, et en appelant P_1 et P_1', les nouvelles pressions extérieures, on devra avoir

$$\frac{(P_1 + p)\,V}{(P_1' + p')\,V'} = 1 + \frac{p'V' - pV}{P_1'V'} = 1 + e'$$

En prenant le rapport de e à e', il vient $\frac{e}{e'} = \frac{P_1'}{P'}$, quantité indépendante de V et V'. Or l'expérience a donné, pour l'acide sulfureux,

$$e = 0{,}00186\,,\ P' = 187{,}140\,;\quad \text{et}\quad e' = 0{,}0078\,,\ P_1' = 138{,}222.$$

Pour que la relation $e : e' = P'_1 : P'$ fût satisfaite, il faudrait que e' fût égal à 0,0137, valeur dont la différence, 0,0059, avec la valeur ci-dessus est bien supérieure aux erreurs d'expérience. La distance des molécules n'est donc pas seule en jeu pour modifier l'effet de la cohésion dans le phénomène de la compression.

Cette influence de la cohésion se manifeste surtout sur les gaz liquéfiables, que l'on a nommé *gaz imparfaits*, et qui se rapprochent d'autant plus de l'état de gaz parfaits, que leur température est plus élevée. On a donc été conduit à regarder la loi de Mariotte comme une *loi limite* qui serait vraie pour tous les gaz si l'on pouvait les étudier à une température suffisamment supérieure à celle à laquelle ils se liquéfient. Mais l'exception que fournit l'hydrogène, dont la compressibilité diminue quand la pression augmente; l'anomalie que présente l'air, qui, d'après M. Cailletet, possède un *maximum* de compressibilité vers 80 atmosphères (382); enfin certaines expériences de MM. Mendeleeff et Kirpitschoff, sous des pressions très-faibles descendant jusqu'à 15 millimètres, dans lesquelles les volumes de l'air ont paru diminuer, quand la pression augmentait, moins rapidement que ne l'indique la loi, contrairement à ce qui a lieu pour des pressions initiales plus fortes, engagent à se tenir à cet égard sur la réserve.

Tout ce qu'on peut dire, dans l'état actuel de la science, c'est que la loi de Mariotte est une *loi d'approximation* dont les gaz s'écartent, dans un sens ou dans l'autre, d'autant moins que leur température est plus élevée.

La loi de la compressibilité du gaz hydrogène présentant, au point de vue théorique, un intérêt particulier, M. Avogadro s'est appliqué à la faire ressortir des nombres trouvés par M. Regnault[1], et il est arrivé, pour la température de quelques degrés à laquelle ont été obtenus ces nombres, à la formule

$$\left(\frac{r}{m} - 1\right)^{\frac{4}{3}} = 0{,}015762\,(\log m)^3\,,\quad \text{ou}\quad (9735{,}32)^{\left(\frac{r}{m} - 1\right)^{\frac{1}{3}}} = m\,,$$

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXIX, p. 140.

r est la pression en mètres de mercure, et m, la densité du gaz sous la pression de 1 mètre du même liquide. M. Avogadro a trouvé aussi des formules pour représenter la compressibilité des autres gaz étudiés par M. Regnault.

385. Conséquences de la loi de Mariotte. — 1° On peut demander quelle est la relation entre la *variation* de volume d'un gaz et la variation de la pression. Soit V; V′ les volumes d'une masse de gaz, et P et P + p deux pressions successives auxquelles elle est soumise; on aura, d'après la loi,

$$\frac{V}{V'} = \frac{P+p}{P}; \qquad \text{d'où, } componendo, \quad V - V' = V\,\frac{p}{P+p}.$$

La diminution de volume est donc proportionnelle au rapport de l'augmentation de pression à la pression finale. — Si l'on suppose que p soit assez petit pour être négligeable devant P, et, par conséquent, que $V - V'$ soit très-petit, on pourra dire que la diminution de volume est proportionnelle à l'augmentation de pression. Nous verrons que c'est là la loi de la compressibilité des solides.

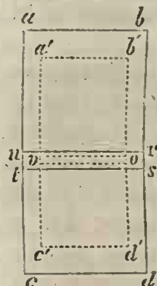


Fig. 300.

2° Laplace a trouvé, comme conséquence de la loi de Mariotte, que les répulsions entre les *molécules* d'un *même* gaz à la même température varient en raison inverse de la simple distance.

Pour le prouver, nous allons d'abord faire voir que deux couches planes consécutives d'un gaz se repoussent avec une intensité en raison inverse de leur distance.

Séparons, par la pensée, dans la masse gazeuse, un cylindre *abdc* (*fig.* 300), et considérons deux couches contiguës de molécules *nr*, *ts*. Soit d leur distance, et f la force avec laquelle elles se repoussent, sous la pression P exprimée en poids sur un centimètre carré. Les deux couches, dont la surface est $s = nr$, étant poussées l'une vers l'autre par une force égale en poids à $P \cdot s$, on a $f = P \cdot s$. Sous une pression plus grande, P′, le volume ad devient $a'd'$ semblable à ad, la distance des couches devient d', et leur surface $s' = vo$. En appliquant la loi de Mariotte, et remarquant que les volumes des tranches *nrst*, *vo* sont semblables, on aura, pour le rapport des répulsions f, f',

$$\frac{f}{f'} = \frac{P}{P'} \cdot \frac{s}{s'} = \frac{P}{P'} \cdot \frac{d^2}{d'^2} = \frac{V'}{V} \cdot \frac{d^2}{d'^2} \qquad [1]$$

Les volumes ad, $a'd'$ étant semblables, on a de plus

$$\frac{V'}{V} = \frac{\overline{a'c'}^3}{\overline{ac}^3} = \frac{d'^3}{d^3},$$

les épaisseurs de la tranche d et d' étant répétées le même nombre de fois dans ac et $a'c'$. En remplaçant $V:V'$ par sa valeur, dans [1], il vient enfin $\frac{f}{f'}=\frac{d}{d'}$, égalité qui exprime la loi énoncée.

Cela posé, remarquons que la répulsion éprouvée par les deux couches est la somme de celles qu'éprouve chacune des molécules qui les composent. Or une molécule n, par exemple, est repoussée plus ou moins, par toutes celles qui, situées au-dessous du plan ts, sont comprises dans une demi-sphère de rayon très-petit. Si les répulsions inégales exercées par les molécules comprises dans cette demi-sphère sont en raison inverse de leurs distances au point n, leur résultante, normale au plan nr, variera suivant cette même loi, quand la distance des plans nr, ts changera; car, si l'on double la pression, toutes les distances moléculaires deviendront deux fois plus petites, les répulsions seront deux fois plus grandes, et, par conséquent, la résultante aussi deux fois plus grande, ce qui nous conduit à la loi. Mais si la répulsion entre deux molécules ne variait pas en raison inverse de la simple distance, la résultante changerait suivant une autre loi, et il en serait de même des répulsions entre deux couches voisines.

386. Applications de la loi de Mariotte. — On a souvent à résoudre les problèmes qui suivent :

1° *Étant donné le volume* V *d'une certaine masse d'air, et sa force élastique* P, *trouver son volume* V′ *sous une pression différente* P′, la température restant la même. On aura, d'après la loi de Mariotte,

$$V':V=P:P'; \quad \text{d'où} \quad V'=V\frac{P}{P'}; \qquad \text{et} \quad P'=P\frac{V}{V'}. \quad [1]$$

La dernière formule donne la pression P′, quand on connaît le volume V′ et la pression P correspondante à un autre volume V.

2° *Étant donnée la densité* D *d'une certaine masse d'air sous la pression* P, *trouver sa densité* D′ *sous une autre pression* P′. Les densités étant proportionnelles aux pressions (376), on a

$$D:D'=P:P'; \quad \text{d'où} \quad D'=D\frac{P'}{P}; \qquad \text{et} \quad P'=P\frac{D'}{D}, \quad [2]$$

pour trouver P′, quand D,D′ et P sont donnés.

3° Différentes masses d'un même gaz, dont les volumes sont v, v', v'',.... sous les pressions p, p', p'',.... étant introduites dans un même volume V, on demande quelle est la pression P. Les pressions particulières de chaque masse sous le nouveau volume V, sont

$$p\frac{v}{V},\ p'\frac{v'}{V},\ p''\frac{v''}{V},\ldots\ldots \quad \text{on aura donc} \quad P=\frac{pv}{V}+\frac{p'v'}{V}+\frac{p''v''}{V}+\ldots\ldots$$

la pression totale sous le volume V devant être égale à la somme des pressions partielles. On tire de là

$$PV = pv + p'v' + p''v'' + ... \qquad [3]$$

formule fréquemment employée, et qui peut servir aussi à trouver le volume V quand la pression totale P est donnée.

387. Manomètres à air. — Les *manomètres* sont des appareils destinés à mesurer la pression des fluides. Le plus sûr est le manomètre à colonne de mercure ou *à air libre*, tel que l'ont employé Mariotte, Dulong et Arago. Regnault..... Il mesure directement la pression, par la hauteur d'une colonne de mercure. Mais, comme, pour les fortes pressions, il exige une installation assez compliquée, on le remplace le plus souvent par des manomètres fondés sur la compressibilité des gaz.

Fig. 301.

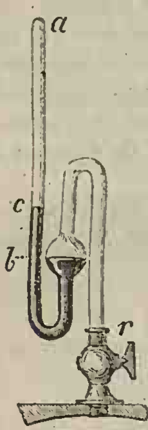


Fig. 302.

La *fig.* 301 représente un de ces manomètres. *ac* est un tube vertical de verre, fermé en *a* et rempli d'air ou d'azote. Ce tube est divisé en parties d'égale capacité, et plonge dans du mercure que contient un réservoir fermé de toutes parts. Le fluide dont on veut mesurer la tension arrive par le robinet *r* et le tube *o* qui traverse le mercure, et force ce liquide à monter dans le tube gradué, en comprimant l'air qui s'y trouve. La force élastique que l'on veut évaluer est alors égale à la colonne de mercure soulevée *bc*, augmentée de la pression de l'air logé en *ac*. Cette pression se calcule facilement au moyen de la loi de Mariotte, quand le tube est cylindrique et quand on connaît la longueur qu'occupe l'air sous la pression de $0^m,76$. La *fig.* 302 représente un autre modèle de ce manomètre, tout en verre.

Quand l'instrument doit servir à mesurer de fortes tensions, la cuvette est enveloppée d'un vase de bronze dont le tube traverse la partie supérieure, dans laquelle il est solidement scellé. Comme l'air occuperait une trop petite longueur du tube lors des fortes pressions, on donne souvent à ce tube une forme conique *nm* (*fig.* 303), de manière que l'air, logé dans un espace plus étroit, occupe une partie du tube moins courte que si le diamètre était constant.

388. Modes de graduation. — Les manomètres à air sont gradués de manière à faire connaître la pression par une simple lecture. A côté de chaque division, est indiquée la pression correspondante.

Quand le tube et la cuvette sont cylindriques, on peut trouver par le calcul, à quel point devra être inscrite une pression donnée. Soit *l* la longueur qu'occupe l'air dans le tube quand, la pression exercée étant de 76^{cm}, le niveau y est le même que dans la cuvette. Cherchons de quelle hauteur, x, le mercure montera quand la pression sera de n centimètres. L'air n'occupera plus alors dans le tube que la longueur $l - x$, et sa force élastique sera, d'après la loi de Mariotte, $76\, l : (l - x)$. Si nous désignons par k le rapport entre les surfaces du mercure dans le tube et dans la cuvette cylindrique, l'abaissement du niveau dans cette dernière sera kx; et la hauteur de la colonne de mercure soulevée, $x + kx = (1 + k)\, x$. La pression n devant faire équilibre à cette colonne et à l'élasticité de l'air intérieur, on aura

$$n = 76 \frac{l}{l-x} + x(k+1)\,;\ \text{ou}\ (k+1)\,x^2 - [l(k+1)+n]\,x + (n-76)\,l = o$$

$$\text{d'où}\quad x = \frac{1}{2(k+1)}\left[l(k+1) + n \pm \sqrt{[l(k+1)+n]^2 - 4l(k+1)(n-76)}\right]$$

Comme x doit être nul pour $n = 76$, on voit que le signe (—) du radical convient seul à la question.

Le plus souvent la pression n est exprimée en atmosphères; il suffit, dans ce cas, de multiplier n par 76, dans la formule, et de faire ensuite n égal à 1, 2, 3....., on aura ainsi les hauteurs x auxquelles il faudra marquer ces nombres d'atmosphères.

Dans le cas d'un manomètre à siphon à branches égales, on fera $k = 1$. Si les variations de niveau de la cuvette sont négligeables, on supposera sa section infinie, et l'on fera k égal à zéro.

Graduation pratique. — Pour graduer le manomètre par la méthode qui précède, il faut connaître le rapport k, qu'il est difficile d'évaluer avec précision; il faut aussi que le tube soit cylindrique. Le plus souvent, on établit directement la graduation. On ajuste l'instrument à un récipient A (*fig.* 303) qui communique avec un manomètre à air libre Egi disposé comme celui de l'appareil de Dulong et Arago (378), et l'on comprime de l'air dans

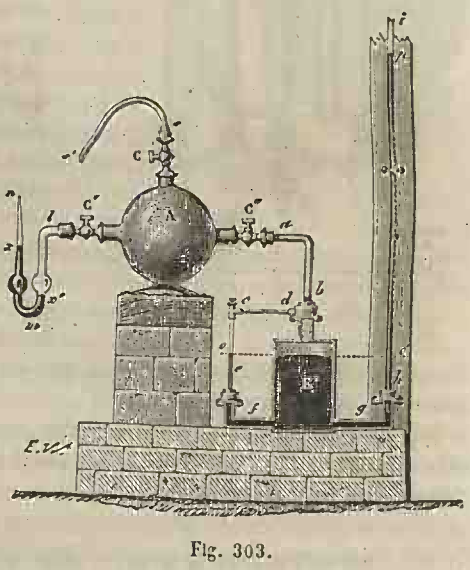


Fig. 303.

ce récipient. La pression est donnée par la hauteur $o'p$, de la colonne de mercure, comptée à partir du niveau oo' du réservoir E, niveau qui se voit dans le tube de verre cc. On marque cette pression, au point x où s'arrête le mercure dans le tube du manomètre à graduer.

389. Manomètre de M. Regnault[1]. — Cet appareil, portatif et peu encombrant, peut mesurer les pressions jusqu'à une trentaine d'atmosphères, il est représenté dans la *fig.* 304. l est un tube de laiton à parois épaisses, fermé à son extrémité inférieure, et surmonté d'un robinet à trois voies, r, par lequel il peut être mis en communication, au moyen d'un second robinet, r', avec un manomètre à air libre PRT. Les tubes de verre de ce manomètre portent chacun une échelle, et sont contenus, ainsi que le tube l, dans un large manchon plein d'eau VV′, destiné à rendre leur température constante.

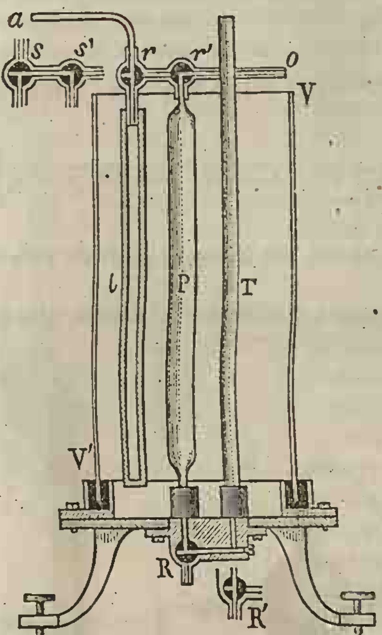


Fig. 304. — 1/10.

Les robinets supérieurs étant dans les positions r, r', on remplit le tube P de mercure, que l'on verse en T, et quand on voit ce liquide sortir en o, on ferme le robinet r'. On fait alors communiquer le tube de laiton l, par le canal a, avec le réservoir qui contient le gaz dont on veut mesurer la force élastique ; puis, tournant le robinet r comme en s, on isole le gaz introduit en l, et l'on tourne peu à peu le robinet r' comme en s', pendant qu'on fait sortir du mercure par le robinet inférieur R, que l'on met dans la position R′, et l'on fait en sorte que les niveaux ne diffèrent que d'une petite quantité, h, dans les tubes P et T.

Représentons par x la pression cherchée, par V le volume du tube l, par v celui qu'occupe le gaz dans le tube P, et par H la pression atmosphérique, nous aurons, d'après la loi de Mariotte,

$$Vx = (V + v)(H + h); \quad \text{d'où} \quad x = \frac{(V + v)(H + h)}{V}.$$

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, t. XXXI, p. 580, et *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXIV, p. 258.

Pour déterminer V, on fait une expérience dans laquelle x soit connu, soit égal, par exemple, à la pression atmosphérique. Quant à v, il est connu par des jaugeages, faits d'avance, en pesant le mercure que l'on a fait sortir par le robinet R et qui représente successivement les volumes du tube P jusqu'à des divisions de l'échelle suffisamment rapprochées.

390. Manomètres métalliques. — M. Vidi a appliqué le principe du *baromètre anéroïde* à la construction des manomètres. Il remplace la caisse métallique par un cylindre plus haut que large, cannelé transversalement sur son contour, et dans lequel s'exerce la pression que l'on veut mesurer. M. Schinz, en 1846, imagina le tube courbe à section elliptique que nous avons vu appliqué au baromètre sans mercure (*fig.* 277), et l'introduisit dans la construction de manomètres, qui furent aussitôt employés sur les locomotives de plusieurs chemins de fer. Deux ans après, M. Bourdon construisait de son côté des manomètres à tube courbe, et les répandait dans l'industrie, où ils sont connus sous le nom de *manomètres-Bourdon*, ou de *manomètres métalliques*. La *fig.* 305 représente un de ces instruments. Le tube aplati tt', figuré de profil en T, et dont on voit la section droite en c, est enroulé en hélice, et laisse entrer par son extrémité fixe t, le fluide dont on veut mesurer la pression. L'autre extrémité, t', fermée et libre, porte une longue aiguille, qui s'avance du côté n quand la pression intérieure augmente. L'arc mn est gradué directement, en faisant arriver dans le tube, de l'air comprimé à divers degrés (388).

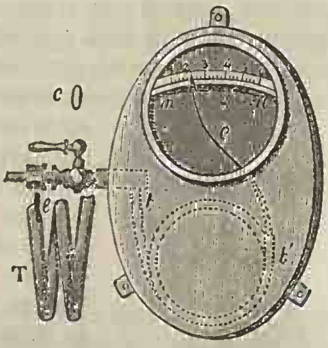


Fig. 305.

Le manomètre métallique, ne contenant pas de substances fragiles, est d'un bon usage pour les chaudières à vapeur, particulièrement pour celles des locomotives. On en a construit marquant jusqu'à 300 atmosphères.

391. Application à la mesure des volumes. — Pour mesurer le volume d'un corps par une des méthodes que nous avons fait connaître (228), il faut le plonger dans un liquide. Or il est des corps, comme les substances filamenteuses, la fécule, le bois, dont la densité change par l'imbibition ou par la compression produite par le liquide. Le capitaine Say a imaginé, en 1797, une méthode ingénieuse qui permet d'opérer sans liquide. L'instrument, qu'il a nommé *stéréomètre*, consiste en un tube non capillaire n (*fig.* 306), terminé par une partie plus large, V, dont les bords sont bien dressés de manière à pouvoir se fermer hermétiquement au moyen d'une plaque de verre o. Ce tube porte deux divisions, l'une en parties d'égale capacité, l'autre en parties d'égale longueur, qui coïncident quand le tube est bien calibré. On met le corps dont on veut évaluer le volume, x, dans le cylindre V, et l'on enfonce le tube dans une cuvette profonde pleine de mercure, de manière que le niveau corresponde au zéro des deux échelles. On ajuste alors la plaque o; l'air contenu dans l'appareil est à la pression atmosphérique H, et il occupe le volume $V - x$, en appelant V le volume de l'appareil jusqu'au zéro. On soulève ensuite le tube, sans le toucher avec la main, qui pourrait l'échauffer; le mercure monte d'une quantité h, et le volume occupé par l'air augmente de n des divisions du tube. Si v est le volume d'une division, celui qu'occupe l'air sera $V - x + nv$, et l'on aura, d'après la loi de Mariotte,

$$H : (H - h) = (V - x + nv) : (V - x) ; \quad \text{d'où } x = \frac{h(V + nv) - Hnv}{h}.$$

Pour connaître les quantités V et v, on fait deux expériences sans mettre de corps dans l'appareil; on a alors $x = 0$, et ces expériences donnent deux équations, au moyen desquelles on calcule une fois pour toutes les quantités V et v. On peut aussi se passer de baromètre, en faisant sur le corps deux expériences, dans lesquelles on soulèvera le tube d'une quantité différente, et éliminant H entre les deux équations obtenues.

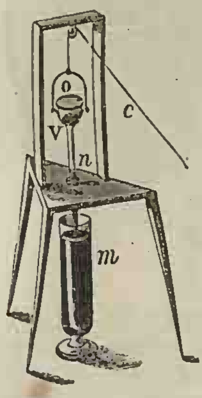


Fig. 306.

392. Voluménomètre de M. Regnault. — On a imaginé divers instruments pour appliquer avec facilité la méthode de Say; on leur donne généralement le nom de *voluménomètres*. Dans celui de M. Regnault, le corps dont on veut obtenir le volume est introduit dans un ballon V (*fig.* 307) de 300 centimètres cubes de capacité, que l'on ajuste ensuite bien exactement, au moyen de vis, au reste de l'appareil. Ce ballon communique alors avec deux tubes t', t, dont le premier, t', porte un renflement v et deux traits de repère n, n'. On verse du mercure par le tube t, de manière que le niveau vienne en n' dans les deux branches, le robinet r étant ouvert. Si V est la capacité du ballon jusqu'au repère n, v le volume compris entre les repères n, n', et x le volume du corps, l'espace occupé par l'air jusqu'en n' sous la pression atmosphérique H, sera $V - x + v$. On verse ensuite du mercure jusqu'en H, de manière à

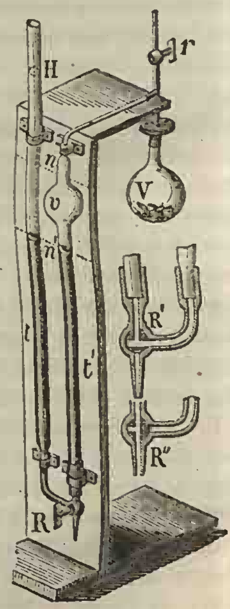


Fig. 307.

amener le niveau en n, le robinet r étant fermé ; le volume occupé par l'air est alors $V - x$, et la pression, $H + h$, en appelant h la hauteur Hn; et l'on aura $V - x + v : V - x = H + h : H$; d'où $x = V - \frac{vH}{h}$.

Si l'on opère sans mettre de corps dans le ballon, x est nul, et l'on peut calculer vH; ce qui dispense d'observer le baromètre.

Pour déterminer les volumes V et v, on pèse le mercure qui peut les remplir. Cette opération est facilitée par le robinet de fer à trois voies, R. Pour faire sortir du mercure du tube t', on le tourne dans la position R″. Ce robinet permet aussi de faire arriver le niveau au point voulu avec une grande précision, en le tournant de 180° à partir de la position R″, et laissant sortir lentement du mercure des deux tubes.

La méthode de Say ne peut s'appliquer aux substances qui condensent l'air quand la pression augmente. Ajoutons que cette méthode est moins précise que celles que nous avons décrites antérieurement ; mais elle est seule praticable pour les corps qui ne peuvent être plongés dans les liquides.

§ 4. — MACHINES A DILATER ET A COMPRIMER LES GAZ

I. Machine pneumatique.

393. Principe de la machine pneumatique. — La *machine pneumatique*, destinée à extraire les gaz des récipients, consiste essentiellement en un *corps de pompe* (*fig.* 308), contenant un piston, et communiquant par un tube partant de l'une de ses extrémités, avec le vase ou récipient V, dont on veut retirer les gaz. Une soupape s, qui s'ouvre de dehors en dedans du corps de pompe, est adaptée à l'origine du tube de communication, et une seconde soupape r, s'ouvrant de dedans en dehors, ferme une ouverture qui traverse le piston.

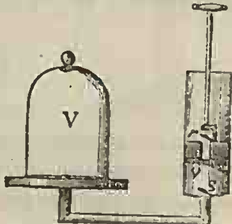


Fig. 308.

Tout l'appareil étant rempli d'air à la pression atmosphérique, négligeons le poids des soupapes et supposons que le piston soit au fond du corps de pompe. Si nous le retirons, le peu d'air qui peut rester au-dessous sera considérablement raréfié, la pression atmosphérique maintiendra la soupape r fermée, tandis que la force élastique de l'air contenu dans le récipient fera ouvrir la soupape s, et une partie de cet air se précipitera dans le corps de pompe, jusqu'à ce que la pression y soit la même que dans le récipient. Enfonçons maintenant le piston ; la soupape s se fermera immédiatement, puisque la force élastique de l'air augmente aussitôt dans le corps de pompe; mais la soupape r ne s'ouvrira qu'après que cet air, par une réduction de volume suffisante, aura atteint une pression un peu supérieure à celle de l'atmosphère. Alors le gaz contenu dans le corps de pompe s'échappera au dehors. Le piston étant arrivé au fond du corps de pompe, retirons-le de nouveau; une partie de l'air qui reste dans le récipient se répandra dans le corps de pompe, en sera expulsé quand nous renfoncerons le piston, et ainsi de suite.

On ne peut faire le vide complet. — En effet, toutes les fois que l'on retire le piston, *une partie* de l'air qui reste dans le récipient se partage entre le corps de pompe et ce récipient, de manière que la pression soit partout la même. Ce dernier retient donc toujours une certaine quantité d'air. Cette quantité va en diminuant à mesure qu'on augmente le nombre des coups de piston; mais elle ne peut jamais être nulle. Ce résultat découle aussi du calcul suivant.

394. Pression dans le récipient. — Il est facile de calculer la pression dans le récipient après un certain nombre de coups de piston. Soit v le volume du corps de pompe, R celui du récipient et du canal de communication, et P la pression primitive. Lorsqu'on retire une première fois le piston, supposé d'abord au fond du corps de pompe, l'air qui occupait le volume R se trouve occuper le volume $R + v$. Sa force élastique est donc, d'après la loi de Mariotte, $x = PR : (R + v)$. On enfonce alors le piston, ce qui ne change pas la pression x du récipient, puis on le retire de nouveau. La nouvelle pression se calculera comme ci-dessus, et l'on aura

$$x' = x \frac{R}{R+v} = \left(\frac{R}{R+v}\right)^2,$$

en remplaçant x par sa valeur..... Après n coups de piston, la pression sera

$$x_{n-1} = P \left(\frac{R}{R+v}\right)^n.$$

Les pressions successives dans le récipient forment donc une progression géométrique décroissante, dont la raison est $R : (R + v)$, et nous voyons que la pression ne peut être nulle que pour $n = \infty$; on ne peut donc faire le vide complet.

Le volume de l'air enlevé à chaque coup de piston étant toujours égal au volume du corps de pompe, et la *masse* de cet air étant proportionnelle à sa densité, et par suite à la pression (374), on voit que les *masses* d'air qui sortent du récipient lors des divers coups de piston, forment aussi une progression géométrique décroissante dont la raison est $R : (R + v)$.

Les diminutions de pression forment aussi une progression géométrique décroissante. On les obtient en retranchant chaque pression qui reste, de la drécédente; *on* a ainsi

$$P - P\frac{R}{R+v} = P\left(1 - \frac{R}{R+v}\right); P\frac{R}{R+v} - P\left(\frac{R}{R+v}\right)^2 = P\left(1 - \frac{R}{R+v}\right)\frac{R}{R+v}; \ldots$$

et pour le n^e coup de piston, $$P\left(1 - \frac{R}{R+v}\right)\left(\frac{R}{R+v}\right)^{n-1}.$$

quantité qui ne peut être nulle que pour $n = \infty$. La somme des termes en nombre infini de cette progression est égale à P, comme il était facile de le prévoir.

395. Cas où le piston ne va pas jusqu'au fond du corps de pompe. — Il résulte du calcul qui précède qu'on peut raréfier l'air indéfiniment. Mais il n'en est ainsi qu'autant que le piston est poussé jusqu'au fond du corps de pompe. Dans le cas contraire, la pression du récipient atteint une *valeur minimum* qui ne peut être dépassée. En effet, il arrivera un moment où l'air qui remplit le corps de pompe aura une tension assez faible pour que, réduit au volume qui reste au-dessous du piston arrivé à sa limite de course, il n'ait que tout juste la pression atmosphérique, et ne puisse s'échapper par la soupape du piston. Le mouvement qu'on imprimerait dès lors à celui-ci, ne ferait que raréfier et comprimer alternativement cette masse d'air, et rien ne sortirait plus du récipient.

Pour calculer la pression limite, x, appelons u le volume laissé au-dessous du piston, v le volume total du corps de pompe, et P la pression atmosphérique. L'air contenu dans l'espace u possède, au moment où l'on atteint la limite, la pression P de l'atmosphère. Cette masse d'air occupait, avant l'abaissement du piston, le volume v du corps de pompe. Sa force élastique était donc $Pu : v$; et comme elle était alors égale à celle du récipient, on a $x = P\frac{u}{v}$. La pression limite est donc d'autant plus faible que u est plus petit.

Ce ne serait, du reste, qu'après un nombre *infini* de coups de piston qu'on pourrait arriver à cette limite. Pour le prouver, calculons les pressions successives $x_1\ x_2\ x_3 \ldots\ x_n$ dans le récipient, en supposant que le piston laisse un espace u au fond du corps de pompe. Quand on soulève une première fois le piston, l'air logé dans la capacité R du récipient, et dans l'espace u, se répand dans l'espace $R + v$, et passe de la pression P à la pression

$$x_1 = P\frac{u+R}{v+R} = \frac{Pu}{v+R} + P\frac{R}{v+R}.$$

La pression après le second coup de piston s'obtiendra en remplaçant P, dans le deuxième terme, par x_1, le premier terme ne changeant pas, puisque la pression dans l'espace u est toujours P quand le piston est au bout de sa course; on aura donc, pour les pressions successives,

$$x_1 = \frac{u}{v+R} + \frac{R}{v+R} P$$

$$x_2 = \frac{u}{v+R} + \frac{R}{v+R} x_1$$

$$x_3 = \frac{u}{v+R} + \frac{R}{v+R} x_2$$

. . . .

. . . .

$$x_n = \frac{u}{v+R} + \frac{R}{v+R} x_{n-1}$$

Multiplions les deux membres de ces égalités respectivement par les facteurs

$$\left(\frac{R}{v+R}\right)^{n-1}, \left(\frac{R}{v+R}\right)^{n-2}, \ldots\ldots \left(\frac{R}{v+R}\right)^{o},$$

et ajoutons-les membre à membre; les termes en x_1, x_2, $x_3, \ldots x_{n-1}$ disparaissent, et il vient

$$x_n = \frac{u}{v+R} P \left[\left(\frac{R}{v+R}\right)^{n-1} + \left(\frac{R}{v+R}\right)^{n-2} + \ldots\ldots + 1\right] + \left(\frac{R}{v+R}\right)^{n} P.$$

En faisant la somme des termes de la progression, on trouve enfin, pour la pression x_n après n coups de piston,

$$x_n = \frac{u}{v} P \left[1 - \left(\frac{R}{v+R}\right)^{n}\right] + P \left(\frac{R}{v+R}\right)^{n};$$

Quantité qui ne devient égale à la pression limite $Pu : v$, que si n devient infini.

Il résulte de là qu'il faut, dans la manœuvre de la machine pneumatique, pousser le piston jusqu'au fond du corps de pompe.

396. Description de la machine pneumatique à deux corps de pompe. — La *fig.* 309 représente la machine pneumatique telle qu'on la construit le plus ordinairement; elle possède deux corps de pompe, de laiton ou mieux de cristal, dont on voit la coupe dans la *fig.* 310. Les pistons sont munis de crémaillères *c*,*c* commandées par une roue dentée *a*, à laquelle on imprime un mouvement alternatif, au moyen du levier *mn*. L'association de deux corps de pompe, dont l'idée est due, en même temps à Papin, Sgravesande et Hauksbée, a surtout l'avantage de diminuer l'effort à faire pour vaincre la pression atmosphérique quand on retire le piston, les pressions que supportent les deux pistons se contre-balançant en partie, de manière qu'on n'a plus à vaincre que la différence de celles qui existent, à l'instant considéré, dans les deux corps de pompe. De plus, on opère plus rapidement.

Les deux canaux *o*, *o* (*fig*. 310) qui partent des corps de pompe, se réunissent en un seul, K, qui s'ouvre au centre d'un plateau horizontal de verre P (*fig*. 309), nommé *platine*, ajouté par Papin et Hauksbée, et sur lequel se pose le récipient V, dont les bords bien dressés, sont enduits de suif, ou garnis d'une

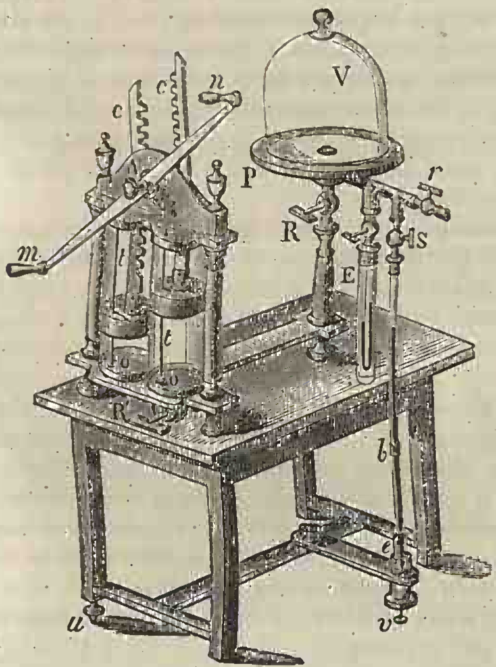


Fig. 309. — $^1/_{18}$.

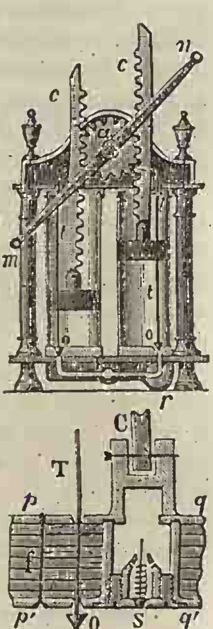


Fig. 310.

mince bande de caoutchouc vulcanisé. L'extrémité du conduit, qui s'ouvre au milieu de la platine, porte un pas de vis auquel on peut visser les robinets des vases dont on veut extraire l'air.

Pistons et soupapes. — Les pistons sont formés de lames de cuir gras, pressées entre deux plaques métalliques *pq*, *p'q'* (*fig*. 310), au moyen de vis *f*. Les soupapes ont été ajoutées par Papin. Auparavant, on se servait de robinets qu'il fallait faire tourner à la main. — On voit en *s* (*fig*. 310), la soupape qui ferme l'ouverture pratiquée dans le piston. Elle consiste en un petit cône de cuir ou de métal, portant une tige qui glisse sans frottement dans un trou destiné à la guider. Un ressort à boudin, très-faible, presse le cône contre les bords de l'ouverture qu'il doit fermer. — On remplace quelquefois cette soupape, qui doit être très-légère, par une feuille circulaire de baudruche, fixée par son contour au-dessus de l'ouverture du piston, et présentant deux petites fentes pratiquées en dehors de cette ouverture. L'air ne peut passer par ces fentes que lorsque la membrane est soulevée par ce gaz quand on enfonce le piston.

Les soupapes qui ferment les ouvertures *o*, *o*, sont disposées de manière à s'ouvrir sans l'intervention de la pression de l'air, qui deviendrait insuffisante quand ce gaz serait très-raréfié. Chacune d'elles consiste en un petit cône *o*, *o*, O (*fig*. 309 et 310) soutenu par une longue tige métallique *t*, *t*, T, qui peut glisser, à frottement dur, à travers le cuir du piston. Dès que ce dernier s'élève, la soupape est écartée de l'ouverture *o*; mais, très-peu, un renflement *l* (*fig*. 310) ménagé à l'extrémité de la tige *t* venant alors buter contre le couvercle du corps de pompe. Le piston continue ensuite à se mouvoir, en glissant le long de la tige *t* devenue fixe. Quand le piston descend, il ferme tout de suite la soupape, et la tient pressée contre l'ouverture *o*.

397. Mesure de la pression. — La pression qui reste dans le récipient est donnée par l'*éprouvette* E (*fig*. 309), imaginée par de Mairan : une petite cloche de verre communiquant avec le récipient, renferme un baromètre à siphon à branches égales, dit *baromètre tronqué*, trop court pour mesurer la pression atmosphérique, mais indiquant les faibles pressions, par la différence de niveau des deux branches.

La tension qui reste dans le récipient se mesure souvent aussi au moyen d'un tube vertical S*e* qui communique par son extrémité supérieure avec le récipient, et dont l'extrémité inférieure plonge dans un vase plein de mercure. Ce tube porte une échelle sur laiton, et un curseur *b*, disposés comme dans le baromètre de Fortin (360). Quand la pression diminue dans le récipient, le mercure monte dans le tube S*e*, et la pression qui reste est mesurée par la différence entre sa hauteur et celle d'un bon baromètre. On soulève la cuvette au moyen de la vis *v*, de manière à faire arriver le niveau du mercure à l'extrémité d'une aiguille *e* dont la pointe correspond au zéro de l'échelle.

On fait encore communiquer le récipient, au moyen d'un tube épais de caoutchouc avec le haut d'un tube vertical fixé à côté du baromètre de M. Regnault (*fig*. 266) et plongeant dans la même cuvette, et l'on mesure, au cathétomètre, la différence de niveau dans le tube et dans le baromètre. Ce système se nomme *manomètre barométrique*.

Toutes les machines pneumatiques ne possèdent pas le robinet *r* et le tube *b*. La *fig*. 17 (page 44) représente une machine plus simple dont la platine n'est pas élevée sur une colonne, comme dans la *fig*. 309, et dont l'éprouvette est autrement placée.

Robinet de rentrée. — Quand le vide doit être maintenu pendant longtemps dans le récipient, on intercepte la communication avec les corps de pompe au moyen du robinet R (*fig*. 309). Ce robinet sert aussi à laisser rentrer l'air dans le récipient, qu'on ne pourrait enlever sans cela, à cause de la pression atmosphérique. L'air passe par un canal courbe *ob* (*fig* 311), pratiqué dans le corps du robinet, et dont on tourne l'ouverture *o* du côté du récipient, après avoir retiré le bouchon métallique *b*.

Souvent, il y a un robinet latéral *r* (*fig*. 309) destiné à introduire des gaz dans le récipient après qu'on en a extrait l'air, et qui peut servir à la rentrée, quand il n'est pas occupé.

398. Limite de raréfaction. — Avec les machines les plus parfaites, il arrive toujours un moment où l'on ne peut plus rien extraire du récipient, de sorte qu'il y a une pression *minimum* qu'on ne peut dépasser. Cela tient à ce qu'il reste toujours, au-dessous du piston arrivé au plus bas de sa course, un très-petit espace, nommé *espace nuisible*, qu'il est impossible d'annuler complétement. D'après ce que nous avons vu plus haut (395), la présence de cet espace limite la pression dans le récipient à la valeur $x = \text{P}\,\frac{u}{v}$, en appelant u l'espace nuisible et v le volume du corps de pompe. Pour rendre cette pression limite très-petite, il faut que u soit aussi petit que possible et que v soit très-grand. Du reste, cette limite n'est atteinte qu'après un nombre infini de coups de piston (395). Avec de bonnes machines fraîchement nettoyées, on peut ne laisser dans le récipient qu'une pression de 1^{mm} de mercure.

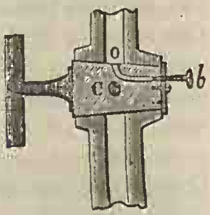


Fig. 311.

M. Kravogl est parvenu à supprimer l'espace nuisible au moyen de pistons dont la base conoïde se moule le mieux possible sur le fond concave du corps de pompe, qui est renversé. Du mercure recouvrant le piston, comble l'espace qui peut rester quand ce piston est enfoncé le plus possible. Cette machine, à deux corps de pompe et à crémaillères, est assez compliquée. On obtient d'aussi bons résultats, beaucoup plus simplement, au moyen du robinet à double épuisement, qui s'adapte aux machines ordinaires.

399. Machines à double épuisement. — On peut pousser la raréfaction au delà de la limite que nous venons d'indiquer, au moyen d'un perfectionnement imaginé par Babinet. Au point de réunion des conduits qui partent du corps de pompe, se trouve un robinet dont l'axe se confond avec celui du tube unique qui se rend au récipient. Ce robinet, dont on voit la coupe dans la *fig*. 312, est percé d'un canal longitudinal qui se termine au canal transversal, et à un demi-canal *n*, perpendiculaire à ce dernier. Il y a enfin un petit canal *ca* parallèle au demi-canal *n*, mais dans une autre section. Le robinet étant tourné dans la position représentée à gauche, le canal transversal et le canal longitudinal sont seuls utilisés, et la machine fonctionne comme à l'ordinaire. Quand la pression est devenue très-faible, on tourne le robinet dans la position représentée à droite; alors le canal transversal devient inutile, et le petit canal *ac* fait communiquer les deux parties du conduit *ocae* qui commence au bas du corps de pompe B et se termine au-dessous de la soupape du corps de pompe A, qui est isolé du récipient.

Quand alors on enfonce le piston B, la soupape inférieure se ferme, et le piston s'élevant en A, l'air est aspiré de B en A par le canal *ocae* et se trouve ainsi enlevé sans passer par la soupape du piston B. Si l'on retire alors ce dernier, auquel cas l'autre s'abaisse en fermant la soupape du même côté, le corps de pompe B aspire de l'air du récipient, et cet air lui est enlevé par le

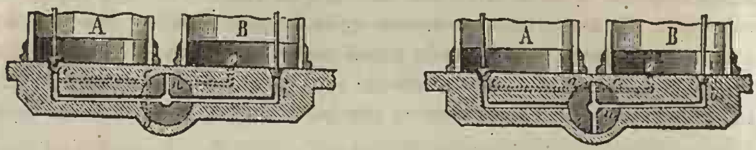


Fig. 312.

corps de pompe A dans le mouvement inverse. Il en sera ainsi, jusqu'à ce que l'air, logé dans l'espace nuisible du corps de pompe A, ne puisse plus être chassé. Cela aura lieu (398) quand la pression sera $x = Pu : v$ dans ce corps de pompe, le piston étant en haut de sa course. Or cette même pression existe alors dans l'espace nuisible qui reste sous le piston B et dans les conduits qui communiquent avec cet espace. Soit u' le volume de cet espace et des conduits. La pression dans le corps de pompe B, avant l'abaissement du piston était $xu' : v$. Cette pression était alors la même que dans le récipient, et, en remplaçant x par sa valeur ci-dessus, elle devient $X = P\frac{uu'}{v^2}$, ou, à peu près, $X = P\frac{u^2}{v^2}$, si l'on suppose $u = u'$. En comparant cette expression à celle que nous avons trouvée pour la machine ordinaire, on voit que la machine à double épuisement fournit une limite qui est à la limite ordinaire comme celle-ci est à la pression atmosphérique; ce qui a fait dire à Babinet, que la machine perfectionnée permet de *faire le vide du vide*. Alors, la pression limite ne peut plus être appréciée au moyen du mercure; il faut remplacer ce liquide, dans le baromètre tronqué, par l'acide sulfurique concentré, avec lequel la différence de niveau peut descendre au-dessous de un millimètre.

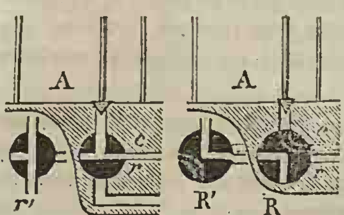


Fig. 313.

Dans beaucoup de machines pneumatiques, le robinet à double épuisement est disposé d'une manière plus simple; il est placé au-dessous de celui des corps de pompe qui aspire l'air de l'autre, tantôt dans la partie verticale du canal, comme en r (*fig.* 313), tantôt à l'angle, comme en R. Dans ce dernier cas, le petit canal c, n'est pas dans le même plan que le canal d. On voit en r' et R' les positions de ces robinets quand la machine fonctionne à la manière ordinaire.

400. Nouvelles modifications de la machine pneumatique. — Arrivée à ce degré de perfection, la machine pneumatique semblait peu susceptible de modifications. Cependant on y a encore apporté divers changements qui en simplifient les détails, ou en rendent la manœuvre moins fatigante. C'est ainsi que, dans les fortes machines, le mouvement alternatif est imprimé aux pistons par l'arbre d'un volant qu'on fait tourner au moyen d'une manivelle. C'est ce qui a lieu, entre autres, dans la machine de MM. Breton frères, qui présente en outre les deux perfectionnements suivants : 1° la soupape de sortie est adaptée en s (*fig.* 314) au bas du corps de pompe, de manière qu'on peut la visiter facilement. Cette soupape est tenue ouverte par un léger ressort; mais pendant l'ascension du piston, elle est fermée par une règle en biseau l, qui la soulève en glissant en dessous, et reçoit son mouvement de l'arbre du volant. — 2° La tige de la soupape d'aspiration r, est articulée en c à un petit levier ac dont le piston soulève l'extrémité a en poussant la tige t, quand il arrive en haut de sa course. La soupape r étant ainsi fermée avant que le piston ne commence à descendre, on évite la rentrée d'un peu d'air dans le récipient.

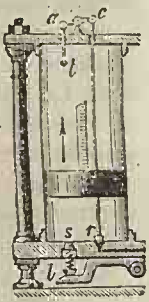


Fig. 314.

401. Machine pneumatique de M. E. Carré. — Cette machine, destinée d'abord spécialement à faire le vide dans un appareil à congeler l'eau, est exempte des effets de l'*espace nuisible*, quoiqu'elle n'ait qu'un seul corps de pompe. Ce corps de pompe (*fig.* 315) est fermé hermétiquement à son extrémité supérieure, par un couvercle c, que traverse un tube métallique T par lequel on imprime le mouvement au piston P. Dans ce tube s'engage la tige t de la soupape s' qui commande la communication avec l'espace à vider. Cette tige, de laiton, est fendue à son extrémité de manière à faire ressort et à être un peu soulevée quand le piston monte. Ce piston et le couvercle c sont munis de soupapes r et s, s'ouvrant de bas en haut et faisant légèrement saillie en dessous, de manière à être ouvertes, la première par le choc du piston au bas du corps de pompe, la seconde par ce même piston quand il arrive au haut de sa course.

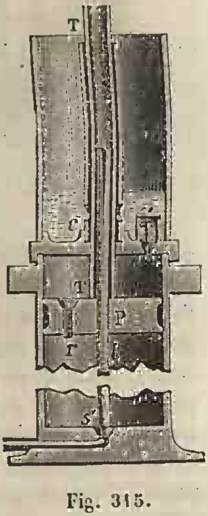


Fig. 315.

Lorsqu'on soulève le piston, l'air du récipient passe dans la partie inférieure du corps de pompe, et celui qui se trouve au-dessus du piston est comprimé et s'échappe par la soupape s, à travers une couche d'huile qui la recouvre. Quand ensuite on enfonce le piston, les soupapes s et s' se ferment, et l'air de la partie inférieure du corps de pompe se précipite par la soupape *r*, dans l'espace, à peu près vide, qui augmente dans la partie supérieure. Lorsque l'air sera très-raréfié dans le récipient, il n'aura ainsi à vaincre, pour s'échapper de l'espace nuisible, au lieu de la pression de l'atmosphère, que la pression excessivement faible qui pourra rester au-dessus du piston.

402. Machines pneumatiques à double effet. — Dans ces sortes de machines, on obtient avec un seul corps de pompe les mêmes résultats qu'avec deux. Les *fig.* 316 et 317 représentent celle de M. Bianchi. Le corps de pompe, en fonte de fer, est fermé à sa partie supérieure (*fig.* 316) et la tige du piston passe en *e* à travers une boîte à étoupes (182).

Le récipient communique avec la partie supérieure et la partie inférieure de ce corps de pompe, par l'orifice O, le tube *l* et les ouvertures *o*, *o'* munies de

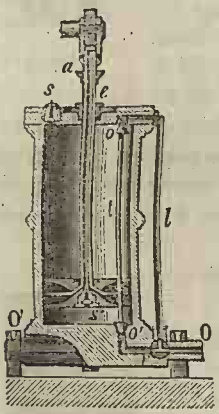


Fig. 316.

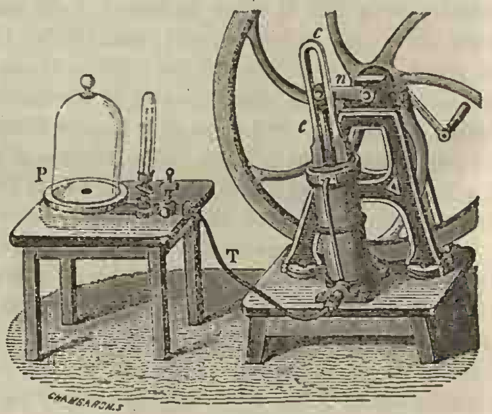


Fig. 317.

soupapes fixées à la même tige *t*. L'air s'échappe par la soupape *s*, quand le piston monte, et, quand il descend, par la soupape *s'* et un canal pratiqué dans l'axe de la tige du piston. Un manchon qui enveloppe cette tige permet de faire arriver dans une gorge pratiquée sur le contour du piston, de l'huile qu'on verse dans la petite coupe *a*. — Quand le piston monte, l'air est aspiré par *o'* dans la partie inférieure du corps de pompe, pendant que celui qui remplit la partie supérieure s'échappe en *s*. Quand le piston descend, l'air est aspiré par *o* et *l*, et celui qui remplit le bas du corps de pompe, s'échappe par la soupape *s'* à travers la tige du piston.

Cette machine peut recevoir un robinet à double épuisement, qui se place en *r*. On le tourne de manière que la partie inférieure du corps de pompe communiquant avec le récipient, la partie supérieure communique avec la partie inférieure par un petit canal coudé pratiqué dans le robinet. Quand le piston s'abaisse, l'air qui se trouve au-dessous est aspiré dans la partie supérieure du corps de pompe.

La *fig*. 317 représente l'ensemble de l'appareil. La tige du piston, guidée dans une coulisse *cc*, est articulée directement à la manivelle *n* d'un volant auquel on imprime un mouvement de rotation, le plus souvent par l'intermédiaire d'engrenages. Le corps de pompe peut osciller sur deux tourillons, O,O′ (*fig*. 316 et 317), de manière à obéir aux mouvements de la manivelle. Un des tourillons, O, est foré et est mis en communication, au moyen d'un tube de caoutchouc T, avec la platine P, qui est séparée de l'appareil.

403. Machine à piston libre. — Les meilleures machines pneumatiques, pour donner de bons résultats, doivent être souvent démontées et nettoyées, à cause des huiles qui s'épaississent et engorgent les soupapes. Frappé de cet inconvénient, M. Deleuil a imaginé une machine à *piston libre*, fondée sur la difficulté qu'éprouvent les gaz à passer par des espaces très-étroits. Cette machine, à double effet, se compose d'un corps de pompe de cristal bien rodé, dans lequel se meut un piston métallique très-épais P (*fig*. 318), présentant sur son contour des cannelures circulaires assez rapprochées. Ce piston ne touche pas les parois du corps de pompe et en est tenu éloigné de quelques *centièmes* de millimètre, par deux tiges opposées *l*,*l′* qui passent par des boîtes à étoupe. Même quand il y a une différence de pression de plusieurs atmosphères entre les deux côtés du piston, l'air ne passe pas par l'espace étroit dont nous venons de parler; soit qu'il forme, en s'engageant dans les premières cannelures, de petits tourbillons qui arrêtent le passage du gaz en formant comme des bourrelets roulants, soit qu'il éprouve tout simplement plus de facilité à passer par les soupapes de sortie. Ces soupapes *s*,*s′* laissent sortir l'air dans les tubes *b*, *b′* qui se réunissent au robinet *c*, au moyen duquel la machine peut fonctionner, ainsi que nous le verrons (411), comme *machine de compression*. Les soupapes d'aspiration *oo′*, sont portées par une même tige qui traverse le piston. L'air y arrive du récipient, par un tuyau de caoutchouc T, les tubes métalliques *t*, *t*, et par le robinet R.

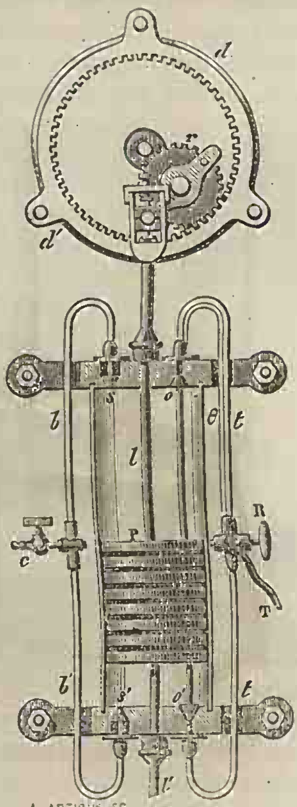


Fig. 318.

La *fig.* 319 représente l'ensemble de l'appareil. La platine destinée à recevoir le récipient, l'éprouvette et le robinet de rentrée sont disposés sur une table à à part, comme dans la machine précédente. Le corps de pompe étant fixe, M. Deleuil transforme le mouvement de rotation du volant en mouvement rectiligne vertical imprimé à la tige *l* du piston, au moyen du système dit *mouche de Lahire*. Une roue dentée *r* (*fig.* 318), dont le centre, mené par le volant, décrit une circonférence, roule dans l'intérieur d'une couronne dentée *dd' de diamètre double*

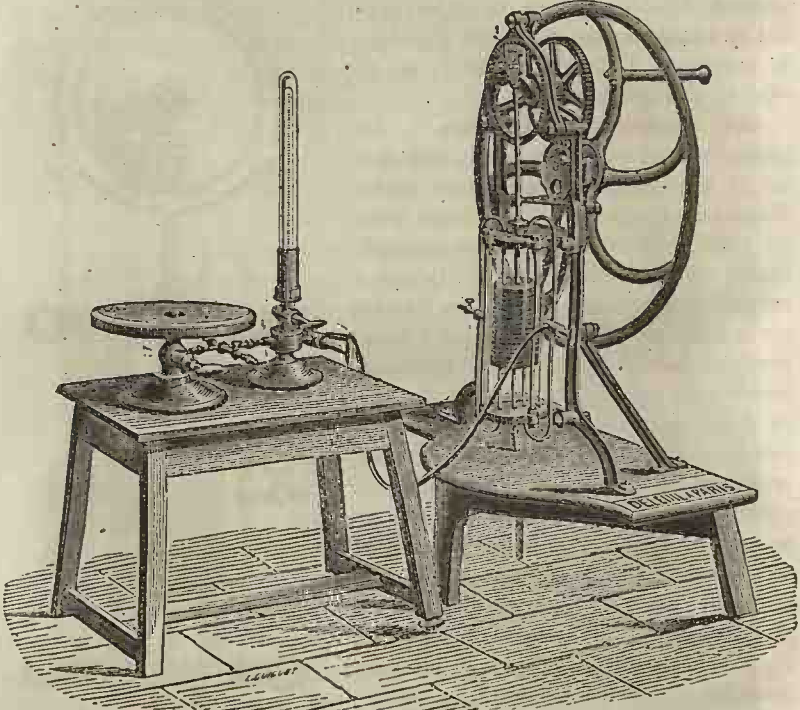


Fig. 319. — $^1/_{16}$.

égal à la course du piston. Supposons que, la roue *r* étant tout au bas de la couronne, et le piston au fond du corps de pompe, la tige de ce dernier soit articulée à l'extrémité inférieure du diamètre vertical de cette roue; quand elle se déplacera, le point d'articulation décrira le diamètre vertical de la couronne, d'après ce théorème, qu'un point d'une circonférence qui roule, sans glisser, dans l'intérieur d'une autre de rayon double décrit un diamètre de celle-ci. — Le petit tube O, qui commence au robinet R et débouche directement dans la partie supérieure du corps de pompe, sert à appliquer le double épuisement quand on tourne convenablement le robinet R dans lequel existe un petit canal spécial disposé comme celui du robinet de Babinet (*fig.* 312).

404. Pompe à main. — Dans les laboratoires, on se sert souvent d'un petit appareil très-simple, nommé pompe à main, qui peut se fixer sur une table. Le piston P (*fig.* 320), garni de cuir gras, n'est pas percé. Les deux soupapes *r* et *s* sont adaptées à la partie inférieure du corps de pompe sur le côté, ou sur le fond quand il est assez large. L'une des soupapes *r* s'ouvre quand on retire le piston, pour laisser entrer le gaz que l'on veut extraire, l'autre *s*, laisse sortir ce gaz quand on enfonce le piston. Le robinet R porte un canal oblique disposé comme celui de la *fig.* 311, par lequel on peut faire rentrer l'air.

Fig. 320.

405. Machines pneumatiques à mercure. — Aussitôt après la découverte du baromètre, les académiciens de Florence avaient fait des expériences dans le vide de Torricelli. Ils employaient pour cela un tube *a*R (*f.* 321), présentant à sa partie supérieure un réservoir dans lequel ils introduisaient le corps qu'ils voulaient mettre dans le vide. Ils fermaient ensuite ce réservoir hermétiquement, au moyen d'un couvercle *c* luté avec soin, puis, remplissant l'appareil de mercure, ils le renversaient dans une cuvette pleine du même liquide, comme pour faire l'expérience du baromètre. Le mercure abandonnait alors le réservoir R, et le corps se trouvait dans le vide de Torricelli. La méthode de faire ainsi le vide par l'abaissement d'une colonne de mercure, a été perfectionnée depuis par Baader et par Hindenbourg; mais les machines qu'ils ont construites, exigeant le maniement de grandes quantités de mercure, n'ont pas d'abord été adoptées. Depuis un certain nombre d'années, on y est revenu, en faisant disparaître les principaux inconvénients qu'elles présentaient. Nous allons décrire deux modèles différents de ces sortes d'appareils.

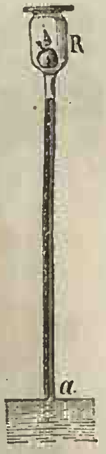


Fig. 321.

Machine de Morren[1]. — Cette machine (*fig.* 322) se compose de deux tubes de verre, réunis en *s*K par un tuyau de caoutchouc, et surmontés de réservoirs de verre V et B, dont le premier communique par sa partie supérieure avec le vase à vider *f*. Le tube *a*N a plus de 76 centimètres de hauteur, et le tube BK est fixé derrière une barre de bois *b'b* pouvant tourner autour d'une

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. IV, p. 320.

charnière Kb, et s'abattre horizontalement en avant. En r est un robinet de verre à deux voies, représenté à part en R, au moyen duquel le vase V peut être mis en communication soit avec l'air extérieur par le canal courbe $\alpha\beta$ et l'ouverture o, soit avec la chambre T et le vase à vider f. En n sont ajustés des manomètres à mercure et à acide sulfurique concentré. Après avoir abattu le tube BK dans la position horizontale, on le remplit de mercure par la tubulure latérale h que l'on ferme ensuite au moyen d'un bouchon traversé par un tube capillaire recourbé i. On relève ensuite verticalement le tube BK, le robinet r étant tourné comme en R, et le mercure remplit le vase V, dont l'air sort en o. Les gouttelettes de mercure qui pourraient être entraînées s'arrêtent dans le petit entonnoir o. On tourne ensuite le robinet r, de 90°, et l'on abaisse BK dans la position horizontale ; le mercure quitte le vase V, s'arrête quelque part en N soutenu par la pression atmosphérique, et une partie de l'air de f a été aspirée en passant par T et r. On tourne de nouveau le robinet r comme en R, on relève le tube BK, l'air du vase V est chassé par le canal $\alpha\beta$ et l'orifice o, puis on rabat ce tube... et ainsi de suite. Cet appareil ne présentant pas d'*espace nuisible*, laisse une tension tellement faible en f, qu'elle ne peut être accusée que par le manomètre à acide sulfurique.

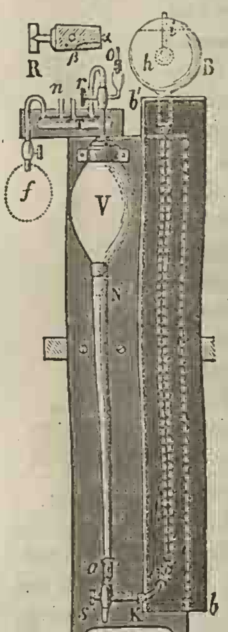


Fig. 322.

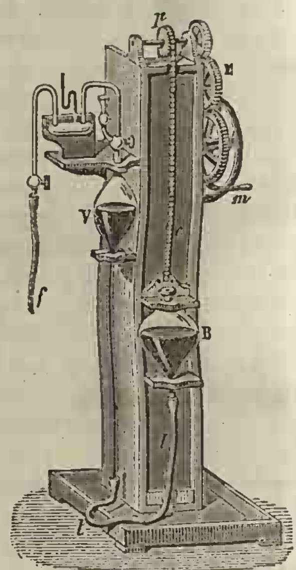


Fig. 323.

Au lieu d'abattre et de relever successivement la colonne de mercure BK, on procède aussi, en reliant le réservoir B plein de mercure, à la partie inférieure du tube Va, au moyen d'un long tube de caoutchouc ; et l'on fait entrer ou sortir le mercure du vase V, en élevant ou abaissant ce réservoir B, que l'on pose sur des supports disposés au haut et au bas de l'appareil. Pour simplifier cette manœuvre, MM. Alvergniat, dans le modèle de la *fig.* 323, suspendent le réservoir B à une chaîne c que l'on fait mouvoir, par l'intermédiaire d'engrenages E, au moyen d'un volant à manivelle m auquel on imprime un mouvement alternatif.

Les machines à mercure sont lentes et d'un usage pénible quand il s'agit de vider de grands récipients; mais elles sont précieuses quand il s'agit d'opérer sur des vases de petites dimensions. Elles ont été remises en faveur par M. Geissler, qui les a employées pour faire le vide dans des tubes destinés à montrer divers effets lumineux de l'électricité, et il en a fait des appareils pratiques. Dans la machine proposée par Baader, il fallait verser du mercure dans un entonnoir fixe placé en B (*fig.* 322), puis retirer ce liquide par un robinet *s*, pour le verser de nouveau en B. Dans celle de Hindenbourg, on opérait en refoulant le mercure, et le ramenant ensuite au moyen d'un piston jouant dans un corps de pompe mis à la place du tube BK. Ajoutons, enfin, qu'on a construit de ces appareils fonctionnant sans robinets ni soupapes, mais qui ne sont jusqu'à présent que des objets de curiosité donnant la solution d'un problème curieux.

406. Aspirateur Sprengel. — Cet appareil, très-original, fait le vide automatiquement, avec autant de perfection que les appareils que nous venons de décrire[1]. Un gros tube *tt'* (*fig.* 324), qui devient capillaire en *t* déverse du mercure dans un tube très-étroit *bb'*, de deux mètres environ de longueur, plongeant par le bas dans une cuvette de mercure. Ces deux tubes communiquent par l'ampoule A et la tubulure *r*, avec le vase dont on veut extraire l'air. Le mercure, en tombant goutte à goutte dans le tube capillaire *bp*, se divise en petites colonnes séparées par des bulles d'air empruntées à l'espace A, dans lequel il se fait ainsi une raréfaction, indiquée par le tube manométrique HH'. La colonne interrompue composée de ces nombreux tronçons descend par son poids à mesure qu'elle reçoit du mercure par le haut, et se rend dans la cuvette inférieure à travers laquelle sortent les bulles d'air.

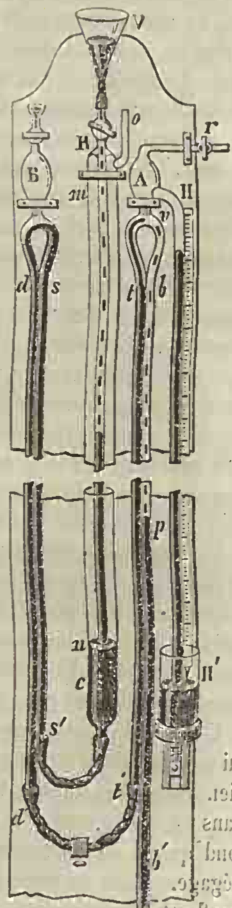


Fig. 324.

Voici comment le mercure est fourni au tube *tt'*. Ce mercure vient d'un flacon où il est maintenu sec par une couche d'acide sulfurique qui le recouvre, et tombe, par un robinet de verre, dans l'entonnoir V, puis circule par un système de tubes R*ss'dd't'*, destinés à lui faire abandonner l'air qu'il contient. En sortant du robinet R, ce

[1] Journal *of the Chemical Society*, nouv. série, t. III, p. 9.

mercure descend d'abord dans le tube Rn, ouvert à son extrémité inférieure, dans lequel il entraîne des bulles d'air. Ces bulles sortent en grande partie à travers le mercure accumulé en c, au fond d'un manchon mn qui communique en o avec l'atmosphère. L'aspiration produite en A par le poids de la colonne pb', fait monter le liquide en $t't$ puis en $s's$. Ce mercure se déverse en d dans le tube dd', en abandonnant en B ce qu'il peut encore contenir d'air, parcourt $dd't't$, et arrive en v complétement dépouillé d'air. Là, en se divisant dans le tube capillaire, il emprisonne, entre les gouttes qu'il forme, l'air enlevé à l'espace A et au récipient communiquant avec la tubulure r. Au bout de quelque temps, la hauteur du mercure dans le tube manométrique HH' est celle du baromètre.

407. Origine et usages de la machine pneumatique. — La machine pneumatique a été inventée, en 1650, par Otto de Guericke, bourgmestre de Magdebourg. Déjà, dans l'antiquité, Héron d'Alexandrie raréfiait l'air des ventouses en exerçant une succion avec la bouche. Mais ce n'est qu'après la découverte du baromètre qu'on pouvait songer sérieusement à enlever l'air des vases. Otto de Guericke procédait d'abord en remplissant d'eau le vase dans lequel il voulait faire le vide, et pompait ensuite cette eau. Plus tard, il pompa l'air directement avec un appareil moins imparfait, qui reçut dans le principe le nom de *pompe germanique*, et avec lequel il mit en évidence les effets de la pression atmosphérique. Boyle, aidé de Kook et de Papin, modifia cette machine, et l'employa à un si grand nombre d'expériences, qu'on lui donna le nom de *pompe de Boyle*. Le vide ainsi produit se nommait autrefois *vide de Guericke* ou *vide de Boyle*, pour le distinguer du vide de Torricelli.

La machine pneumatique est d'un emploi continuel dans les cabinets de physique; nous avons eu plusieurs fois occasion de citer des expériences dans lesquelles on s'en sert. C'est à partir de sa découverte que l'on s'est fait une idée exacte des propriétés mécaniques des gaz et des effets de la pression de l'atmosphère; comme le dit Fontenelle, « rien ne fait mieux connaître l'air que ce qui se passe là où il n'est pas. » Citons quelques expériences d'Otto et de Boyle.

Un animal exposé dans le vide tombe sans forces et périt, si l'on ne se hâte de lui rendre l'air nécessaire à la vie. Un poisson, placé dans l'eau, sous le récipient, vient flotter à la surface, le ventre en l'air, à cause de l'expansion du gaz contenu dans sa vessie natatoire. Une partie de ce gaz s'échappant, l'animal tombe au fond quand on fait rentrer l'air. Les corps poreux plongés dans l'eau laissent dégager, dans le vide, l'air contenu dans leurs pores. Une pomme ridée se gonfle. L'albumine sort par les pores de la coquille d'un œuf, et peut y rentrer quand on rétablit la pression. Une bougie s'éteint dans le vide, et l'on voit la fumée qui s'en exhale tomber au bas du récipient, au lieu de s'élever comme cela a lieu dans l'air, etc.

Depuis un certain nombre d'années, la machine pneumatique est sortie des cabinets de physique et a été utilisée dans l'industrie; par exemple, pour activer l'évaporation des liquides; pour attirer et faire passer à travers les tissus, le gaz enflammé destiné à les *flamber*. On en fait aussi usage en médecine, pour appeler dans un membre, autour duquel on fait le vide, le sang que l'on veut détourner d'un organe malade. Parmi les applications industrielles, nous citerons les chemins de fer atmosphériques.

408. Chemins de fer atmosphériques. — Entre les rails, et dans toute la longueur du chemin de fer, s'étend un gros tuyau de fonte, contenant un piston lié aux wagons. On fait le vide d'un côté de ce piston, au moyen de machines pneumatiques gigantesques, et la pression atmosphérique, qui agit du côté opposé, pousse le piston avec une force qui dépend de son diamètre et du degré de raréfaction de l'air. Le germe de cette invention se trouve dans une expérience d'Otto de Guericke. Ayant mis un vase cylindrique contenant un piston, en communication avec un grand réservoir dans lequel il avait fait le vide, l'air du cylindre se répandit dans ce réservoir, et la pression atmosphérique fit enfoncer le piston, malgré les efforts de plusieurs hommes pour le retenir.

En 1824, l'Anglais Valance conçut l'idée de transporter ainsi les fardeaux par

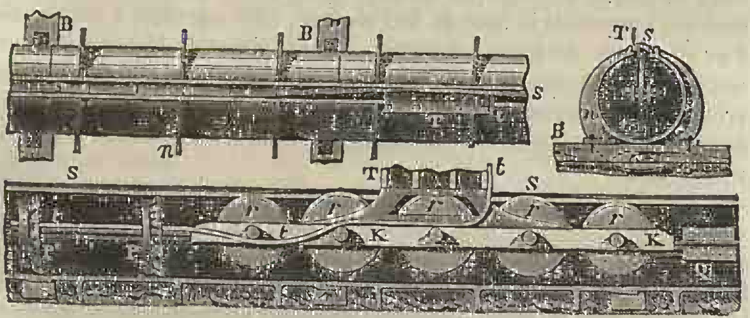


Fig. 325.

la pression de l'atmosphère, mais les chariots devaient circuler à la suite du piston dans le tuyau même. On chercha à faire communiquer ce piston avec des voitures placées à l'extérieur. C'est à quoi sont arrivés MM. Clegg et Samuda, dans la construction du chemin de fer atmosphérique de près 3 kilomètres de longueur, qu'ils ont établi en Irlande, entre Kingstown et Dalkey; système qui a été appliqué depuis, pendant un certain nombre d'années, avec de nombreux perfectionnements, à l'extrémité du chemin de fer de Paris à Saint-Germain, où il y a une pente de $0^m,035$ par mètre à franchir, sur une longueur de 3400 mètres.

Dans ce chemin perfectionné, le tuyau qui renferme le piston avait $0^m,63$ de diamètre. La *fig.* 325 en représente une coupe transversale en haut à droite, et une coupe longitudinale, en bas. Ce tuyau, renforcé par des nervures *n*, *n*, *n*, portait à sa partie supérieure une fente longitudinale par laquelle passait une lame de tôle T, T, soutenant un double piston P'P, et se fixant en dehors au premier wagon du train. La fente était fermée par une soupape S, SS, faite d'une bande de cuir, renforcée par des plaques de fer assez courtes pour lui laisser une flexibilité suffisante, et fixée à l'un des bords de la fente. Cette soupape s'ouvrait de dedans en dehors, là où se présentait la lame de tôle T pendant le mouvement du piston, tout en restant fermée partout ailleurs, ce que permettait sa flexibilité.

Pour que la soupape fût toujours soulevée à l'endroit où arrivait la lame T, celle-ci soutenait un châssis KK, placé du côté de la rentrée de l'air, et auquel était fixé le piston P'P, équilibré par la masse Q. Ce châssis portait des galets *r*, *r*..., de diamètres croissant des extrémités au milieu du châssis, destinés à soulever la soupape et à la maintenir entre-baillée pendant le passage de la lame T, qui était courbée de manière à ne pas toucher le bord de la soupape. On voit, à gauche de la figure, la partie supérieure du tuyau, et sa soupape entr'ouverte à l'endroit où est engagée la lame T. Les traverses de bois BB soutiennent le tuyau, ainsi que les rails du chemin de fer.

Les machines pneumatiques de Saint-Germain étaient composées de quatre corps de pompe de $2^m,53$ de diamètre et de 2^m de hauteur. Mues par des machines à vapeur de la force de 400 chevaux, elles enlevaient 4 mètres cubes d'air par minute. Le piston remorquait, avec une vitesse de 15 lieues à l'heure, une charge de 54 tonnes, quand il restait $\frac{1}{3}$ d'atmosphère du côté du vide. Cette pression se reconnaissait au moyen d'un tube *ttt*, qui traversait le piston, sortait du tuyau et communiquait avec un manomètre barométrique placé dans le premier wagon.

Depuis l'invention de locomotives assez puissantes pour faire franchir aux trains des pentes de plus de 35 millimètres par mètre, on a renoncé au système atmosphérique, à cause de la dépense considérable qu'exigeait l'entretien des fortes machines à vapeur qui devaient être toujours prêtes à extraire rapidement l'air contenu dans un immense volume. Cependant, les chemins de fer atmosphériques peuvent être très-avantageux dans les pays de montagnes où ils permettraient de grimper les pentes les plus rapides, et dans ces longs tunnels, où la fumée des locomotives présente tant d'inconvénients, comme la percée du mont Cénis, et celle de 34 kilomètres environ que l'on projette de pratiquer sous la Manche. Du reste, les défauts qu'ils présentent ont été, pour la plupart, corrigés par différents perfectionnements, mais qui n'ont pas reçu la sanction de l'expérience sur une grande échelle.

II. Machines à comprimer les gaz.

409. Machine de compression. — La machine destinée à comprimer l'air consiste essentiellement en un corps de pompe muni d'un piston (*fig.* 326), disposé comme celui de la machine pneumatique, avec cette différence importante que les soupapes s'ouvrent d'une manière opposée. Ce corps de pompe communique avec le vase V dans lequel on veut comprimer l'air.

Supposons qu'on enfonce le piston; la tension de l'air augmentera dans le corps de pompe, la soupape r se fermera, la soupape s finira par s'ouvrir et l'air du corps de pompe sera chassé dans le vase V. Si l'on retire alors le piston, la soupape s se fermera, la soupape r s'ouvrira, et le corps de pompe se remplira d'air à la pression atmosphérique. Cet air sera refoulé dans le récipient quand on enfoncera de nouveau le piston, et ainsi de suite.

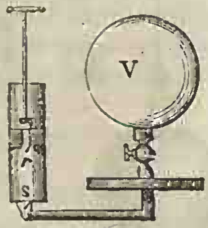


Fig. 326.

Pression dans le récipient. — Pour calculer la pression x qui existe dans le récipient après un nombre n de coups de piston, soient v et R les volumes du corps de pompe et du récipient. Après n coups de piston, on aura introduit un volume nv d'air pris à une pression constante P. Cet air occupera dans le récipient le volume R ; sa pression y sera donc $P\frac{nv}{R}$. En lui ajoutant la pression P′ qui existait primitivement dans le récipient, on aura pour la pression totale cherchée

$$x = P\frac{nv}{R} + P'.$$

Pression limite. — On ne peut comprimer l'air indéfiniment, à cause de *l'espace nuisible* (398). En effet, il arrivera un moment où l'air du récipient sera tellement comprimé, que celui qui remplit le corps de pompe sous la pression P, étant réduit à ce petit volume, u, n'aura que la pression existant dans le récipient et ne pourra forcer la soupape s. Cela aura lieu quand la pression x dans le récipient sera telle que, l'on ait

$$ux = Pv; \quad \text{d'où} \quad x = P\frac{v}{u}.$$

Il faudra donc, pour comprimer fortement l'air, employer un grand corps de pompe et rendre l'espace nuisible aussi petit que possible.

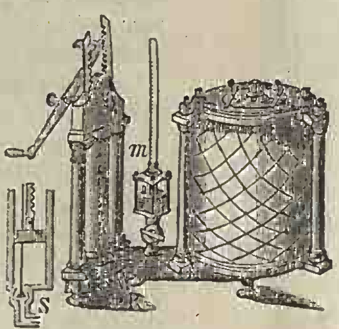


Fig. 327. — 1/16.

410. Description de la machine de compression. — On emploie souvent dans les cabinets de physique, des machines de compression à deux corps de pompe (*fig.* 327) disposés comme ceux de la machine pneumatique. Les pistons sont construits de la même manière. La soupape du bas du corps de pompe, figurée à part en S, est tournée de manière à se fermer quand le piston que sa tige traverse s'élève, et ses déplacements sont limités de manière à ce qu'elle ne s'écarte que très-peu de l'ouverture. L'éprouvette est ici remplacée par un *manomètre à air*, *m*. Le robinet R, disposé comme celui de la machine pneumatique (397), sert à faire sortir l'air comprimé, à la fin des expériences. Le récipient est maintenu contre la platine par un système de colonnes, qui retiennent, au moyen de vis et d'écrous, un plateau métallique placé au-dessus. Enfin, un treillage à gros fil de fer enveloppe le récipient, pour en arrêter les fragments, en cas d'explosion.

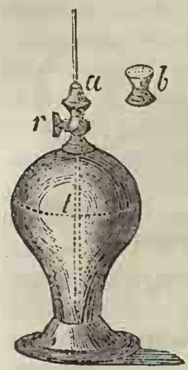


Fig. 328.

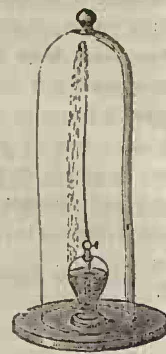


Fig. 329.

411. Pompe de compression. — La machine (*fig*. 327) ne donne que de faibles résultats. Quand on veut exercer de fortes pressions dans des récipients de métal, on se sert d'un corps de pompe contenant un piston non perforé, et portant à sa partie inférieure deux soupapes coniques, l'une qui s'ouvre de dehors en dedans pour laisser entrer l'air dans le corps de pompe, l'autre s'ouvrant de dedans en dehors, par laquelle le gaz refoulé passe dans le récipient. Quand le corps de pompe est trop étroit, les soupapes se placent sur le côté, comme on le voit dans la pompe à main de la *fig*. 320, qui peut fonctionner, pour comprimer les gaz dans des récipients ajustés en R, comme pour aspirer ceux qui sont renfermés dans des réservoirs en communication avec le robinet R′.

Fig. 330.

Lorsqu'il s'agit de l'air, on peut supprimer la soupape d'entrée; alors ce gaz pénètre dans le corps de pompe par un orifice pratiqué près de son extrémité ouverte, quand le piston a été retiré au delà de cet orifice.

Quand on veut comprimer de grandes masses de gaz, pour les applications industrielles, on réunit plusieurs pompes semblables, que l'on met en mouvement au moyen d'un volant dont l'arbre porte des manivelles, articulées aux tiges des pistons. On peut ainsi comprimer l'air jusqu'à 25 à 30 atmosphères. Mais, au delà, il se présente un obstacle provenant de l'échauffement produit par la forte compression que doit subir l'air dans le corps de pompe avant de faire ouvrir la soupape de sortie; la chaleur devient alors intense, et le cuir des pistons s'altère. Pour lever cette difficulté, M. Regnault a proposé de comprimer d'abord l'air modérément, puis d'aspirer cet air comprimé, après son refroidissement, pour le comprimer davantage, et ainsi de suite.

Comme la chaleur dégagée dépend de l'*augmentation* de pression produite, on peut toujours s'arranger de manière qu'elle ne soit pas trop forte dans chaque opération.

La machine pneumatique *à piston libre* (403) fonctionne comme *machine de compression*, quand on fait communiquer le robinet de sortie c (*fig.* 318) avec le récipient dans lequel le gaz doit être comprimé. M. Deleuil en construit qui peuvent comprimer à 10 atmosphères et au delà, sans que le gaz puisse passer d'un côté à l'autre du piston par l'espace qui le sépare de la paroi du corps de pompe.

Les effets de l'air comprimé peuvent être mis en évidence par diverses expériences, dont nous allons citer quelques exemples.

412. Fontaine de compression. — Un réservoir métallique (*fig.* 328), contient une certaine quantité d'eau; on y visse un robinet *r* suivi d'un tube *t* qui s'enfonce presque jusqu'au fond du réservoir. On adapte à ce robinet une pompe de compression, au moyen de laquelle on refoule une grande quantité d'air, qui vient se loger au-dessus de l'eau. On enlève alors la pompe, après avoir fermé le robinet *r*, et on la remplace par un ajutage à un ou plusieurs orifices *a*, *b*. En ouvrant ensuite le robinet, on voit l'eau jaillir avec force, en vertu de l'excès de la pression intérieure sur la pression atmosphérique.

Au lieu de comprimer de l'air dans la fontaine de compression, on peut raréfier celui qui l'environne, en la plaçant sous le récipient de la machine pneumatique (*fig.* 329); l'eau jaillit au premier coup de piston.

On peut encore faire le vide dans un vase V (*fig.* 330), par le robinet R, que l'on ferme ensuite, et plonger le pied de l'instrument dans l'eau; on voit ce liquide se précipiter dans l'intérieur, dès qu'on ouvre le robinet. Cette expérience est connue sous le nom de *jet d'eau dans le vide*.

413. Fontaine de Héron. — Cet appareil est une espèce de fontaine de compression, dans laquelle l'air est comprimé par une colonne d'eau. Il peut servir aussi à montrer que la pression se transmet dans les gaz également dans tous les sens. Sur les *fig.* 331 et 332, qui en représentent deux modèles différents, dont le second est tout en verre, les mêmes parties sont désignées par les mêmes lettres. A est un réservoir contenant de l'eau, au fond de laquelle s'enfonce un tube à ajutage T. La partie supérieure, remplie d'air, communique avec le haut d'un second réservoir B, par le tube *t*. Un troisième tube, *t'*, débouche au fond du réservoir B et reçoit, par l'orifice *o*, l'eau d'un bassin *c*. Il résulte de cette disposition que l'air contenu dans le vase B supporte, outre la pression de l'atmosphère, celle de la colonne d'eau *t'*. Cette pression se transmet à l'air du réservoir A, par le tube *t*, et l'eau jaillit en T. Si le tube de sortie était suffisamment long, l'eau s'y élèverait à une hauteur égale à la distance des niveaux dans le bassin c et dans le réservoir B.

Machine de Schemnitz. — On a appliqué le système qui précède à l'épuisement d'une mine de sulfure de plomb, à Schemnitz en Hongrie. La machine employée n'est qu'une fontaine de Héron colossale; elle est représentée dans la *fig.* 333; les mêmes lettres correspondent aux mêmes parties que dans la *fig.* 332. Le bassin *c*, alimenté par une source, est à une hauteur au-dessus du sol, plus grande que la profondeur de la mine, qui est de plus de 80 mètres. Les eaux à élever se rassemblent dans un bassin M, d'où on les fait passer dans le réservoir A, en ouvrant les deux robinets *r'*, dont le plus élevé laisse sortir l'air. On ferme ensuite ces robinets, et l'on ouvre les robinets R; la colonne d'eau *t'* comprime l'air du réservoir B, la compression se transmet au réservoir A par le tube *t*, et l'eau soulevée sort par le tube T. Quand le réservoir B est rempli d'eau, on le vide en ouvrant les robinets *r*, après avoir fermé les

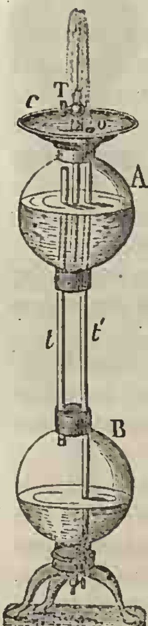


Fig. 331.

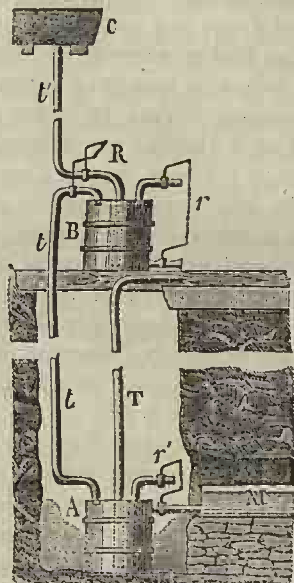


Fig. 333.

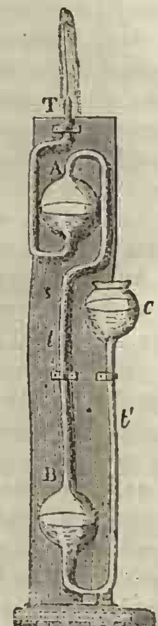


Fig. 332.

robinets R. En même temps, on remplit de nouveau le réservoir A en rouvrant les robinets *r'*.

414. Fusil à vent. — Cet appareil, destiné à lancer des projectiles par le ressort de l'air comprimé, se compose de trois parties : 1° un réservoir de fer battu R (*fig.* 334), fermé par une soupape placée en *s* et s'ouvrant de dehors en dedans; 2° un canon de fer *t;* 3° une pièce intermédiaire forée O, qui correspond à la batterie d'un fusil ordinaire et est représentée plus en grand au bas de la figure. On commence par comprimer de l'air, à 8 ou 10 atmosphères, dans le réservoir R, au moyen d'une pompe de compression (411) que l'on visse à ce réservoir, après avoir enlevé la pièce O. La soupape placée en *s* dispense d'en avoir une à l'extrémité du corps de pompe, de sorte que la pompe de compression peut être formée d'un simple tube dans lequel est un piston. Après avoir comprimé l'air, on remet en place la pièce O, et l'on introduit dans le canon *t* le projectile qu'on veut lancer. Quand ensuite on tire la gâchette *g*, le marteau *c* devient libre, s'abat brusquement par l'effet du ressort *r*, et va frapper le levier *h*, qui est poussé dans la position *h'*.

En même temps, un prolongement du levier *h*, faisant saillie dans le canal qui traverse la pièce O, pousse une tige K, dont l'extrémité fait ouvrir la soupape *s*. L'air s'échappe aussitôt avec impétuosité, et chasse la balle avec force.

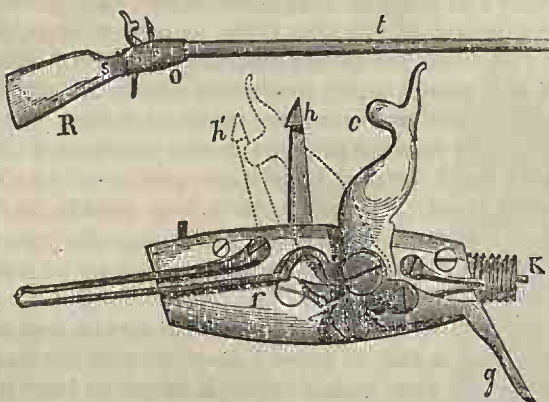


Fig. 334.

Il ne sort, du reste, que peu d'air, parce que le marteau atteint le levier par un mentonnet *h*; et comme les deux pièces ne tournent pas autour du même axe, le mentonnet se trouve bientôt au-dessus de la tête du marteau, comme on le voit en *h'*, et le levier se relève aussitôt, poussé par la tige K, sur laquelle appuie la soupape pressée par l'air du réservoir. Il en résulte qu'on peut tirer plusieurs coups sans comprimer de nouveau de l'air; seulement ils sont de plus en plus faibles. L'air, en sortant, produit un bruit semblable à un coup de fouet, et l'on voit une lumière assez vive à l'orifice du canon [1]. — Le fusil à vent peut produire des effets plus énergiques que les fusils de munition. L'invention en est attribuée à Gutter de Nuremberg, en 1560; cependant Philon de Byzance parle d'un tube construit par Ctésibius, dans lequel l'air comprimé lance un trait, et qu'il nomme *aérotone*.

[1] Cette lueur est due au fluide électrique produit par le frottement de la bourre et des parcelles solides qui peuvent être mêlées à l'air.

415. Applications de l'air comprimé. — 1° On a tiré parti du ressort de l'air comprimé, pour faire mouvoir des machines, au moyen de dispositions tout à fait semblables à celles qu'on emploie pour faire agir la vapeur. C'est pourquoi nous ne les décrirons qu'après avoir traité de la vapeur comme force motrice. Dans cette manière d'employer l'air comprimé, on emmagasine dans un vaste récipient, le travail que fournissent des appareils mus par l'eau, le vent ou la vapeur, pour l'employer ensuite à volonté, et même pour le transporter, avec le récipient, sur les appareils qui doivent être mis en mouvement, comme ces voitures à air comprimé dont M. Andraud a fait l'objet d'expériences suivies, et auxquelles on revient avec ardeur, pour les introduire sur les tram-way qui se répandent si rapidement dans les grandes villes.

Les *locomotives* à air comprimé seraient surtout d'un usage précieux dans les longues percées, comme celle du mont Cénis, ou celle qu'on projette sous la Manche; elles y lanceraient l'air qu'elles emportent et qui les met en mouvement, résolvant ainsi de la manière la plus heureuse la question de ventilation, ainsi que l'a prouvé M. Nicklès dans un mémoire spécial sur ce sujet.

2° L'air comprimé a été utilisé pour faire mouvoir des machines à forer, dans le percement du tunnel du mont Cénis. L'air, emprisonné dans de grands récipients placés à l'entrée, était conduit, par de longs tubes flexibles, jusqu'au fond de la galerie, où il mettait en mouvement les appareils perforateurs, en même temps qu'il se substituait à celui qui avait été vicié par les lampes et par les coups de mine.

3° M. Macaud, pour reconnaître s'il y a des fuites dans les conduites du gaz d'éclairage, comprime de l'air, au moyen d'une pompe portative, dans la région qu'il veut explorer. S'il existe quelque fissure, le manomètre baisse peu à peu, et le point où elle se trouve est indiqué par le sifflement qui accompagne la sortie de l'air comprimé. Cette méthode est bien préférable au flambage qui consiste à explorer les tuyaux au moyen d'une flamme qui met le feu au gaz qui s'échappe, mais qui peut aussi occasionner des explosions quand ce gaz s'est mêlé en assez grande quantité à l'air extérieur.

4° On emploie encore l'air comprimé pour établir des correspondances entre les différents points d'un grand édifice, qu'on fait communiquer entre eux par des tubes métalliques terminés par de petits corps de pompe. Quand on enfonce un piston dans un des corps de pompe, l'air comprimé transmet sa pression à travers le tube, et un piston, enfoncé dans le corps de pompe placé à l'autre extrémité, est repoussé. Si l'on retire le premier piston, l'effet inverse se produit sur le second, et l'on peut se servir de ces mouvements alternatifs pour produire des signaux, faire sonner un timbre, etc. Le piston libre de M. Deleuil (403), à cause de sa grande mobilité, convient particulièrement à ce genre d'appareil.

5° **Poste pneumatique.** — Le transport des dépêches écrites, du bureau central de télégraphie électrique aux stations disposées dans les différents quartiers d'une grande ville, ou de ces stations au bureau central, se faisant trop lentement par les moyens ordinaires, on a eu l'idée de l'effectuer au moyen de l'air comprimé. Les dépêches écrites sont renfermées, au nombre de 30 à 40, dans des cylindres de tôle revêtus de cuir, nommés *curseurs*. Une dizaine de ces curseurs, formant un poids de 4 kilogrammes, sont accrochés les uns à la suite des autres, à un piston de bois muni d'une collerette de cuir, et l'ensemble est engagé dans un long tube de tôle, nommé *tube pneumatique*, poli en dedans et communiquant au point de départ avec un réservoir d'air comprimé. Pour introduire les curseurs dans ce *tube*, après avoir intercepté la communication avec le réservoir, on ouvre une petite porte latérale à charnière longitudinale, comme celle du couvercle d'une tabatière; après avoir introduit les curseurs et le piston, on ferme et l'on donne accès à l'air comprimé, qui les lance dans le tube pneumatique, comme dans une immense sarbacane. A l'arrivée, ils sont retirés au moyen d'une disposition semblable.

Fig. 335.

Ce système, appliqué à Londres depuis 1864, fonctionne actuellement à Paris, sur une longueur de 50 kilomètres, avec autant de stations. Les curseurs sont poussés dans un sens par *compression*, et en sens contraire par *aspiration*, comme dans le chemin de fer atmosphérique (408), avec une vitesse moyenne de 1 kilomètre par minute. Les tubes pneumatiques ont $6^{cm},5$ de diamètre intérieur, et présentent des courbes qui n'ont, en certains endroits, que 5 mètres de rayon.

416. Application aux travaux hydrauliques. — M. Triger a fait, en 1841, une application des plus remarquables de l'air comprimé, qui a fait faire un grand pas à l'art des constructions sous l'eau[1]. Il s'agissait de pénétrer, à travers un banc de graviers baigné par la Loire, jusqu'au terrain solide, dans lequel on voulait exploiter un dépôt de houille. Un tuyau de fer AB (*fig.* 335), de $1^m,033$ de diamètre, fut enfoncé verticalement à coups de mouton, jusqu'au terrain solide, à la profondeur de 25 mètres. En même temps on extrayait les matières de l'intérieur, qui se trouvait rempli par l'eau arrivant continuellement par la partie inférieure du tuyau. Pour se débarrasser de cette eau et la refouler à travers le gravier, un sas à air S fut adapté au tuyau AB, au moyen d'une garniture d'étoupes I, I, de manière à fermer exactement le puits par en haut. Ce sas était traversé par deux tubes : l'un, P, servait à amener de l'air, comprimé par une machine à vapeur; l'autre, T, allant jusqu'au fond du puits, était destiné à laisser échapper l'eau qui ne trouvait pas une issue suffisante à travers le sable qui restait entre le terrain solide et le bas du tuyau AB. L'air comprimé eut bientôt refoulé l'eau du puits, qui fut maintenu à sec.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. III, p. 234.

Le sas à air, S, sert à l'introduction et à la sortie des ouvriers. Pour entrer, l'ouvrier ouvre le robinet r', de manière à établir dans le sas la pression atmosphérique; puis il ouvre le trou d'homme o', et descend en S. Il ferme ensuite r' et o', et ouvre le robinet r. L'air comprimé du puits se répand dans le sas, et quand la pression est la même de chaque côté de la trappe o, elle s'ouvre facilement, l'ouvrier s'introduit dans le puits, et descend après avoir fermé la trappe o et le robinet r. Pour sortir du puits, il fait la manœuvre inverse.

Cet ingénieux système a été appliqué, avec diverses modifications, à la fondation sous l'eau des piles des ponts. On a d'abord procédé en enfonçant jusqu'au roc plusieurs tubes alignés suivant le courant, enlevant le sable par le procédé Triger, puis les remplissant de béton comprimé. Depuis, on a perfectionné ce système. Un caisson de tôle, ouvert en dessous et surmonté de plusieurs cheminées, par lesquelles on pourra s'y introduire, est chargé de maçonnerie et descendu sur le sable. On en chasse l'eau par l'air comprimé, des ouvriers y pénètrent, au moyen de sas placés dans le caisson même, et en extraient le sable. Le caisson s'enfonce peu à peu, et l'on monte la maçonnerie de manière à la maintenir toujours au-dessus du niveau de la rivière. Quand le caisson est arrivé sur le terrain solide, on le remplit, ainsi que les cheminées, de béton bien tassé. C'est au pont du Rhin, entre Strasbourg et Kehl, qu'on a appliqué pour la première fois le système des caissons.

417. Effets de l'air comprimé, sur les êtres animés. — M. Triger a fait beaucoup d'observations sur les effets produits par l'air comprimé sur les ouvriers qui travaillaient dans son appareil. On avait observé depuis longtemps que des animaux placés dans le récipient de la machine de compression y vivent et paraissent à l'aise. Il en est de même des hommes renfermés dans la *cloche à plongeur;* mais M. Triger a pu observer les faits d'une manière plus suivie, dans son tube, où la pression était généralement de 3 atmosphères. Il a remarqué que les ouvriers n'y ressentaient aucune gêne; seulement, quelques-uns éprouvaient une vive douleur dans les oreilles au moment où ils passaient de l'air extérieur dans l'air comprimé, ou *vice versâ,* douleur qui disparaissait au bout de quelque temps. Dans le tube, les ouvriers étaient moins essoufflés en montant les échelles. Leur voix avait un timbre nasillard, et ils ne pouvaient siffler avec la bouche. La combustion se faisait avec une telle activité, que les chandelles à mèche de coton répandaient une fumée épaisse et duraient à peine un quart d'heure. Ces divers phénomènes ont été observés souvent depuis, et l'on a reconnu que la diminution trop rapide de pression dans le sas peut occasionner des accidents graves; c'est ainsi que, au pont du Rhin, un ingénieur a perdu la vie à la suite d'une hémorrhagie pulmonaire provoquée par cette cause.

Des ouvriers ont travaillé, dans des caissons jusqu'à 5 atmosphères; or M. P. Bert, dans ses recherches sur l'influence de la pression de l'air sur les phénomènes de la vie (371), a établi que la compression de l'air a pour effet d'augmenter la quantité d'oxygène dissous dans le sang; il est donc probable que de semblables pressions doivent à la longue produire des troubles dans l'organisme, d'autant plus que, au delà de 10 atmosphères, il se produit sur les animaux mis en expérience, des accidents convulsifs provoqués par la trop grande quantité d'oxygène contenu dans le sang.

§ 5. — ÉCOULEMENTS DE LIQUIDES DANS LESQUELS INTERVIENT LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE

I. Pompes.

418. Les pompes sont des machines destinées à élever l'eau ou tout autre liquide. Il en existe un grand nombre d'espèces; mais presque toutes rentrent dans le système des *pompes aspirantes*, des *pompes foulantes* ou des *pompes aspirantes et foulantes*, et n'en diffèrent que par des détails de construction.

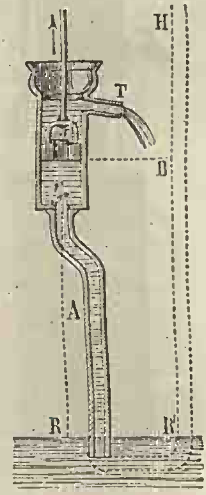


Fig. 336.

Pompe aspirante. — La *pompe aspirante* se compose de deux parties principales, le *corps de pompe* (*fig.* 336) et le *tuyau aspirateur* A qui plonge dans l'eau que l'on veut élever. Dans le corps de pompe, se meut un piston percé et muni d'une soupape *s*, s'ouvrant de dedans en dehors. A l'extrémité supérieure du tuyau aspirateur se trouve une autre soupape *r* qui s'ouvre de dehors en dedans du corps de pompe; c'est la *soupape dormante*.

Quand on retire le piston, l'air du tuyau aspirateur se répand dans le corps de pompe, la pression intérieure diminue, et l'eau monte jusqu'à ce que la colonne verticale d'eau soulevée, ajoutée à l'élasticité de l'air intérieur, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Quand on enfonce ensuite le piston, la soupape *r* se ferme et l'air comprimé dans le corps de pompe, fait ouvrir la soupape *s*, et s'échappe dans l'atmosphère. Après un certain nombre de coups de piston, d'autant plus petit que le tuyau aspirateur a moins de capacité, l'eau arrivera dans le corps de pompe, *pourvu que la distance du piston au niveau de l'eau à élever, soit moindre que 10^{m},33*, hauteur qui fait équilibre à la pression atmosphérique. Si alors on abaisse le piston, dès qu'il aura atteint l'eau, ce liquide, refoulé, soulèvera la soupape *s* et passera au-dessus, tandis que la soupape *r* restera fermée. La pompe est dès ce moment *amorcée*. Si l'on continue à faire mouvoir le piston, l'eau qui est au-dessus sera soulevée pendant son ascension, et s'écoulera par le tuyau latéral T, tandis que l'eau qui est au-dessous, montera à sa suite, poussée par la pression atmosphérique. — Remarquons que, pendant la descente du piston, le liquide qui remplit le corps de pompe est simplement traversé par le piston. Le niveau supérieur ne change donc pas pendant ce mouvement, et la sortie de l'eau en T est intermittente.

Pompe aspirante et élévatoire. — Quelquefois, l'eau soulevée au-dessus du piston, au lieu de monter dans un tuyau qui enveloppe sa tige, passe, comme dans la *fig*. 337, par un tube d'ascension latéral, S, muni d'une soupape qui empêche l'eau de redescendre. Le corps de pompe est alors fermé à sa partie supérieure par un couvercle à *boîte à étoupes* que traverse la tige du piston. On a alors la pompe *aspirante et élévatoire*. Pour que la tige du piston ait un mouvement bien parallèle à l'axe du corps de pompe, elle est guidée dans un anneau H, et reçoit le mouvement du levier *l*, par l'intermédiaire d'une *bielle* articulée *o*. Cette pompe élève l'eau au-dessus du lieu d'où on la fait fonctionner.

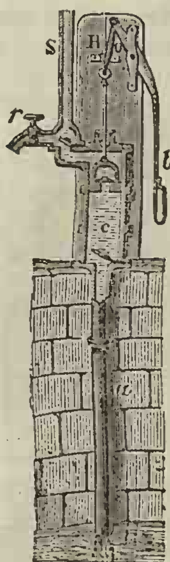


Fig. 337.

L'invention des pompes est généralement attribuée à Ctésibius, mais la théorie en est due à Torricelli. Avant lui, on expliquait l'ascension de l'eau dans le tuyau aspirateur, par l'horreur du vide. Pour prouver que cet effet est dû à la pression de l'atmosphère, on fait une expérience décisive au moyen de l'appareil (*fig*. 338). Le vide étant fait le plus exactement possible autour du vase qui contient l'eau à élever, on reconnaît que ce liquide ne monte plus dans le tube aspirateur quand on retire le piston dans le corps de pompe extérieur P.

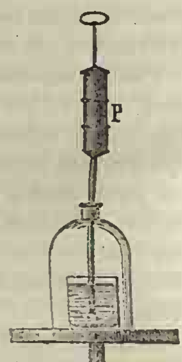


Fig. 338.

419. Remarques. — 1° La distance de la limite supérieure de la course du piston au niveau du réservoir, doit être plus petite que $10^m,33$. Dans la pratique, on ne dépasse pas 8 mètres, à cause des imperfections de construction et de l'air que contient l'eau. Le tuyau aspirateur peut, d'ailleurs, être courbe et avoir une longueur absolue beaucoup plus grande.

2° Le réservoir où l'on puise doit être en communication avec l'atmosphère. Sans cela, la pompe cesserait de fonctionner dès que l'air serait un peu raréfié par l'abaissement du niveau; à moins que l'eau enlevée ne soit remplacée à chaque instant.

3° Une fois amorcée, la pompe doit rester remplie d'eau. Cependant, il arrive assez souvent qu'elle se vide, ce qui tient au mauvais état du piston et des soupapes, qui ne ferment pas exactement. Quand on veut ensuite faire jouer la pompe, l'air s'introduit dans le corps de pompe, et l'on ne peut amorcer. Il faut alors verser sur le piston de l'eau qui fait gonfler le cuir et remplit les joints par lesquels elle passe sans produire de tension intérieure. On évite que la pompe ne se vide, en adaptant au bas du tuyau aspirateur une soupape submergée, qui est tenue fermée par le poids de la colonne soulevée, quand la pompe est en repos.

4° S'il restait un espace trop grand au-dessous du piston arrivé au bas de sa course, l'eau pourrait ne pas monter jusqu'au corps de pompe. En effet, la présence de cet espace limite le degré de raréfaction de l'air, comme dans la machine pneumatique, à la valeur $Pu : v$ (398). La différence entre cette pression limite et la pression P de l'atmosphère exprimée en colonne d'eau, donne la hauteur maximum H à laquelle ce liquide parviendra dans le tuyau aspirateur. Cette différence est $H = P - P\frac{u}{v} = P\frac{v-u}{v}$. On voit que, plus u sera petit, plus H sera grand; et pour $u = 0$ on aura $H = P$ qui est la plus grande hauteur à laquelle l'eau puisse parvenir par aspiration.

420. Effort nécessaire pour soulever le piston. — Pour abaisser le piston, il n'y a à vaincre que les résistances passives. Pour le soulever, il y aura de plus à exercer un effort égal à la pression qui existe au-dessus du piston, diminuée de celle qui s'exerce au-dessous, *de bas en haut*. Or, la pression supérieure est égale : 1° à la pression atmosphérique P; 2° au poids de la colonne d'eau ayant pour base la surface s du piston, dont nous négligeons l'épaisseur, et pour hauteur la distance h de ce dernier au niveau supérieur de l'eau; c'est-à-dire $h.s$. De bas en haut, le piston supporte la pression atmosphérique P, moins la colonne h' soulevée en dessous. Car la pression atmosphérique (*fig.* 336) peut être remplacée par une colonne d'eau extérieure, R'H, dont une portion, BR', est équilibrée par la colonne d'eau $sR = h'$ soulevée au-dessous du piston. Les pressions opposées sont donc $P + hs$ et $P - h's$, dont la différence est $(h + h')s$, c'est-à-dire le poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface du piston, et pour hauteur la distance verticale $h + h'$ des niveaux R et T.

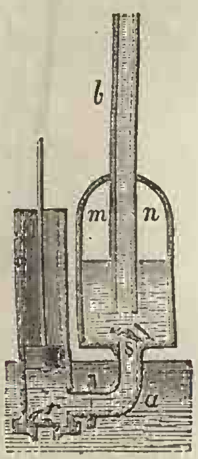


Fig. 339.

421. Pompe foulante. — Dans cette espèce de pompe (*fig.* 339), le piston n'est pas percé, et il part, du fond du corps de pompe, un tuyau d'ascension ab portant une soupape S qui s'ouvre de dedans en dehors. La soupape dormante r est placée au bas du corps de pompe, et plonge dans l'eau à élever. Quand on retire le piston, la soupape S se ferme, et l'eau s'introduit par la soupape r. Quand on enfonce au contraire le piston, la soupape r se ferme, et l'eau est refoulée dans le tuyau d'ascension ab. L'effort à faire pour enfoncer le piston est égal, abstraction faite des résistances passives, au poids d'une colonne d'eau ayant pour base la surface de ce piston, et pour hauteur la distance verticale de sa surface inférieure, au point où l'eau est élevée.

Le réservoir *mn*, dit *boîte à air*, est destiné à rendre le jet à peu près continu ; l'air y est comprimé quand l'eau est refoulée dans le tube d'ascension, et réagit ensuite par son élasticité, pour continuer à chasser l'eau dans la partie *b*, pendant le retour du piston. On a reconnu, dans la pratique, que la boîte à air doit avoir à peu près vingt-trois fois le volume du corps de pompe, pour que le jet soit continu.

Pompe aspirante et foulante. — Souvent on adapte, au-dessous de la soupape dormante de la pompe foulante, un tuyau aspirateur qui plonge dans l'eau à élever ; la pompe est alors *aspirante et foulante*. L'effort à faire pour la faire jouer, se partage entre les deux mouvements opposés du piston. Quand on

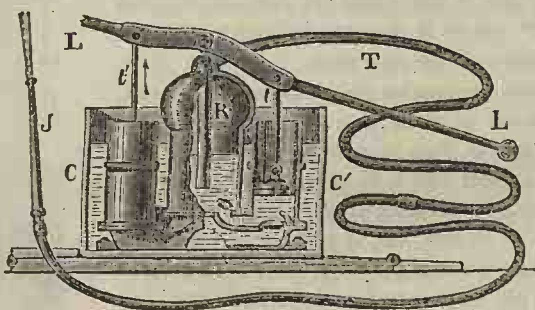


Fig. 340.

l'enfonce, on a à vaincre la pression de la colonne d'eau qui se trouve au-dessus, et quand on le retire, la pression d'une colonne égale à celle qui se trouve au-dessous.

422. Du travail des pompes. — Le travail d'une pompe, au bout d'un temps donné, s'évalue en multipliant la masse de l'eau par la hauteur à laquelle elle a été élevée. Ce travail devrait être égal au travail dépensé, pendant le même temps, pour faire mouvoir le piston (93) ; mais il lui est toujours inférieur, à cause des résistances passives : frottement du piston, chocs de l'eau dans son passage par les soupapes, poids et inertie de celles-ci. Le rapport entre le travail moteur et le travail effectif constitue le rendement de la pompe. Ce rendement dépend du système de construction adopté, de la grandeur des passages, de la mobilité du piston et des soupapes.

423. Pompe à incendie. — La pompe à incendie se compose de deux pompes foulantes P, P′ (*fig.* 340), dont les pistons sont mis en mouvement au moyen d'un balancier LL, et de tiges *t*, *t′*, articulées à leurs deux extrémités de manière à pouvoir éprouver des déplacements latéraux, sans les faire partager aux pistons. L'eau, versée dans la cuve CC′, à travers des paniers destinés à retenir les impuretés, est poussée dans la boîte à air R, par le mouvement alternatif des pistons, et de là, dans un long tuyau de cuir T, terminé par un ajutage un peu conique J, nommé *lance*, au moyen duquel on dirige le jet.

La première pompe construite par Ctésibius avait deux corps de pompe fonctionnant ainsi alternativement; elle était aspirante et foulante. Héron d'Alexandrie la décrit, dans ses *pneumatiques*, et parle même de l'application aux incendies. Aujourd'hui, on construit des pompes à incendie, mues par des machines à vapeur placées, avec leur chaudière, sur le même véhicule, et lançant d'énormes jets à une grande distance. Tantôt, elles sont installées sur des bateaux, comme à Londres sur la Tamise, tantôt sur des voitures traînées par des chevaux, comme dans la plupart des grandes villes.

424. Pompe à double effet. — Avec cette espèce de pompe, on obtient les mêmes effets qu'avec deux pompes. Le corps de pompe est fermé par un couvercle à presse-étoupes, que traverse la tige du piston. A chaque extrémité de

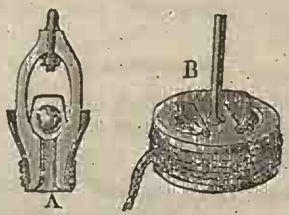


Fig. 341.

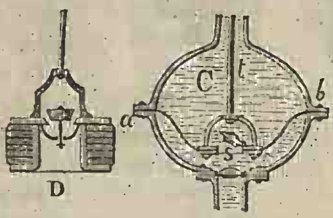


Fig. 342.

ce corps de pompe sont deux ouvertures garnies de soupapes, qui jouent dans le même sens que celles de la machine pneumatique à double effet (402). L'une de ces soupapes communique avec l'eau à élever, l'autre avec le tuyau d'ascension.

Il existe beaucoup de variétés de pompes, oscillantes, rotatives, centrifuges (79). Si l'on excepte ces dernières, toutes sont fondées sur le même principe : un espace s'agrandit, dans lequel l'eau est chassée par la pression atmosphérique; puis est diminué, et l'eau introduite est refoulée dans un tube d'ascension. Nous ne pouvons décrire ici toutes ces pompes; nous ferons cependant connaître les dispositions les plus usitées des pistons et des soupapes.

425. Pistons. — Dans les pompes communes, le piston est un cône de bois foré, A (*fig.* 341), enveloppé d'une bande de cuir que la pression de l'eau écarte et applique contre les parois du corps de pompe. — Dans les pompes de grand diamètre, le piston consiste en un cylindre de métal, B, portant une gorge dans laquelle on enroule de l'étoupe grasse, ou une tresse plate de chanvre graissé. — D'autres fois, le piston, D, est formé de lames de cuir, comme dans la machine pneumatique; le corps de pompe doit alors être *alésé*, pour que sa surface intérieure soit parfaitement cylindrique.

Pompe des prêtres. — Dans la *pompe des prêtres* (*fig.* 342), il n'y a pas de piston véritable : une lame de cuir flexible est fixée au corps de pompe par son contour *a b*, et porte en son milieu un plateau muni d'une soupape *s*. Pour faire jouer cette pompe, on soulève et on abaisse alternativement le diaphragme *asb*, au moyen de la tige *t*.

Pompe Letestu. — M. Letestu remplace le piston par un cône de métal criblé de trous *l*, L (*fig.* 343), dans lequel est fixé, par son sommet seulement, un cornet de cuir flexible *c*, C qui dépasse le cône, et dont les bords s'appliquent sur les parois du corps de pompe quand la pression s'exerce en dedans. Quand elle s'exerce en dehors, l'eau passant par les trous du cône *l*, écarte le cornet des parois du corps de pompe, et se rend du côté opposé.

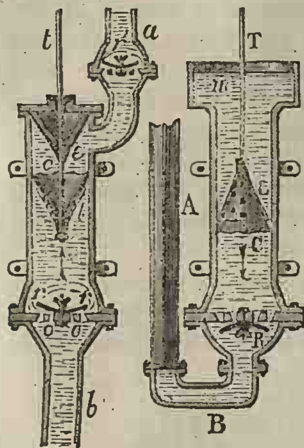


Fig. 343.

La soupape dormante est formée d'un disque de cuir *rr* fixé par son centre et appliqué sur un plateau criblé de trous, *oo*, qu'il ferme quand l'eau le presse en dessus, et qu'il découvre quand un effort en dessous en soulève le contour.

La pompe AB est *foulante*, et la pompe *ab*, *aspirante* et *élévatoire*; le presse-étoupe y est remplacé par un cornet de cuir *c*, soutenu par un cône de métal, et dont l'eau presse les parties voisines du sommet contre la tige *t*.

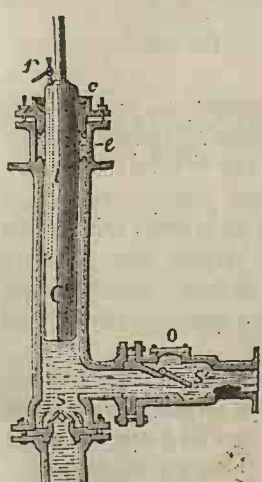


Fig. 344.

Piston plongeur. — Quand on veut élever l'eau à une très-grande hauteur, la pression peut être telle que l'eau passe entre le piston et le corps de pompe; alors aucune portion n'est poussée dans le tuyau d'ascension. La pompe à *piston plongeur* est exempte de cet inconvénient. Le piston est remplacé par un cylindre massif C (*fig.* 344), qui glisse dans une boîte à étoupe *e* fixée à l'extrémité supérieure du corps de pompe, dont la forme n'a plus besoin d'être régulière. Quand on retire ce cylindre, l'eau pénètre par les soupapes *s*, et quand on l'enfonce, le liquide refoulé sort par la soupape *s'*. — Une pompe semblable, construite par Martin, élève d'un seul jet l'eau de la Seine jusqu'à l'aqueduc de Marly, à une hauteur de 170 mètres.

L'eau contient toujours une petite quantité d'air qui se dégage pendant que, le piston se retirant, la pression diminue, et vient se loger dans la partie supérieure du corps de pompe. Là, il cède et se comprime quand le piston s'enfonce, et la quantité d'eau refoulée dans le tuyau d'ascension est moindre, et peut même être nulle, si la colonne soulevée est très-haute. Pour parer à cet inconvénient, on pratique dans le cylindre C un petit canal, *t*, muni d'un robinet *r* que l'on ouvre de temps en temps, pendant que le piston s'enfonce, pour faire sortir l'air accumulé.

426. Soupapes. — Les soupapes sont souvent des *clapets* en métal B (*fig.* 344), dont le dessous est ordinairement garni de cuir. D'autres fois on les remplace par des boules, qui s'appliquent sur les bords arrondis de l'ouverture, A. Un grillage empêche la boule de trop s'écarter lorsqu'elle est repoussée par l'eau. On en fait, pour les grandes pompes, en caoutchouc vulcanisé à noyau de plomb, qui, tournant sur elles-mêmes quand elles sont soulevées, ne portent jamais par les mêmes points de leur surface. On emploie encore des soupapes en forme de tronc de cône, comme en D; une petite tige, guidée dans ses mouvements, règle le jeu de cette soupape.

Fig. 345.

M. Perreaux a imaginé une soupape qui fonctionne dans les eaux les plus impures. On en voit l'ensemble en F (*fig.* 345), et une coupe en *f*. Elle est en caoutchouc vulcanisé, ainsi que la garniture du piston. ce sont des lèvres, fermées par leur élasticité, qui s'écartent sous une pression exercée de dedans en dehors. Deux contre-forts, *aa*, les empêche de fléchir en dedans quand la pression vient du dehors.

III. Siphon. — Écoulement intermittent. — Écoulement constant.

427. Du siphon. — Le siphon est un tube deux fois recourbé *bnc* (*fig* 346), servant à transvaser les liquides par dessus les bords des vases. Pour qu'un liquide chemine à travers ce tube, il faut deux conditions : 1° *le siphon doit être amorcé*, c'est-à-dire rempli de liquide; 2° *l'orifice de sortie*, c, *doit être plus bas que le niveau*, a, *du liquide à transvaser*.

Supposons ces deux conditions remplies, et cherchons comment se fait l'écoulement. Une tranche transversale *n*, prise au point le plus haut du siphon, supporte dans la direction *a'n*, la pression de l'atmosphère se transmettant à travers la colonne liquide *an*, diminuée du poids d'une colonne liquide de hauteur *a'a*. Dans le sens opposé, *c'n*, cette même tranche *n* supporte la pression atmosphérique se transmettant à travers la colonne *cn*, diminuée du poids d'une colonne liquide de hauteur égale à *c'c*. Comme *c'c* est plus grand que *a'a*, cette dernière pression est moindre que celle qui s'exerce dans le sens *a'n*, de la différence entre les colonnes $a'a$ et $c'c$; c'est-à-dire que la tranche n est poussée vers l'orifice par une force égale au poids d'une colonne liquide ayant pour hauteur $c'c - a'a = dc$. L'écoulement aura donc lieu par l'orifice c, et continuera, la pression atmosphérique empêchant la colonne de se diviser, jusqu'à ce que le niveau a prolongé passe par le point c, ou arrive au-dessous de l'une des extrémités c ou b du siphon. Si l'on fait abstraction des frottements et de la viscosité, la vitesse d'écoulement sera (235), $v = \sqrt{2g \times dc}$.

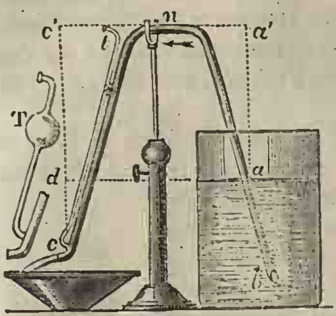


Fig. 346.

Remarques. — 1° Il résulte de cette théorie, qu'il n'est pas nécessaire que les deux branches soient inégales, comme on l'a cru longtemps, si bien que Rissélius crut faire une découverte en voyant fonctionner un siphon à branches égales.

2° Si l'on pratique une ouverture en n, la colonne liquide se divise en ce point, les deux parties tombent chacune de leur côté, et l'écoulement cesse. Il en est de même dans le vide. Quand on voulut, pour la première fois, en faire l'expérience, le siphon marcha, parce qu'il restait beaucoup d'air, et l'on était tenté d'en revenir à l'horreur du vide, lorsque Burcher de Volder, à Leyde, fit l'expérience exactement. Pascal ayant opéré dans l'air avec un siphon de plus de 32 pieds de haut, vit l'écoulement s'arrêter. Il opéra aussi avec des siphons remplis de mercure, et reconnut qu'ils ne fonctionnent plus, quand la hauteur $a'a$ (*fig.* 346) dépasse celle de la colonne barométrique.

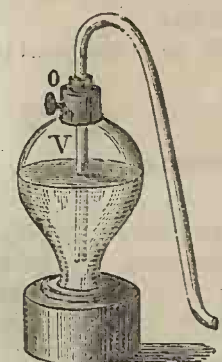


Fig. 347.

3° L'écoulement s'arrête, si l'air ne pénètre pas librement au-dessus du liquide à transvaser. On le vérifie avec le petit appareil (*fig.* 347); dès qu'on ferme l'orifice unique O, le siphon cesse de fonctionner.

4° Un *siphon capillaire* fonctionne dans le vide; c'est que la cohésion empêche la colonne liquide de se diviser. On peut aussi le percer à la partie supérieure, sans arrêter l'écoulement. Enfin, un simple fil métallique mouillé et ayant la forme d'un siphon, peut servir de véhicule au liquide. Les jardiniers, pour humecter certaines plantes d'une manière continue, plongent dans un vase plein d'eau un morceau de toile dont l'extrémité tombe à l'extérieur, plus bas que le niveau. L'eau s'écoule goutte à goutte, après avoir franchi les bords du vase, à travers les mailles capillaires du tissu.

Manière d'amorcer le siphon. — Pour amorcer le siphon, il suffit d'aspirer en c (*fig.* 346), pendant que la branche opposée plonge dans le liquide. Quand ce dernier est dangereux ou incommode à recevoir dans la bouche, on aspire par un tube ct, adapté en c, après avoir fermé l'orifice c. Ce tube ct porte souvent un renflement T, dans lequel le liquide ne monte que lentement, pour éviter qu'il n'arrive jusqu'à la bouche, si l'on aspirait trop vite.

On peut faire en sorte qu'un siphon reste amorcé quand on le retire du liquide à transvaser, en lui donnant des branches égales relevées verticalement à leur extrémité, pour empêcher l'air de pénétrer en divisant la colonne liquide.

428. Siphon dans un milieu quelconque. — Nous avons supposé ci-dessus que la pression du milieu ambiant était la même en a et en c (*fig.* 346), c'est-à-dire que nous avons négligé la pression due à la colonne d'air de hauteur cd. Si le siphon se trouvait plongé dans un milieu plus dense que l'air, cette pression ne serait plus négligeable, et l'écoulement pourrait même avoir lieu en sens inverse.

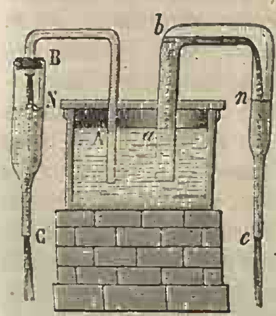


Fig. 348.

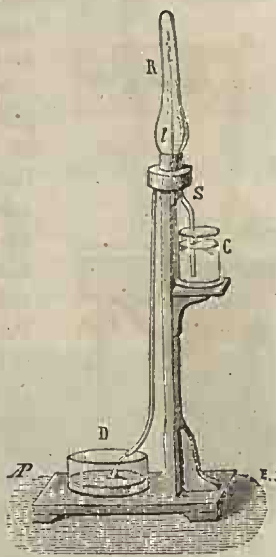


Fig. 349.

En effet, soient d et d' les densités du liquide et du milieu ambiant, et H la hauteur, au-dessus du point a, de ce milieu supposé homogène; la pression que supporte la tranche n (*fig.* 346) dans la direction $a'n$ sera $\mathrm{H}d' - \overline{aa'} \cdot d$, et celle qu'elle supporte dans le sens opposé sera $(\mathrm{H} + \overline{cd})\, d' - \overline{cc'} \cdot d$. Retranchons ces deux expressions l'une de l'autre, la différence $(cc' - aa')\, d - cd \cdot d' = cd\,(d - d')$, donnera la force qui pousse la tranche n dans le sens $a'n$. Si l'on a $d > d'$, cette valeur est positive, et l'écoulement se fait en c. Mais si d' est plus grand que d, c'est-à-dire si le milieu ambiant est plus dense que le fluide à transvaser, la différence est négative; ce qui veut dire que la tranche n est poussée vers le vase a; le liquide montera donc dans ce vase, si le point c plonge dans un autre vase rempli du même liquide. Si l'on avait $d = d'$, il n'y aurait aucun mouvement de liquide, quelle que fût la différence de niveau dans les deux vases.

Ces résultats peuvent se vérifier avec un siphon de verre à branches inégales, terminées par deux réservoirs ouverts en dessous, et que l'on plonge rempli d'air, dans l'eau, en tenant fermée l'ouverture de la plus courte branche. Dès qu'on débouche cette ouverture, on voit l'air passer du réservoir inférieur dans le plus élevé. L'air peut être remplacé par de l'éther ou tout autre liquide moins dense que l'eau.

429. Siphon contenant de l'air. — Un siphon peut fonctionner dans l'atmosphère avec de l'air dans la partie supérieure *bn*, BN (*fig*. 348). Il suffit, pour cela, que la hauteur *ab*, AB soit plus petite que *cn*, CN; l'air logé en *nb*, NB possède alors une force élastique égale à la pression atmosphérique diminuée du poids de la colonne liquide *nc*, NC, et fait fonction de parois. Avec la disposition de la *fig*. 349, l'eau jaillit dans le vase R, la pression dans ce vase étant moindre que la pression atmosphérique, du poids de toute la colonne *l*C. C'est l'expérience du jet d'eau dans un siphon.

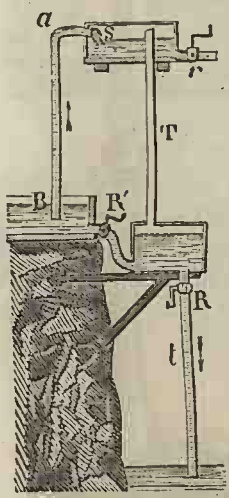


Fig. 350.

430. Applications. — L'invention du siphon est généralement attribuée à Héron d'Alexandrie, qui le décrit dans ses *pneumatiques*. Mais il résulte de l'étude de monuments de l'ancienne Égypte, sur lesquels cet instrument est figuré, qu'il était connu des Égyptiens plus de 1700 ans avant notre ère. Ils en faisaient usage pour faire passer l'eau par dessus des collines. Les Chinois emploient encore le même moyen. Pour amorcer le siphon, on en ferme les extrémités, et l'on verse de l'eau par une ouverture pratiquée à la partie supérieure, que l'on ferme ensuite. On répète cette opération de temps en temps, à cause de l'air qui se dégage de l'eau soumise à une faible pression. Quelquefois on adapte à l'ouverture supérieure, une pompe pneumatique qui sert à amorcer, et qu'il suffit de faire jouer de temps en temps pour extraire l'air dégagé.

Machine à élever l'eau. — La *fig*. 350 représente un appareil destiné à faire monter l'eau, au moyen du jeu du siphon, d'un bassin B dans un réservoir S*r* qui est fermé de toutes parts. On remplit d'abord d'eau un second réservoir R'R, en ouvrant le robinet R'. On ferme ensuite ce robinet, et l'on ouvre le robinet R; l'eau descend dans le tuyau *t*, dont la hauteur doit être plus grande que B*a*, l'air est raréfié en TS, et l'eau monte, par le tube B*a*, dans le réservoir S*r*, qui doit se trouver plein quand R'R est vidé. On ferme alors le robinet R, et l'on ouvre R', le réservoir R'R se remplit, et pendant ce temps-là on recueille par le robinet *r* l'eau élevée en S*r*. Une soupape placée en S empêche l'eau que contient le tube B*a* de retomber pendant que la pression atmosphérique est rétablie dans les deux réservoirs. Il est évident que la hauteur B*a* doit être moindre que 10 mètres, et la capacité R'R, en rapport avec cette hauteur et avec la capacité du réservoir S*r*. — On cite une machine semblable établie à Bâle.

431. Vase diabète, ou de Tantale. — Ce petit appareil, connu des anciens, consiste en un vase A dans lequel est un siphon (*fig.* 351), dont une des branches, *a*, s'ouvre près du fond du vase, et dont l'autre en traverse le pied. Si l'on verse de l'eau dans ce vase, elle s'élève à la même hauteur dans la branche intérieure *a* du siphon, jusqu'à ce que le niveau atteigne le point *n*. Alors le liquide tombe dans la grande branche, en la remplissant complètement (ce qui suppose qu'elle présente un petit diamètre), et le siphon étant dès lors amorcé, tout le liquide sort du vase. Quelquefois, pour cacher le jeu de l'instrument, le siphon est logé dans l'épaisseur des parois du vase, et l'eau se rend dans un réservoir contenu dans son pied.

Fig. 351.

On remplace souvent le siphon par un tube droit traversant le pied du vase, B, et que l'on recouvre d'une petite cloche échancrée *c*. Il reste de l'air en *c*, au haut de cette espèce de siphon, sans qu'il cesse de fonctionner (429). Quelquefois la cloche *c* est creusée dans l'intérieur d'une statuette représentant Tantale, et disposée de manière que l'eau ne puisse atteindre à sa bouche avant que le siphon ne soit amorcé, D (*fig.* 351). De là le nom de *vase de Tantale*, donné souvent au vase diabète.

432. Écoulement intermittent produit par le siphon. — Si l'on fait arriver de l'eau, avec une vitesse constante, dans un vase diabète, par un orifice moindre que la section du siphon, le niveau s'élève dans le vase, arrive en *n* (*fig.* 351), et le siphon est amorcé. Alors, le niveau descend, le siphon laissant sortir l'eau plus vite qu'elle n'arrive. Bientôt, l'air pénètre dans la petite branche et l'écoulement cesse, pour recommencer dès que le niveau est revenu au point *n*.

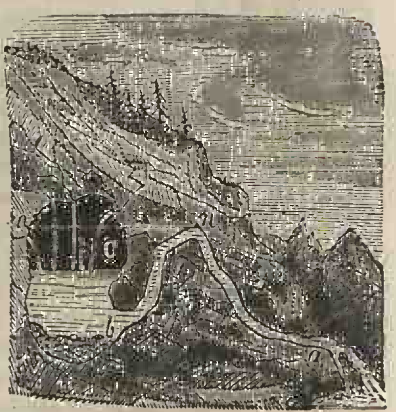


Fig. 352.

Fontaine intermittente naturelle. — Il existe des sources naturelles intermittentes, que l'on explique par le jeu du siphon. On suppose que l'ouverture *a* (*fig.* 352) par laquelle l'eau jaillit, communique avec une cavité souterraine C, au moyen d'un canal *anb* ayant la forme d'un siphon. Cette cavité reçoit de l'eau, de manière que le niveau s'élève peu à peu jusqu'à *nn*; alors le siphon s'amorce et l'eau jaillit en *a*. Si l'eau sort plus vite par le siphon, qu'elle n'afflue dans la cavité C, le niveau baissera jusqu'en *b*, l'air pénétrera dans le siphon, et l'écoulement s'arrêtera, pour se reproduire aussitôt que l'eau aura atteint de nouveau la hauteur *nn*.

433. Fontaine de Sturmius. — La *fontaine de Sturmius* ou de *commandement*, donne un écoulement intermittent sans l'emploi d'un siphon. Un vase contenant de l'eau, fermé hermétiquement à sa partie supérieure, est muni vers le bas de plusieurs orifices capillaires *o*, *o*... (*fig.* 353) situés dans un même plan horizontal. La surface de l'eau est mise en communication avec l'atmosphère par un tube vertical *aa*, dont l'extrémité inférieure, taillée en biseau, s'ouvre près du fond d'une cuvette qui sert de pied à l'instrument. Cette cuvette est percée d'un petit trou *c*, qui laisse sortir l'eau moins vite qu'elle n'arrive par les orifices *o*, *o*... Il résulte de là que, lorsque l'écoulement aura lieu par ces orifices, le niveau montera dans la cuvette, l'ouverture inférieure du tube *aa* sera bientôt couverte par l'eau, et la communication du vase *a* avec l'atmosphère sera interrompue. L'écoulement continuera encore quelques instants, jusqu'à ce que la colonne d'eau de hauteur *h*, jointe à la tension de l'air contenu dans le vase, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Alors l'eau s'élèvera dans le tube *aa* à une hauteur égale à *h*, et l'écoulement s'arrêtera. Mais l'eau continuant à s'échapper par l'orifice *c*, l'extrémité inférieure du tube *aa* sera bientôt dégagée, l'air rentrera dans le vase supérieur, et l'écoulement recommencera en *o*, *o*, jusqu'à ce que le tube *aa* soit de nouveau obstrué.

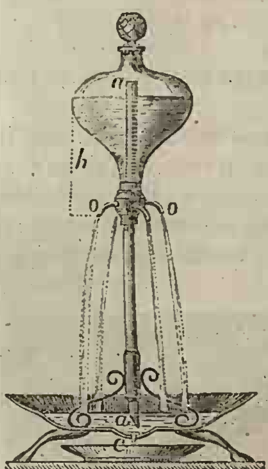


Fig. 353.

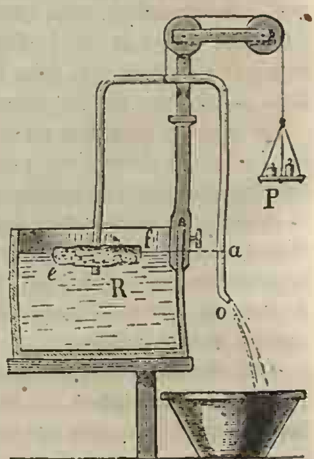


Fig. 354.

434. Écoulement constant au moyen du siphon. — La vitesse d'écoulement d'un liquide à travers un siphon dépend de la différence de niveau *oa* (*fig.* 354). La vitesse d'écoulement sera donc constante, si *oa* ne varie pas. Pour remplir cette condition, Héron d'Alexandrie a imaginé de fixer un flotteur *ef* à la branche intérieure du siphon, qui est, en outre, soutenu par un cordon passant sur des poulies et tendu par un poids P moins lourd que le système flottant. A mesure que le niveau baisse en R, le siphon descend avec le flotteur, et la différence *oa* reste constante.

435. Flacon de Mariotte. — Cet appareil est fréquemment employé pour obtenir un écoulement constant. Mariotte le destinait à prouver que l'air presse également dans tous les sens; il peut servir aussi à montrer différents effets de la pression atmosphérique. Imaginons un flacon ordinaire A (*fig.* 355) portant plusieurs orifices capillaires *a*, *b*, *c*, placés à des hauteurs différentes, et dans lequel s'enfonce, à travers un bouchon, un gros tube *mn*, ouvert par les deux bouts.

Fig. 355.

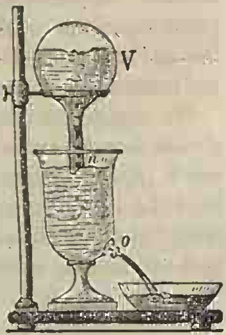


Fig. 356.

Le flacon étant entièrement rempli d'eau, ainsi que le tube *mn*, si l'on ouvre l'orifice *b*, le liquide jaillit en vertu de la pression exercée par la colonne d'eau que contient le tube *mn*, jusqu'à ce que le niveau dans ce tube soit descendu à la hauteur de l'orifice *b*. Alors l'écoulement s'arrête, le liquide qui se trouve dans le flacon, au-dessus du point *b*, n'exerçant pas de pression, puisqu'il est soutenu par la pression atmosphérique. Si l'on ferme l'orifice *b* pour ouvrir *c*, l'air entre par bulles en *c* et se porte à la partie supérieure du flacon; en même temps l'eau monte dans le tube *mn* jusqu'au niveau *c*; résultat facile à expliquer.

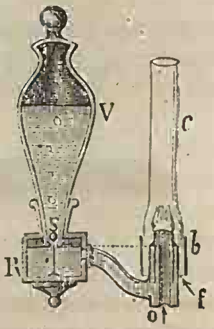


Fig. 357.

Si l'on ouvre l'orifice *a* placé au-dessous de *n*, la vitesse d'écoulement va d'abord en diminuant, à mesure que le niveau descend dans le tube *m*, ce que l'on reconnaît à l'abaissement rapide du jet. Mais dès que ce niveau est arrivé en *n*, l'écoulement devient *uniforme*. En effet, à partir de ce moment, l'air pénètre par l'ouverture *n* et monte par bulles dans la partie supérieure du flacon. Là, il prend une force élastique égale à la pression atmosphérique diminuée de la colonne d'eau *xn*, et l'eau que cet air déplace ramène constamment le niveau au point *n* dans le tube *mn*, malgré la dépense. La vitesse d'écoulement est donc due à une colonne *np*, qui ne change pas de hauteur; elle est donc constante.

On remarque que la veine liquide oscille pendant l'écoulement, et que les oscillations coïncident avec la sortie des bulles d'air en *n*. Cela tient à ce que la bulle, prête à se séparer du tube *mn* pour monter en *x*, raccourcit pendant un moment la colonne *np*, qui reprend sa longueur dès que la bulle s'est détachée.

Pour obtenir la vitesse que l'on désire, on fait varier la distance *np*, en enfonçant plus ou moins le tube *mn*. Il est évident que, dès que le niveau *x* est arrivé au-dessous de *n*, l'écoulement cesse d'être constant. — On voit dans la *fig.* 356 une autre disposition au moyen de laquelle on obtient un écoulement constant : au-dessus du niveau, est renversé un vase V complétement fermé à sa partie supérieure, et dont l'orifice *n* est échancré. Ce vase est plein de liquide. Dès que le niveau extérieur arrive un peu au-dessous de l'échancrure, l'air passe par bulles, et ce niveau ne change plus.

On emploie souvent un moyen semblable pour obtenir un niveau constant d'huile dans les lampes. Le vase V, rempli d'huile, est renversé dans le réservoir R (*fig.* 357), dans lequel le niveau doit rester constamment à la hauteur du bec *b*. La soupape *s* empêche l'huile de tomber pendant qu'on retourne le vase V après l'avoir rempli ; une longue tige, qui vient toucher le fond du réservoir R, tient ensuite cette soupape ouverte.

§ 6. — ÉCOULEMENT DES GAZ

436. Quand un gaz, renfermé dans un récipient percé d'un orifice, possède une pression supérieure à la pression extérieure, il sort par l'orifice, avec une vitesse qui dépend de la différence des pressions intérieure et extérieure.

Réaction des gaz qui s'écoulent. — La sortie du gaz est accompagnée

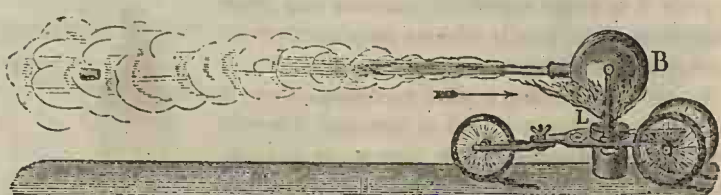


Fig. 358. — 1/16.

d'une *réaction* qui pousse le récipient en sens contraire de l'écoulement, et qui s'explique de la même manière que pour les liquides (233). On peut montrer cette réaction par l'expérience, en insufflant de l'air dans un tourniquet hydraulique, que l'on voit prendre aussitôt un mouvement rapide de rotation.

Le *recul* des armes à feu est dû à la même cause : la poudre en se décomposant par le feu, produit, dans un temps très-court, un volume énorme de gaz qui presse de tous côtés avec une grande énergie. Mais, le projectile cédant, la pression sur le fond de l'arme n'est pas contre-balancée par une pression opposée, et il y a impulsion en arrière. On met ce résultat en évidence au moyen de l'expérience du *chariot à recul*. Ce chariot, très-léger, porte un ballon de cuivre B (*fig*. 358), dans lequel on fait bouillir de l'eau au moyen d'une lampe à alcool L. L'orifice du ballon, placé latéralement, étant fermé par un bouchon qui ne doit adhérer que faiblement, la vapeur s'accumule, finit par chasser le bouchon, et s'échappe avec bruit. En même temps, le chariot s'élance du côté opposé, à une distance de plusieurs mètres.

C'est aussi à la réaction des gaz, produits par la décomposition de la poudre dans des tubes de carton dirigés convenablement, que sont dus les mouvements qui animent certaines pièces des feux d'artifice, comme les soleils tournants, les fusées volantes.

437. Constitution de la veine gazeuse. — La veine gazeuse sortant d'un orifice en mince paroi présente de nombreuses analogies avec la veine liquide. Pour rendre le gaz visible, Savart le faisait passer, à sa sortie, à travers une boîte contenant de la poudre de lycopode. Ayant disposé l'orifice de manière que le jet fût vertical, il distingua une section contractée, et y remarqua des renflements animés de mouvements vibratoires prononcés. De semblables vibrations s'observent dans les flammes et dans les jets de vapeur. Une membrane opposée au jet produit un son intense. On distingue même un son sans le secours de la membrane; surtout quand le gaz passe par une longue fente, et c'est ainsi que s'explique le sifflement que produit le vent à travers les joints des portes. La fumée est souvent, à sa sortie des cheminées, animée d'un mouvement vibratoire assez lent pour être distingué à l'œil, et pouvant produire aussi un son très-grave, comme on l'observe quelquefois aux cheminées des bateaux à vapeur.

M. Sondhauss ayant rendu la veine gazeuse visible au moyen de fumée de tabac, produisit, par le choc contre un disque, des nappes planes, concaves ou convexes, comme avec les liquides (268). Deux veines opposées lui ont aussi donné une nappe, qui prenait une position oblique quand il déplaçait un peu l'axe d'une des veines[1].

438. Couronnes explosives. — Quand une bulle de gaz comprimé et rendu visible par de la fumée, sort brusquement par un orifice, elle forme, par son expansion, une couronne ou tore, qui grandit et s'amincit en s'éloignant du point de départ. Ce phénomène souvent observé dans les bulles de l'hydrogène phosphoré, qui s'enflamment en sortant de l'eau, quand on prépare ce gaz au moyen du phosphore et de la chaux hydratée, se produit dans les mêmes circonstances avec un gaz quelconque mêlé de fumée. On le produit facilement en soufflant par petits coups dans une pipe allumée. La vapeur, qui sort par explosions successives de la cheminée d'une locomotive en mouvement lent, la fumée d'un coup de canon tiré par un temps calme, produisent souvent le même phénomène. Savart, dès 1835, faisait sortir des couronnes explosives du col d'un entonnoir fermé par une membrane et rempli de fumée de tabac, en

[1] *Ann. de Poggendorff*, t. LXXXV, et *Ann. de ch. et phys.* 3e s., t. XLVI, p. 253.

frappant de petits coups sur la membrane. Un simple soufflet dans lequel on a introduit de la fumée, donne le même résultat quand on frappe sur la tablette supérieure. Ces phénomènes se produisent également avec l'eau.

439. Pression latérale dans les ajutages. — Quand un gaz s'échappe par un ajutage cylindrique, il n'exerce pas sur les parois la même pression que dans l'état d'équilibre. La pression peut même devenir moindre que la pression du milieu dans lequel le gaz s'échappe. M. Lagerhjelm, qui a constaté ce résultat, employait un petit tube de verre coudé *t* (*fig.* 359), dont une extrémité s'enfonçait plus ou moins dans l'intérieur de l'ajutage A, et dont l'autre plongeait dans l'eau. Ce liquide montait dans le tube, d'autant plus que la vitesse d'écoulement était plus grande et que l'extrémité supérieure du tube *t* était plus rapprochée de l'axe de l'ajutage ; d'où il a conclu que la vitesse d'écoulement diminue à mesure qu'on s'éloigne de cet axe.

Fig. 359.

Une plaque métallique soumise au choc de la veine d'air sortant par un orifice pratiqué dans une surface plane parallèle est repoussée quand la distance est grande. Mais si la distance est suffisamment petite, la plaque s'approche très-près de l'orifice, et l'on ne peut l'en éloigner qu'en exerçant un effort d'autant plus grand que le gaz sort sous une plus forte pression. Pour vérifier ce résultat, qui se produit également au moyen de l'eau, on suspend le disque D (*fig.* 360) au bassin B d'une balance, et l'on reconnaît qu'il faut, pour l'écarter de l'orifice, mettre dans l'autre bassin des poids d'autant plus lourds que le gaz sort avec plus de force, par le très-petit espace qui reste entre le disque et le plan horizontal dans lequel est pratiqué l'orifice.

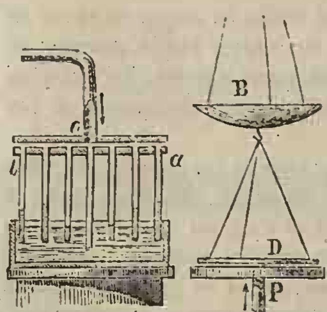


Fig. 360.

Ce phénomène, désigné quelquefois sous le nom d'*adhésion*, a été observé pour la première fois par M. Griffith. Clément Désormes l'a reproduit au moyen de la vapeur d'eau, et en a donné l'explication qui suit : Le gaz, une fois sorti, de l'orifice, s'étend dans toutes les directions entre les deux surfaces ; de sorte que sa tension diminue très-rapidement, pendant qu'il refoule l'air par son impulsion. La pression atmosphérique l'emportant alors sur celle qui s'exerce entre les deux surfaces, pousse le disque et le maintient tout près de l'orifice. Clément Désormes a confirmé cette explication en adaptant au disque, *ba* (*fig.* 360), placé au-dessous de l'orifice *o*, des tubes verticaux plongeant dans l'eau. L'eau monte dans les tubes les plus rapprochés des bords et est refoulée dans ceux qui sont près du centre.

Voici quelques expériences qui s'expliquent de la même manière. Si on lance tangentiellement par un tube, un jet de gaz entre les deux surfaces, l'adhésion se produit, et Hachette a pu la réaliser de même au moyen de l'eau, en opérant dans ce liquide. M. Baillet ayant adapté un cône de papier à la tuyère d'un soufflet, a vu ce cône s'aplatir et se froisser pendant la sortie du gaz. Si l'on souffle fortement par le tube d'un entonnoir vertical, on peut soulever une feuille de papier placée près de l'ouverture opposée.

Aux phénomènes qui précèdent se rattachent les résultats d'expériences que nous avons imaginées pour appuyer certaines idées cosmologiques relatives à l'explication de la gravitation (100). On suspend à un long fil attaché au fléau d'une balance, ou passant sur une poulie très-mobile, comme celle d'une machine d'Atwood, une balle B (*fig.* 361) à laquelle on fait équilibre. Cette balle plonge plus ou moins dans un entonnoir vertical, par le tube duquel on fait sortir de l'air comprimé. On voit alors la balle s'enfoncer dans l'entonnoir, avec une vitesse accélérée, et ne s'arrêter qu'au moment où elle en ferme presque complétement le col. L'effet est d'autant plus intense que l'air est plus comprimé. Cette expérience, qui montre comment l'impulsion d'un fluide peut donner lieu à un mouvement que l'on serait tenté d'attribuer à une attraction vers l'orifice de sortie du gaz, a été variée en changeant les dimensions, la densité, la forme de la balle et la nature du gaz.

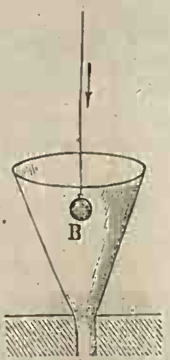


Fig. 361.

410. Vitesse d'écoulement des gaz. — La vitesse d'un gaz qui sort d'un orifice se définit : *l'espace parcouru, pendant une seconde, par une molécule du gaz, que l'on suppose conserver pendant ce temps le mouvement qu'elle possédait à l'instant où elle quittait l'orifice.* Il résulte de cette définition que la vitesse doit se mesurer par le volume de gaz sorti pendant une seconde, et non par sa masse, celle-ci dépendant de sa densité, qui peut changer pendant la durée de l'écoulement.

En admettant, avec D. Bernouilli, que le principe de Torricelli (235) s'applique aux gaz comme aux liquides, la vitesse sera donnée par la formule

$$[1] \qquad v = \sqrt{2gH},$$

dans laquelle H est la hauteur d'une colonne homogène du gaz, équivalente à la différence $h - h'$ des pressions intérieure et extérieure.

Pour évaluer H en partant de la colonne de mercure $h - h'$, remarquons que la densité du mercure étant 13,6, la hauteur d'une colonne d'eau équivalente à $h - h'$ serait $(h - h')$ 13,6. Le poids spécifique de l'air, à 0° et $0^m,76$, étant 0,0013; une colonne d'air de même poids que la colonne de mercure $h - h'$ serait donc $\frac{(h - h')\,13,6}{0,0013}$. Or, en appelant δ la densité du gaz à 0° et sous la pression $0^m,76$, par rapport à l'air dans les mêmes conditions, ce gaz, sous la pression intérieure h, aura pour densité $\delta h : 0,76$; la hauteur d'une colonne de ce gaz produisant la pression, $h - h'$ sera donc $H = \frac{(h-h')\,13,6}{0,0013}\,\frac{0,76}{\delta h}$. En portant cette valeur dans la formule [1], on trouve

$$v = \sqrt{2g\,\frac{(h-h')\,13,6}{0,0013}\,\frac{0,76}{\delta h}}, \quad \text{ou} \quad v = 394^m\sqrt{\frac{h-h'}{h\delta}}, \qquad [2]$$

en remplaçant g par sa valeur 9,8088, et effectuant les calculs. — On a supposé que la température était à 0°; s'il n'en était pas ainsi, au nombre δ il faudrait substituer la densité du gaz à la température donnée, savoir : $\delta : (1 + at)$, a étant la dilatation du gaz pour un degré (210).

On voit que *la vitesse est en raison inverse de la racine carrée de la densité du gaz par rapport à l'air;* elle augmente donc quand la densité diminue; ce que l'on conçoit bien, la masse de la tranche gazeuse qui doit être chassée de l'orifice par la différence $h - h'$ étant proportionnelle à sa densité.

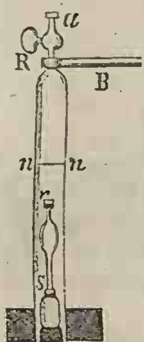


Fig. 362.

Application à la densité des gaz. — M. Bunsen a imaginé un petit appareil (*fig.* 362) au moyen duquel il compare approximativement les densités des gaz, en s'appuyant sur la loi qui précède. Rn est une éprouvette, soutenue par un bras B qui peut être fixé à différentes hauteurs sur un support vertical, au moyen d'une vis de pression. A l'extrémité supérieure est un robinet de verre R, et un ajutage a muni d'une feuille de platine percée d'un trou d'épingle. Après avoir introduit le gaz dans l'éprouvette, on l'enfonce dans une cuve à mercure garnie de glaces, de manière que le niveau extérieur arrive à un trait marqué nn, puis on fixe le bras B. On ouvre ensuite le robinet R, le gaz s'échappe, le mercure monte dans l'éprouvette et soulève un flotteur sr. On mesure, en visant au cathétomètre, le temps qui s'écoule entre les passages successifs devant le trait nn, de deux repères r, s tracés sur le flotteur. En faisant de même pour un autre gaz, on écrira que les densités sont entre elles comme les carrés *des temps* observés.

441. Vitesse dans le vide. — Pour obtenir la vitesse avec laquelle un gaz se précipite dans le vide, il faut faire $h' = 0$ dans la formule [2], et il vient : $v = 394 : \sqrt{\delta}$. Pour l'air, on a $\delta = 1$, et $v = 394^m$; et pour l'hydrogène, $\delta = 0,0688$, et $v = 1,500^m$, quantité plus grande que la vitesse, 800 mètres par seconde environ, d'un boulet de canon au sortir de la pièce.

On voit que ces résultats sont indépendants de la pression du gaz, ce qui se conçoit facilement, car la densité de la tranche gazeuse qui occupe l'orifice étant proportionnelle à la pression, sa masse varie dans le même rapport que la force qui la chasse, la vitesse doit donc rester la même (59).

Il résulte de la formule [2] que, si v et v' sont les vitesses d'écoulement dans le vide, de deux gaz dont les densités sont δ et δ', on aura $v^2 : v'^2 = \delta' : \delta$; on a aussi $v' : v = V' : V$, en appelant V et V' les volumes sortis pendant le même temps. En multipliant ces deux proportions terme à terme, il vient

$$v : v' = V'\delta' : V\delta; \quad \text{ou} \quad v : v' = m' : m; \quad \text{d'où} \quad vm = v'm'$$

en représentant par m et m' les masses de gaz sorties pendant le même temps. C'est à Thomson qu'est due cette formule élégante; elle montre que le produit, par la masse sortie, de la vitesse avec laquelle un gaz se précipite dans le vide est le même pour les différents gaz.

Tout ce qui précède suppose que le gaz sort par un orifice pratiqué en mince paroi, et très-petit par rapport au réservoir qui contient le gaz.

442. Vérifications de la formule de Bernouilli. — On a fait beaucoup d'expériences pour comparer la vitesse donnée par la formule [2] avec la vitesse effective. Pour obtenir cette dernière, on mesure le volume du gaz sorti pendant un nombre t de secondes, en rapportant ce volume à la pression que possède le gaz avant sa sortie. Ce volume, U, divisé par la section s de l'orifice et par le temps t (238), donne pour la vitesse, $v = U : ts$.

Des expériences ont été faites en Suède, en 1782, par Gahn, puis par Banks, en Angleterre, en 1802. M. Lagerhjelm a repris la question vers 1822[1]. Son appareil consistait en une cloche de cuivre remplie d'air et renversée sur l'eau. L'air pouvait s'échapper au dehors par un tuyau courbé en siphon renversé, dont une des branches verticales s'ouvrait sous la cloche au-dessus de l'eau, et dont l'autre portait l'orifice de sortie. La différence de niveau en dedans et en dehors de la cloche mesurait l'excès de pression du gaz intérieur sur l'air extérieur. Les expériences ont été faites sur des orifices en mince paroi, dont le diamètre variait de 1 à 4^{cm}, et sous des excès de pressions de 10 à 20^{cm} d'eau.

Ayant calculé la vitesse de sortie de l'eau sous les mêmes pressions et par les mêmes orifices, M. Lagerhjelm a trouvé qu'elle est à celle de l'air, comme $100 : 2875$, c'est-à-dire en raison inverse des racines carrées des densités des deux fluides. D'où il conclut, comme Banks l'avait déjà fait, que les lois d'écoulement des liquides et des gaz sont les mêmes, quand on a soin de mesurer les pressions par des colonnes formées avec les fluides qui s'écoulent. Ce qui montre que l'hypothèse de Bernouilli est vraie, au moins approximativement.

On peut en conclure aussi que la *veine gazeuse* éprouve la contraction comme la veine liquide, ainsi que l'expérience l'a montré (437); ce qui explique pourquoi la dépense effective est toujours moindre que la dépense théorique. D'Aubuisson a déduit de nombreuses expériences, que le rapport entre ces deux dépenses est 0,65 pour un orifice en mince paroi; 0,93 pour un ajutage

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXI, p. 205.

cylindrique d'une longueur égale à sept ou huit fois son diamètre; et 0,95 pour un ajutage conique un peu évasé. On voit que le rapport relatif à l'orifice en mince paroi diffère peu de celui qui répond à la contraction de la veine liquide. En multipliant par 0,65 la vitesse donnée par la formule [2], on trouve que, pour une différence de pression de 2^{mm}, la vitesse de sortie de l'air est de 20 mètres; et pour 10^{mm}, de 45 mètres par seconde, vitesse à peu près égale à celle du vent dans les ouragans les plus violents.

La formule de Bernouilli ne peut être employée avec quelque sécurité que pour des pressions qui ne dépassent pas de beaucoup 1 mètre d'eau; limite qui n'a pas été dépassée dans les expériences de M. Lagerhjelm et de d'Aubuisson. Il importait d'expérimenter sous des pressions plus fortes; c'est ce qu'ont fait MM. Barré de Saint-Venant et Wantzel, par une méthode très-simple[1]. Un récipient, muni d'une virole portant un petit orifice, était fixé sur la platine d'une machine pneumatique. Après avoir fait le vide, on ouvrait l'orifice pour laisser rentrer l'air, et l'on mesurait successivement les temps pendant lesquels la pression intérieure augmentait de 1 centimètre de mercure.

Cette méthode a conduit au résultat suivant, qui montre que la loi de Bernouilli n'est plus vraie pour des différences de pression aussi considérables : *La vitesse d'écoulement est sensiblement constante depuis l'instant où l'air commence à entrer dans le récipient vide, jusqu'à l'instant où le gaz introduit a acquis une densité égale aux $\frac{2}{5}$ de celle de l'air extérieur. Ensuite la dépense diminue, lentement d'abord, puis avec plus de rapidité.*

413. Vitesse dans les tuyaux de conduite. — Dans les longs tuyaux, la vitesse est diminuée par les frottements sur les parois. Des expériences faites par d'Aubuisson aux mines de fer de Rancié, au moyen d'une trompe de $8^m,40$ de hauteur[2], l'ont conduit aux résultats suivants : *la résistance est proportionnelle à la longueur et au carré de la vitesse, et en raison inverse du diamètre.* La résistance était représentée par la différence des pressions indiquées par deux manomètres disposés aux deux extrémités de la conduite. M. Girard, en 1819, avait déjà énoncé les lois relatives à la longueur et à la vitesse, mais pour des vitesses beaucoup plus faibles; il avait aussi reconnu que la résistance est la même pour le gaz d'éclairage et pour l'air.

D'après d'Aubuisson, le volume d'air qui s'écoule dans l'atmosphère, par un orifice de diamètre d placé à l'extrémité d'une conduite dont le diamètre est D et la longueur L, sous une pression dépassant celle de l'atmosphère, d'une colonne H de mercure, est donné, en mètres cubes, par la formule

$$Q = 2279\sqrt{\frac{HD^5}{L + 47\frac{D^5}{d^4}}}\,; \qquad \text{qui devient} \qquad Q = 2450\sqrt{\frac{HD^5}{L + 47\,D}}\,,$$

[1] *Journal de l'École polytechnique*, t. XVI, 27e cahier.

[2] *Annales de chimie et de physique*, t. XXXIV, p. 380.

quand on a $D = d$, c'est-à-dire quand le tuyau est tout ouvert à son extrémité. On a augmenté le coefficient dans le rapport de 1 à 0,93, parce qu'il n'y a plus de contraction à la sortie.

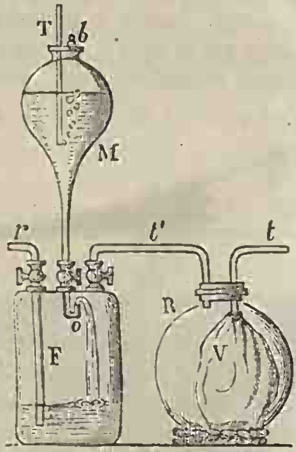


Fig. 363.

441. Ecoulement constant de gaz. — Quand il s'agit d'un volume peu considérable, on met le gaz dans une vessie V introduite dans un vase R hermétiquement fermé et rempli d'air (*fig.* 362). Un tube *t* ajusté à la vessie, et par lequel le gaz doit s'écouler, sort du vase R, dont la tubulure reçoit un second tube *t'* qui communique avec un flacon F rempli d'air. On fait arriver dans ce flacon un courant constant d'eau ou de mercure, au moyen du vase de Mariotte M, dont on règle la vitesse en enfonçant plus ou moins le tube T. L'orifice *o* est relevé, afin d'empêcher l'air du flacon de pénétrer en M. Le liquide, arrivant avec une vitesse constante, la vessie V est toujours comprimée avec la même force.

Gazomètres. — Quand on a affaire à de grandes masses de gaz, par exemple pour le gaz d'éclairage, on emploie le *gazomètre*. Il consiste en une vaste cloche cylindrique C (*fig.* 364) pouvant avoir jusqu'à 30 mètres de diamètre, formée

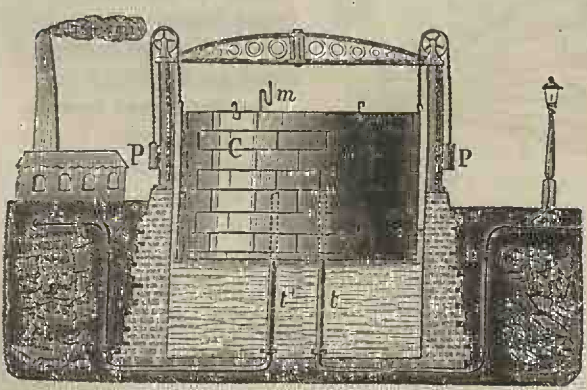


Fig. 364.

de lames de tôle clouées et goudronnées. Cette cloche repose sur l'eau renfermée dans un bassin en maçonnerie, ou dans une grande cuve en fonte. Deux tuyaux t', t, s'ouvrent sous la cloche au-dessus niveau de l'eau. L'un t' amène le gaz, de l'usine où on le prépare, et l'autre t, le conduit où il doit être utilisé. La cloche est soutenue par des contre-poids P, P, attachés à des chaînes qui passent sur des poulies. Comme le gazomètre s'enfonce dans l'eau à mesure que le gaz s'écoule par le tuyau t, la pression, qui ne dépasse celle de l'atmosphère que de quelques centimètres d'eau, tend à diminuer, à cause de la perte de poids des portions qui pénètrent au-dessous du niveau. Cette diminution est en partie compensée par le poids des chaînes, qui s'allongent du côté du gazomètre et se raccourcissent du côté des contre-poids. Il serait facile de calculer le poids que devrait avoir l'unité de longueur des chaînes pour qu'il y eût compensation complète, comme l'a fait M. Girard, avec le petit gazomètre qui lui a servi à ses expériences sur la vitesse d'écoulement des gaz (443).

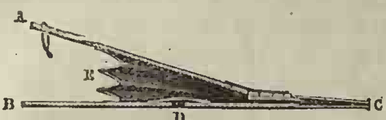


Fig. 365.

445. Machines soufflantes. — Le *soufflet* est l'instrument le plus ancien qu'on ait employé pour produire un courant d'air. Homère en fait mention en décrivant les forges de Vulcain. Le soufflet ordinaire (*fig.* 365) se compose de deux tablettes, A,B, réunies par une feuille de cuir, E, que soutiennent des cerceaux. En o est une soupape qui s'ouvre de dehors en dedans. Quand on écarte les tablettes, la capacité intérieure augmente, et l'air extérieur s'introduit en soulevant la soupape o. Quand ensuite on rapproche les tablettes, cette soupape se ferme, et l'air est chassé par la tuyère c.

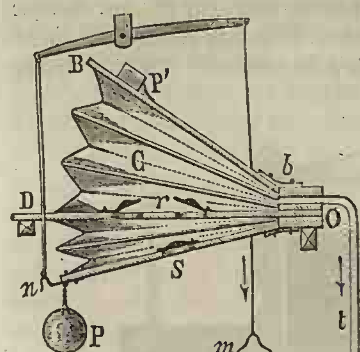


Fig. 366

Soufflet à vent continu. — Dans le soufflet ordinaire, le jet de gaz est intermittent. Quand on veut un jet continu, on se sert du soufflet à double vent (*fig.* 366), employé surtout dans les forges. Il est formé de trois tablettes; deux, Bb et no, sont mobiles, et la troisième, OD, réunie aux deux autres par des lames de cuir soutenues en dedans par des cerceaux, est fixe et divise l'appareil en deux compartiments, dont un, C, communique avec la tuyère. L'air s'introduit dans l'autre, par la soupape S, et peut passer en C par les soupapes r. Quand on soulève la tablette no, l'air est comprimé dans le compartiment inférieur, la soupape S se ferme, et l'air, pénétrant dans l'espace C, par les soupapes r, soulève la tablette bB, en même temps qu'une partie s'écoule par la tuyère t. Si on laisse ensuite retomber la tablette, on, qui est tirée par un poids P, les soupapes r se ferment, et l'air extérieur entre par la soupape S. Pendant ce temps, l'écoulement du gaz continue par la tuyère, à cause d'un poids P′ qui charge la tablette B*b*; seulement, le courant d'air est un peu plus faible que pendant qu'elle est soulevée. — Dans les soufflets d'appartement à vent continu, le poids P′ est remplacé par un ressort qui tend à rapprocher les tablettes B*b* et *o*D.

Machines soufflantes à piston. — Dans les forges, les fonderies de fer, on emploie des souffleries à piston, qui ne sont que des machines de compression gigantesques à double effet, mues par la vapeur ou par un cours d'eau. La tige *c* du piston P (*fig.* 367) traverse une boîte à étoupe. L'air extérieur entre dans le corps de pompe, par les soupapes *c′*,*c‴*, et en sort par les soupapes *c*,*c″*. Quand le piston descend, *c′* s'ouvre, et *c* se ferme; tandis que l'air comprimé au bas du corps de pompe fait fermer les soupapes *c‴* et s'échappe par la soupape *c″*. Quand le piston remonte, les soupapes jouent en sens inverse, et l'air est chassé de la partie supérieure du corps de pompe dans le tuyau de sortie D. — Pour amortir le choc de l'air poussé aussi violemment, et pour en régulariser l'écoulement, on le fait arriver souvent dans un vaste réservoir sphérique, d'où partent les tuyaux destinés à conduire le vent. Il y a de ces machines qui lancent plus de 200 mètres cubes d'air par minute, avec une vitesse d'une centaine de mètres par seconde, sous une pression d'une demi-atmosphère.

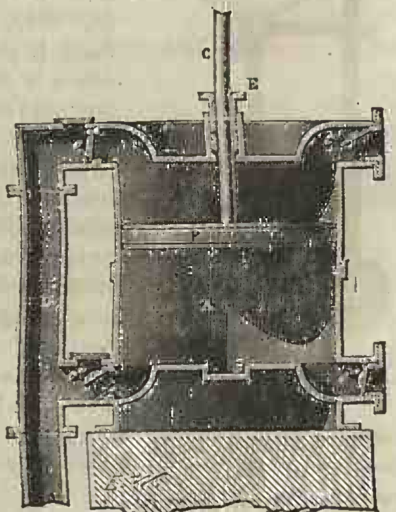


Fig. 367.

§ 7. — MÉLANGE ET DIFFUSION DES GAZ. — ACTION DES LIQUIDES ET DES SOLIDES

I. Mélange des gaz entre eux.

446. Diffusion des gaz. — Nous avons vu que les liquides mélangés qui *n'ont pas d'action chimique les uns sur les autres*, se séparent et se superposent par ordre de densité (205). Il n'en est pas de même des gaz : non-seulement ils ne se séparent pas quand ils sont mélangés, mais encore, si on les superpose en plaçant les plus denses en dessous, ils finissent par se mélanger, même lorsqu'ils ne communiquent que par des ouvertures imperceptibles. Le mouvement de ces gaz les uns vers les autres constitue la *diffusion des gaz.*

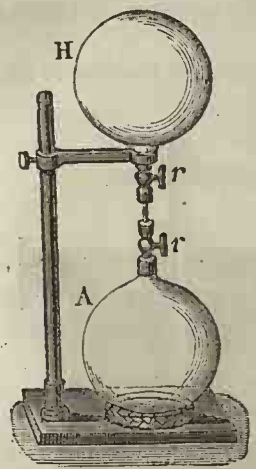


Fig. 368.

Berthollet a fait à ce sujet une expérience célèbre : il remplit d'*acide carbonique* un ballon A (*fig.* 368), réuni par un tube étroit à un second ballon H placé au-dessus et rempli de *gaz hydrogène* à la même pression et à la même température que l'acide carbonique. Les robinets r, r ayant été fermés, l'appareil fut placé dans les caves de l'observatoire de Paris, dont la température est invariable. Quand les ballons eurent pris cette température, les robinets furent ouverts, et au bout de quelque temps on trouva dans chaque ballon un mélange uniforme d'acide carbonique et d'hydrogène, malgré la différence entre les densités des deux gaz.

447. Loi du mélange des gaz. — Berthollet trouva que la pression n'avait pas changé dans les ballons. Ce fait est un cas particulier de la loi suivante découverte par Dalton : *Dans un mélange de plusieurs gaz, la pression exercée par chacun d'eux est la même que s'il était seul.*

Pour démontrer cette loi, on prend plusieurs éprouvettes graduées reposant sur le mercure, et dans lesquelles on introduit différents gaz secs. On observe les volumes v, v', v''.... de ces gaz, et les pressions p, p', p''... auxquelles ils sont soumis. Ces pressions s'obtiennent en retranchant de la hauteur du baromètre, la colonne de mercure qui s'élève dans chaque éprouvette au-dessus du niveau extérieur. On transvase ensuite ces différents gaz dans une autre éprouvette graduée pleine de mercure, et l'on observe le volume V et la pression P du mélange. Si les gaz se comportent comme s'ils étaient seuls, leurs pressions sous le nouveau volume V, seront

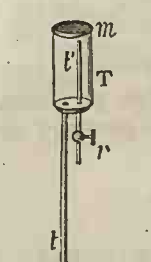


Fig. 369.

$$p\frac{v}{V},\quad p'\frac{v'}{V},\quad p''\frac{v''}{V}\cdots,$$

et l'expérience montre que la pression P est précisément égale à la somme de ces quantités, on a donc

$$PV = pv + p'v' + p''v''....$$

Un gaz en présence d'un autre, se comporte donc, dans l'état d'équilibre, comme en présence d'un espace vide dans lequel son élasticité le forcerait à se répandre.

448. Diffusion à travers des cloisons poreuses. — Quand deux gaz sont séparés par une cloison poreuse sèche, la diffusion peut encore avoir lieu; mais alors, comme dans l'*osmose* (338), les pressions ne sont plus les mêmes de chaque côté de la cloison, et les gaz y sont mélangés dans des proportions différentes. Pour montrer cette diffusion, qui est d'autant plus rapide que les densités des gaz en présence diffèrent davantage, on peut adapter la plaque poreuse *m*, à l'extrémité d'un gros tube de verre T (*fig*. 369) auquel sont ajustés, au moyen d'un bouchon, deux tubes étroits *t*, *t'*. Le premier *t* plonge dans une cuvette *c* contenant de l'eau ou du mercure, le second, muni d'un robinet *r*, s'enfonce presque jusqu'à la plaque *m*. On fait arriver un courant de gaz, d'hydrogène, par exemple, par le tube *t'*; quand ce gaz, en sortant en *c*, a entraîné tout l'air, on ferme le robinet *r*, et l'on voit le liquide monter rapidement en *t;* l'hydrogène sortant à travers la plaque poreuse, pendant que l'air s'introduit dans le tube T, mais en quantité beaucoup plus faible. La plaque *m* peut être faite de plâtre, craie, argile ou porcelaine dégourdie, plombagine artificielle. Si l'on remplace le tube T par un de ces vases de terre demi-cuite qui entrent dans la construction des piles voltaïques, le liquide monte encore plus rapidement, la diffusion se faisant par toute la surface du vase.

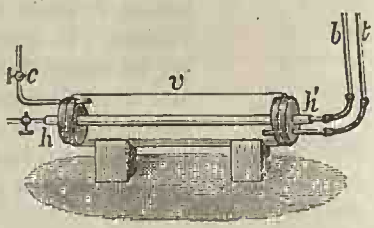


Fig. 370.

M. H. Sainte-Claire Deville dispose l'expérience de manière à la rendre frappante. Un tube poreux *hh'* (*fig*. 370), enveloppé d'un manchon de verre *v* fermé à ses extrémités par des bouchons, est traversé de *h* en *h'* par un courant d'hydrogène qu'on peut enflammer en *b*. Mais, dès qu'on fait passer dans le manchon un courant d'acide carbonique, entrant par le robinet *c* et sortant en *t*, on voit la flamme s'affaiblir en *b*, puis s'éteindre, après avoir mis le feu au gaz qui s'échappe en *t;* il s'est donc fait un échange des deux gaz à travers le tube poreux.

449. Expériences de Th. Graham. — Il résulte de ces expériences, que les *vitesses* des deux gaz qui se mélangent à travers une cloison poreuse, *sont en raison inverse des racines carrées de leurs densités*, comme si ces gaz se précipitaient dans le vide (441). Graham opérait avec un tube à boule (*fig*. 371) qu'il nomme *diffusiomètre*, fermé à sa partie supérieure par une plaque poreuse, et qu'il remplissait d'hydrogène, après avoir enveloppé la plaque d'une feuille de gutta-percha attachée avec soin. Dès que cette feuille était enlevée, l'eau dans laquelle plongeait le tube montait rapidement, et si le tube était enfoncé peu à peu de manière que le niveau fût toujours le même en dedans et en dehors, tout l'hydrogène avait disparu au bout d'une heure environ, et était remplacé par une quantité d'air qui n'avait que le quart à peu près de son volume. D'autres gaz ont donné des résultats semblables mais moins prononcés.

L'entrée de l'air et la sortie de l'hydrogène se font, à chaque instant, sous l'influence de forces égales; car, si l'on désigne, à un moment donné, par a et b les volumes, sous la pression atmosphérique P, des gaz mélangés dans le tube, on a, d'après la loi de Mariotte, pour la pression de l'hydrogène qui reste, tendant à le faire sortir, $P\frac{b}{a+b}$. La pression de l'air entré est $P\frac{a}{a+b}$, mais l'air extérieur ne tend à entrer qu'en vertu de la différence entre cette pression et celle de l'atmosphère, différence égale à $P - P\frac{a}{a+b} = P\frac{b}{a+b}$, force égale à celle qui tend à faire sortir l'hydrogène.

En comparant les volumes de gaz sortis et entrés quand tout le gaz intérieur s'est dissipé, Graham a trouvé que ces volumes sont sensiblement en raison inverse des racines carrées des densités. Thomson[1], en discutant les expériences de Graham, a admis que les vitesses d'entrée et de sortie étaient à chaque instant dans ce même rapport; et il en concluait que le rapport des vitesses était le même que lorsque les gaz s'écoulaient dans le vide. Mais cette conclusion n'est pas exacte; car la vitesse de sortie d'un gaz est donnée (440) par la formule

$$v = 394^{m}\sqrt{\frac{h-h'}{h\delta}}.$$

Pour l'hydrogène, on a $h' = 0$, puisque ce gaz passe dans une atmosphère où il n'en existe pas, et pour l'air, on a

$$h - h' = P\frac{b}{a+b}, \quad \text{et} \quad h = P;$$

Fig. 371.

les vitesses sont donc $394\sqrt{\frac{1}{\delta}}$, et $394\sqrt{\frac{Pb}{(a+b)\delta'}}$; quantités qui ne sont pas en raison inverse des racines des densités δ et δ' des deux gaz.

450. Explication de la diffusion. — Pour expliquer le mélange des gaz en contact direct, Dalton supposait que les molécules gazeuses de nature différente n'exerçaient pas d'action les unes sur les autres, hypothèse bien difficile à admettre. D'ailleurs, l'absence d'action est inutile pour expliquer la loi des pressions; car, si dans un vase qui contient un gaz, on introduit une nouvelle quantité *du même gaz*, cette nouvelle quantité se comportera comme si elle était

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LVI, p. 205.

seule, pour déterminer l'accroissement de pression; et cependant ses molécules agissent sur celles de la première portion, comme elles agissent entre elles.

Pour expliquer la diffusion, remarquons d'abord que, sous l'état gazeux, les molécules sont très-éloignées les unes des autres. La surface de séparation de deux gaz présente donc au passage de chacun d'eux, de vastes pores, dans lesquels ils peuvent pénétrer pour se mélanger. Il suffira, pour produire le mouvement, de la plus faible inégalité entre les actions des molécules d'espèce différente. Or, cette inégalité existe, puisque la loi de Mariotte ne se vérifie pas exactement, et que l'écart n'est pas le même pour les différents gaz. L'équilibre n'existera donc pas à la surface de séparation de deux gaz différents, et l'équilibre hydrostatique ne sera établi que lorsque le mélange sera uniforme. De là le phénomène de la diffusion. Enfin, la différence de grosseur des molécules, peut concourir, et suffirait même, à la rigueur, à expliquer la diffusion, d'autant plus que l'expérience montre que les gaz qui se mélangent le plus promptement sont ceux dont les densités diffèrent le plus.

Quand il y a une cloison poreuse, les deux gaz se glissent avec des vitesses différentes, à travers les pores, qui opposent des résistances inégales à leur passage. Ces pores ne permettant pas l'écoulement mécanique des gaz en masse, mais seulement le passage par molécules, il s'établit une différence de pression de chaque côté.

Dans l'hypothèse qui sert aujourd'hui à concevoir la constitution des gaz, dont les molécules seraient animées d'un mouvement de projection, en se choquant mutuellement, et frappant les obstacles ce qui produit la pression que supportent ces obstacles (175), on s'explique facilement la diffusion. Les molécules des deux gaz, dont la vitesse de projection n'est pas la même, sont lancées dans les espaces qui séparent les molécules de l'autre gaz, soit directement, soit à travers les pores d'une cloison interposée. Quand le gaz est le même de chaque côté de cette cloison, le mouvement des molécules gazeuses à travers les pores a encore lieu, mais ne peut donner lieu à des effets appréciables, les volumes qui passent dans les deux sens étant égaux. Si les deux gaz ont même densité, comme l'azote et l'oxyde de carbone, il n'y a pas de changements de pression, mais l'échange est décélé par le mélange des deux gaz. L'hypothèse du mouvement moléculaire dans les gaz pour expliquer leur force élastique a été émise par D. Bernouilli; c'est M. Hrepath qui l'a fait revivre et l'a appliquée le premier à l'explication de la diffusion.

On remarque généralement que les gaz qui se diffusent le plus rapidement sont les moins denses. Or, nous verrons plus tard que les faits ont conduit à admettre qu'un même volume des divers gaz, sous la même pression et à la même température, contient un nombre égal de molécules; d'où l'on a conclu que les poids atomiques des gaz simples sont proportionnels aux densités de ces gaz. La plus faible résistance que les moins denses éprouvent à passer par des espaces

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LI, p. 166.

imperceptibles peut donc s'expliquer en admettant que leurs molécules, moins pesantes, sont aussi plus fines.

Cette supposition, au moins pour le gaz hydrogène, est confirmée par les expériences suivantes, faites par Dœbéreiner et répétées par Magnus[1]. Si l'on renferme du gaz hydrogène dans une éprouvette de verre fêlée et posée sur l'eau ou le mercure, le gaz sort par la fente, sans que l'air vienne le remplacer, et le liquide monte dans l'éprouvette jusqu'à une hauteur qui peut aller, pour l'eau, à 7 ou 8 centimètres. Les cloches de verre tubulées et fermées avec un bouchon à l'émeri et non graissé, laissent aussi sortir le gaz hydrogène jusqu'à un certain degré de raréfaction, et l'air n'entre pas à sa place.

Sœmmering a aussi constaté qu'une vessie sèche laisse passer la vapeur d'eau et arrête celle de l'alcool; car, si l'on ferme avec un morceau de vessie un vase contenant de l'alcool étendu d'eau, au bout de quelques mois cet alcool est beaucoup plus concentré qu'auparavant.

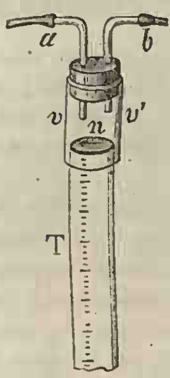


Fig. 372.

451. Diffusion simple. — Il est évident que la loi des vitesses en raison inverse des racines carrées des densités de deux gaz se croisant à travers une lame poreuse, ne peut s'appliquer aux cas qui précèdent, où l'une des vitesses est nulle. Il était donc naturel de chercher à comparer entre elles les vitesses des gaz passant isolément par diffusion à travers une plaque poreuse, pour se dissiper dans le vide ou dans un espace rempli du même gaz moins comprimé. C'est ce qu'a fait Graham, qui a donné le nom de *diffusion simple* à ce phénomène, et a opéré au moyen des deux appareils suivants :

Le premier, dont la disposition est due à M. Bunsen, consiste en un tube vertical divisé, T (*fig.* 372), fermé par la plaque poreuse *n*, et surmonté d'une petite chambre de verre *vv'*. Le tube T plonge dans une cuvette de mercure, liquide dont on le remplit d'abord jusqu'en *n*. On fait ensuite passer un courant de gaz dans la chambre *vv'*, par les tubes *a* et *b*, le mercure descend, et quand sa hauteur est de 100^{mm}, on fait en sorte que le niveau reste constant en soulevant peu à peu le tube T. Pour faciliter cette manœuvre, ce tube est fixé à une tablette qu'on fait glisser entre deux coulisses verticales, en agissant sur une vis de rappel dont la tête est garnie de dents. On fait tourner cette vis au moyen d'un pignon mû de loin par l'intermédiaire d'une baguette articulée, pendant qu'on vise le niveau du mercure à travers une petite lunette. L'expérience consiste à mesurer le temps qu'il faut à une longueur de 10^{mm} du tube pour dépasser le niveau du mercure maintenu constant.

L'autre appareil, destiné à étudier la diffusion dans le vide, consiste en un tube barométrique divisé, plongeant dans une cuvette profonde *cc'*, et dont la chambre

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXVIII, p. 205, et 4e série, t. II, p. 107.

se compose d'une cloche renversée fermée par une plaque épaisse de gutta-percha. Cette plaque est traversée par un gros tube de verre *t*, fermé par la plaque poreuse, *n*, et dans lequel on fait passer le courant de gaz au moyen des tubes *a* et *b*. Ce *diffusiomètre barométrique* est soutenu et équilibré par un cordon à contre-poids P passant sur une poulie. Pour faire une expérience, on commence par enfoncer le tube B de manière à le remplir totalement de mercure, l'air sortant en *r* par un tube de caoutchouc qu'on ferme ensuite au moyen d'une ligature. Puis on soulève le tube B, dont la chambre supérieure se vide, on le fixe, et l'on fait passer le gaz en *atb*, le mercure descend, et l'on mesure le temps que met le niveau à parcourir l'espace compris entre deux divisions marquées d'avance.

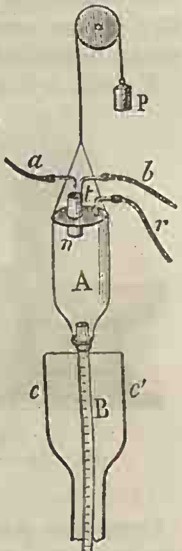


Fig. 373.

Voici les résultats des expériences faites, au moyen de ces deux appareils, sur l'*oxygène*, l'*air*, l'*hydrogène* et l'*acide carbonique :* 1° La vitesse de passage d'un même gaz est proportionnelle à la pression, comme Faraday et M. Bunsen l'ont aussi constaté de leur côté.

2° Quand les gaz passent à travers une lame de graphite artificiel comprimé, dont les pores sont très-fins, les *vitesses* déduites des temps *sont proportionnelles aux racines carrées des densités*, comme lorsqu'il s'agit de l'écoulement en mince paroi. Mais quand la lame poreuse est de plâtre, la loi se trouve sensiblement en défaut, le temps employé par le gaz le plus dense étant plus court qu'elle ne l'indique. Avec une plaque de biscuit (porcelaine à demi-cuite), l'écart est moins prononcé. .

Graham rend compte de ces résultats en remarquant que le passage d'un gaz à travers une lame poreuse peut se faire de deux manières : 1° Par la *diffusion*, qui n'affecte que les molécules projetées isolément dans les pores; 2° par *effusion*, c'est-à-dire transport ou écoulement du gaz en masse, à travers les pores, qui lui opposent une résistance analogue à un frottement, comme dans les tubes capillaires. Cette résistance augmente très-rapidement avec la longueur et la finesse des tubes, suivant une loi inconnue; mais on conçoit qu'après une certaine longueur, le gaz ne puisse plus s'écouler mécaniquement. Il ne peut passer alors que par un mouvement moléculaire ou par *diffusion*, et c'est ce mouvement dont la vitesse varie en raison inverse de la densité ou du poids atomique des gaz. Une lame de plombagine comprimée, de $0^{mm},5$ d'épaisseur, est précisément dans ce cas; mais le biscuit et surtout le plâtre, dont les pores sont beaucoup plus grossiers, laissent passer le gaz par effusion en même temps que par diffusion, et la loi ne peut plus se reconnaître.

452. Atmolyse. — Graham, au moyen des diffusiomètres (*fig.* 372 et 373) a constaté que si l'on présente à une lame de graphite un mélange de deux gaz, ces gaz la traversent avec des vitesses différentes, chacun d'eux se comportant comme s'il était seul; de sorte que le mélange n'est plus dans les mêmes proportions. Le changement de composition de ce mélange est d'autant plus prononcé, que la pression sous laquelle se fait la diffusion est plus grande. Par exemple, un mélange de volumes égaux d'oxygène et d'hydrogène, après avoir traversé la plaque de graphite sous une différence de pression de 100^{mm} dans le diffusiomètre (*fig.* 372), ne contient plus que 47 pour 100 d'oxygène; et quand la différence de pression est de 747^{mm}, que 22,8 pour 100, contre 77,2 d'hydrogène. L'air, qui se compose de 21 d'oxygène contre 79 d'azote, après avoir traversé une plaque de graphite de 2^{mm} d'épaisseur, ne contient plus que 20 d'oxygène contre 80 d'azote. La différence est faible parce que ces deux gaz ont des densités très-rapprochées.

Il résulte de là que dans l'*interdiffusion* de l'hydrogène dans l'air au moyen du tube primitif (*fig.* 371), l'air introduit doit contenir moins d'oxygène que l'air atmosphérique; c'est, en effet, ce qui a été vérifié par l'expérience.

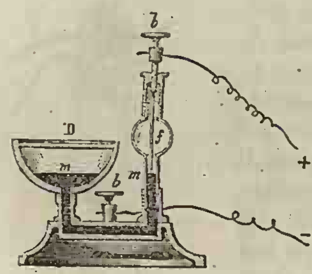


Fig. 374. — 1/4.

Graham appelle *atmolyse*, cette séparation partielle des gaz mélangés. Pour la réaliser d'une manière pratique, il emploie un *tube atmolyseur* disposé comme celui de l'appareil (*fig.* 370). On pompe l'air du manchon par le tube *t*, le robinet *c* étant fermé, pendant qu'on fait passer le mélange gazeux à travers le tube poreux; on recueille le gaz en *b*, et l'on trouve que la proportion du gaz le moins dense a diminué.

L'expérience prouve que certains gaz peuvent passer à travers des lames qui ne présentent pas de pores apparents, comme le caoutchouc, et même les métaux; mais nous n'étudierons ces faits curieux qu'après avoir parlé de ce qui se passe quand les gaz sont mis en rapport avec les liquides, parce qu'il y a une analogie évidente entre ces deux sortes de phénomènes (462).

453. Applications. — M. Ansell a fait une ingénieuse application de la diffusion, à la recherche des gaz étrangers qui peuvent se trouver répandus dans l'atmosphère. Quand il s'agit de gaz moins denses que l'air, l'appareil (*fig.* 374) consiste en une espèce de coupe fermée par une plaque d'argile poreuse D, et communiquant avec un tube de verre deux fois recourbé contenant du mercure. Le gaz mêlé à l'air, se diffusant plus rapidement que l'air intérieur, refoule le mercure, dont on peut constater l'élévation de niveau, soit dans un tube capillaire placé en *fm*, soit au moyen d'un *courant électrique*. Ce courant passe par les boutons *b,b* et par la tige *f*, où il est interrompu tant qu'elle ne touche pas le mercure; mais dès que le niveau s'élève en *mf*, le courant est établi, et fait sonner un carillon analogue à ceux qui servent aux signaux télégraphiques, et l'on est averti de la présence d'un gaz étranger dans l'air.

Cet appareil sert à reconnaître la présence du *grisou* dans les galeries des mines, celle du gaz d'éclairage quand il s'échappe des tuyaux qui le contiennent. Appliqué à ce dernier cas, il porte le nom de *cherche-fuites*.

Quand le gaz dont on veut déceler la présence est plus dense que l'air, comme l'acide carbonique, qui s'accumule souvent dans les espaces confinés, c'est l'air renfermé sous la plaque poreuse qui sort le plus rapidement. L'appareil est alors modifié comme on le voit (*fig.* 375). La tige *f* par laquelle doit passer le courant électrique traverse la plaque poreuse D, et, la pression diminuant en *m*D, le mercure monte en *m* poussé par l'élasticité de l'air contenu dans le réservoir C que l'on a fermé par un bouchon.

Citons encore l'*indicateur barométrique* de M. Ansell, construit par M. J. Salleron ainsi que les deux appareils précédents. Ce nouvel instrument consiste en un petit *baromètre holostérique* (369) bien clos, et sur le fond duquel est appliquée une boite fermée par une plaque poreuse. Après avoir dégagé un petit orifice, pour que l'air intérieur se mette en équilibre de pression avec l'atmosphère, pendant que l'instrument en prend la température, on ferme cet orifice, et l'on porte l'appareil dans le milieu à explorer. Si l'air est mêlé d'un gaz moins dense que lui, l'aiguille marche de manière à indiquer une augmentation de pression; c'est le contraire quand le gaz est plus dense que l'air. Au moyen de la table suivante, on peut, pour deux gaz particuliers, déterminer approximativement la proportion de gaz mêlé à l'air en centièmes, pour une variation de pression connue.

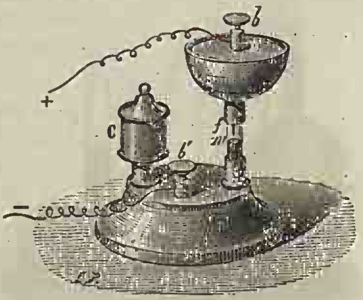


Fig. 375.

GRISOU		ACIDE CARBONIQUE	
Proportion de gaz pour cent.	Augmentation de pression.	Proportion de gaz pour cent.	Diminution de pression.
1	$0^{mm},21$	1	$0^{mm},38$
3	0 ,72	3	1 ,27
5	1 ,51	5	2 ,03
10,5	3 ,31	10	4 ,06
15,5	5 ,51	15	6 ,10
20	8 ,14	20	8 ,38
50	20 ,34	50	20 ,83
100	42 ,62	100	41 ,66

II. Absorption des gaz par les liquides.

454. Phénomène de l'absorption. — Lorsqu'un gaz est mis en contact avec un liquide, l'eau, par exemple, il peut y avoir action chimique, et le gaz se dissout en se combinant avec ce liquide. Quand il n'y a pas action chimique, une partie du gaz est encore absorbée, mais elle est très-petite. C'est ainsi que l'eau naturelle contient toujours un peu d'air, comme on peut le reconnaître par divers moyens. C'est alors un phénomène physique. La masse d'un même gaz ainsi mélangé avec un liquide, augmente d'une manière continue avec la pression, et il suffit de faire le vide autour du liquide pour qu'il abandonne le gaz dissous. Ce gaz apparaît alors sous forme d'une multitude de petites bulles qui montent à la surface. Si l'eau est renfermée dans une éprouvette renversée dans une petite cuvette contenant du même liquide, le gaz qui se dégage se rend au haut de l'éprouvette où il forme une grosse bulle quand on rétablit la pression atmosphérique. Bientôt cette bulle disparaît en se dissolvant dans l'eau. C'est par ce moyen que Boyle, et les académiciens de Florence, découvrirent l'air dissous dans l'eau. L'air se sépare encore de l'eau par une forte compression ou par la congélation; de là l'origine de ces petites bulles allongées dont sont souvent criblés les blocs de glace. D'autres liquides que l'eau possèdent la propriété de dissoudre certains gaz. D'après Morren, le mercure lui-même serait dans ce cas.

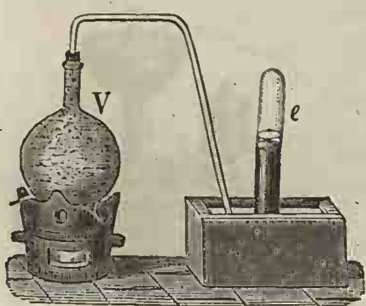


Fig. 376.

Quand on veut recueillir les gaz dissous dans un liquide et en mesurer approximativement la quantité, on remplit de ce liquide un ballon de verre V (*fig.* 376), muni d'un tube de dégagement également rempli de ce liquide, et on le porte à l'ébullition pendant quelques minutes. Les gaz dissous se séparent, et on les recueille sur le mercure dans une éprouvette graduée *e*. En faisant l'analyse du mélange recueilli, on connaît la proportion de chacun des gaz que contenait le volume de liquide sur lequel on a opéré.

455. Lois de Henry et Dalton. — Après des recherches de Priestley et Cavendish; Henry et Dalton, chacun de leur côté, sont arrivés aux lois suivantes, qui sont loin d'être aussi exactes, comme nous allons le voir, qu'on ne l'a cru pendant longtemps :

1° *La température étant constante, un liquide dissout toujours une même fraction de son volume d'un gaz, quelle que soit la pression extérieure de ce gaz,* *le volume dissous étant rapporté à cette pression.* Cette loi peut aussi s'énoncer ainsi : *les poids d'un même gaz dissous sont proportionnels à sa pression.* On peut encore dire qu'*il y a un rapport constant, quelle que soit la pression, entre la densité du gaz dissous, et celle de l'atmosphère du même gaz qui se trouve au-dessus du liquide après l'absorption.* Ce rapport se nomme le *coefficient d'absorption* du gaz. Pour l'acide carbonique, l'oxygène, l'azote et l'hydrogène, ce coefficient est égal à 1; 0,046; 0,025; 0,02, à la température de 10° à 12°.

2° *Lorsque plusieurs gaz se trouvent en présence d'un même liquide, chacun d'eux est absorbé comme s'il était seul;* chaque gaz étant rapporté à sa pression particulière dans le mélange gazeux *après l'absorption.* Cette seconde loi, due à Dalton, explique pourquoi l'air dissous dans l'eau est plus riche en oxygène que l'air atmosphérique, qui contient 0,21 de ce gaz et 0,79 d'azote. En effet, l'eau dissout 0,046 d'oxygène rapporté à la pression particulière, $H \cdot 0{,}21$, de ce gaz dans l'atmosphère, H étant la pression atmosphérique. Sous la pression H, ce volume deviendrait $0{,}046 \times 0{,}21 = 0{,}00966$. L'eau dissout 0,025 d'azote sous la pression $H \times 0{,}79$, volume qui devient $0{,}025 \times 0{,}79 = 0{,}01975$ à la pression H. L'eau contient donc 0,00966 d'oxygène contre 0,01975 d'azote, ou environ 33 pour cent d'oxygène et 67 d'azote; ce que l'expérience confirme. — C'est au moyen de l'oxygène dissous dans l'eau que respirent les poissons et les autres animaux aquatiques.

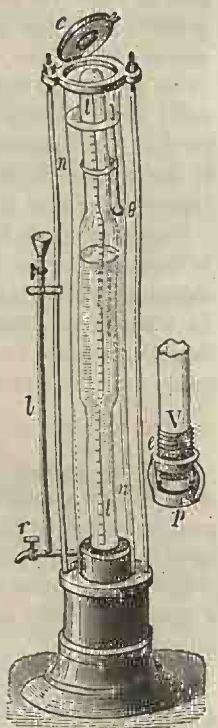


Fig. 377.

456. Expériences de Bunsen. — Les lois qui précèdent ont été soumises à de nouvelles vérifications, par Bunsen, au moyen d'une méthode plus précise que celles qu'on avait suivies avant lui; il a étudié, en outre, l'influence de la chaleur sur le coefficient d'absorption[1].

L'appareil, nommé *absorptiomètre*, employé dans ces expériences, est représenté (*fig.* 377). Le mélange du gaz avec le liquide se fait dans une éprouvette *tt* renflée dans sa partie moyenne et calibrée avec soin. L'extrémité inférieure porte une virole à vis, représentée à part en V, qui s'ajuste dans un écrou *e*, de manière qu'on peut, en faisant tourner la vis, appuyer fortement contre l'ouverture de l'éprouvette une plaque *p* garnie de caoutchouc. La pièce *ep* s'ajuste dans une cavité de l'appareil. Un manchon de verre *nn* enveloppe le tube, que l'on peut fermer au moyen d'un couvercle *c*, qui s'appuie sur l'éprouvette et sert à la maintenir.

Avant de visser la pièce *ep*, on remplit l'éprouvette de mercure sec, on la

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLIII, p. 496.

renverse sur une cuve à mercure et l'on y fait passer une certaine quantité de gaz sec, dont on mesure le volume, la pression et la température. On y introduit ensuite de l'eau purgée d'air par l'ébullition, au moyen d'un flacon muni d'un bec qu'on a scellé pendant que l'eau était bouillante, et dont on brise la pointe sous le mercure. On visse ensuite la pièce *cp*, sous le mercure, après quoi on l'ajuste au pied de l'appareil. On verse ensuite dans le manchon, du mercure dont on peut faire varier le niveau au moyen du tube latéral *l* et du robinet *r*, puis de l'eau. On dévisse ensuite un peu l'éprouvette pour que l'équilibre de pression s'établisse entre son intérieur et le manchon, puis on l'abaisse de manière à la fermer, et l'on agite vivement l'appareil pour dissoudre le gaz. On ouvre de nouveau l'éprouvette pour rétablir la pression à l'intérieur, on l'agite après l'avoir refermée; et ainsi de suite, jusqu'à ce que le volume du gaz ne paraisse plus diminuer. On observe alors ce volume, la température, donnée par le thermomètre 0, et la différence des niveaux de l'eau et du mercure dans l'éprouvette et dans le manchon.

Supposons que la température n'ait pas varié, et désignons par V et P le volume et la pression du gaz au commencement de l'expérience, par v et p les mêmes quantités à la même température, à la fin, et par u le volume du liquide. La température n'ayant pas varié, les pressions pourront être prises pour les densités, la masse du gaz avant l'absorption sera VP, et après l'absorption, $vp + upx$, en représentant par x le coefficient d'absorption. Égalant ces deux valeurs, on aura $x = \frac{1}{u}\left(\frac{VP}{p} - v\right)$.

Par cette méthode, M. Bunsen a trouvé les lois de Henry et Dalton exactes, dans les mêmes limites que la loi de Mariotte pour l'air. La vérification de la loi pour les mélanges gazeux s'est faite en comparant la composition du mélange après l'absorption, déduite de cette loi, avec celle que donnait l'analyse chimique.

La chaleur modifie en général le coefficient d'absorption, a. Bunsen a déduit d'expériences faites sur divers gaz, de 0° à 20°, les formules empiriques suivantes :

Azote.	$a = 0{,}020346 - 0{,}00053887\,t + 0{,}000011156\,t^2$
Oxyde de carbone.	$a = 0{,}032874 - 0{,}00081632\,t + 0{,}000016421\,t^2$
Gaz des marais.	$a = 0{,}05449 - 0{,}0011807\,t + 0{,}000010278\,t^2$
Gaz oléfiant.	$a = 0{,}25629 - 0{,}00913631\,t + 0{,}000188108\,t^2$
Acide carbonique..	$a = 1{,}7967 - 0{,}07761\,t + 0{,}0016424\,t^2$

Le coefficient d'absorption du *gaz hydrogène*, égal à 0,0193, ne varie pas sensiblement avec la température. Celui de l'*oxygène* n'a pu être obtenu par la méthode ci-dessus, le gaz pur étant absorbé par le mercure. Bunsen a procédé en faisant l'analyse de l'air extrait de l'eau; et ayant trouvé les mêmes résultats, de 1° à 23°, il en a conclu que les coefficients de l'oxygène et de l'azote varient de la même manière avec la température, et que le rapport de ces coefficients est égal à 2,0225. Si l'on désigne par A le coefficient de l'air, par a celui de l'azote et par o celui de l'oxygène, et si l'on admet que 100 d'air en volume contiennent 20,96 d'oxygène et 79,04 d'azote, la loi conduit à la formule $A = 0{,}2096\, o + 0{,}7904\, a$.

M. Carius a appliqué la méthode de Bunsen à la détermination des coefficients d'absorption de divers gaz par l'alcool absolu entre 0° et 25°, et il les a représentés aussi par des formules empiriques de la forme $a = \alpha - \beta t + \gamma t^2$. Pour l'*oxygène* et l'*azote*, a est indépendant de t. Enfin, M. Schœnfeld a évalué par la méthode chimique, les coefficients d'absorption dans l'eau, du chlore, de l'acide sulfureux et de l'acide sulfhydrique, entre 0° et 20°; et MM. Roscoe et Dittmar [1] ont opéré, par une méthode spéciale, sur l'acide chlorhydrique et le gaz ammoniac. Pour ces deux gaz, dont l'eau dissout jusqu'à 800 fois son volume, il y a action chimique entre le gaz et l'eau, et les lois de Henry et Dalton ne s'appliquent plus. Antérieurement, M. Roscoe était arrivé à la même conclusion pour le chlore.

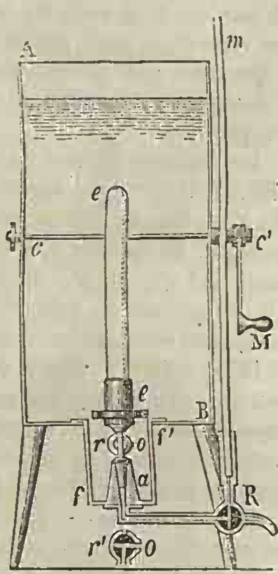


Fig. 378. — $1/10$.

457. Expériences sous de fortes pressions. — Les expériences les plus précises qu'on ait faites pour contrôler les lois qui nous occupent sont celles de MM. N. de Khanikof et V. Louguinine sur l'acide carbonique [2]. L'appareil employé est représenté (*fig.* 376), *ee* est une éprouvette graduée munie d'une garniture de fer à laquelle s'adapte, au moyen d'un collier articulé (380), un robinet à trois voies r. Ce robinet porte un bec conique, qui s'ajuste exactement dans une tubulure a faisant saillie dans un cylindre de fonte ff', fixé au fond d'une cuve pleine d'eau AB. La tubulure a communique avec un manomètre à mercure Rm.

Pour faire une expérience, on enlève l'éprouvette, de la tubulure a, on la sépare du robinet r, et on la remplit de gaz pur, sur une cuve à mercure, de manière que le mercure dépasse la garniture de fer de 8 à 10^{mm}. Après avoir mesuré le volume du gaz, on introduit le liquide bien purgé d'air, par un procédé semblable à celui qui a été décrit plus haut (456), et l'on ajuste le robinet r, dont on engage ensuite le bec dans la tubulure a. On verse alors du mercure dans le tube m, on dispose le robinet r comme en r' et l'eau qui remplit le bec est expulsée par le mercure, dont il sort une petite quantité par le trou

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLVIII, p. 197 et t. LVIII, p. 492.
[2] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XI, p. 412.

latéral o. On tourne ensuite ce robinet de manière à faire communiquer l'éprouvette avec le manomètre Rm dans lequel on verse du mercure destiné à produire la pression que l'on désire. Du mercure entre dans l'éprouvette, on mesure le volume occupé par le gaz, et l'on observe la température de l'eau de la cuve; après quoi l'on ferme les robinets R et r.

Pour produire l'absorption dans l'éprouvette, on l'enlève de la tubulure et on l'engage dans des anneaux que porte une tige fixée perpendiculairement à un axe cc' qui traverse la cuve et que l'on peut faire tourner sur lui-même au moyen de la manivelle M. Après avoir fait faire des centaines de tours à l'éprouvette, qui reste dans la masse d'eau dont elle partage la température, on la replace sur la tubulure a, on ouvre les robinets R,r; du mercure entre dans l'éprouvette, on en verse en m pour rétablir la pression primitive, et l'on enlève de nouveau l'éprouvette pour la soumettre à la rotation; et ainsi de suite jusqu'à ce que l'absorption soit complète, ce qui demande d'autant plus de temps que la pression est plus forte.

Les expériences faites sur l'acide carbonique, sous des pressions variant de 697,7 à 3109^{mm}, ont montré que ce gaz n'obéit pas à la loi de Henry et Dalton. En effet, cette loi exprime que le *coefficient d'absorption* est proportionnel à la pression. En appelant α, α' les coefficients sous les pressions p, p' on doit donc avoir $\alpha : \alpha' = p : p'$, ou, en représentant ces rapports par a et b, $a - b = o$. Or, en prenant les rapports, b, des pressions consécutives, et ceux, a, des coefficients correspondants, on a trouvé, au lieu de zéro, les différences 0,0712; 0,1271; 0,1835; 0,2103; 0,2275; 0,2982; 0,2746; 0,3152; 0,3104. On voit que ces nombres, sauf quelques anomalies, vont en croissant assez régulièrement, et que la loi est d'autant plus en défaut que les pressions sont plus fortes. Cette loi n'est donc qu'approximative, et l'on ne devra en faire usage que dans le cas des faibles pressions, et quand on n'aura pas besoin d'une grande précision.

458. Problème. — Étant donnés plusieurs gaz mélangés, renfermés dans un vase clos contenant un liquide pur dont le volume est v, on demande, en partant des lois de Henry et Dalton, la quantité de chacun de ces gaz qui sera absorbée par le liquide.

Soit V le volume du mélange gazeux, d, d', d'' les densités qu'y possèdent les divers gaz; a, a', a''... leurs coefficients d'absorption, et enfin x, x', x''... les densités inconnues des gaz qui restent dans le volume V après l'absorption. Ces densités seront ax, $a'x'$, $a''x''$..., dans le liquide; et comme chaque gaz se comporte comme s'il était seul, et que sa masse ne change pas, on aura les équations $Vd = Vx + vax$; $Vd' = Vx' + va'x'$, $Vd'' = Vx'' + va''x''$, pour déterminer x, x', x''..., et, par suite, les quantités absorbées $vax, va'x', va''x''$...

459. Applications. — Il résulte des lois qui précèdent que, si un liquide saturé d'un gaz est porté dans une atmosphère qui en contient moins que celle dans laquelle la dissolution s'est faite, une partie du gaz dissous se dégagera, jusqu'à ce que le rapport des densités du gaz extérieur et du gaz dissous soit égal au coefficient d'absorption. Si l'atmosphère extérieure ne contient pas du gaz dissous et est indéfinie, tout le gaz disparaîtra de la dissolution. C'est pour cela que le gaz hydrogène recueilli dans une éprouvette reposant sur l'eau, se trouve bientôt mêlé d'air et d'azote, qui se dégagent de ce liquide pour se répandre dans un espace qui n'en contient pas. Comme l'eau est en contact avec l'air atmosphérique en dehors de l'éprouvette, et tend toujours à se saturer, le gaz qu'elle perd au-dedans lui est restitué à l'extérieur, ce qui fait que l'éprouvette en reçoit une nouvelle quantité, et cela jusqu'à ce que l'air intérieur ait une pression égale à celle de l'atmosphère. En même temps, le gaz hydrogène se dissout dans l'eau, qui n'en contient pas, s'y étend jusqu'à la surface extérieure, et là se dissipe dans l'atmosphère. Il en résulte que le gaz hydrogène est remplacé par de l'air après un certain temps.

Quand le soleil d'été échauffe une eau tranquille et peu profonde, celle-ci perd une grande partie de l'air qu'elle tient en dissolution. Cela vient de ce que, la chaleur déterminant une évaporation active, il se forme au-dessus de l'eau, si l'air est calme, une atmosphère de vapeur, dans laquelle l'air dissous tend à se dissiper; et l'on voit les poissons venir à la surface humer un peu de cet air qui leur manque alors dans le milieu qu'ils habitent.

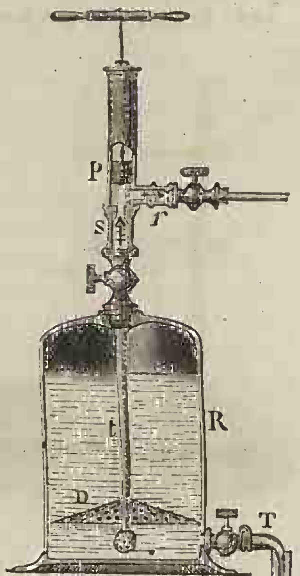


Fig. 379.

M. Berthelot a fait une application importante des *coefficients d'absorption* à l'analyse des mélanges de gaz hydrocarbonés. Il fait agir sur le mélange gazeux divers liquides qui en modifient la composition, de manière à fournir de nouvelles données, au moyen desquelles on fait disparaître l'indétermination que laissent souvent subsister les méthodes ordinaires de l'eudiométrie [1].

Appareils pour les eaux gazeuses. — Quand on veut dissoudre de grandes quantités d'un gaz dans l'eau, on comprime fortement ce gaz au-dessus du liquide, de manière à y former une atmosphère très-dense. C'est ce qui se pratique dans la fabrication de l'eau de Seltz artificielle, qui consiste en eau tenant en dissolution de l'acide carbonique. On a imaginé divers appareils pour opérer rapidement sur de grandes quantités. Nous nous contenterons de décrire le petit appareil de laboratoire (*fig*. 379). Le gaz est comprimé dans le récipient R contenant de l'eau, au moyen d'une pompe foulante P, dont la soupape de sortie

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LI, p. 59.

est en S. L'autre soupape, *r*, est placée dans une tubulure latérale à laquelle est ajusté un tube qui va s'ouvrir dans un gazomètre en tôle contenant l'acide carbonique. Le gaz comprimé est conduit au fond de l'eau par le tube *t*, et s'y divise en passant à travers une boule, puis un diaphragme D criblés de trous, pour faciliter la dissolution. Le liquide est ensuite transvasé par le robinet T dans des bouteilles où le gaz est retenu en dissolution par la pression très-forte qui existe au-dessus; aussi faut-il que le bouchon soit solidement fixé. Dès que ce bouchon est enlevé, le gaz s'échappe de l'eau avec effervescence, l'air atmosphérique ne renfermant qu'une quantité insignifiante d'acide carbonique. Toutes les liqueurs mousseuses, la bière, les vins mousseux sont dans le même cas, et doivent leurs propriétés à l'acide carbonique qu'elles tiennent en dissolution.

460. Échange de gaz à travers une cloison humide. — Graham ayant placé une vessie humide contenant de l'air, sous une cloche remplie d'acide carbonique et reposant sur l'eau, vit ce liquide monter dans la cloche, et la vessie se gonfler peu à peu et finir par crever. Ce phénomène s'explique facilement : l'acide carbonique se dissout dans l'eau dont sont imbibées les parois de la vessie, arrive ainsi à la surface intérieure, où la dissolution laisse échapper l'acide carbonique qu'elle contient. Mais alors cette dissolution n'étant plus saturée en présence du gaz extérieur, une nouvelle quantité pénètre, pour se dissiper encore dans l'intérieur, jusqu'à ce que l'acide carbonique introduit ait la même densité que celui que renferme la cloche. En même temps a lieu un mouvement d'air en sens contraire, mais plus lent, le coefficient d'absorption de l'air étant beaucoup plus faible que celui de l'acide carbonique; la vessie se gonfle donc de plus en plus. On peut accélérer la marche du phénomène, en introduisant de l'acide sulfhydrique sous la cloche quand la vessie est déjà en partie gonflée; ce gaz passe rapidement dans la vessie qui n'en contient pas encore.

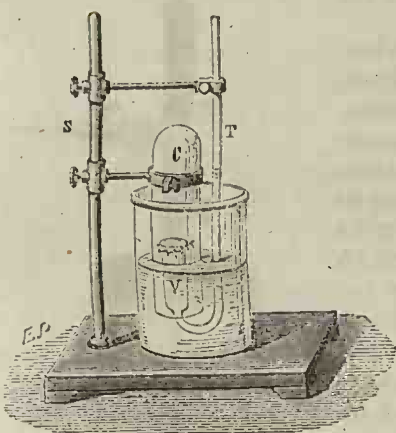


Fig. 380.

M. le docteur Beclard a disposé un appareil (*fig.* 380) au moyen duquel on montre facilement cet échange de deux gaz à travers une cloison humide. Sous la cloche C s'engage le réservoir V fermé par une membrane mouillée et communiquant avec le tube T, dans lequel est un liquide coloré, ou simplement un index, destiné à indiquer les variations de pression. La cloche, posée sur l'eau, étant remplie, par exemple, d'acide carbonique, et le réservoir V, d'air, on voit la pression augmenter en V, l'acide carbonique entrant plus vite que l'air ne sort à travers la membrane humide, contrairement à ce qui aurait lieu à travers une cloison poreuse sèche (449).

Marianini a fait des expériences curieuses qui confirment l'explication qui précède, et dans lesquelles les deux gaz sont séparés par une enveloppe purement liquide. Il laisse tomber une bulle d'eau de savon gonflée d'air, dans une large éprouvette de verre, au fond de laquelle il y a de l'acide carbonique, qui reste *momentanément* séparé de l'air, à cause de sa plus grande densité. La bulle s'arrête, après quelques oscillations, dans la couche où se fait le passage de l'air au gaz carbonique, l'air qui la remplit étant moins dense que ce dernier gaz. La bulle augmente ensuite de volume, descend, et, quand elle est complétement plongée dans l'acide carbonique, se gonfle plus rapidement et finit par crever, après avoir doublé, au moins, de volume. La descente de la bulle s'explique, ainsi que sa dilatation, par l'introduction de l'acide carbonique, qui augmente la densité du système flottant. D'autres gaz peuvent produire le même phénomène.

Cet échange de deux gaz à travers une cloison humide, a servi à expliquer ce qui se passe dans l'acte de la respiration, qui a pour objet de transformer le sang veineux riche en acide carbonique, en sang artériel riche en oxygène, comme l'a prouvé Magnus, en 1836. L'oxygène de l'air aspiré arrive jusque dans les cellules pulmonaires, et pénètre dans les vaisseaux capillaires contenant le sang veineux, à travers les membranes excessivement minces qui forment ces vaisseaux et qui limitent les cellules. L'acide carbonique du sang veineux passe en sens contraire, et vient dans les cellules pulmonaires, d'où il est chassé dans l'acte de l'expiration. Cet échange de gaz se fait très-promptement, chaque cellule étant extrêmement petite et ne contenant qu'une très-minime quantité de gaz.

III. Condensation des gaz par les solides.

461. Condensation à la surface d'un solide. — Nous avons déjà vu (170) que la cohésion s'exerce entre les gaz et les solides, tellement que la surface de ces derniers est recouverte d'une couche d'air adhérente. Cette couche forme un grand volume quand la surface recouverte est très-étendue, comme on le reconnaît dans le phénomène de l'absorption des gaz par les corps poreux. Le charbon, par exemple, absorbe, d'après Saussure, environ 90 fois son volume apparent de gaz ammoniac ou d'acide chlorhydrique, 65 fois son volume d'acide sulfureux et 4 à 5 fois son volume d'air. D'après M. Henry, l'absorption d'un gaz par un corps solide poreux est proportionnelle à la pression.

Saussure a découvert que les gaz condensés dans le charbon produisent des actions chimiques nouvelles. Dœbéreiner, opérant sur l'éponge de platine, vit l'absorption se produire d'une manière intense, ainsi que les actions chimiques découvertes par Saussure. Thénard et Dulong ont montré que ces résultats sont dus à la porosité de l'éponge de platine, car les feuilles métalliques chiffonnées en masse serrée, le verre ou la porcelaine pulvérisés ou concassés produisent les mêmes phénomènes.

Pour montrer directement la condensation des gaz à la surface des solides, MM. Bertrand et Jamin [1] ont rempli un ballon dont la capacité était connue, de diverses matières pulvérisées, sable, verre, oxydes et limailles métalliques, dont ils calculaient le volume au moyen du poids et de la densité. Ils en déduisaient le volume de l'espace laissé libre. Ayant fait le vide, puis ayant introduit dans le ballon un volume de gaz mesuré sous une pression connue, ils ont constamment vu la pression dans le ballon être moindre que celle qui correspondait, d'après la loi de Mariotte, au nouveau volume occupé; d'où ils ont conclu qu'une partie du gaz se condensait sur la surface du corps solide. Du reste, cette condensation ne se complète pas tout de suite, mais elle continue pendant plusieurs heures. De même, quand on fait le vide, le gaz adhérent aux surfaces met beaucoup de temps à s'en séparer. Ainsi, après avoir fait le vide à 1^{mm}, la pression augmente ensuite peu à peu pendant plusieurs heures. Cette adhérence aux surfaces est surtout prononcée pour l'acide carbonique, qui est fortement absorbé la première fois qu'on en introduit dans le ballon, et qui l'est ensuite beaucoup moins lorsqu'on répète l'expérience; la matière solide retenant une partie du gaz quand on fait le vide pour la seconde fois, ce qui diminue sa puissance d'absorption.

L'expérience suivante, due aux mêmes physiciens, confirme d'une manière frappante les résultats ci-dessus. On fait une bouillie claire avec une poussière fine de verre pilé ou de blanc de zinc, et de l'eau privée d'air; on l'introduit dans un ballon à long col, de manière à remplir les deux tiers de la sphère. Bientôt une couche d'eau surnage. On fait alors le vide, et dès les premiers coups de piston, l'eau se soulève et monte dans le col du ballon, sans qu'aucune bulle de gaz apparaisse et se dégage. Si alors on laisse rentrer l'air, le liquide reprend son volume, et si brusquement qu'il se produit un choc comme dans le marteau d'eau. Quand on fait complétement le vide, on voit des bulles de gaz se rassembler et se dégager.

Magnus a fait des expériences sur le même sujet, en 1845, et est parvenu à mesurer la quantité de gaz condensée [2]. Ayant déterminé la dilatation de l'acide sulfureux dans un réservoir de verre, puis dans un réservoir semblable, dans lequel il avait introduit 250 cylindres de verre, de 1^{mm} de diamètre, il trouva, avec le premier appareil, que la dilatation, pour un échauffement de 100°, était 0,3822 du volume primitif du gaz, et 0,3896, avec l'appareil contenant les cylindres de verre, lequel présentait une surface vitreuse 36 fois plus grande que l'autre, comparée à un même volume de gaz. En admettant que la quantité condensée à la température de 100° soit négligeable, la quantité condensée, à 0°, sur chaque millimètre carré de verre, était de 0,0008 millimètre cube; ce qui

[1] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t. XXXVI, p. 994.
[2] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXIX, p. 345.

donne un total négligeable dans un réservoir simple, dont la surface intérieure est petite par rapport à la capacité.

Le platine condense l'air à sa surface, d'une manière bien plus prononcée que le verre, comme il semble résulter d'expériences faites par Pouillet, sur la dilatation de l'air dans un réservoir de ce métal. — Il faut enfin rattacher au même genre d'action la condensation de l'humidité de l'air à la surface du verre.

Magnus a proposé d'appeler *attraction élective* la force qui détermine la condensation des gaz sur la surface des corps solides, parce qu'elle dépend à la fois de la nature du fluide et de celle du solide.

462. Absorption par un corps colloïde. — Les phenomènes dont nous allons nous occuper ont une grande analogie avec ceux de l'échange des gaz à travers une lame mouillée, malgré l'absence de liquide proprement dit.

On remarque que ces petits ballons de caoutchouc remplis d'hydrogène, dont s'amusent les enfants, perdent peu à peu une partie du gaz qu'ils contiennent, malgré l'absence de pores sensibles dans le caoutchouc. Mitchell, de Philadelphie, ayant remplacé l'hydrogène par d'autres gaz, a reconnu que ceux qui sortent le plus rapidement sont les plus faciles à liquéfier et les plus solubles dans l'eau. L'hydrogène est donc un de ceux qui passent le moins vite; il n'y a après lui que l'oxygène, l'oxyde de carbone et l'azote, gaz qui n'ont pu être liquéfiés. Si l'on place le ballon sous une cloche un peu grande contenant un gaz qui passe plus rapidement que celui qu'il contient, il se gonfle et finit par crever. Avec de l'hydrogène sous la cloche et de l'air dans le ballon, la rupture se fait au bout de deux heures environ.

Graham [1] a fait aussi des recherches sur le passage des gaz à travers le caoutchouc, au moyen du diffusiomètre (*fig.* 372). Il a trouvé que, en représentant par 1 la vitesse d'entrée de l'azote dans le tube rempli de mercure, les vitesses pour les gaz suivants sont :

Oxyde de carbone	1,113	Oxygène	2,556
Air atmosphérique	1,149	Hydrogène	5,500
Gaz des marais	2,148	Acide carbonique	13,585

Il est à remarquer qu'il n'y a pas de relation entre les vitesses de passage et les densités des gaz, ce qui montre que le phénomène n'a aucun rapport avec la diffusion à travers une plaque poreuse. Graham le compare à ce qui se passe quand un gaz se diffuse à travers une lame liquide : le gaz est comme dissous, liquéfié, dans la membrane de caoutchouc, et se dégage par la surface opposée, dans l'autre gaz (460). Pour confirmer cette explication, Graham a prouvé que le caoutchouc absorbe, en effet, et retient les gaz. Par exemple, un bloc de cette matière plongé dans l'oxygène, puis exposé dans le vide pendant 24 heures,

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XII, p. 497.

a dégagé près de $\frac{1}{14}$ de son volume d'oxygène. Ce gaz est donc environ deux fois plus soluble dans le caoutchouc que dans l'eau.

La chaleur active les phénomènes en ramollissant le caoutchouc et augmentant sa faculté dissolvante. Il est vrai qu'elle éloigne en même temps les gaz de leur point de liquéfaction, mais cette influence est peu sensible. Dans une expérience, un mètre carré de surface a laissé passer, en une minute, $0^{cc},56$; $2^{cc},25$; $6^{cc},63$ d'air, aux températures de 4°, 14° et 60°.

L'*atmolyse* se fait à travers une lame de caoutchouc, comme à travers une membrane humide. Ainsi, Graham ayant exposé à l'air un ballon de caoutchouc mince contenant de l'acide carbonique, au bout de 4 heures, l'air introduit s'est trouvé composé de 37,1 sur 100 d'oxygène et de 62,9 d'azote, l'acide carbonique restant ayant été enlevé par de la potasse. Avec l'hydrogène, au bout de 3 heures, l'air introduit contenait 41,6 d'oxygène. Des expériences faites avec le diffusiomètre, et en employant diverses variétés de caoutchouc, ont donné des résultats analogues. — La gutta-percha laisse passer l'air mécaniquement et le gaz introduit a la même composition que l'air extérieur.

462. Occlusion des gaz par les métaux incandescents. — Les métaux portés au rouge peuvent se laisser traverser par les gaz avec des circonstances qui rappellent ce qui se passe avec les substances colloïdes. Voici d'abord une première expérience capitale de MM. H. Sainte-Claire Deville et Troost[1]. Un tube de fer, aux extrémités duquel on a soudé à l'argent deux minces tubes de cuivre à robinets, est enveloppé d'un manchon de porcelaine traversant un fourneau à reverbère chauffé fortement. Des tubes, disposés comme ceux de l'appareil (*fig.* 370), permettent de faire passer des gaz dans le manchon et dans le tube de fer. Après avoir fait passer dans tout l'appareil, pendant plusieurs heures, un courant d'hydrogène sec, on arrête le courant, et l'on fait passer de l'azote dans le manchon. Un manomètre avec lequel communique le tube de fer, indique bientôt une diminution de pression, ce qui prouve que l'hydrogène a traversé les parois de ce tube pour se mêler à l'azote. — Si, le tube de métal étant rempli d'azote, on fait circuler l'hydrogène dans le manchon, le manomètre indique, au contraire, une augmentation de pression qui peut aller jusqu'à 2 atmosphères.

M. Cailletet prouve le passage des gaz à travers le fer incandescent par l'expérience suivante : il écrase sous un laminoir, une portion d'un canon de fusil, dont il soude ensuite les extrémités, et le porte dans un feu de forge. Les gaz de la combustion pénétrant à travers le métal distendent les parois et leur rendent la forme cylindrique. Un tube fin de cuivre ayant été soudé à une des extrémités du canon de fer, on put constater que le gaz introduit était de l'hydrogène presque pur. M. Cailletet attribue à cette pénétration des gaz du foyer, les soufflures qui se forment souvent sur les fortes pièces de fer qu'on sort des fours à souder.

[1] *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. LII, p. 527 et LVII, 965.

Si l'on porte au rouge un tube de *platine* rempli d'hydrogène et communiquant avec l'extrémité supérieure d'un long tube vertical de verre rempli du même gaz et plongeant dans du mercure, ce liquide monte dans le tube de verre, l'hydrogène sortant en partie à travers le platine. M. H. Sainte-Claire Deville, auquel est due cette expérience, a vu le mercure monter ainsi de 710^{mm} en une heure.

Graham, dont nous avons déjà cité tant d'admirables travaux relatifs à la diffusion, a nommé *occlusion* l'introduction des gaz dans la profondeur des métaux, et a montré par l'expérience suivante le passage de l'hydrogène dans le vide à travers le *platine* incandescent[1]. Un tube de platine, dont les parois ont plus de 1^{mm} d'épaisseur tient le vide le plus complet, même quand il est porté au rouge vif. Mais s'il est enveloppé d'un tube de porcelaine traversé par un courant d'hydrogène, le gaz pénètre dans l'intérieur, et il peut en passer, en 1 minute, 4 fois plus qu'à travers une lame extrêmement mince de caoutchouc présentant la même surface. — Des expériences semblables faites sur l'*oxygène*, l'*azote*, le *chlore*, l'*acide chlorhydrique*, la *vapeur d'eau*, l'*acide* et l'*oxyde du carbone*, les deux *hydrogènes carbonés*, l'*hydrogène sulfuré* et le *gaz ammoniac*, ont prouvé que ces gaz passent dans le même tube, environ 1000 fois moins rapidement que l'hydrogène.

M. H. Sainte-Claire Deville remarque qu'il résulte des faits qui précèdent, que le gaz d'éclairage préparé dans des vases de fer, doit recevoir de l'oxyde de carbone, de l'hydrogène, de l'azote et de l'acide carbonique provenant du foyer. Ce dernier gaz est facilement enlevé, mais les autres restent et diminuent le pouvoir éclairant. On voit aussi que le platine doit être proscrit dans la construction des pyromètres fondés sur la dilatation des gaz.

461. Explication de ces phénomènes. — Graham compare le mouvement des gaz à travers les métaux incandescents à ce qui se passe dans les substances colloïdes (462) ou les cloisons liquides. Le métal absorbe ou dissout du gaz, il l'*occlut* et le dégage ensuite, soit dans le vide, soit dans un autre gaz. La haute température n'est pas une objection à cette explication, car on sait que l'argent en fusion absorbe de 18 à 20 fois son volume d'oxygène, qu'il abandonne ensuite en se solidifiant; la fonte, certains verres en devenant pâteux, dégagent des gaz inflammables qu'ils avaient absorbés pendant la fusion; F. Savart a vu le fer, le cuivre incandescents, enveloppés d'un courant de gaz ammoniac, augmenter de poids en absorbant de l'azote. Si l'hydrogène est le gaz le plus absorbé, ce n'est pas parce que ses molécules sont plus fines que celles des autres gaz, mais parce qu'il présente des propriétés analogues à celles des métaux, avec lesquels il tend dès lors à former des espèces d'alliages. En outre, M. Favre a vu qu'en pénétrant dans le palladium il produit une quantité de chaleur proportionnelle au poids du gaz absorbé; tandis que, dans l'absorption par le charbon, les quantités de chaleur dégagées, pour un même poids de gaz, vont en diminuant à mesure qu'on s'approche de la saturation.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XII, p. 503.

Enfin, Graham a montré l'*occlusion* directe de l'hydrogène par les métaux, en les mettant en fragments dans un tube de porcelaine vernissé traversé par un courant de ce gaz, laissant refroidir, puis faisant le vide au moyen de la trompe Sprengel (406). Le gaz ne se dégage que lorsqu'on chauffe. Le platine fondu absorbe ainsi 0,2 de son volume d'hydrogène, tandis que le platine forgé en absorbe de 2 à 5,5 volumes. Le métal est ensuite plus blanc et couvert de petites soufflures.

Le *palladium* est de tous les métaux celui qui absorbe le mieux l'hydrogène. Chauffé à 245°, il en absorbe 526 fois son volume, et 643 fois s'il a été chauffé à 97°. Il peut produire l'*atmolyse*, comme le caoutchouc, car si l'on fait circuler dans un tube de palladium incandescent, un mélange à volumes égaux d'hydrogène et d'acide carbonique, le premier gaz sort seul à travers les parois du tube.

465. Occlusion des gaz, à froid. — M. Cailletet[1] ayant plongé des lames de fer bien planes dans de l'acide sulfurique étendu d'eau, les a vues se couvrir d'ampoules semblables à celles qui se produisent pendant la cémentation. Ces ampoules étaient remplies d'hydrogène provenant de la décomposition de l'eau par le fer sous l'influence de l'acide sulfurique. Pour s'en assurer, il a suffi de percer ces ampoules sous une éprouvette remplie d'eau dans laquelle le gaz était recueilli. — Le même physicien ayant soudé bord à bord deux lames minces de fer auxquelles était soudé un tube fin de cuivre, et les ayant plongées dans l'acide sulfurique ou l'acide chlorhydrique étendus d'eau, a pu recueillir par le tube de cuivre, de l'hydrogène qui avait pénétré à travers l'épaisseur du fer.

Graham a reconnu, de son côté, que le *palladium* occlut l'hydrogène à froid. A 19°, il l'a vu absorber jusqu'à 376 fois son volume de ce gaz, qu'il abandonne en partie dans le vide, et presque totalement quand la température est portée à 200°.

La vapeur d'éther traverse, comme l'hydrogène, une lame de palladium à froid ; ce que l'on peut constater au moyen d'un *diffusiomètre* fermé par une plaque mince de palladium et contenant de l'air. Un courant d'hydrogène ne peut traverser la plaque ; mais si on la recouvre de coton mouillé d'éther, on voit le mercure descendre dans le tube, et le volume du gaz intérieur est plus que doublé.

§ 8. — DE L'ÉQUILIBRE DE L'ATMOSPHÈRE — ALTITUDES — AÉROSTATS

I. Constitution de l'atmosphère.

466. Nous avons défini l'*atmosphère* (352), cette couche d'air qui recouvre la surface de la terre et est retenue près de cette surface par la pesanteur. Maintenant que nous connaissons les lois de la compressibilité des gaz et celles

[1] *Comptes rendus de l'Acad. des Sc. de Paris*, t. LXVI, p. 847.

de leur diffusion, nous allons jeter un coup d'œil sur la constitution de l'atmosphère dans son état d'équilibre; chercher comment la pression y varie avec la hauteur, déduire de là le moyen de mesurer les altitudes, et enfin étudier les conditions d'équilibre des appareils au moyen desquels on peut s'élever à travers cette immense masse gazeuse.

467. Composition de l'air. — L'air n'est pas un corps simple, comme on l'a cru longtemps; Lavoisier a démontré qu'il est formé d'un mélange d'oxygène et d'azote. L'air contient 20,9 pour cent d'oxygène, et 79,1 d'azote, en volume; ou bien, en poids, 23,1 d'oxygène contre 76,9 d'azote. Ces proportions sont les mêmes partout, dans les plaines comme sur les hautes-montagnes, ce qui s'explique par la propriété de diffusion des gaz. Cependant, tout près de la surface de la mer, M. Levy a trouvé un peu moins d'oxygène (22,57 au lieu de 23,18 en poids), ce qui provient de ce que l'eau dissout plus d'oxygène que d'azote (455).

L'atmosphère contient aussi un peu d'acide carbonique (de 4 à 6 dix-millièmes en pleine campagne), et de la vapeur d'eau en quantité très-variable. Il ne peut exister d'autres gaz dans les régions élevées de l'air; car ces gaz, à la longue, auraient pénétré jusqu'à la surface de la terre par le pouvoir de diffusion. Cette remarque suffit à renverser l'hypothèse que l'on faisait autrefois, pour expliquer certains météores ignés, de l'existence de gaz inflammables dans les hautes régions de l'air.

La diminution de densité d'un gaz à mesure qu'on s'élève (352), dépendant du poids spécifique de ce gaz, doit être différente pour l'oxygène l'azote, et l'acide carbonique, chaque gaz se comportant dans le mélange comme s'il était seul. Ces gaz devraient donc former des atmosphères séparées et indépendantes les unes des autres, dans la supposition d'un calme parfait. On voit aussi que, si l'on pouvait supprimer l'azote, ou augmenter sa masse, cela ne changerait rien à la quantité absolue d'oxygène existant à une hauteur donnée.

Il résulte encore de l'indépendance des atmosphères d'oxygène et d'azote, que les proportions de ces deux gaz doivent être différentes, dans les hautes régions et près de la surface de la terre. Le calcul indique, pour le rapport des deux gaz, une différence de 0,0125 à une hauteur de 7000 mètres, la proportion d'azote augmentant avec la hauteur. Cependant, l'air puisé par Gay-Lussac à 7000 mètres de hauteur, a été trouvé identique à celui qui touche le sol; ce qui doit être attribué à l'agitation continuelle de l'atmosphère, qui en mélange les couches, au point de faire disparaître cette petite différence.

468. Limite de l'atmosphère. — L'atmosphère, tournant avec la terre en 24 heures, est nécessairement limitée. En effet, l'attraction du globe, qui retient l'air près de sa surface, varie en raison inverse des carrés des distances au centre, tandis que la force centrifuge augmente comme cette distance (89), il y a donc une hauteur pour laquelle les deux forces sont égales, et au delà de laquelle les molécules d'air seraient lancées dans l'espace par l'excès de la force centrifuge.

On peut calculer à quelle distance, x, du centre de la terre les deux forces sont égales. Soit R le rayon de la terre exprimé en mètres, g la pesanteur, et T le temps de la rotation de la terre en secondes; on aura, pour calculer x (96), l'équation $\frac{gR^2}{x^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$. On trouve ainsi $x = 36000$ kilomètres, à peu près, ou environ 6 fois le rayon de la terre.

L'atmosphère est loin de s'étendre aussi haut. On a admis pendant longtemps qu'elle ne dépassait pas 50 à 60 kilomètres, ou $\frac{1}{120}$ environ du rayon terrestre. Cette limite avait été déduite, comme nous le verrons plus tard, des effets du crépuscule. Mais tout ce qu'on peut dire, c'est que, à cette hauteur, l'air n'a plus une densité suffisante pour réfléchir sensiblement la lumière. D'autres considérations tirées de l'observation des bolides et des étoiles filantes, que l'on suppose s'enflammer à leur entrée dans l'atmosphère par le frottement de l'air, ont conduit à porter la limite à une centaine de kilomètres, ou $\frac{1}{63}$ environ du rayon de la terre.

La densité des couches qui composent l'atmosphère diminue à mesure qu'on s'élève, et la force expansive de chacune d'elles est combattue par le poids de celles qui sont au-dessus. Mais il faut expliquer comment la dernière couche infiniment mince, qui forme, pour ainsi dire, la surface supérieure de la masse atmosphérique, n'est pas lancée dans l'espace par sa propre force expansive. Pour cela, remarquons que cette force est très-faible, parce que la densité de cette couche est très-petite, et que sa température est très-basse, comme nous le verrons plus tard; et il suffit, pour qu'il y ait équilibre, que le poids des dernières molécules contre-balance la force extrêmement faible avec laquelle elles sont repoussées par celles qui sont au-dessous.

Poisson a émis une opinion originale sur l'état de cette dernière couche. Il admet qu'elle est portée à un degré tel de raréfaction et de froid, que ses molécules n'exercent plus de répulsion les unes sur les autres; de sorte que l'air qui la compose se comporte comme un liquide *non évaporable*. Si cette couche pouvait se dissiper dans l'espace, elle débarrasserait de toute compression celle qui se trouve au-dessous. Celle-ci se dissiperait donc à son tour, puis celle qui la suit, jusqu'à ce que toute l'atmosphère eût disparu.

Les anciens avaient reconnu que l'atmosphère devait être limitée. Possidonius, suivant Pline, lui donnait une hauteur de 15 lieues de 26 au degré. Alhazen, d'après les observations du crépuscule, admettait 19 lieues. Biot, en 1839, en partant d'observations faites à des hauteurs successives par Gay-Lussac, de Humboldt et Boussingault, n'avait assigné à l'atmosphère qu'une épaisseur de 47 kilomètres. A 34 kilomètres, la pression serait de 1^{mm}, comme sous le récipient d'une bonne machine pneumatique.

Du reste, la couche atmosphérique n'a pas partout la même épaisseur. Elle est plus épaisse à l'équateur, où la force centrifuge produit sur l'air un renflement plus marqué que sur la terre, le rayon décrit étant plus grand; et de plus, l'air chaud de l'équateur est moins dense que celui des pôles.

Dalton a découvert ce fait remarquable, que la hauteur d'une atmosphère de gaz ne dépend pas de sa masse, mais seulement de son poids spécifique. En effet, si l'on partage une colonne verticale de gaz *en équilibre,* en tranches horizontales, et que l'on double, par exemple, la quantité de gaz contenue dans chacune d'elles, l'élasticité d'une tranche quelconque sera doublée; mais la densité de celles qui sont au-dessus étant aussi doublée, leur poids continuera à faire équilibre à la tension de la tranche considérée. Si donc on ajoutait de l'air à l'atmosphère, sa hauteur resterait la même.

469. Poids de l'atmosphère. — Le poids de l'atmosphère équivaut à celui d'une couche d'eau de $10^m,33$ d'épaisseur, en négligeant l'espace, relativement très-petit, occupé par les montagnes et le relief des continents. On trouve ainsi un nombre qui n'est pas tout à fait la millionième partie de la masse de la terre, et qui représente plus de 5 quintillions de kilogrammes. Pour nous faire une idée d'un nombre aussi grand, nous dirons que l'atmosphère pèse autant que 5,112,800 cubes d'eau d'un kilomètre de côté. Cette évaluation ne représente, à la rigueur, que *la pression* en poids exercée par la totalité de l'atmosphère sur la surface du globe; pour qu'elle en représente le poids, il faut négliger la diminution de la pesanteur à mesure qu'on s'élève.

Indépendamment de l'air répandu au-dessus de la surface du globe, il y a celui qui est dissous dans les eaux de la mer et celui qui a pénétré dans les matières solides de l'intérieur des terres. Cette quantité d'air forme, d'après Saigey, $\frac{1}{150}$ de la masse de l'atmosphère; en y rentrant, elle augmenterait la pression, de 5^{mm} de mercure. Du reste l'absorption de l'air continue, mais avec une lenteur excessive, à mesure que la croûte terrestre augmente d'épaisseur par la solidification graduelle du noyau en fusion. Les eaux participent à cette absorption lente, et il arrivera un moment, après un nombre incalculable de siècles, où la vie disparaîtra de la surface de la terre privée d'air et d'eau. La lune, dont la masse est 84 fois plus petite que celle de la terre, est déjà arrivée à cet état de planète morte, et l'on n'y distingue aucune trace d'atmosphère, même en s'aidant des télescopes les plus puissants.

II. Mesure des hauteurs par le baromètre.

470. Altitude. — On nomme *altitude* d'un lieu, sa hauteur comptée verticalement au-dessus du niveau de la mer. C'est à Descartes que l'on doit la première idée d'appliquer le baromètre à l'évaluation des altitudes, autrement dit aux mesures hypsométriques. Pascal, après la célèbre expérience du Puy-de-Dôme, songea aussi au moyen de *niveler les lieux quelque éloignés qu'ils soient,* en se servant des indications barométriques; mais l'opération se trouva beaucoup moins simple qu'on ne le supposait alors, à cause des éléments variés qui affectent la densité des couches atmosphériques.

Si l'air avait partout la même densité, les différences des hauteurs barométriques et celles des niveaux des stations auxquelles on aurait transporté l'instrument, seraient en raison inverse des densités du mercure et de l'air. La densité du mercure étant 10395 fois celle de l'air à 0° et sous la pression de $0^m,76$, un abaissement de 1^{mm} de la colonne du baromètre indiquerait qu'on s'est élevé d'environ $10^m,4$ au-dessus du point de départ. Comme l'air est très-compressible, sa densité est loin d'être la même aux deux stations; de sorte que la relation qui précède ne peut servir que pour des hauteurs d'une centaine de mètres au plus. Mais on peut l'appliquer avec avantage à la mesure approximative de la hauteur des édifices, des collines peu élevées, etc.

On peut se servir dans ce cas du *baromètre suisse*, petit instrument très-facile à construire, qui consiste en une bouteille contenant de l'air et un peu d'eau (*fig.* 381), dans laquelle plonge un tube vertical divisé en millimètres, et adapté au col au moyen d'un bouchon prenant bien juste. On fait en sorte que l'eau, dans le tube, dépasse le bouchon, et l'on marque le niveau, *n*, à la station inférieure. On porte ensuite l'instrument à la station supérieure. Le liquide monte dans le tube; et, si la colonne d'eau, ramenée à 4°, a augmenté de $m \times 13^{mm},6$, c'est qu'on s'est élevé de $m \times 10^m,4$; car $13^{mm},6$ d'eau équivalent à 1^{mm} de mercure. Cette opération suppose qu'on néglige les changements de volume de l'air intérieur, et que sa température reste constante. Pour remplir cette dernière condition, on met la bouteille dans un vase rempli de sciure de bois, ou de toute autre substance ne laissant pas passer la chaleur.

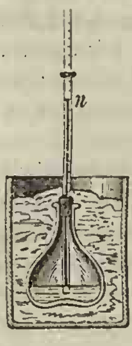


Fig. 381.

471. Formule de Halley. — L'air étant très-compressible, sa densité diminue assez rapidement quand la hauteur augmente. Halley, le premier, a cherché, en tenant compte de cette circonstance, une relation entre les pressions de l'air et la différence de niveau des deux stations.

Pour trouver cette relation, partageons la colonne d'air, *supposée parfaitement calme*, en tranches horizontales d'épaisseur infiniment petite *e*. Soit $H, H', H''\ldots h$, les pressions dans ces différentes tranches. Celle que produit le poids de la couche la plus basse seule est $H - H' = de$, en désignant par d sa densité. Or cette densité est proportionnelle à la pression H; on a donc $d = cH$, c étant une constante; et l'égalité devient $H - H' = cHe$; d'où

$$H' = H\,(1 - ce). \quad \ldots\ldots \quad \text{On aurait de même}$$
$$H'' = H'\,(1 - ce) = H\,(1 - ce)^2$$
$$H''' = H''\,(1 - ce) = H\,(1 - ce)^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$h = H_{n-1}\,(1 - ce) = H\,(1 - ce)^n\,.$$

La pression varie donc en progression géométrique, quand le nombre n de tranches, ou la *hauteur*, varie en progression arithmétique.

En prenant les logarithmes dans la dernière égalité, il vient

$$\log h - \log H = n \log (1 - ce).$$

Développant $\log (1 - ce)$ en série, et négligeant les termes qui renferment c au carré ou à une puissance supérieure, on trouve

$$\log h - \log H = -nce; \quad \text{d'où} \quad ne = \frac{1}{c} (\log H - \log h) = \frac{1}{c} \log \frac{H}{h}.$$

Or ne est la somme des épaisseurs des tranches d'air comprises entre les deux stations. *La distance cherchée est donc proportionnelle à la différence des logarithmes des hauteurs barométriques.* La constante c se calcule en prenant les hauteurs h et H à deux stations dont la différence de niveau ne a été déterminée d'avance directement.

Cette formule suppose que la pesanteur est la même à toutes les hauteurs, et que la densité des couches ne varie que par l'effet de la compression. Or, la température diminue à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, circonstance qui affecte la densité, et à laquelle personne n'avait songé avant D. Bernouilli. Il y a de plus de l'humidité en quantité variable, et, la pesanteur changeant avec la latitude, le coefficient c doit aussi changer. Cependant, la formule de Halley peut être employée à des latitudes voisines de 45°, pour des hauteurs qui ne dépassent pas 7 à 800 mètres.

472. Formule de Laplace. — Plusieurs physiciens ont cherché à perfectionner la formule de Halley, en comparant les résultats qu'elle donne avec ceux qu'on obtient par les mesures trigonométriques. Parmi eux, il faut citer Newton, Ch. Pictet, Ramond, Bouguer, et surtout Deluc, qui proposa, vers 1760, la règle, longtemps célèbre, qui porte son nom, et dans laquelle il a cherché le premier à tenir compte des différences de température. Cette règle est abandonnée, depuis que Laplace a établi la formule générale suivante, dans laquelle il a tenu compte de toutes les causes qui peuvent modifier la densité des couches atmosphériques.

$$X = 18393^{m} (1 + 0{,}002837 \cdot \cos 2\lambda) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log \frac{H}{h}.$$

X est la différence de niveau des deux stations, λ la latitude, H et T la hauteur du baromètre et la température à la station inférieure, h et t les mêmes quantités pour la station supérieure. Le coefficient 18393 a été déterminé par Ramond.

Sous la latitude de 45°, on a $\cos 2\lambda = 0$, et la formule devient

$$X = 18393 \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log \frac{H}{h}.$$

Dans l'Annuaire du bureau des longitudes, on trouve des tables, calculées par M. Oltmanns, au moyen desquelles on peut obtenir la hauteur cherchée, sans l'emploi des logarithmes, et par de simples additions et soustractions.

La formule de Laplace peut servir à donner une idée de l'épaisseur de l'atmosphère. Si nous voulons, par exemple, savoir à quelle hauteur l'air possède une pression de 1^{mm}, nous ferons $H = 0^m,76$, $h = 0^m,001$, et $t = 0°$; et en adoptant pour la température des hautes régions de l'atmosphère 60° au-dessous de zéro, nous aurons $T + t = -60°$, et il viendra, pour $\lambda = 45°$,

$$X = 18393 \times 0,88 \times \log 760 = 46627^m,68; \quad \text{ou} \quad 46 \text{ à } 47 \text{ kilomètres.}$$

473. Méthode d'observation. — La formule de Laplace donne les hauteurs à 1 mètre près, quand on se sert de bons instruments, et qu'on prend toutes les précautions nécessaires. Les observations doivent aussi être faites dans des conditions convenables.

Il faut d'abord que les observations soient faites quand l'air est calme. M. Ch. Montigny a fait à cet égard un grand nombre d'expériences, sur la tour de la cathédrale d'Anvers dont la plus haute galerie accessible est à 104^m au-dessus de la mer [1]. Le baromètre étant observé à l'abri du vent, les altitudes déduites de ses indications ont été supérieures à l'altitude vraie, quand le vent soufflait de la région demi-circulaire-ouest; et inférieures, quand il soufflait de la région opposée. Les différences, qui pouvaient atteindre 8 à 10^m, étaient d'autant plus grandes que le vent était plus fort, et qu'il se rapprochait davantage de la direction est-ouest. Quand il venait du nord ou du sud, l'altitude calculée ne différait pas sensiblement de l'altitude vraie.

Quand les verticales des deux stations sont peu éloignées, on fait les deux observations simultanément, afin de se mettre à l'abri des variations accidentelles. Si l'on observe à des heures différentes, on a soin de revenir à la station par laquelle on a commencé, afin de reconnaître si la pression n'a pas varié; auquel cas l'opération serait à refaire. Dans cette manière d'opérer, on n'est pas tout à fait à l'abri des effets des variations accidentelles, parce qu'elles ne sont pas les mêmes aux deux stations, et ne se produisent pas au même instant, surtout quand ces stations sont très-élevées l'une au-dessus de l'autre. Il faut, pour se mettre à l'abri de cette cause d'erreur, opérer un grand nombre de fois et prendre les moyennes des résultats. C'est ce qu'il faut faire nécessairement quand les stations sont très-éloignées. Par exemple, pour prendre l'altitude d'un lieu éloigné de la mer, on se servira de la *hauteur moyenne* du baromètre en ce lieu, calculée au moyen d'observations poursuivies pendant plusieurs années, et on la comparera à une moyenne semblable prise au niveau de la mer.

Sous l'équateur, où les variations accidentelles sont insensibles, on peut faire les observations successivement aux différentes stations, en tenant compte des

[1] *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 2e série, t. XI et XXIII.

variations horaires du baromètre, variations régulières et très-petites, qui se répètent chaque jour aux mêmes heures, et dont la marche est bien connue. C'est ainsi que de Humboldt a pu exécuter le nivellement du sol du Mexique et en donner une coupe d'une mer à l'autre; opération si difficile et si dispendieuse par les méthodes trigonométriques, qu'on n'avait pas encore osé l'entreprendre.

III. Aérostats.

471. Historique. — Les corps plongés dans l'air perdent une partie de leur poids égale au poids du gaz déplacé (353). Un corps, moins dense que l'air, doit donc s'élever dans l'atmosphère. C'est pour cela que l'air chaud, la fumée, montent, parce qu'ils sont moins denses que l'air froid.

Ce principe était connu depuis Archimède, et le désir de s'élever dans les airs, qui a de tout temps tourmenté l'homme, a dû faire songer de bonne heure à en faire l'application. On ne trouve d'abord que des projets chimériques. Le père François Lana, en 1670, propose de faire le vide dans les ballons de cuivre mince, en les chauffant pour en chasser l'air, ou en les remplissant d'eau qu'on laisserait ensuite sortir par le bas. De pareils globes seraient écrasés par la pression extérieure de l'atmosphère. En 1751, le père Galien publia un livre dans lequel il proposait de remplir une vaste capacité d'air très-léger puisé dans les régions supérieures de l'atmosphère (et qu'il admet apparemment devoir conserver sa faible densité), de manière à déterminer une force ascensionnelle capable de transporter des armées. Il est vrai qu'il ne donne ces brillantes imaginations que comme des jeux d'esprit.

Black, en 1767, disait qu'une vessie remplie de gaz hydrogène devait s'élever à travers l'air; et Cavallo, en 1782, avait vu monter des bulles de savon gonflées avec ce même gaz. On en était réduit à ces simples notions, lorsque les frères Montgolfier, en 1782, résolurent le problème de la navigation aérienne. Cependant cette découverte avait déjà été faite, à Rio de Janeiro, par le père de Gusmao, qui même, à Lisbonne en 1720, osa s'élever dans un ballon captif gonflé par le moyen du feu; mais ces expériences remarquables, comme l'histoire des sciences nous en montre plus d'un exemple, étaient tombées complétement dans l'oubli, quand, 64 ans plus tard, l'art de s'élever dans l'atmosphère fut de nouveau découvert.

C'est en réfléchissant au mode de suspension des nuages que les frères Joseph et Étienne Montgolfier furent amenés à chercher les moyens de s'élever dans les airs. Ils eurent d'abord l'idée de renfermer du gaz hydrogène dans de grands sacs de papier ou de soie; et virent ces sacs s'élever, comme ils l'avaient prévu, mais redescendre bientôt, parce que le gaz se perdait rapidement par diffusion. Ils renoncèrent dès lors à l'emploi de l'hydrogène, et imaginèrent de remplir une vaste enveloppe d'air chaud, pensant qu'il serait moins dense que l'air froid à égalité de force élastique, et mêlant, du reste, à cette idée fort juste, quelques idées fausses sur une accumulation prétendue d'électricité due à la chaleur, et qui devait, suivant eux, soulever l'enveloppe [1]. Après avoir fait quelques essais en petit, ils construisirent un globe de toile, doublé intérieurement de papier, et ayant 13 mètres de diamètre. L'ayant gonflé avec de l'air chaud, en allumant un grand feu au-dessous d'une large ouverture ménagée à la partie inférieure, ils virent ce globe monter avec une force de 5 à 6 quintaux; son poids et celui du gaz chaud qu'il contenait formant un total moindre que le poids de l'air déplacé. Cette expérience fut faite à Avignon, en décembre 1782, puis répétée à Annonay, le 5 juin 1783, en présence des États particuliers du Vivarais et d'un concours immense de spectateurs. La machine s'éleva à 2000 mètres environ. Un grillage de fil de fer rempli de matières enflammées et suspendu au-dessous de l'ouverture, entretenait la chaleur intérieure. La nouvelle de cette expérience fut transmise à l'Académie des sciences. Lalande, en en rendant compte, écrit : « Nous dîmes tous : Cela devait être; comment n'y a-t-on pas songé? » Joseph Montgolfier fut invité à venir à Paris pour répéter l'expérience aux frais de l'Académie, et Étienne Montgolfier se chargea de faire connaître l'invention de son frère, au corps savant qui l'avait appelé.

Pendant ce temps-là, on ouvrait à Paris une souscription pour reproduire l'expérience d'Annonay. Comme le procès-verbal et les lettres particulières ne disaient rien du gaz avec lequel on avait gonflé le ballon, on songea naturellement à substituer à ce gaz inconnu, l'*hydrogène*, que Montgolfier avait employé dans ses premiers essais. Mais il fallut trouver une enveloppe imperméable à ce gaz. Le taffetas enduit de caoutchouc dissous dans l'essence de térébenthine bouillante, parut remplir les conditions requises. Le ballon que l'on construisit avait 4 mètres de diamètre; il fut rempli de gaz près de la place des Victoires, dans la maison du physicien Charles, qui dirigeait l'expérience, puis placé sur un brancard et transporté tout rempli au Champ-de-Mars. Cette opération se fit la nuit, à la lueur des torches. Le cortége était accompagné d'une escorte du guet, et produisait un aspect si extraordinaire et si imposant, que l'on vit des hommes du peuple se découvrir et se prosterner sur son passage. Le lendemain, 26 août 1783, après qu'on eût achevé de le gonfler, le ballon fut lancé, au milieu de l'enthousiasme d'une foule immense que ne put rebuter une pluie battante, et alla tomber, trois quarts d'heure après, à 5 lieues du point de départ.

Cependant Étienne Montgolfier achevait les préparatifs de l'expérience demandée par l'Académie. Il construisit un immense globe en toile d'emballage doublée de papier en dedans et en dehors, ayant 14^{m} de diamètre horizontal et 20^{m} de hauteur. On en fit l'essai dans le jardin de Réveillon, au faubourg Saint-Antoine, où il avait été construit; puis on le transporta à Versailles, où se fit l'ascension en présence de la famille royale, et d'une foule immense, que l'annonce de cette grande expérience avait fait accourir de Paris et de toutes les villes voisines. Une cage contenant un mouton, un coq et un canard, était suspendue à la

[1] *Mémoire de M. de Montgolfier*, présenté à l'Académie de Lyon.

machine. Ces animaux arrivèrent sains et saufs à terre, après que l'appareil se fut élevé à 560^m. Deux larges déchirures, occasionnées par le vent et la manœuvre du lancement avaient hâté sa descente, qui se fit avec lenteur et sans secousses.

475. Premiers voyages aériens. — Ce demi-succès ne découragea pas Montgolfier, qui ne tarda pas à reconstruire presque entièrement le ballon de Versailles. Il suspendit au-dessous une galerie circulaire propre à recevoir des voyageurs, et au milieu de laquelle était disposé un grillage de fil de fer destiné à recevoir le combustible qui devait entretenir la force ascensionnelle. Pilatre de Rozier, directeur du musée royal, célèbre par la témérité de ses expériences, et qui devait périr plus tard victime de son audace et de son imprudence [1], osa le

Fig. 382.

premier, avec le major marquis d'Arlandes, se confier à l'appareil nouveau. Plusieurs personnes prirent part aux essais préliminaires, qui furent faits dans le jardin de Réveillon. Dans ces essais, le ballon était retenu par une corde, et on put le faire monter et descendre à volonté, en activant ou laissant tomber le feu. Enfin, les intrépides de Rozier et d'Arlandes s'élancèrent à ballon perdu, au château de la Muette, le 20 novembre 1783, en présence du dauphin et de sa cour. Au bout de 25 minutes, ils diminuèrent le feu de paille qu'ils avaient entretenu jusqu'alors, et la machine les déposa doucement à 8 kilomètres du

[1] Ayant voulu traverser la Manche, de Rozier eut l'imprudence de réunir deux ballons placés l'un au-dessus de l'autre; celui de dessous était gonflé par le feu, l'autre, par le gaz hydrogène. Il venait de partir de Boulogne, avec Romain, lorsqu'on vit le double appareil, après s'être élevé assez haut, tomber avec rapidité..... Les deux malheureux voyageurs furent trouvés brisés dans la galerie, aux mêmes places qu'ils occupaient. On n'a jamais su exactement la cause de ce déplorable accident. Les dépouilles de ces deux premières victimes d'un art nouveau, reposent dans le cimetière du village de Vimille, près de Boulogne.

point de départ, après s'être élevée à 1000^m environ. Le ballon traversa la Seine, et plana au-dessus de Paris. Toute la population était dehors; les toits, les sommets des édifices élevés étaient couverts de spectateurs. En passant devant le soleil, le ballon produisit, pour ceux qui se trouvaient sur les tours de Notre-Dame, une éclipse d'un nouveau genre. L'appareil (*fig.* 382), avait 15^m de diamètre horizontal et 24^m de hauteur. Il était orné de dessins divers, des signes du zodiaque, et pesait de 800 à 850 kilogrammes.

A partir de l'expérience de la Muette, la voie était ouverte. Charles et Robert firent un appel au public pour subvenir aux frais d'un nouveau voyage aérien dans un ballon à gaz hydrogène, et ils partirent du jardin des Tuileries, le 1er décembre 1783, au bruit du canon et aux applaudissements d'une multitude immense. Le ballon (fig. 383) avait 10^m environ de diamètre; il s'éleva à 600^m et prit terre à 9 lieues du point de départ. Robert, ayant alors quitté la machine, Charles s'élança seul et parvint à une hauteur de 3000^m. Il eut le plaisir de voir lever le soleil, qu'il avait vu se coucher quelques heures auparavant.

A partir de cette époque, les voyages aériens se multiplièrent. A Lyon, sept personnes s'élevèrent, en janvier 1784, dans un ballon gonflé par l'air chaud et arrivèrent à terre sans accident, malgré une déchirure verticale de 17^m qui se fit à la partie supérieure. A Milan, trois voyageurs partirent dans un appareil semblable; puis Blanchard fit une nouvelle ascension, au Champ-de-Mars, à Paris, au moyen de l'hydrogène..... Le public se familiarisa bientôt avec cette manière de voyager, et, pendant quelque temps, des ballons captifs furent mis à la disposition des curieux, principalement en Allemagne. La corde qui retenait l'aérostat était enroulée sur un treuil, et on la déroulait pour laisser monter l'appareil. On est revenu depuis à ce genre d'amusement, et l'on a pu voir, en 1867, à l'Exposition universelle de Paris, un ballon gigantesque retenu par un câble, et pouvant enlever une quinzaine de personnes.

475. Construction et gonflement des ballons. — Les ballons se gonflent soit avec de l'air chaud, soit avec du gaz hydrogène ou du gaz d'éclairage. Dans le premier cas, on les nomme *montgolfières*, et l'on a réservé plus spécialement le nom d'*aérostats* à ceux qui sont remplis d'hydrogène ou de gaz.

Les *montgolfières* se font ordinairement en toile ou en calicot, sur lesquels on colle du papier, ou que l'on enduit d'une couche de peinture. L'étoffe est taillée en fuseaux cousus les uns aux autres. A la partie inférieure, on dispose un large cylindre ouvert, terminé par un cercle de bois auquel on attache, par un grand nombre de cordes verticales, la nacelle d'osier dans laquelle doivent se placer les aéronautes. — Pour remplir une montgolfière, on fait un feu vif de paille ou de menu bois au-dessous de l'ouverture du cylindre. En versant de l'alcool sur la paille, on gonfle en peu de temps les plus vastes appareils [1].

[1] Dans les premières expériences, on brûlait aussi un peu de laine et diverses substances organiques, parce qu'on croyait que la force ascensionnelle était due à un mélange gazeux particulier dégagé par ces corps et que l'on nommait *gaz de Montgolfier.*

Le tissu dont on forme les aérostats doit être imperméable, autant que possible, au gaz hydrogène. On emploie du taffetas recouvert à chaud d'un vernis formé d'huile de lin et de caoutchouc dissous dans l'essence de térébenthine bouillante; ou bien on enduit le taffetas d'un mélange d'essence de térébenthine et d'huile rendue siccative en la faisant bouillir avec de la litharge. Le vernis doit être appliqué au tampon, et non au pinceau, pour qu'il pénètre bien dans les pores du tissu.

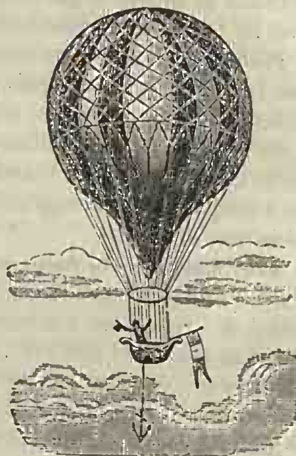


Fig. 383.

M. Giffart a employé, pour le ballon captif de l'Exposition de 1867, une enveloppe formée de deux feuilles de coutil séparées par une lame mince de caoutchouc, dont l'ensemble avait été soumis à une forte compression. — On forme une enveloppe à peu près imperméable, au moyen d'une feuille de taffetas garnie en dedans de sept couches de caoutchouc, et tapissée à l'intérieur d'un tissu enduit de trois couches d'un vernis imaginé par M. Troost, et formé de gélatine, tannin, glycérine, acide pyrogallique mélangés et chauffés plusieurs fois au bain-marie.

Les ballons du siége de Paris de forme sphérique et de 2000 mètres cubes de capacité, étaient simplement formés d'une toile de coton imbibée d'un vernis d'huile de lin cuite avec de la litharge. Après 10 heures, ces ballons, remplis de gaz d'éclairage, étaient encore capables d'enlever une charge de 500 kilogrammes.

La nacelle est suspendue à des cordes attachées à un filet qui recouvre l'hémisphère supérieur (*fig.* 383) afin de répartir la charge sur un grand nombre de points.

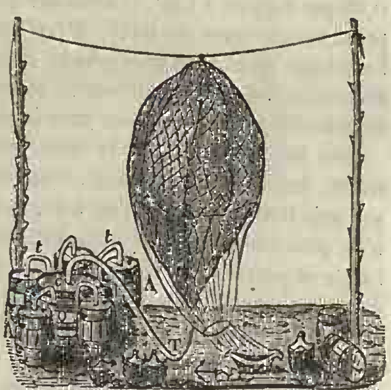


Fig. 384.

Pour remplir les aérostats, on les termine à leur partie inférieure par un long boyau, par lequel on introduit l'hydrogène. L'appareil destiné à produire et à recueillir ce gaz, consiste en un système de tonneaux A, A (*fig.* 384), contenant les fragments de fer ou de zinc, l'eau et l'acide sulfurique destinés à produire le gaz hydrogène. Ce gaz passe, par des tubes *t*, *t*, *t*..., sous un baquet *c*, faisant fonction de gazomètre, renversé sur l'eau dans une cuve, O. Le gaz se lave en traversant l'eau et passe, par le tuyau T, du baquet dans l'aérostat.

Quand on emploie le gaz d'éclairage, il n'y a qu'à faire communiquer le ballon avec les tuyaux de conduite souterrains qui servent à la distribution de ce gaz.

Pendant qu'on remplit un aérostat, on le contient par des sacs remplis de sable que l'on suspend au filet, puis par des hommes qui tiennent des cordes et les lâchent tous en même temps, quand est donné le signal du départ.

On fait aussi de petits ballons en baudruche, auxquels on peut donner toutes sortes de formes, et dont l'enveloppe est si légère qu'ils s'élèvent, après qu'on les a remplis de gaz hydrogène, même quand la capacité n'est que de quelques décimètres cubes.

476. Calcul de la force ascensionnelle. — Considérons d'abord le cas d'un aérostat gonflé par le gaz hydrogène, dont la densité est 0,059, ou à peu près $\frac{1}{17}$ de celle de l'air à la même pression et à la même température. 1 mètre cube d'air pèse $1^{kil},299$ à 0^o et sous la pression de $0^m,76$; 1 mètre cube d'hydrogène, dans les mêmes conditions, pèse donc $0^k,076$; et la force avec laquelle 1 mètre cube de gaz hydrogène est soulevé sera la différence $1^k,223$. Si l'aérostat contient 500 mètres cubes, comme celui de Charles et Robert, la force ascensionnelle sera de 611 kil. Il faudra donc, pour qu'il s'élève, que son poids joint à celui de la charge, soit moindre que 611^k. Si la température et la pression n'étaient pas 0^o et $0^m,76$, il faudrait prendre les densités qui répondent aux nouvelles données.

Pour un aérostat gonflé par le gaz d'éclairage, dont la densité est à peu près 0,65 par rapport à l'air, la force par mètre cube n'est que de $0^k,455$, et pour produire une force de 611^k, il faudrait 1342 mètres cubes de gaz. De plus, l'enveloppe étant alors plus grande, il y a une moindre portion de ces 611^k de disponible. Malgré cette infériorité, on préfère souvent le gaz d'éclairage, à cause de la facilité de se le procurer dans la plupart des villes.

Avec les montgolfières, la force ascensionnelle est encore moindre. L'air chaud, dans un grand appareil, n'atteint que 60^o à 70^o. Alors sa densité est à peu près 0,80 de celle de l'air à 0^o, et la force ascensionnelle, par mètre cube, n'est plus que de $0^k,258$. Ce n'est donc qu'avec de grandes dimensions que l'appareil pourra enlever une charge un peu forte. A quoi il faut ajouter la fatigue d'entretenir le feu, et surtout le danger d'incendie. Dans le premier voyage aérien, d'Arlandes vit avec épouvante plusieurs trous faits par le feu au bas de l'appareil. De Rosier y appliqua aussitôt une éponge. On pourrait éviter ce danger en rendant la toile incombustible, au moyen de certains sels.

478. Manière de gouverner un aérostat. — Dans les ascensions qui ont un autre objet que la simple curiosité, on n'emploie que des aérostats gonflés par l'hydrogène ou par le gaz d'éclairage. Pour les gouverner, il faut suivre certaines règles la plupart indiquées par Charles, et avec lesquelles on peut dire qu'un voyage aérien ne présente quelque danger qu'au moment de la descente, quand le vent est fort. — D'abord le ballon ne doit pas être entièrement rempli au moment du départ; car, la pression extérieure diminuant à mesure qu'on s'élève, la force expansive du gaz pourrait déchirer l'enveloppe. C'est ce qui arriva lors de la première expérience du Champ-de-Mars. On évite ce danger en laissant le tube inférieur ouvert. On n'a besoin, du reste, que d'un excès de force de quelques kilos, que l'on apprécie au moyen d'un dynamomètre. Cette force ne diminue pas quand on s'élève; car, le gaz hydrogène s'étend de manière à posséder la même force élastique que l'air extérieur, gonfle le ballon et déplace un volume d'air d'autant plus grand que les densités des deux gaz ont plus diminué. Si, par exemple, la diminution de la densité réduit de moitié la force ascensionnelle *du mètre cube*, le volume déplacé étant devenu double, la force ascensionnelle totale se trouve reportée à sa première valeur.

Ce qui précède suppose que l'hydrogène possède à chaque instant la même température que l'air; mais le gaz intérieur est presque toujours plus chaud, comme le prouve le nuage de vapeur condensée que forme ce gaz quand on en laisse échapper dans l'air plus froid. Cet excès de chaleur intérieure, qui augmente évidemment la force ascensionnelle, provient de deux causes; d'abord le gaz ne peut se mettre que très-lentement en équilibre de température avec l'air très-froid des hautes régions; en second lieu, quand le soleil frappe l'aérostat, il l'échauffe fortement. Par exemple, dans l'ascension à grande hauteur de l'aérostat *le Zénith*, dont nous parlons plus bas, à 5300^{m} d'altitude, le thermomètre extérieur marquant 5° au-dessous de glace, le gaz intérieur était à 23°, tandis que la température à la surface du sol n'était que de 14° environ.

On sait, à chaque instant, si l'aérostat monte ou descend, au moyen d'un baromètre. Si le mercure baisse, c'est que l'appareil monte, et *vice-versâ*. On suspend aussi aux cordages des feuilles de papier, qui s'en écartent plus ou moins quand on descend, et s'appliquent sur eux quand on monte. La hauteur à laquelle on est arrivé est donnée par la colonne du baromètre, d'où l'on déduit l'altitude (472).

Fig. 385.

Fig. 386.

Dans les ascensions à grande hauteur, il est important de déterminer la hauteur *maximum* à laquelle on a atteint. Le *baromètre-témoin* de M. Janssen (*fig.* 386) donne facilement ce résultat. Cet instrument consiste en un tube barométrique épais *t*, de 1 à 2^{mm} de diamètre, et de 500^{mm} de longueur, recourbé à sa partie inférieure, et terminé, en *o*, par un orifice très-étroit. Ce tube est complétement rempli de mercure et protégé par un étui rempli de sciure de bois. Quand la pression descend au-dessous de 500^{mm}, le mercure sort par l'orifice *o* en quantité d'autant plus grande que la pression est plus faible. Au retour, on porte le tube sous le récipient de la machine pneumatique, et l'on raréfie l'air, de manière à faire arriver le mercure à l'orifice *o*; la pression du récipient est alors celle qui existait à la plus grande hauteur où l'instrument a été porté.

La *fig*. 385 représente le *manomètre-témoin* de M. Negretti. *n* est un tube de 30cm de longueur soudé à un réservoir, R, contenant du mercure, dans lequel le tube plonge par son extrémité effilée. Quand la pression diminue, une partie de l'air contenu dans le tube *n* passe à travers le mercure et sort par l'orifice capillaire *c*; quand ensuite la pression augmente, du mercure monte dans le tube. Ce tube est entouré de glace fondante renfermée elle-même dans un étui de bois enveloppé de laine, qui empêche la chaleur de passer. Au retour, on met l'appareil dans la glace fondante, et l'on déduit la pression *minimum* qu'il a éprouvée de la hauteur de la colonne de mercure, en s'appuyant sur la loi de Mariotte, la masse de gaz que contient le tube étant celle qu'il contenait lors de la pression *minimum*.

Indépendamment de ces appareils, et des autres instruments d'observation, thermomètre, hygromètre, boussole, etc., la nacelle doit contenir du *lest*, formé de sable renfermé dans des sacs. Veut-on s'élever? on jette du lest; veut-on descendre? on fait échapper du gaz par une soupape à ressort adaptée à la partie supérieure du ballon, en tirant une corde qui le traverse et sort par l'ouverture inférieure.

Descente. — Un moment critique est celui de la descente. Quand l'air n'est pas trop agité, l'aéronaute peut, en jetant du sable et ouvrant la soupape alternativement, ménager sa descente de manière à choisir à peu près le point d'arrivée, et à se poser sans secousse sur le sol. Un grappin, attaché à une longue corde et lancé à terre dès que la distance est assez petite, s'y accroche et permet à l'aéronaute, qui tire sur la corde, de s'approcher du sol aussi lentement qu'il veut; ce grappin sert aussi à retenir l'appareil que le vent pourrait entraîner. Le ballon est en partie vide après ces différentes manœuvres; celui de Charles était réduit à un hémisphère quand il prit terre pour la seconde fois.

Quand le vent est fort, la descente devient difficile et même périlleuse. Dès que la nacelle a touché le sol, le ballon allégé remonte vivement, enlevant la nacelle par sa vitesse acquise, tout en obéissant au vent qui l'entraîne; il retombe bientôt et fait ainsi d'énormes bonds, dans lesquels la nacelle éprouve des chocs violents, et est traînée sur le sol, heurtant et brisant les obstacles qu'elle rencontre. Inutile d'expliquer à quels graves dangers sont alors exposés ceux qui la montent. Pour combattre l'action du vent, on jette souvent un long câble, de plus de 100 mètres de longueur, nommé *câble-frein*, dont le frottement sur le sol diminue la vitesse de l'appareil et fait que l'ancre n'est pas aussi facilement brisée. La soupape doit être en ce moment toute grande ouverte; mais elle laisse échapper le gaz trop lentement. Comme ressource extrême, on dispose souvent une corde qui passe à travers l'enveloppe, de manière qu'on peut, en la tendant, éventrer largement le ballon, qui se vide alors et s'affaisse en un instant.

479. Parachute. — Au lieu de descendre, comme nous venons de l'expliquer, des aéronautes qui n'ont d'autre but que d'exciter la curiosité, abandonnent leur ballon et se laissent tomber avec l'aide du *parachute*. Cet appareil consiste en un dôme en étoffe très-résistante (*fig.* 387), de 4 à 5 mètres de diamètre, présentant à peu près la forme d'un parapluie, dont les baleines seraient remplacées par des cordes qui se prolongent au-delà des bords et soutiennent la nacelle dans laquelle se trouve l'aéronaute. Le parachute est suspendu, plié, au ballon, comme on le voit (*fig.* 388). On l'en sépare en tirant une corde, et l'air, s'engouffrant dans les plis de l'appareil, le fait déployer, de manière qu'il présente une surface assez considérable à l'air pour que la résistance rende la descente très-lente.

Le parachute était, dans le principe, destiné à parer aux accidents qui pouvaient survenir. J. Garnerin osa le premier se laisser tomber d'une hauteur de 1000^{m},

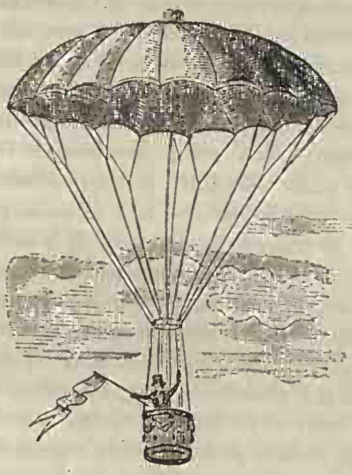


Fig. 387.

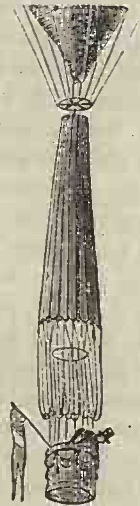


Fig. 388.

suspendu à un semblable appareil. L'air engouffré sous le parachute, en s'échappant latéralement tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, lui imprima des secousses violentes, auxquelles il put heureusement résister. On évite cet inconvénient, en ménageant au centre une cheminée assez large, par laquelle l'air comprimé s'échappe d'une manière continue.

L'invention du parachute paraît très-ancienne. J. Montgolfier indiquait cet appareil dès 1784, et Blanchard paraît l'avoir le premier adapté aux aérostats. Lenormand qui en a aussi revendiqué l'invention, dit avoir lu, dans l'histoire des voyages, que des esclaves, pour amuser leur roi, se laissaient tomber d'une grande hauteur, soutenus par un *parasol* qu'ils tenaient dans leurs mains, et il répéta l'expérience en 1783. Enfin, dans une gravure de 1617, publiée par le *Magasin* *pittoresque*, on voit un homme qui s'élance du haut d'une tour, soutenu par un parachute de forme rectangulaire.

480. De la direction des aérostats. — A peine les aérostats venaient-ils d'être inventés, que l'on s'occupait de trouver le moyen de les diriger. Malgré un grand nombre de tentatives, on n'a pas encore pu résoudre ce difficile problème. M. Navier a traité la question scientifiquement : il a constaté d'abord que l'homme représente le moteur qui donne le plus de force *à poids égal*, et qu'il ne produit cependant, toute proportion gardée, que de la 92e partie de la force motrice d'un oiseau; d'où il conclut que l'art de diriger les aérostats est subordonné à la découverte d'un nouveau moteur beaucoup moins pesant que ceux que nous connaissons.

M. Giffart a cherché à faire mouvoir d'immenses hélices de propulsion au moyen de machines à vapeur puissantes quoique relativement légères, fonctionnant sous des pressions de 80 à 200 atmosphères de vapeur. M. l'amiral Labrousse a aussi perfectionné des hélices qui, mues par deux ou trois hommes, ont pu faire avancer un aérostat de 8 à 10m de diamètre avec une vitesse de 3 ou 4 kilomètres par heure. Mais on comprend que, pour peu que le vent soit fort, son action sur l'immense globe l'emportera toujours sur l'impulsion des hélices dont la surface ne peut être que beaucoup plus petite, si l'on veut qu'elles puissent être mises en mouvement par un moteur d'un poids assez faible pour que le ballon puisse l'enlever. Le problème est donc toujours à résoudre. Tout ce qu'on peut faire aujourd'hui pour se diriger, c'est de disposer de la faculté de s'élever ou de s'abaisser à volonté, pour chercher la couche d'air dans laquelle le vent souffle suivant la direction désirée. Ce moyen, déjà indiqué par Montgolfier, a été développé dernièrement par M. Transon. Mais la déperdition du gaz, occasionnée par la manœuvre de l'appareil, forcerait bientôt à prendre terre. M. Dupuy de Lôme a cherché à lever la difficulté et à produire le changement de niveau, au moyen d'un *ballonnet* placé dans l'intérieur de l'aérostat et dans lequel il comprime de l'air au moyen d'une pompe foulante pour augmenter le poids de l'appareil et descendre, et dont il diminue la pression pour alléger l'appareil et monter.

480. Application des aérostats. — Dès le principe, on songea à appliquer les aérostats à l'art de la guerre. Montgolfier indique cette application dans son premier mémoire à l'Académie de Lyon. En 1792, Monge proposa au Comité de salut public l'emploi des aérostats pour observer l'ennemi, et l'on créa à l'armée du Nord une compagnie d'*aérostiers* destinés à diriger la manœuvre des appareils et à s'occuper du matériel qu'exigeait leur emploi. Dans la campagne de 1793, on exécuta en Belgique vingt-huit ascensions. Le premier essai fut fait au siége de Maubeuge, et le capitaine Coutelle observa, du haut des airs, tous les travaux des assiégeants. L'appareil figura ensuite au siége de Charleroi, puis à la bataille de Fleurus, où le général Moreau resta deux heures à une hauteur de 400 mètres, et envoya au général Jourdan des renseignements sur les dispositions de l'ennemi, qui contribuèrent au gain de la bataille. Dans ces diverses applications, le ballon était retenu par des cordes, et quand l'air était agité, le vent avait pour effet de l'abattre vers la terre. Aussi avait-on renoncé à l'emploi de ce moyen de guerre, lorsqu'on y pensa de nouveau lors de l'expédition d'Alger, en 1830; on avait embarqué tout le matériel nécessaire, mais il fut détruit par un incendie avant qu'on en eût fait usage.

Pendant la guerre fatale de 1870 avec la Prusse, les aérostats ont joué un rôle très-important. Des ballons non montés, lancés de la ville de Metz assiégée, et confiés à l'action du vent, furent trouvés dans les Vosges, chargés de milliers de petits billets donnant des nouvelles de la situation de la ville et de ses habitants.

Aussitôt après l'investissement de Paris, on songea aussi à communiquer avec la province au moyen de ballons montés, et l'on organisa bientôt des ateliers de construction sous la direction de M. E. Godart et de M. Yon. Les ballons, de forme sphérique, avaient 2000 mètres cubes de capacité et devaient conserver une force ascensionnelle de 500 kilog. après être restés remplis de gaz d'éclairage pendant 10 heures. Leurs départs furent bientôt régulièrement échelonnés. En même temps, on avait installé une école d'aéronautique où des hommes dévoués, parmi lesquels beaucoup de marins, vinrent s'initier à la pratique de ce nouveau genre de navigation, pour affronter ensuite des dangers de plus d'une sorte, entre autres la mort promise par un ennemi sauvage aux aéronautes qui tomberaient entre ses mains.

Du 23 septembre 1870, au 28 janvier 1871, *soixante-quatre* aérostats partirent de Paris transportant 115 personnes, souvent plusieurs ensemble[1], et 9000 kilog. de dépêches, formant 3 millions de lettres, dont 2 ont pu être distribués. De ces 64 ballons, 5 furent pris par l'ennemi, et 2 périrent en mer. Un autre, après avoir parcouru plus de 600 kilomètres en 15 heures, alla tomber dans une forêt, en Norwége, près de Christiania, où les aéronautes, épuisés et mourant de faim, furent trouvés par des bûcherons, et accueillis par toute la population avec une cordialité attestant un pays véritablement civilisé.

Les ballons, faute de pouvoir être dirigés, ne pouvaient rentrer dans Paris pour y apporter des nouvelles de l'extérieur; mais ils servirent à résoudre ce nouveau problème en transportant au dehors des pigeons qui, lâchés ensuite chargés de dépêches, rentraient dans la ville pour retrouver leur colombier. Les lettres, d'abord imprimées, étaient reproduites par la photographie miscroscopique, sur des pellicules de collodion tellement légères, qu'un seul pigeon pouvait emporter 2 à 3 mille dépêches introduites dans une de ses plumes. A l'arrivée, les feuilles de collodion étaient portées dans le microscope photo-électrique, au moyen duquel on les projettait, très-grossies, sur un mur, et des copistes les transcrivaient, pour les expédier ensuite aux destinataires. Le froid et la neige empêchèrent beaucoup de ces charmants messagers de pouvoir retrouver leur route; mais, comme on avait envoyé les mêmes dépêches plusieurs fois, quelquefois jusqu'à vingt fois, presque toutes parvinrent à leur destination.

[1] On trouve des détails sur chacune de ces ascensions, dans le journal l'*Illustration*, t. LVIII, pages 27 et 43.

482. Applications scientifiques. — Une des applications les plus utiles de l'aérostation est celle qu'on en a faite à l'étude de l'atmosphère dans les hautes régions. En 1804, Biot et Gay-Lussac ont fait à Paris une mémorable ascension dans laquelle ils ont enrichi la science de faits importants, et où ils s'élevèrent à 4000 mètres. A 2700^m, divers animaux, qu'ils avaient emportés pour observer sur eux les effets de l'air raréfié, ne parurent éprouver aucun malaise. Le pouls des deux physiciens s'était élevé, chez Gay-Lussac à 80 pulsations par minute, et chez Biot, à 111. A 3400^m, une linotte fut lâchée ; elle revint d'abord se poser sur la nacelle, puis s'élança verticalement en tournoyant. Un pigeon se comporta de la même manière. Trois semaines après, Gay-Lussac s'éleva seul à la hauteur de 7000^m. Le baromètre marquait 33^{cm}, et le thermomètre $9°,5$ au-dessous de zéro, tandis qu'il marquait 27° à la surface du sol. Parti du Conservatoire des Arts-et-Métiers de Paris, l'illustre voyageur prit terre, à 30 lieues de là, près de Rouen, après une navigation de 6 heures.

Ce n'est que 36 ans plus tard, en 1850, que nous trouvons un nouveau voyage scientifique, accompli, en France, par MM. Barral et Bixio. Dix ans après, en 1861, M. J. Glaisher, faisait en Angleterre une trentaine d'ascensions, dans lesquelles il cherchait à s'habituer peu à peu à supporter les effets du froid et de la rareté de l'air des hautes régions ; et enfin, en septembre 1862, accompagné de l'aéronaute Coxwell, il atteignait une altitude de plus de 9000 mètres. A ce niveau, le plus élevé que l'homme ait jamais atteint, le froid (27° au-dessous de zéro) et la rareté de l'air lui firent perdre l'usage de ses membres, il ne pouvait distinguer ses instruments et perdit bientôt tout sentiment. Le baromètre marquait 254^{mm}. M. Coxwell voulut alors ouvrir la soupape, mais ses mains, engourdies par le froid et presque noires, lui refusèrent le service. La situation était des plus critiques, lorsque, par un effort suprême, l'aéronaute parvint à saisir et à tirer avec ses dents la corde de la soupape. Nous avons vu (371) comment M. P. Bert a expliqué ces divers effets et a trouvé le moyen de les prévenir par l'inhalation de l'oxygène. Cette méthode n'a pas tardé à être mise à une épreuve concluante.

Après les services rendus par l'aérostation, pendant le siége de Paris, fut fondée la *Société française de navigation aérienne*. Sous ses auspices, MM. Crocé-Spinelli et Sivel ont fait, en 1874, une belle ascension, dans laquelle ils sont parvenus à une hauteur de 7500^m, en évitant cet engourdissement qui faillit être si fatal à MM. Glaisher et Coxwel, et cela en respirant l'oxygène contenu dans de petits ballons munis de tubes flexibles. La même année a été témoin du voyage de nuit de M. et M^me^ C. Flammarion, E. Flammarion et J. Godard, dans lequel les voyageurs allèrent de Paris en Belgique, en utilisant les courants plus ou moins élevés qui pouvaient les porter dans cette direction.

En mars 1875 eut lieu, à l'instigation de la Société de navigation aérienne et avec le concours de plusieurs corps savants, l'ascension de longue durée du *Zénith*, aérostat de 3000 mètres cubes de capacité, monté par MM. Sivel, Crocé-Spinelli, Jobert, Albert et Gaston Tissandier. Partis à $6^h\ 20^m$ du matin, de l'usine à gaz de la Villette, en emportant 1100 kil. de sable, les aéronautes traversèrent la Gironde vers 10 heures du matin et prirent terre près d'Arcachon, après une navigation de près de 23 heures, la plus longue que l'on ait encore exécutée, et accomplie dans les conditions les plus heureuses.

Que n'en a-t-il été de même de l'ascension faite avec le même appareil, cinq semaines plus tard, par Crocé-Spinelli, Sivel et M. Gaston Tissandier, qui se proposaient de s'élever à la plus grande hauteur possible, emportant dans des ballonnets une provision d'un mélange de 30 pour cent d'azote contre 70 d'oxygène, destiné à leur fournir, dans les hautes régions, le gaz nécessaire à la respiration. L'aérostat, parti de la Villette à $11^h\ 35^m$ du matin, arriva bientôt à 5300^m d'altitude, et déjà le pouls de M. Tissandier battait deux fois plus vite que d'habitude. Arrivés à 7000^m, les aéronautes aspirèrent l'oxygène et s'en trouvèrent fort bien. Mais à 7500^m, l'engourdissement, favorisé par un froid de $10°$ au-dessous de glace, commença à se faire sentir fortement, et cependant ils jettaient encore du lest, obéissant comme à un mouvement machinal, ou à une idée fixe dont ils ne comprenaient déjà plus les conséquences.

D'après M. Tissandier, qui a donné une relation détaillée de ce fatal voyage[1], le corps et l'esprit s'affaiblissent graduellement sans qu'on en ait conscience, on est envahi par une espèce de torpeur qui n'est pas sans charme, et l'on tombe peu à peu sans connaissance. L'aérostat s'éleva bientôt à 8000^m, et les trois aéronautes ne pouvant plus saisir, de leurs mains paralysées, les tubes à oxygène, restèrent anéantis au fond de leur nacelle. Une demi-heure plus tard, M. Tissandier se ranime, le ballon descendait avec une vitesse effrayante. Crocé s'éveille à son tour, et voyant cette descente vertigineuse, jette des sacs de lest et même un lourd appareil destiné à doser l'acide carbonique des hautes régions. Le ballon allégé remonte alors vivement, et revient probablement à cette hauteur de 8000^m qu'il avait déjà atteinte. Mais deux des malheureux aéronautes ne purent supporter ainsi, coup sur coup, des changements aussi étendus et aussi brusques de pression. A $3^h\ 30^m$ environ, l'appareil n'était plus guère qu'à 6000^m et redescendait avec rapidité, lorsque M. Tissandier sort une seconde fois de sa torpeur, et trouve ses malheureux compagnons inanimés, la face injectée et la bouche pleine de sang........

Après une descente rapide, le ballon vint frapper le sol avec violence, dans le département de l'Indre, à 250 kilomètres du point de départ. Les baromètres témoins prouvèrent authentiquement qu'il avait atteint l'altitude de 8000^m.

Nous rapporterons en temps et lieu les résultats importants des observations et des expériences qui ont été faites dans les diverses ascensions scientifiques que nous venons de passer rapidement en revue.

[1] Voy. *La Nature*, Revue des sciences, mai 1875, p. 337.

CHAPITRE IV

DES CORPS A L'ÉTAT SOLIDE

> Comme lorsque le forgeron plonge dans l'eau froide une grande hache simple ou à deux tranchants fortement chauffée; et c'est ce qui donne la force au fer.....
>
> HOMÈRE (*Odyssée*, liv. IX. v. 39).

§ 1. — STRUCTURE DES CORPS SOLIDES

483. L'*état solide* est caractérisé par l'arrangement des molécules, qui sont maintenues les unes par rapport aux autres dans des positions fixes; de sorte que les corps ont une *forme*, qu'on ne peut changer sans exercer des efforts extérieurs très-sensibles. On nomme *structure* de ces sortes de corps, l'arrangement et la disposition relative des molécules ou des groupes moléculaires dans leur intérieur. Nous distinguerons trois sortes de structures : la *structure régulière*, la *structure irrégulière*, la *structure organique*.

484. Structure régulière. — Cristaux. — Nous ne connaissons pas la forme des molécules des corps; cependant l'existence de cette forme est manifestée, dans l'état solide, par la *cristallisation*. Quand un corps passe lentement de l'état fluide à l'état solide, ou quand il se sépare d'une dissolution, ses molécules s'empilent les unes sur les autres en obéissant aux forces moléculaires qui les sollicitent, et s'arrangent dans un ordre déterminé, de manière à constituer une masse polyédrique régulière nommée *cristal*. On fait cristalliser les corps par la *voie sèche* ou par la *voie humide*.

1° Voie sèche. — On fait fondre la substance dans un vase placé sur le feu, puis on laisse refroidir. Une partie du liquide se solidifie d'abord sur les parois du vase et à la surface; on perce la croûte formée, et l'on fait écouler la portion restée liquide; enlevant alors la croûte, on voit les parois recouvertes de cristaux implantés à facettes brillantes. Cette méthode, imaginée par Rouelle, sur le soufre, a été appliquée à un métal, le bismuth, par Brongniart; elle réussit également sur la plupart des autres métaux, et même sur l'eau. Si l'on attendait que toute la masse fût solidifiée, on ne verrait plus les cristaux, les espaces qui séparent les premiers formés se remplissant de matière solidifiée. C'est ainsi que la glace, les métaux en lingots paraissent sans structure régulière; la manière dont se fait la cristallisation montre qu'il n'en est pas ainsi. On peut, du reste, en brisant les corps, reconnaître souvent l'existence de cristaux engagés les uns dans les autres, en voyant apparaître dans la cassure une foule de facettes brillantes. Certains phénomènes lumineux peuvent servir aussi à reconnaître la structure cristalline, quand elle n'est pas apparente même dans la cassure.

Lorsque le corps se *sublime*, c'est-à-dire se réduit en vapeur sans passer par l'état liquide, comme l'arsenic métallique, l'iodure de mercure, le sel ammoniac..., on peut le faire cristalliser en opposant à la vapeur un couvercle froid, en forme de voûte, sur lequel la vapeur refroidie se solidifie en formant une masse cristalline.

2° Voie humide. — On fait dissoudre dans un liquide la substance que l'on veut faire cristalliser, jusqu'à *saturation*, c'est-à-dire jusqu'à ce que le dissolvant contienne le plus possible de cette substance. On abandonne ensuite la dissolution à elle-même; le liquide s'évapore peu à peu, et les molécules du corps dissous se déposent les unes après les autres sur les parois du vase, en prenant un arrangement régulier.

Quelquefois, la dissolution saturée est préparée à chaud, et on la laisse refroidir. Comme il faut souvent plus de substance pour saturer le liquide quand il est chaud que lorsqu'il est froid, le dépôt se fait peu à peu pendant le refroidissement, et les cristaux apparaissent sur les parois du vase. C'est ainsi que se fait le *sucre candi*, qui n'est autre chose que du sucre ordinaire cristallisé.

Méthode d'Ebelmen. — Ebelmen a imaginé une méthode qui tient à la fois de la voie sèche et de la voie humide. Il emploie pour dissolvant des substances qui ne se réduisent en vapeur qu'à des températures très-élevées, comme l'*acide borique*, le *borate de soude*, l'*acide phosphorique*, certains *phosphates*. Des oxydes dissous dans ces substances fondues par le feu cristallisent et forment artificiellement des minéraux identiques à ceux que l'on trouve dans la nature. Des pierres précieuses, *spinel*, *émeraude*, *péridot*, *cymophane*, la plupart en cristaux microscopiques, à cause des petites quantités de matières employées, peuvent s'obtenir ainsi dans l'acide borique, et le *corindon*, dans le borax. On pourrait, comme l'a remarqué Ebelmen, produire des gemmes pour la joaillerie, en opérant sur de grandes quantités. Cette méthode jette du jour sur l'origine et la formation de certains minéraux très-difficiles à fondre, qui ont pu cristalliser à la faveur de dissolvants volatils à la température très-élevée que possédait autrefois le globe terrestre.

483. CRISTALLOGRAPHIE. — L'étude des cristaux constitue la *cristallographie*, science toute moderne. Les anciens connaissaient bien quelques cristaux naturels, tels que le diamant, le cristal de roche; mais, jusqu'au milieu du dix-huitième siècle, on regarda ces formes régulières comme des jeux du hasard. Linné paraît avoir soupçonné, le premier, qu'elles sont soumises à des lois, et le minéralogiste français Romé de Lisle, en 1772, posa les bases de la *cristallographie*, en découvrant que les cristaux de même forme et de même substance présentent toujours les mêmes angles à la même température.

On distingue dans les cristaux les formes *simples* et les formes *composées*. Dans les premières, toutes les faces sont égales, comme dans le *cube*, l'*octaèdre régulier*, solide dont les huit faces sont des triangles équilatéraux (*fig*. 389); le *dodécaèdre rhomboïdal* AB (*fig*. 392), solide à douze faces égales rhomboïdales. Dans les cristaux à formes *composées*, les faces ne sont pas égales; ainsi, dans la *fig*. 390, il y a des faces carrées *c*, *c*..., et d'autres hexagonales *p*, *p*... En prolongeant les faces semblables d'un cristal composé, on obtient toujours une forme simple. Ainsi, les huit faces *p* prolongées, donnent un octaèdre; et les six faces *c*, un cube. Il résulte de là que l'on peut considérer un cristal composé comme formé par la combinaison d'autant de formes simples qu'il y a de faces d'espèces différentes. Le plus souvent, l'une des formes simples est plus apparente que les autres, parce que les faces qui lui correspondent et qu'il suffit de prolonger pour l'obtenir, sont très-grandes; on la nomme *forme dominante* du cristal. Les faces qui ne lui appartiennent pas s'appellent *faces modifiantes*.

Il résulte de l'observation, que toutes les formes polyédriques ne sont pas admises, dans la nature. On ne trouve que celles dans lesquelles les faces sont deux à deux parallèles et de même forme; de sorte qu'un cristal peut toujours être coupé en deux parties symétriques, par un plan pris à égale distance de deux faces parallèles. Cela suppose que le cristal est isolé et régulièrement terminé de toutes parts. Souvent les cristaux sont *implantés*, et soudés les uns aux autres par une extrémité; il faut chercher des individus complets, pour vérifier la loi.

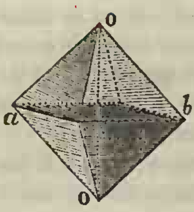


Fig. 389.

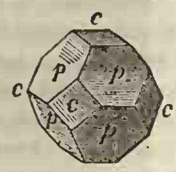


Fig. 390.

486. Loi de symétrie. — Hémiédrie. — Les modifications de la forme dominante produites par les faces modifiantes, affectent en même temps et de la même manière les arêtes et les angles solides *de même espèce*, c'est-à-dire formés par des faces égales et également inclinées. Au contraire, les arêtes et les angles d'espèce différente ne sont pas modifiés en même temps, ou le sont autrement. Cette règle se nomme la *loi de symétrie*.

On voit assez souvent des cristaux déroger à cette loi, en ce que des modifications sur certaines arêtes ou sur certains angles solides ne se présentent pas sur des arêtes et sur des angles de même espèce. M. Weiss, qui a fait une étude approfondie de ces anomalies, les a désignées sous le nom d'*hémiédrie*. Nous verrons plus loin (488) comment on peut les expliquer.

487. Système de Haüy. — Clivage. — Une même substance peut cristalliser sous des formes différentes, ce qui semble difficile à concilier avec les propriétés des molécules, qui doivent être toujours identiques. Mais remarquons d'abord que la *structure* régulière d'une substance reste la même sous ces différentes formes. En effet, on a constaté que la plupart des cristaux peuvent se fendre suivant certains joints naturels ayant des directions déterminées, de manière qu'on en peut détacher des lames à faces parfaitement planes et brillantes. C'est ce qui s'appelle *cliver* un cristal, et les joints se nomment *plans de clivage*. On a reconnu que tous les clivages ne sont pas toujours également faciles dans un même cristal.

Pour cliver un cristal, il suffit souvent de le frapper avec précaution. On voit alors apparaître des fissures, qui indiquent la direction des joints; et en introduisant une pointe de couteau entre les lames, on les sépare facilement. Quand cette méthode directe ne réussit pas, on fait chauffer fortement le cristal, et on le plonge dans l'eau quand ce liquide ne l'attaque pas; il se brise souvent alors en fragments réguliers, ou présente des fissures qui indiquent la direction des joints. C'est ainsi qu'un prisme de cristal de roche se divise en rhomboèdres, quand on le plonge brûlant dans l'eau froide.

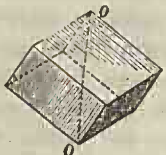


Fig. 391.

Haüy a reconnu par l'expérience que, pour une même substance, les plans de clivage se coupent toujours suivant les mêmes angles, et que, en faisant des coupes de clivage qui se correspondent sur toutes les parties semblablement situées, on parvient à un solide de forme simple, c'est-à-dire à faces égales, et qui (sauf les cas de *dimorphisme*, dont nous parlerons plus bas), est le même pour une même substance, quelle que soit la forme d'où l'on est parti. C'est ainsi qu'un cristal de carbonate de chaux, substance qui peut se présenter sous une

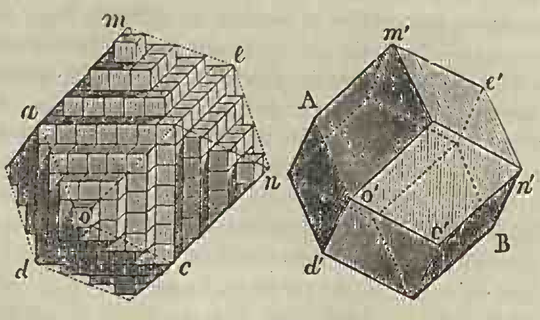


Fig. 392.

soixantaine de formes différentes, peut se cliver de manière à donner toujours un solide à six faces rhomboïdales, nommé *rhomboèdre* (*fig.* 391), dont les angles sont de 75° et 105°. Un cristal de galène conduit ainsi à un cube. Cette espèce de noyau, constant dans une même substance, a été appelé *forme primitive*, et les cristaux qui y conduisent par clivage, *formes secondaires* de la substance. Le noyau étant clivé parallèlement à ses faces, donne des solides de même forme, de plus en plus petits; ce qui a fait admettre par Haüy, que les *molécules* *intégrantes* ont aussi cette forme, ou du moins sont arrangées par groupes élémentaires ayant la forme du noyau primitif.

En partant de là, Haüy, pour expliquer les formes secondaires, regarde le cristal comme formé du noyau primitif, garni sur ses faces de couches de molécules décroissant uniformément, soit sur leurs bords, soit sur leurs angles, par l'absence constante d'un certain nombre de files de molécules; de manière à donner lieu à une forme extérieure différente du noyau. Par exemple, en imaginant des couches de molécules cubiques, empilées sur chaque face d'un cube *adce* (*fig.* 392), de manière que chaque couche ait sur chacun de ses côtés une file de molécules de moins que la précédente, on obtient un *dodécaèdre rhomboïdal*, dont les faces sont *men*, *mao*, *nco*..., et que l'on peut comparer au dodécaèdre AB, figuré dans une position un peu différente. En clivant le dodécaèdre, par des plans également inclinés sur les quatre faces de chacun des six angles tétraèdres *m*, *n*, *o*..., on retrouve le cube primitif.

488. Théorie de Delafosse. — Delafosse, en 1843 [1], a modifié et complété cette théorie, en prouvant que la molécule intégrante de Haüy n'est pas la vraie molécule physique, mais qu'elle est constituée elle-même par la réunion de plusieurs autres formant un polyèdre. En effet, les *clivages* dans certaines directions, prouvent que les molécules sont arrangées en couches parallèles à ces directions. Supposons qu'il y en ait trois en tout; il en résultera que les molécules, qui sont distribuées à la fois dans des plans parallèles à ces trois directions, sont situées à leurs points d'intersection, c'est-à-dire aux sommets des parallélipipèdes qu'ils forment en se rencontrant. Là, ces molécules restent en équilibre sous l'influence des forces moléculaires et forment, en différents sens, des files dans lesquelles leurs centres de gravité sont également espacés. La molécule intégrante de Haüy n'est donc que le plus petit des parallélipipèdes dont les molécules voisines occupent les sommets. Quant à la forme de ces dernières molécules, elle ne ressort pas de leur arrangement au sommet de la molécule intégrante qui donne lieu à la forme primitive. Cependant cette forme et les autres propriétés de la molécule physique, doivent avoir une influence majeure sur le groupement qui constitue la molécule intégrante, puisque de ces propriétés dépend la manière dont les couches se séparent plus ou moins facilement dans les directions de clivage. Le joint naturel n'est autre chose qu'un plan touché par toutes les molécules d'une même tranche, par des points homologues déterminant le même degré de cohérence avec la couche juxtaposée.

Cette théorie de Delafosse explique l'*hémiédrie* (486), dont les cas assez nombreux avaient jeté le discrédit sur le système de Haüy. Par exemple, Delafosse regarde les molécules intégrantes de la *boracite* comme composées de quatre molécules physiques formant un tétraèdre régulier, et empilées de manière à constituer un cube (*fig.* 393); les axes des molécules physiques étant toujours parallèles, et leurs centres uniformément distribués. On voit que les deux

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, savants étrangers, t. VIII, p. 647.

extrémités d'une même diagonale *ab* du cube, ne sont pas dans les mêmes conditions, puisque les tétraèdres élémentaires tournent un sommet vers l'extrémité *a*, et une face vers *b*. Les deux angles solides *a* et *b* du cube, qui sont de même espèce quand on ne fait attention qu'à la forme extérieure, sont donc réellement d'espèce différente, quand on considère la structure intime, et il n'est pas surprenant de voir des modifications exister à l'un de ces angles sans exister à l'autre.

De là l'explication de ce fait, découvert par Huyghens, que la résistance à l'action d'une pointe avec laquelle on cherche à rayer un cristal cubique *tétraédrique*, peut être différente parallèlement aux deux diagonales d'une même face. Il a même constaté une différence suivant une même droite, quand la pointe la parcourt dans un sens ou dans l'autre.

Les stries qui se présentent souvent suivant une des diagonales d'une face d'un cristal cubique *tétraédrique*, et qu'on regardait autrefois comme des imperfections de cristallisation, s'expliquent facilement, ainsi que leur disposition sur les différentes faces. La *fig*. 394 montre cette disposition sur un cristal de *blende*, et l'on s'en rend facilement compte en se reportant à la *fig*. 393.

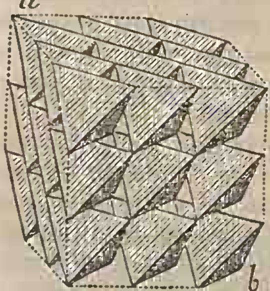


Fig. 393.

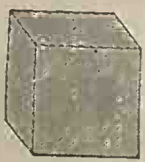


Fig. 394.

L'examen auquel Delafosse s'est livré, de plusieurs autres minéraux présentant des anomalies comme la boracite, n'a fait que confirmer sa manière de voir, dans laquelle on trouve aussi l'explication de l'*électricité polaire*, ou propriété de se charger d'électricités de nature différente aux deux extrémités que présentent quelques cristaux à forme symétrique, quand on les échauffe. Enfin, certains phénomènes d'optique sur lesquels nous reviendrons, reçoivent un jour tout nouveau de cette ingénieuse théorie.

489. Axe d'un cristal. — On nomme *axe d'un cristal* une ligne droite qui passe par son centre de figure, et autour de laquelle ses faces sont disposées de la même manière. Telles sont les diagonales d'un cristal cubique. Il peut y avoir plusieurs systèmes d'axes dans un même cristal. Ainsi, dans un cube, on peut considérer : 1° les quatre diagonales; 2° les trois droites qui joignent deux à deux les centres des six faces; 3° celles, au nombre de six, qui joignent les milieux des arêtes opposées. — Quand un axe se trouve seul de son espèce, comme celui qui joint les sommets de deux pyramides opposées par la base qui constituent un octaèdre, on le nomme *axe principal*. On place toujours cet axe, *oo* (*fig*. 389, 391, 395) verticalement, quand on veut étudier le cristal. — Il résulte de l'observation, que les formes simples qui peuvent se combiner pour former un cristal composé, possèdent toujours un système d'axes identique ; la combinaison de formes simples ayant des systèmes d'axes différents n'existe pas dans la nature.

490. Systèmes cristallins. — On nomme *système cristallin*, l'ensemble des formes simples ayant les mêmes axes, et des formes composées qui résultent de leurs combinaisons. Les cristallographes ont reconnu *six* systèmes cristallins :

1° Le *système régulier*, à trois axes égaux perpendiculaires entre eux. A ce système appartiennent le *cube* ou *hexaèdre régulier*, le *tétraèdre* et l'*octaèdre réguliers* (*fig.* 389), qui peut être considéré comme formé par deux pyramides droites ayant pour base commune un carré, et dont les arêtes sont égales au côté de cette base ;

2° Le *système hexagonal* ou *rhomboédrique*, dans lequel il y a quatre axes, dont un est perpendiculaire au plan des trois autres qui sont égaux entre eux et forment des angles de 60°. Exemples : le *rhomboèdre* (*fig.* 391) ; le *dodécaèdre hexagonal* (*fig.* 395), qui peut être considéré comme formé de deux pyramides droites ayant pour base commune un hexagone régulier, dont les diagonales forment les trois axes égaux ;

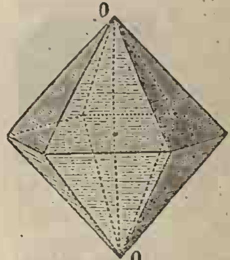


Fig. 395.

3° Le *système quadratique* : il y a trois axes perpendiculaires entre eux, dont deux seulement sont égaux. Exemple, les *octaèdres à base carrée*, dont l'axe principal peut avoir une longueur quelconque ;

4° Le *système rhombique* caractérisé par trois axes perpendiculaires entre eux, mais inégaux. Exemple : les *octaèdres à base rhombe*, formés de deux pyramides droites dont la base commune est un losange ;

5° Les trois axes dissemblables peuvent n'être pas perpendiculaires entre eux. Si cependant l'un d'eux est perpendiculaire au plan des deux autres, on a le *système klinorhombique*. Exemple : les *octaèdres droits* à base parallélogramme quelconque ;

6° Enfin, le *système klinoédrique*, dans lequel les trois axes sont inégaux, et obliques les uns par rapport aux autres. Par exemple, les *octaèdres obliques* ayant pour base un parallélogramme quelconque.

491. Remarques. — Dans les 1er, 4e et 6e systèmes, on peut prendre pour *axe principal* un des trois axes indifféremment. Dans les trois autres, l'axe principal est entièrement distinct des autres.

Les cristaux appartenant au premier système sont symétriques autour d'un point et les molécules sont distribuées de la même manière dans tous les sens autour de ce point. Aussi les propriétés physiques sont-elles les mêmes dans toutes les directions : les clivages sont également faciles ; l'*élasticité*, la *dilatation* sont les mêmes ; la *chaleur* et l'*électricité* se propagent uniformément, et la lumière passe sans éprouver de modifications particulières. Ces différents cas seront développés en temps et lieu. Il y a cependant des restrictions à apporter à ce qui précède, car la structure n'est pas toujours aussi régulière que l'indique la forme extérieure, comme l'a montré Delafosse (488), et ce n'est que dans le cas où la loi de symétrie est suivie par toutes les formes cristallines d'une même substance, qu'on doit s'attendre à rencontrer dans toutes les propriétés physiques, cette uniformité dont nous venons de parler.

Les cristaux appartenant au second et au troisième système sont symétriques autour de l'axe principal. L'égalité des propriétés physiques se remarque dans toutes les directions perpendiculaires à cet axe, mais ne se retrouvent plus dans celles qui lui sont obliques. Par exemple, la chaleur ne se propage pas avec la même vitesse, un rayon de lumière se partage en deux autres en traversant dans certains sens, comme nous l'expliquerons dans l'optique, l'élasticité n'est pas la même, etc.

Les trois autres systèmes ne présentent plus de symétrie autour d'un axe, et les propriétés physiques diffèrent, dans deux directions différentes quelconques.

492. Dimorphisme. — Certaines substances peuvent se présenter successivement cristallisées sous deux formes incompatibles, c'est-à-dire appartenant à des systèmes cristallins différents. Ce phénomène, qui a reçu le nom de *dimorphisme*, semble, au premier abord, difficile à concilier avec les idées que nous nous faisons des molécules et de leurs propriétés constantes. Mais remarquons d'abord que ces formes incompatibles, quand elles prennent naissance sous nos yeux, le font *à des températures différentes*. Ainsi, le soufre cristallise, à 111° par la voie sèche, en prismes obliques à base rhombe, appartenant au 5ᵉ système; tandis que les cristaux naturels de soufre sont des octaèdres appartenant au 4ᵉ. Or on peut obtenir des cristaux octaédriques, par voie humide, à la température ordinaire, en dissolvant le soufre dans le sulfure de carbone ou l'essence de térébenthine. Il est à remarquer aussi que les prismes obtenus à 111° deviennent peu à peu opaques après le refroidissement, et tombent en poussière au moindre contact, et chaque parcelle, vue au microscope, présente la forme d'un petit octaèdre.

Le carbonate de chaux cristallise aussi sous deux formes appartenant à deux systèmes différents. En rhomboèdre, il constitue le *spath d'Islande*, et en prisme rhomboïdal, l'*aragonite*. Ces deux formes naturelles doivent encore être considérées comme s'étant formées à des températures différentes; car, si l'on verse une dissolution de chlorure de calcium dans une dissolution de carbonate d'ammoniaque, il se forme, à la température de 66°, un précipité de carbonate de chaux, qui, vu au microscope, laisse distinguer de petits cristaux rhomboédriques. Si, au contraire, les dissolutions sont froides, les cristaux microscopiques de carbonate de chaux appartiennent au système de l'aragonite. De plus, si l'on chauffe fortement un cristal d'aragonite, il se brise en fragments très-petits qui ont la forme de rhomboèdres. Ces faits, auxquels on pourrait en ajouter beaucoup d'autres, peuvent s'expliquer en remarquant que la chaleur qui intervient dans les actions moléculaires, donne aux molécules physiques des tendances à se rapprocher par des points différents quand la température change, de manière à ce qu'elles constituent des molécules intégrantes de forme différente, suivant le système de Delafosse. L'arrangement tend à changer quand la température s'éloigne beaucoup de celle qui a présidé au groupement; et il change, en effet, pour le soufre, tandis qu'il persiste pour le carbonate de chaux.

Au reste, M. Pasteur a constaté que les deux formes que présentent les cristaux dans le *dimorphisme*, sont très-voisines l'une de l'autre. « L'une des deux formes est une forme limite, une forme, en quelque sorte, placée à la séparation de deux systèmes, dont l'un est le système propre à cette forme, et l'autre le système dans lequel rentre la seconde forme de la substance[1]. » La chaleur ne modifie donc que faiblement l'arrangement des molécules physiques qui constituent la molécule intégrante.

493. Structure irrégulière. — Les cristaux purs et complets sont rares dans la nature, et il semble, au premier abord, que les molécules sont le plus souvent agglomérées sans ordre déterminé; mais un examen plus attentif montre qu'il en est tout autrement. La méthode qu'on emploie pour faire cristalliser les corps, montre qu'une masse sans structure régulière apparente, peut être formée de cristaux enchevêtrés les uns dans les autres; puisqu'on peut les voir, en enlevant une partie de la matière avant que tout ne soit solidifié. En brisant un corps, on reconnaît souvent la structure cristalline, par les facettes brillantes que présente la cassure; comme cela a lieu avec l'étain, le bismuth, l'antimoine, le marbre, la pierre à plâtre et une multitude de minéraux. Les granulations brillantes de l'acier, du fer, de la fonte, fraîchement brisés, ont la même origine. Quelquefois ces cristaux rudimentaires sont tellement petits, qu'il faut employer le microscope pour les distinguer. Le cri de l'étain, du cadmium, du zinc, indique que les facettes des cristaux pressés les uns contre les autres, se séparent avec bruit. Le cri ne se produit plus quand on a martelé ces métaux, dont on a brisé les rudiments de cristaux, en rendant ainsi la masse plus homogène et plus dense. La glace formée à la surface des eaux tranquilles a elle-même une structure cristalline. Nous verrons, dans l'optique, qu'elle donne, avec la lumière polarisée, des anneaux colorés qui attestent la cristallisation. M. Tyndall montre l'état cristallin de la glace, par un moyen ingénieux. Il place la lame de glace dans un faisceau divergent de rayons solaires, de manière à projeter son ombre agrandie sur un écran. La chaleur fond la glace à sa surface, en épargnant les cristaux les plus complets, et l'on voit apparaître successivement au milieu de

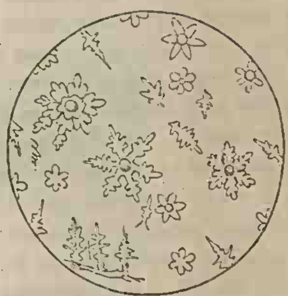


Fig. 396.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIII, p. 320.

l'ombre, des étoiles à six rayons diversement découpés (*fig.* 396), que l'on peut comparer aux figures que présentent les parcelles de neige.

On reconnaît encore la structure cristalline de certains corps, en faisant agir sur eux des dissolvants faibles, qui attaquent plus facilement les rudiments très-petits de cristaux de la surface, que ceux moins imparfaits qui sont au-dessous. Ainsi, en attaquant le fer, le bismuth, le nickel, par des acides faibles, on voit la surface couverte de petits cristaux. Daniell a fait surgir ainsi des cristaux, d'une cornaline bien transparente.

Avec l'étain, le résultat est des plus marqués. C'est sur cette propriété qu'est fondée la fabrication du *moiré métallique*, imaginé par Achard : on passe de l'acide chlorhydrique faible sur une feuille de fer-blanc, qui n'est autre chose que de la tôle recouverte d'une mince couche d'étain, et l'on voit apparaître des arborescences et des taches cristallines irrégulièrement distribuées.

494. Il est des corps qui ne présentent pas d'indices de cristallisation; ils sont composés de grains irréguliers plus ou moins fins, agglomérés et soudés soit par une autre substance, soit par la même substance en poudre impalpable; tels sont la craie, le grès. Ici, les grains ont été détachés de corps existant antérieurement à celui qu'ils forment, puis divisés, usés par les eaux, et ensuite déposés et agglomérés. La structure de chaque grain doit être cristalline, comme le microscope permet de le voir dans la plupart des cas, et comme il est confirmé par ce fait, que les précipités qui se forment dans le mélange de certaines dissolutions, laissent distinguer au microscope une multitude de petits cristaux, dont l'existence prouve que les molécules du solide s'arrangent régulièrement, au moment où il prend naissance.

495. Structure organique. — La structure organique est celle que nous présentent les parties solides des corps organisés comme le bois, la corne, l'écaille, l'ivoire. L'arrangement des molécules s'est effectué sous l'influence des forces réunies qui concourent à l'accomplissement des phénomènes vitaux. Cette structure est souvent *fibreuse*, c'est-à-dire que les éléments sont arrangés par files accolées les unes aux autres, de manière que la substance présente des propriétés différentes dans le sens des fibres, et perpendiculairement à leur direction.

§ 2. — ÉLASTICITÉ

496. Définitions. — Lorsqu'on modifie la forme ou le volume d'un corps solide, ses molécules sont dérangées de leur position d'équilibre, et, si les déplacements qu'elles ont subis ne sont pas trop considérables, elles tendent à revenir à leur première position, et le corps à reprendre sa première forme et son premier volume. Cette tendance, due au jeu des forces moléculaires, constitue l'*élasticité*.

L'effort qu'il faut faire pour maintenir un certain changement dans les positions relatives des différentes parties d'un corps, se nomme *force élastique* ou *de ressort*. Cet effort fait équilibre à la force avec laquelle le corps tend à revenir à son premier état, et peut lui servir de mesure.

Quand les molécules d'un corps solide ont été trop dérangées de leur position d'équilibre, elles n'y reviennent plus complétement, et le corps abandonné à lui-même, conserve une partie de la déformation qu'on lui a fait subir; c'est qu'on a dépassé la *limite d'élasticité*.

La *limite d'élasticité* est quelquefois prise pour l'élasticité; c'est ainsi qu'un corps est dit très-élastique quand on peut le déformer beaucoup sans qu'il cesse de revenir à son premier état. Un corps *parfaitement élastique* serait celui qui reviendrait complétement à sa première forme, et l'on peut dire que tous les corps sont parfaitement élastiques entre certaines limites.

Dans les fluides, dont les molécules n'ont pas de positions relatives fixes, on ne peut développer l'élasticité que par compression. Dans les corps à l'état solide, l'élasticité peut être développée par cinq moyens différents : par *traction* ou *tension*, par *compression*, par *flexion*, et par *torsion*.

I. Élasticité de tension et de compression.

497. Lois de l'élasticité de tension. — Les lois de l'élasticité développée par la *tension*, c'est-à-dire par des efforts exercés dans le sens de la longueur d'une barre cylindrique ou prismatique, sont les suivantes : 1° *Pour une même barre, l'allongement que produit un accroissement de l'effort exercé, reste le même, quelle que soit la tension primitive.* — 2° *L'allongement est proportionnel à l'augmentation de la charge.* — 3° *Il est proportionnel à la longueur du corps.* — 4° *En raison inverse de l'aire de sa section droite.*

On suppose toujours que la limite d'élasticité n'est pas dépassée, c'est-à-dire que la barre revient à sa première longueur quand on l'abandonne à elle-même.

Les deux premières lois ne pouvaient être dévoilées que par l'expérience; les deux autres pouvaient être prévues; car, pour la troisième, chaque unité de longueur de la barre supportant le même effort, s'allonge de la même quantité; et, pour la quatrième, si l'on suppose la barre divisée suivant sa longueur en autant de parties qu'il y a d'unités dans sa section droite, la charge sera répartie entre toutes ces barres élémentaires, qui, d'après la deuxième loi, s'allongeront d'autant moins qu'elles seront moins chargées, c'est-à-dire qu'elles seront plus nombreuses. Cependant, cette troisième loi a besoin d'être vérifiée par l'expérience, car rien ne prouve que chaque barre élémentaire liée aux autres résiste comme si elle était seule.

498. Expériences de Sgravesande. — Les premières expériences précises relatives à l'élasticité de tension ont été faites par Sgravesande sur des fils métalliques, au moyen de l'appareil (*fig.* 397). Le fil, *amb*, était tendu entre deux étaux fixes a et b, et écarté latéralement par un poids placé dans un bassin B suspendu à une lame c que le fil traversait librement. Ce fil ainsi écarté était forcé de s'allonger, d'une quantité facile à déduire de la flèche mm'. En effet, le triangle rectangle amm' donne $\overline{am'}^2 = \overline{mm'}^2 + \overline{am}^2$, d'où $2\,\overline{am'} = 2\sqrt{\overline{mm'}^2 + \overline{am}^2}$. et l'allongement n'est autre chose que $2\,\overline{am'} - \overline{ab}$. La flèche se mesurait au moyen d'une aiguille fixée à une poulie, embrassée par un cordon attaché en m. On connaissait le déplacement de l'aiguille correspondant à un abaissement donné du point m. Un contre-poids P faisait équilibre au poids de la lame c et du bassin B.

Le poids, R, placé dans ce bassin étant connu, on en déduit les deux composantes r, r', égales et opposées aux tensions t des deux moitiés du fil ; tensions qui peuvent se décomposer elles-mêmes en deux forces l'une horizontale, l'autre verticale. Les composantes horizontales se détruisent, et les composantes verticales font équilibre à la force R.

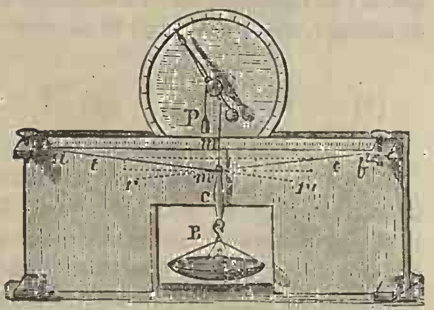


Fig. 397.

Or, ces composantes verticales sont égales à

$$t \cos \overline{mm'}b \quad \text{ou} \quad t.\frac{mm'}{m'b}.$$

On a donc $\quad 2t\,\dfrac{mm'}{m'b} = \mathrm{R}$,

d'où $\quad t = \dfrac{\mathrm{R}}{2}\,\dfrac{m'b}{mm'}$;

ou enfin $t = \frac{1}{2}\left(\mathrm{R} + \frac{p}{2}\right)\dfrac{m'b}{mm'}$,

en tenant compte du poids p du fil ab. Car, au centre de gravité de chaque moitié est appliqué le poids $\frac{1}{2}\,p$, que l'on peut remplacer par ses composantes égales à $\frac{1}{4}\,p$, l'une appliquée en m, et l'autre en a ou b, et la somme $\frac{1}{2}\,p$ des composantes appliquées en m doit être ajoutée à la charge R.

499. F. Savart a établi les lois de l'élasticité de tension par une méthode directe. Les fils de *cuivre*, *laiton*, *acier*, *fer*, *verre*, dont il voulait mesurer l'allongement, étaient suspendus verticalement, après avoir été divisés en parties égales par des traits horizontaux très-fins, dont il mesurait ensuite la distance sous différentes charges, au moyen du *cathétomètre*. Ces expériences, répétées plus tard par Masson, ont confirmé les lois énoncées ci-dessus. De faibles écarts observés étaient dus aux erreurs d'expérience, mais surtout à des irrégularités de structure ; car l'allongement n'était pas exactement le même pour les différentes subdivisions égales d'un même fil, et il résulte d'expériences de M. Baudrimont, qu'il est presque impossible d'obtenir, au moyen de la filière, des fils métalliques d'une grosseur rigoureusement uniforme.

500. Élasticité de compression. — Quand on comprime une barre dans le sens de sa longueur en agissant à ses deux extrémités et en évitant toute flexion, le raccourcissement qu'elle éprouve est égal à l'allongement que lui ferait subir un effort de tension égal à la compression exercée. Cette loi, admise sans conteste, n'avait cependant jamais été prouvée directement par des expériences à l'abri de toute objection, à cause de la difficulté d'éviter les flexions. Wertheim vient de la constater sur des cubes de verre de 2 ou 3 centimètres de côté, par un procédé optique que nous ferons connaître quand nous traiterons de la polarisation de la lumière, et qui est tellement sensible qu'il permet d'apprécier un changement de *un dix-millionième* de l'épaisseur du cube, produit par une charge de 2 kilogrammes.

Il résulte de l'égalité dans l'étendue, des effets produits par la compression et par la tension, que *les lois de l'élasticité de compression sont les mêmes que celles de l'élasticité de tension*. Ce que nous dirons, dans ce qui suit, sur l'élasticité de *tension*, s'appliquera donc à l'élasticité de *compression*, et *vice-versâ*.

301. Coefficient d'élasticité. — Il résulte des lois de l'élasticité de tension, que, si l'on représente par l l'allongement d'une tige cylindrique de longueur L, de section s, soumise à charge P, on aura

$$[1] \qquad l = \frac{1}{K}\frac{PL}{s}; \qquad \text{d'où} \quad P = K\frac{ls}{L}; \qquad \text{et} \quad K = \frac{PL}{ls};$$

K étant une quantité constante variant avec la nature de la substance. Si nous faisons $l = L$, et $s = 1$, il vient $K = P$. Cette quantité K, nommée *coefficient d'élasticité, est donc le poids qui serait capable d'allonger, d'une quantité égale à elle-même, une barre d'une substance homogène ayant* 1mm *carré de section*, en supposant qu'un pareil allongement soit physiquement possible. La formule [1] montre que, toutes circonstances égales d'ailleurs, *l'allongement est en raison inverse du coefficient d'élasticité.*

On adopte quelquefois, pour coefficient d'élasticité, une quantité toute différente; c'est alors *l'allongement d'une tige de longueur égale à l'unité, sous une charge égale à son poids*, auquel cas la section n'a plus d'influence. En représentant par k le coefficient ainsi défini, par D la densité de la tige, et en conservant les notations ci-dessus, le poids de l'unité de longueur sera Ds, et $l : L$ étant l'allongement de l'unité de longueur sous la charge P, l'allongement sous la charge Ds sera donné par la relation

$$\frac{l}{L} : k = P : Ds; \qquad \text{d'où} \qquad k = l\frac{Ds}{PL}.$$

En adoptant la dernière définition, on a trouvé, pour les coefficients d'élasticité du *fer*, de l'*acier* trempé ou non, du *laiton*, du *zinc* et du *cuivre*, les nombres 4,08; 4,03; 8,95; 6,30; 7,07; exprimés en cent-millièmes de millimètre.

Pour trouver la relation qui lie les coefficients définis des deux manières, considérons une barre ayant une section égale à l'unité et une longueur aussi égale à l'unité; l'allongement sera 1 sous la charge K; et k, sous une charge égale à son poids, qui est alors D, et l'on aura

$$K : D = 1 : k; \quad \text{d'où} \quad Kk = D.$$

Ce qui montre que, pour une même substance, les deux coefficients sont en raison inverse l'un de l'autre.

502. Expériences de Wertheim. — De nombreuses expériences ont été faites par divers observateurs, pour mesurer le coefficient d'élasticité des métaux, principalement du fer et de l'acier, à cause de leur emploi fréquent dans les constructions. Wertheim, dans un grand travail publié en 1844[1], a repris cette question d'une manière très-étendue.

Il a employé deux méthodes différentes : dans l'une, il s'appuie sur les mouvements vibratoires; nous y reviendrons plus tard (liv. III, ch. II); dans l'autre, il observe directement, au moyen du cathétomètre, la distance de deux traits marqués sur la barre suspendue verticalement.

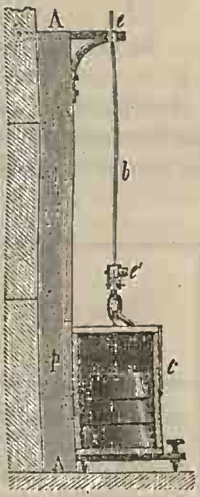


Fig. 398.

L'appareil destiné à appliquer la dernière méthode consiste en une poutre de chêne AA (*fig.* 398), fixée à un mur et portant à sa partie supérieure une forte pièce d'acier, Ae, scellée au même mur, et se terminant par une espèce d'étau e, entre les mâchoires duquel on serre, au moyen d'une vis, la barre verticale b que l'on veut étudier. L'étau porte des rainures verticales qui enveloppent la barre dans la majeure partie de son contour. L'extrémité inférieure de cette barre est saisie par un autre étau e', auquel est suspendue une caisse à poids c, reposant sur le sol par des vis calantes que l'on fait remonter, quand on veut faire agir la charge, qui s'établit ainsi sans secousses. Une pièce p adaptée à la caisse, glisse dans une coulisse pratiquée dans la poutre AA, pour empêcher tout ballottement.

Les fils étaient simplement suspendus à un crochet, et chargés par des poids placés dans un bassin de balance.

Pour opérer à de hautes températures, la barre b était entourée, de trois côtés, par trois enveloppes réunies, dont on voit la coupe horizontale (*fig.* 399). Les deux intérieures sont en cuivre et contiennent du sable, s; la troisième est en tôle, et porte, vers le bas, une grille qui soutient des charbons ardents. La chaleur se transmet au sable, et la barre b est soumise à une température

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XII, p. 385 et 581.

indiquée par deux thermomètres suspendus à côté d'elle à des hauteurs différentes. Quand la température atteint le point désiré, on ferme les ouvertures par lesquelles l'air arrive à la grille, et les températures du sable et de la barre restent sensiblement constantes pendant une heure. Si un refroidissement se manifeste, on laisse rentrer un peu d'air par la grille, la combustion du charbon se ranime, et la température remonte. La température ne peut être, par ce moyen, parfaitement constante pendant plusieurs heures, temps nécessaire aux expériences, et, de plus, le thermomètre inférieur indique toujours une température un peu plus élevée que l'autre.

Fig. 399.

Pour les basses températures, la barre traversait une coulisse en fer-blanc enveloppée par un tube de verre qui contenait un mélange réfrigérant produisant un froid de 15° à 20° au-dessous de zéro.

Le tableau qui suit renferme quelques-uns des nombreux résultats obtenus par Wertheim. Les coefficients d'élasticité, K, exprimés en kilogrammes, sont les moyennes de plusieurs nombres obtenus sous des charges différentes.

NOM DES MÉTAUX	VALEUR DE K A LA TEMPÉRATURE DE				
	— 17 jusqu'à — 10°	10°	de 15 à 20°	100°	200°
Or écroui	9351k	8603	»	»	»
Or recuit	»	»	5585	5408	5482
Argent écroui	7800	7411	»	»	»
Argent recuit	»	»	7140	7274	6374
Palladium écroui	10659	10289	»	»	»
Platine écroui	16224	15647	»	»	»
Platine recuit	»	»	15518	14178	12964
Cuivre écroui	13052	12200	»	»	»
Cuivre recuit	»	»	10519	9827	7862
Fil de fer ordinaire, écroui	17743	18613	»	19995	»
Fer du Berry, recuit	»	»	20794	21877	17700
Fil d'acier ordinaire, recuit au bleu	17690	18045	»	18977	»
Fil d'acier anglais, recuit	»	»	17278	21292	19278
Acier fondu, recuit	»	»	19561	19014	17926
Laiton de Berlin, écroui	9782	9005	»	»	»

On reconnaît, à l'inspection de ce tableau, que les coefficients d'élasticité des métaux décroissent d'une manière continue, quand la température s'élève de — 15° à 200°; excepté pour le fer et l'acier, dont les coefficients augmentent jusqu'à 100°, et diminuent ensuite de manière à devenir quelquefois moindres à 200° qu'à la température ordinaire.

En opérant sur des métaux ayant éprouvé différentes actions mécaniques, Wertheim a reconnu que : 1° *Toutes les circonstances qui augmentent la densité, augmentent en même temps le coefficient d'élasticité, et réciproquement.* — 2° Le coefficient d'élasticité des alliages est sensiblement la moyenne entre les coefficients des métaux alliés, quelle que soit d'ailleurs la variation de volume qui a pu accompagner la formation de l'alliage. — 3° Un courant *électrique* diminue momentanément l'élasticité, indépendamment de la diminution due à l'élévation de température qu'il produit.

La première loi conduit à supposer que la barre doit s'allonger un peu plus vite que ne l'indique la loi de la proportionnalité aux charges; car nous allons voir que la densité diminue pendant la traction; à quoi il faut ajouter que le diamètre diminue aussi, ce qui favorise encore l'allongement. Dans le cas de la compression, qui augmente la densité et le diamètre, on peut supposer de même que le raccourcissement est un peu moindre que ne l'indique la loi.

503. Changement de diamètre d'une verge étirée. — Pendant qu'une verge est étirée, son diamètre diminue ainsi que sa densité. Ce fait est prouvé par l'expérience de Cagnard-Latour, que nous décrirons tout à l'heure. On peut se rendre compte facilement de la diminution de diamètre : en effet, soient trois molécules a, b, c (*fig.* 400). Si l'on écarte la molécule b de la molécule a, en la transportant en b', la distance de la molécule c aux deux autres sera augmentée, et elle tendra à venir en c', de manière à faire disparaître, au moins en partie, cette augmentation de distance; ce qui ne peut se faire sans un déplacement latéral qui la rapproche de la ligne ab. — Quand la verge est courte et susceptible de beaucoup s'allonger, comme un cylindre de caoutchouc, sa forme est sensiblement altérée; elle se rétrécit dans la partie moyenne plus qu'aux extrémités; mais cet effet est insensible pour les verges dont l'allongement est faible.

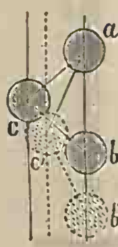


Fig. 400.

504. Lois de Poisson. — Poisson, en partant de certaines hypothèses sur la manière dont s'attirent les molécules des solides quand on les écarte de leur position d'équilibre, a déduit du calcul que la contraction de l'aire de la section droite, rapportée à l'unité de surface, d'une verge tirée par les deux bouts, est la moitié de l'allongement de l'unité de longueur.

Cagnard-Latour a cherché à vérifier ce résultat par l'expérience. Il plongea dans un tube vertical rempli d'eau, ab (*fig.* 401), un fil métallique de $2^m,03$ de longueur, le souleva verticalement de 6^{mm} et vit le niveau baisser de 5^{mm}. Le fil ayant été alors fixé au fond du tube, et étiré au moyen d'un poids P et d'un levier, de manière à s'allonger de 6^{mm}, le niveau ne s'abaissa que de $2^{mm},5$. Le volume du fil avait donc augmenté, en même temps que son diamètre avait diminué. Cela posé, l'abaissement de niveau de 5^{mm}, quand le fil est soulevé, correspondant à un volume égal à celui de la portion du fil sortie de l'eau, on a, en appelant S, la surface de l'eau, et s la section du fil,

$$[1] \quad s \times 6^{mm} = S \times 5^{mm}. \quad \text{On a aussi} \quad L\lambda = 6^{mm}, \quad [2]$$

quand on étire le fil de manière à l'allonger de 6^{mm}, L représentant sa longueur, et λ l'allongement de l'unité de longueur. Le volume de la partie plongée a diminué de $2^{mm},5 \times S$, ou de $Ls\beta$; β étant la contraction de l'unité de surface de la section, et en négligeant l'abaissement de $2^{mm},5$ devant L. On a donc

$$[3] \quad 2,5 \times S = Ls\beta.$$

En éliminant S, s, L entre les trois équations [1], [2] et [3], on trouve $\beta = \frac{1}{2}\lambda$, comme l'avait annoncé Poisson. Nous verrons cependant que cette loi n'est pas exacte (507).

Changement de volume. — Il résulte de ce qui précède, que le volume du fil augmente avec sa longueur, et que par conséquent sa densité diminue. Il en résulterait aussi, que l'augmentation de l'unité de volume serait sensiblement *égale* à la moitié de l'allongement de l'unité de longueur. En effet, *la longueur*, après l'allongement, est $L(1+\lambda)$, et l'aire de la section est alors $s(1-\beta)$. Le volume du fil est donc $L(1+\lambda)(1-\beta)s$. En développant, négligeant les termes qui contiennent le produit $\beta\lambda$, et remarquant que l'on a $\beta = \frac{1}{2}\lambda$, il vient $Ls(1+\frac{1}{2}\lambda)$. Or, Ls est le volume du fil quand il n'est pas étiré; $\frac{1}{2}Ls\lambda$ représente donc l'augmentation du volume Ls, et $\frac{1}{2}\lambda$ celui de l'unité de volume. — Le volume augmentant dans le rapport de $1+\frac{1}{2}\lambda$ à 1, la densité diminue dans ce même rapport.

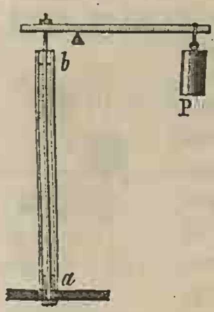


Fig. 401.

505. Changement de capacité d'un tube étiré. — Si la verge était creuse, sa *capacité intérieure* varierait, pendant la tension ou la compression exercées aux deux extrémités, d'une quantité égale à la variation de volume de la masse solide de même substance qui, la remplissant exactement, serait soumise au même effort *sur chaque millimètre carré de section*. Il est évident que la longueur du canal varie comme celle de son enveloppe solide; il suffit donc de s'occuper de la variation de l'aire de la section droite. Soit $acdb$ (*fig.* 402) une tranche infiniment mince du tube, perpendiculaire à son axe. Partageons-la en bandes très-petites, par des plans parallèles qui lui soient perpendiculaires. En cd, chacune des bandes $c\alpha$, $\alpha\beta$, $\gamma\delta$..... éprouvera, pendant la traction, un changement d'épaisseur proportionnel à son épaisseur primitive, et à la charge *par millimètre carré*. Il en sera de même en ab. La distance des plans ac, bd, tangents intérieurement à la cavité O, variera donc d'une quantité proportionnelle à leur distance primitive, c'est-à-dire de la même quantité que s'ils étaient tangents extérieurement à la tranche solide qui remplirait la cavité O. Comme la direction de ces plans a été choisie arbitrairement, il en sera de même pour deux plans tangents parallèles quelconques, ce qu'il suffisait de démontrer.

306. Cas où l'action s'exerce sur toute la surface. — Dans tout ce qui précède, nous avons supposé qu'il n'y avait d'action exercée qu'aux deux extrémités. Si l'effort se faisait sentir également, et normalement, sur tous les points de la surface, il y aurait diminution dans l'effet produit suivant la longueur, parce que le diamètre de la barre ne pourrait plus changer sous l'influence des actions aux extrémités[1]. Il résulte des calculs de Poisson que, si λ est la diminution d'une barre de 1 mètre de longueur soumise à ses extrémités seulement à une pression de P atmosphères, cette diminution ne serait plus que $\frac{1}{2}\lambda$, si la pression se faisait sentir sur tous les points de la surface.

La variation de volume, dans ce dernier cas, serait sensiblement égale à $\frac{3}{2}\lambda$; car, si nous considérons un cube ayant pour côté l'unité, soumis à la pression P, chacune de ses arêtes deviendra $1-\frac{1}{2}\lambda$, et son volume sera $(1-\frac{1}{2}\lambda)^3 = 1-\frac{3}{2}\lambda+\frac{3}{4}\lambda^2-\frac{1}{8}\lambda^3$, ou $1-\frac{3}{2}\lambda$, en négligeant les deux derniers termes, parce que λ est extrêmement petit. La diminution de volume est donc sensiblement $\frac{3}{2}\lambda$.

Variation de volume d'un vase. — Cette loi donne aussi le moyen de trouver la diminution de capacité d'un vase pressé également en dedans et en dehors; car cette variation est égale à celle qu'éprouverait une masse solide de même substance que l'enveloppe, et qui en remplirait la cavité. Ce dernier point peut se prouver, en décomposant l'enveloppe en tranches très-minces parallèles, qui se comprimeront toutes d'une quantité proportionnelle à leur épaisseur; de sorte que deux plans parallèles à ces tranches, et tangents à la cavité, se rapprocheront d'une quantité proportionnelle à leur distance, c'est-à-dire de la même quantité que s'ils étaient tangents extérieurement à la masse solide qui remplirait cette cavité. La direction des tranches étant quelconque, on voit que cela s'applique à deux plans tangents parallèles quelconques.

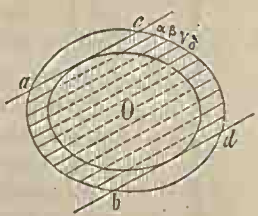


Fig. 402.

Si donc le volume est V, la pression de P atmosphères, et si l'on représente par λ l'allongement de l'unité de longueur de la substance de l'enveloppe pour un effort de une atmosphère sur les deux bases, la diminution de volume sera $\frac{3}{2}\lambda$ PV. C'est là, d'après Poisson, la correction qu'il faut faire subir aux résultats observés sur le piézomètre (346). Colladon et Sturm avaient adopté

[1] C'est à cause de l'augmentation d'effet produit par l'extension en largeur que l'on a cru longtemps que les solides étaient plus compressibles que les liquides, tandis qu'ils le sont moins (346).

3λ PV, avant les recherches de Poisson ; leur correction était donc trop grande ; nous allons voir que celle de Poisson est elle-même trop forte.

507. Expériences de Wertheim. — M. Regnault ayant déterminé les variations de capacité de réservoirs de forme et de matière différente, comme nous l'avons expliqué en parlant de la compressibilité des liquides (347), et en ayant déduit, au moyen de la formule de Poisson, les coefficients d'élasticité de ces substances tirées en long, les trouva tous supérieurs à ceux que donne l'expérience directe. Wertheim entreprit alors des expériences qui prouvèrent l'inexactitude de la loi de Poisson et de ses conséquences[1]. Après avoir remarqué que l'expérience de Cagnard-Latour (504) n'est pas assez précise pour évaluer les changements de volume qui accompagnent la traction, il chercha à contrôler la loi de Poisson, en employant d'abord des barreaux de caoutchouc à section carrée, assez gros pour que l'on pût mesurer directement, avec un compas, les changements d'épaisseur sous des charges variables. Il reconnut ainsi que la diminution de l'unité de surface de la section droite ne peut être représentée par $\frac{1}{2}\lambda$, ou celle du côté c de la section carrée, qui en est la moitié[2], par $\frac{1}{4}\lambda$; mais que *le côté diminue par unité de* $\frac{1}{3}\lambda$, *ou la section de* $\frac{2}{3}\lambda$. Cela suppose que les allongements ne sont pas trop considérables ; car lorsque l'allongement a doublé la longueur de la barre de caoutchouc, β augmente dans un rapport bien moindre que $\frac{1}{3}\lambda$, et même que $\frac{1}{4}\lambda$.

Fig. 403.

On conclut de ce qui précède, que la variation de l'unité de volume d'une barre, étirée ou comprimée, est aussi $\frac{1}{3}\lambda$; car le volume devient $L(1 \pm \lambda)\, s\,(1 \mp \frac{2}{3}\lambda) = Ls\,(1 \pm \frac{1}{3}\lambda)$, en négligeant λ^2.

Comme le caoutchouc est une matière organique d'une nature toute particulière, il était indispensable de vérifier ces résultats sur d'autres substances. C'est ce que Wertheim a fait, en suivant une méthode indiquée par M. Regnault, et qui consiste à mesurer à la fois l'allongement d'un tube cylindrique et le changement de volume intérieur, au moyen des variations de niveau d'un liquide qui le remplit.

Les tubes qui ont servi à ces expériences étaient de laiton de différentes épaisseurs, ou de cristal. Ils portaient à leurs extrémités des pièces a, b (*fig.* 403), vissées et brasées, pour le laiton, et mastiquées, pour le cristal ; l'une, a, est destinée à soutenir des poids, et l'autre, b, reçoit un tube capillaire de verre, t, ajusté au moyen d'une vis. La pièce b est serrée dans un étau, au-dessous du

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIII, p. 52.

[2] Car la surface d'un carré ayant pour côté l'unité de longueur devient $(1 - \lambda)^2$, quand le côté diminue de λ, ou $1 - 2\lambda$, en négligeant λ^2.

rebord c, qui empêche tout glissement. Deux traits fins sont gravés tout près des pièces a et b. Le tube est rempli d'eau purgée d'air par l'ébullition, et l'on a soin, pendant les expériences, d'éviter tout changement de température. Dans le cas de tubes de cristal, l'étau formait le côté inférieur d'un cadre vertical dont le côté horizontal supérieur s'appuyait par son milieu sur un support horizontal de manière à pouvoir osciller, afin d'éviter la rupture du tube par flexion pendant la pose de la charge. Le diamètre extérieur des tubes était mesuré au sphéromètre, et le diamètre intérieur ainsi que celui du tube capillaire, en pesant le mercure qui pouvait en occuper une longueur déterminée.

Les observations consistaient à mesurer au cathétomètre, et sous différentes charges, les changements de distance des deux traits, et les variations de niveau dans le tube t.

Il était facile de déduire de ces quantités les changements du volume compris entre les deux traits : Soit L leur distance, et l la quantité dont augmente cette distance sous une certaine charge, ω l'abaissement de niveau dans le tube capillaire, s sa section intérieure, et S celle du tube étiré. ωs sera le changement de volume, et $\frac{\omega s}{LS}$ ce changement pour l'unité de volume. Comme $l : L$ est l'allongement de l'unité de longueur, on devrait avoir, d'après la loi de Poisson (504), $\frac{\omega s}{LS} = \frac{1}{2}\frac{l}{L}$; ce qui n'a pas lieu; mais on trouve $\frac{\omega s}{LS} = \frac{1}{3}\frac{l}{L}$, ou $\omega s = \frac{1}{3} lS$. Wertheim est arrivé au même résultat avec des tubes de laiton à section rectangulaire, et il a formulé les lois suivantes :

1° *Les changements de volume sont, comme les changements de longueur, proportionnels aux charges.*

2° *La variation de l'unité de section d'une barre étirée par les deux bouts est les deux tiers de la variation de l'unité de longueur; ou la variation du diamètre en est le tiers.*

3° *Les variations de l'unité de volume sont le tiers des variations de l'unité de longueur.*

4° Si l'effort s'exerce en tous les points de la surface, Wertheim déduit des calculs de Cauchy, que l'*allongement n'est que $\frac{1}{3}$ de ce qu'il serait si l'effort ne s'exerçait qu'aux extrémités.* D'où l'on conclut, au moyen du calcul ci-dessus (506), en y remplaçant $\frac{1}{2}\lambda$ par $\frac{1}{3}\lambda$, que :

5° *La variation de l'unité de volume d'une masse pressée par tous les points de sa surface, est égale à la variation de l'unité de longueur d'une barre étirée seulement dans le sens de sa longueur.* C'est d'après ce principe que doivent être corrigés les résultats donnés par le piézomètre.

6° Si, l'effort étant exercé seulement aux deux extrémités, on s'opposait par un moyen quelconque aux changements de diamètre, les variations ne seraient plus que $\frac{2}{3}\lambda$.

Il faut encore citer cette loi, relative à la transmission du son : *La vitesse* *dans un espace sphérique pris dans un corps solide est à cette vitesse dans un filet cylindrique comme* $\sqrt{3}$ est à $\sqrt{2}$.

Il résulte de ce qui précède, que, si l'on étire ou comprime un cylindre par ses deux bases : 1° quand il peut changer de diamètre, 2° quand il ne le peut, 3° quand l'effort s'exerce également sur toute la surface ; les forces qu'il faudra appliquer, pour obtenir le même changement de longueur, seront entre elles comme $1 : \frac{2}{3} : 3$; ou, pour une même force, les variations seront comme $3 : 2 : 1$.

Enfin, Wertheim trouve qu'on peut rendre compte de tous ces résultats par le calcul, en admettant que *la force moléculaire décroît en raison inverse de la* 14e *puissance de la distance.*

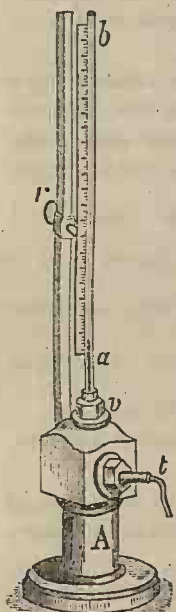


Fig. 404.

508. Conclusion. — Malgré les recherches remarquables dont nous avons parlé, il règne encore de l'incertitude sur la véritable valeur du rapport entre l'allongement et la variation de diamètre d'une barre étirée. Remarquons aussi que l'on admet tacitement que ce rapport est le même pour tous les corps. Or, ce point même est contesté par plusieurs physiciens et géomètres, entre autres par Lamé. M. Kirchhoff[1] a voulu soumettre la question à l'épreuve de l'expérience, en opérant sur l'acier *trempé*, dont l'homogénéité est moins imparfaite que celle des fils métalliques, qui ont été comprimés par le passage à la filière. La verge horizontale d'acier, de 30cm de longueur, était chargée à son extrémité d'un poids, par l'intermédiaire d'un levier perpendiculaire à sa longueur, de manière qu'elle éprouvât en même temps une flexion et une torsion dont on mesurait l'étendue. De ces données, on déduisait, au moyen de formules mathématiques, le rapport de la contraction transversale à l'allongement qu'aurait éprouvé la verge étirée. Trois barreaux à peu près égaux ont donné, par cette méthode indirecte, au lieu de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ trouvés par Cagnard-Latour et par Wertheim, les nombres 0,293 ; 0,295 ; 0,294, dont la moyenne est 0,294. Quelques expériences faites avec des tiges de laiton fortement écrouies, ont donné 0,387. Mais la matière étant moins homogène, les résultats sont moins sûrs que les précédents.

509. Applications. — C'est par l'élasticité de compression qu'un coin enfoncé, un écrou serré réagissent avec force et déterminent par pression des adhérences qui les empêchent de reculer en glissant.

M. Cailletet, dans ses recherches sur les fortes pressions, a imaginé un manomètre fondé sur l'élasticité de compression. Cet instrument (*fig.* 404) consiste en un tube capillaire *ab* soudé à un réservoir de verre et contenant un liquide

[1] *Annales de Pogg.*, t. CVIII, p. 369 ; et *Ann. de ch. et de ph.*, 3e série, t. LIX, p. 498.

coloré, comme un thermomètre, dont il présente la forme. Le tube porte un renflement par lequel il est fixé en *v*, au moyen de gutta-percha, à un ajutage de cuivre qui ferme hermétiquement un cylindre épais d'acier A. Le fluide introduit dans ce cylindre par le tube fin de cuivre *t*, comprime le réservoir de verre et fait monter le niveau dans le tube. En comparant les indications de cet instrument à celles d'un manomètre à air libre, on a reconnu que les variations de niveau du liquide coloré sont proportionnelles aux pressions exercées, pressions qui peuvent être poussées jusqu'à près de 1000 atmosphères. Seulement, les déplacements de niveau étant très-faibles, on conçoit que ce manomètre ne peut être suffisamment sensible que pour les très-fortes pressions.

II. Élasticité de flexion.

510. Considérons une barre droite L (*fig.* 405), à section rectangulaire, fixée par une de ses extrémités dans une position horizontale, et sur l'autre extrémité de laquelle agit normalement une force qui lui imprime une légère flexion. Cette barre tendra, en vertu de l'élasticité *de flexion* développée, à revenir à sa première forme, et elle y reviendra en effet, après avoir fait un certain nombre d'oscillations, dès qu'on l'abandonnera à elle-même.

Fig. 405.

L'élasticité de flexion est due, en grande partie, à l'élasticité que développe le rapprochement ou l'écartement des molécules. En effet, les molécules voisines de la surface convexe *an'* sont écartées les unes des autres, tandis que celles qui sont voisines de la surface *bc'*, sont resserrées. Il y a donc de l'élasticité développée par traction et par compression, et la barre tend à se redresser par l'effort que font les molécules pour revenir à leur première distance. Ajoutons que ces molécules ont aussi changé de positions relatives; celles qui étaient en ligne droite étant actuellement en ligne courbe; ce qui ajoute à la force d'élasticité développée.

Il existe dans la barre, une surface parallèle à *an*, dans laquelle les molécules conservent leurs distances; celles qui sont au-dessus étant de plus en plus écartées les unes des autres, et celles qui sont au-dessous, de plus en plus rapprochées, à mesure qu'on s'en éloigne. Cette surface est au milieu de l'épaisseur de la barre, car la flexion n'en change pas la densité.

M. Kupffer a fait remarquer, en outre, que la section de la barre change de forme, d'une manière insensible pour les métaux, mais facile à observer sur une barre de caoutchouc à section rectangulaire. Deux des faces latérales étant horizontales, et l'une des extrémités *abaissée*, la section prend la forme concave à la partie supérieure *h* (*fig.* 407) et convexe en dessous *a*, et les faces latérales *l*, *l'* cessent d'être parallèles. Cela tient à ce que les parties, *a*, où il y a compression s'étendent latéralement, et les parties, *h* où il y a tension se rétrécissent (503).

511. Mesure de la flèche. — Le déplacement *nn'* de l'extrémité de la verge se nomme *flèche de flexion*. Pour le mesurer, quand il est très-petit, on trace sur la base de la barre un trait délié dont on évalue le déplacement au moyen du cathétomètre.

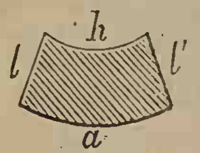


Fig. 406.

M. Wiedemann emploie un moyen d'une précision extrême, imaginé par Gauss dans ses études sur le magnétisme terrestre. La barre L (*fig.* 407) porte à son extrémité libre un petit miroir plan *m* perpendiculaire à sa longueur. En face de ce miroir est placée une règle divisée horizontale *rr*, dont on observe l'image dans le miroir, en regardant à travers un *viseur l* ou lunette à réticule (18), dont le fil vertical doit se projeter sur le zéro de l'image de la règle. La barre étant infléchie *horizontalement*, le plan du miroir vient en *m'* en s'inclinant par rapport à sa première position, l'image de la règle se déplace longitudinalement, et au lieu du zéro, c'est un autre numéro de cette image, qui coïncide avec le fil du réticule. Ce numéro donne la longueur absolue de la *tangente* du déplacement angulaire du miroir. En effet, avant la flexion, l'image du zéro, *o*, se fait en *o'*, point symétrique du point *o* par rapport au plan du miroir *m*. Quand la barre vient en L', le miroir ayant pris la position *m'*, l'image du zéro viendra en *o''*, sur la perpendiculaire à son plan *m'p*; et une certaine division *n* de l'image venant en *o'*, sous le fil du réticule, la longueur *no''* sera la tangente de l'angle *noo''*, qui est égal à l'angle des plans *m*, *m'p*, perpendiculaires à *on* et *oo''*.

Fig. 407.

De cette tangente, on déduira la longueur de l'arc de flèche $f = mm'$, supposé très-petit, au moyen de la proportion $f : \overline{no''} = \overline{am} : \overline{oo'}$, quand la distance $\overline{oo'} = 2\overline{mo}$ sera connue. On voit que la mesure sera d'autant plus précise, que la distance *mo* de la règle au miroir sera plus grande.

512. Lois de l'élasticité de flexion. — Ces lois sont comprises dans la formule suivante, que l'on démontre en mécanique :

$$[1] \qquad f = \frac{PL^3}{\delta le^3}, \qquad \text{d'où} \qquad P = \frac{\delta fle^3}{L^3}.$$

f est la *flèche de flexion nn'* (*fig.* 405); P la force appliquée normalement à l'extrémité de la barre; *l* sa largeur, perpendiculaire à la direction de cette force; e son épaisseur; L sa longueur, et δ un nombre constant qui dépend de sa substance. Si l'on fait $f = 1$, $l = 1$, $e = 1$, $L = 1$, il vient $P = \delta$. On voit donc que δ est la charge qui ferait parcourir un arc égal à l'unité, à l'extrémité d'une barre carrée dont l'épaisseur, la largeur et la longueur seraient égales aussi à l'unité. Ce nombre se nomme le coefficient d'élasticité de flexion; on peut le déterminer, en mesurant f, L, l et e, et les portant dans la formule [1].

On peut aussi déterminer δ, en appuyant la barre par ses deux extrémités, et plaçant le poids P au milieu. La formule est alors $P = \frac{2\delta f l e^3}{(2L)^3}$, dans laquelle L représente la distance des appuis. — La formule [1] montre que :

1° *Le déplacement de l'extrémité de la barre est proportionnel à la charge;* ce que Coulomb a vérifié par l'expérience. Cette loi résulte aussi de l'*isochronisme* des oscillations de la barre, quand elle revient à sa position d'équilibre. En effet, soient deux arcs inégaux décrits par l'extrémité libre de la barre, dans deux expériences consécutives, et représentant deux amplitudes différentes. Divisons chacun de ces arcs en un même nombre de parties égales infiniment petites, qui sont parcourues d'un mouvement uniforme : ces parties sont proportionnelles aux arcs d'amplitude. Or, puisqu'il y a isochronisme, deux subdivisions de même rang des deux amplitudes sont parcourues dans le même temps; la force, c'est-à-dire l'*élasticité de flexion*, est donc proportionnelle aux longueurs de ces deux subdivisions, et par suite aux arcs d'amplitude.

2° *La charge qui produit une certaine flèche est proportionnelle à la largeur l;* ce qui pouvait se prévoir; car si la lame devient 2, 3... fois plus large, chaque moitié, tiers... exigera le même effort pour subir le même écart.

3° *La charge est proportionnelle au cube de l'épaisseur.*

4° *Elle est en raison inverse du cube de la longueur.*

Si la section de la barre n'était pas un rectangle ayant un côté perpendiculaire à la direction de la puissance, ou si elle n'était pas droite, les lois seraient différentes. Dans le cas d'une verge droite cylindrique appuyée par ses deux extrémités et de rayon r, la formule est $P = \frac{2\delta f \pi r^4}{(2L)^3}$.

Tout ce qui précède suppose que la barre abandonnée à elle-même revient exactement à son premier état, c'est-à-dire qu'on ne dépasse pas la limite d'élasticité. Or, il résulte des expériences de M. Wiedmann, qu'il reste le plus souvent un peu de flexion permanente, que la méthode très-précise du miroir (511) permet de constater. Le même physicien a aussi observé sur des verges récemment recuites, que les flexions temporaires croissent plus rapidement que les charges. Les lois ci-dessus ne sont donc pas rigoureusement vraies, et ne se vérifient bien que pour les très-petites flexions.

513. Expériences de M. Kupffer[1]. — M. A. T. Kupffer, qui a consacré de

[1] Recherches expérimentales sur l'élasticité des métaux, faites à l'observatoire physique central de Russie, par A. T. Kupffer (1860).

nombreuses années à l'étude de l'élasticité des métaux, a procédé par la flexion, en prenant pour point de départ l'*angle de flexion*, c'est-à-dire l'angle nta (*fig*. 408) fait avec la direction horizontale de la barre en équilibre, par la tangente nt, menée à l'extrémité libre de la barre infléchie. Cet angle est lié à la dépression $d = an$ par les relations

$$[1] \qquad d = \tfrac{2}{3}\, \mathrm{L} \operatorname{tang} \varphi \qquad \text{et} \qquad d = \tfrac{2}{3}\, l\, \varphi \operatorname{tang.} 1' \qquad [2]$$

L représente la distance nc. La formule [1], démontrée depuis longtemps par l'analyse, a été déduite de l'expérience par M. Kupffer. Quand φ est assez petit pour que l'angle puisse remplacer la tangente, et pour que L puisse être regardé comme constamment égal à la longueur même, l, de la barre, la formule [1] prend la forme [2], et la *dépression* est proportionnelle à l'*angle de flexion*.

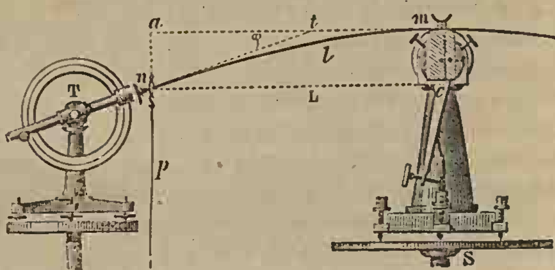


Fig. 408.

M. Kupffer caractérise l'élasticité de chaque métal par ce qu'il nomme sa *dilatation élastique*, ou l'allongement, en millimètres, d'un fil de ce métal ayant 1^m de longueur et 1^{mm} carré de section, tendu par un poids de 1 kilog. Il déduit cette quantité, δ, de l'angle de flexion, au moyen de la formule

$$\delta = \frac{1}{6}\, \frac{\varphi a b^3}{l . \mathrm{L}\,(\frac{3}{16} p' + p)} \operatorname{tang} 1' , \qquad \text{qui devient} \qquad \delta = \frac{1}{4}\, \frac{d a b^3}{l^2 \mathrm{L}\,(\frac{3}{16} p' + p)}$$

quand on y remplace φ par sa valeur tirée de [2]. Dans ces deux formules, l, a, b sont la longueur, la largeur et l'épaisseur de la barre, L et d les distances mc et am (*fig*. 408), p le poids suspendu en m, et p' le poids de la barre, qui produit l'effet d'un poids égal aux $\frac{3}{8}$ de sa valeur, suspendu à l'extrémité libre.

Pour mesurer l'angle de flexion, M. Kupffer prouve d'abord, par de nombreuses expériences très-délicates, que les sections droites d'une barre lui restent normales pendant la flexion ; de sorte que l'angle φ est égal à celui que forment entre elles les deux sections extrêmes. Il applique alors une petite glace n normalement à l'extrémité libre, et mesure l'angle qu'elle fait avec la verticale. La *fig*. 408 représente la disposition de l'appareil, dans le cas d'une barre appuyée en son milieu M, et chargée à ses deux extrémités libres, de poids égaux suspendus à deux tiges, p, dont une seule est représentée. Au devant de chacune des deux petites glaces est installé un théodolite T (19) dont on amène la lunette à être normale à la glace, en faisant tourner cette lunette, et soulevant le support S, qui porte en dessous une crémaillère verticale, sur laquelle on agit au moyen d'un pignon denté. On reconnaît, avec une extrême précision, que l'axe de la lunette est perpendiculaire à la glace, en voyant l'image, faite dans cette glace, des fils un peu gros du réticule (18) coïncider avec ce réticule même, qui est éclairé par une ouverture pratiquée sur le côté de la lunette. L'angle que fait celle-ci avec l'horizon représente alors l'angle de flexion.

M. Kupffer a trouvé par cette méthode, que la valeur de δ reste la même, quand on fait varier la longueur de la barre et la charge, et que tout ce qui diminue la densité augmente la valeur de δ.

514. Méthode du ressort spiral. — Par cette méthode, due à M. Phillips[1], on détermine le *coefficient d'élasticité* au moyen d'oscillations, comme on mesure l'intensité de la pesanteur au moyen du pendule. Le métal, tiré en fil, est adapté, sous forme de ressort spiral, à un balancier analogue à celui qui règle le mouvement des montres. Le coefficient se déduit de la durée de l'oscillation, en s'appuyant sur une formule mathématique. Si le fil a moins de $\frac{1}{4}$ de millimètre de diamètre, on peut en former le ressort spiral du balancier d'un véritable chronomètre, dont la marche fait connaître la durée d'une oscillation.

Fig. 409.

Cette méthode qui a conduit aux résultats connus, pour les métaux déjà étudiés, permet d'opérer sur de très-petites quantités de matière. C'est ainsi que M. Phillips a pu trouver que le *cobalt* et le *nickel* ont à peu près le même coefficient que le fer et l'acier; et le *bronze d'aluminium*, à peu près celui du cuivre.

515. Applications. — L'élasticité de flexion est celle dont on fait le plus fréquemment usage. La plupart des ressorts, ceux des voitures, des serrures, des divers *dynamomètres* (51), sont élastiques par flexion. Il en est de même des arcs destinés à lancer des traits. Les coussins doivent leur élasticité au crin dont ils sont rembourrés, et dont les brins se comportent comme autant de petits ressorts qui, comprimés, tendent à reprendre leur première forme.

Dans les montres, les pendules, le mouvement est produit par l'élasticité d'un ressort d'acier courbé en spirale. Ce ressort est fixé par l'une de ses extrémités à un axe fixe P (*fig.* 409), autour duquel peut tourner une caisse cylindrique, à laquelle est attachée son autre extrémité A. Quand, en faisant tourner la caisse, on a serré les plis du ressort, il tend à reprendre sa première courbure, et l'extrémité A tourne, en entraînant la caisse.

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris*, tome LVI, p. 296.

Les baromètres et les manomètres *holostériques* (369, 390) dépendent aussi de l'élasticité de flexion. M. Bourdon a fait une application originale des variations de volume du tube courbe à section aplatie (390) à la transmission de l'effort de la vapeur ou de l'air comprimé. Un tube courbe *amb* (*fig.* 410) fixé en son milieu *m*, et formé de deux lames de tôle clouées par leurs bords, R, reçoit le fluide par le tube *v*, et alors les extrémités *a* et *b* s'écartent. Le fluide s'échappe ensuite par le tube *r*, et les extrémités *a* et *b* se rapprochent. Ces mouvements alternatifs sont transmis, par les bielles *aa'*, *bb'*, aux leviers *a'c*, *b'd*, qui agissent à leur tour par les bielles articulées A*n'*, B*n* sur les manivelles *on'*, *on* de l'arbre d'un volant. Un excentrique *oe* affermi sur l'arbre fait mouvoir, par l'intermédiaire de la tige *l*, un *tiroir* logé dans la boîte *t*, destiné, comme celui des machines à vapeur, à faire communiquer l'intérieur du tube courbe tantôt avec le canal *s*, par lequel arrive la vapeur, tantôt avec le tube *r*, par lequel elle s'échappe.

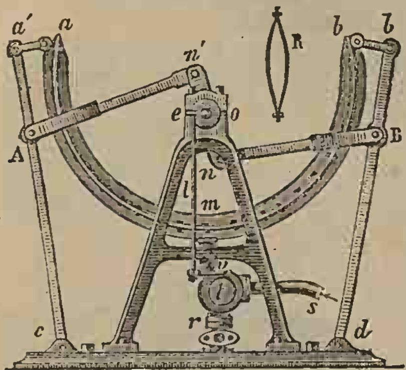


Fig. 410.

Si, en faisant tourner le volant au moyen d'une manivelle, on fait osciller les extrémités *a* et *b* du tube courbe, sa capacité augmente et diminue alternativement, et l'on peut utiliser ces variations pour aspirer et refouler l'eau comme dans les pompes. La pratique montrera jusqu'à quel point le métal du tube peut résister à ces mouvements fréquemment répétés en sens contraires.

III. Élasticité de torsion.

316. Définitions. — Quand un fil métallique *ab* (*fig.* 411) est tordu par un effort exercé à l'une de ses extrémités, l'autre étant fixe, il tend à revenir à son premier état, et y revient en effet, quand on l'abandonne à lui-même, après avoir fait un certain nombre d'oscillations. Il faut pour cela qu'on n'ait pas dépassé la limite de l'élasticité, ce que nous supposons toujours.

Pour expliquer comment la torsion développe de l'élasticité, considérons une file de molécules *pn* (*fig.* 411) parallèle à l'axe du fil cylindrique; ces molécules se déplacent pendant la torsion parallèlement aux circonférences des sections droites, de manière qu'elles se trouvent distribuées sur une hélice *pn'*; d'où il résulte que leurs distances ont augmenté. L'élasticité développée se rattache donc encore à celle qui dépend de l'écartement des molécules. Il y a, de plus, la résistance qu'elles opposent, tout en conservant leurs distances, à tout changement relatif de position.

On nomme *angle de torsion*, la quantité angulaire α dont on a fait tourner un rayon de la base inférieure du fil, par rapport à un rayon fixe de sa base supérieure. La *force de torsion* est la force qu'il faudrait appliquer à l'extrémité d'un levier égal à l'unité et perpendiculaire au fil, pour maintenir ce dernier dans la position qui correspond à un certain angle de torsion. Si l'arc décrit par l'extrémité du levier a aussi pour longueur l'unité, cette force se nomme le *coefficient de torsion*.

517. Lois de l'élasticité de torsion. — Ces lois ont été trouvées par Coulomb, en s'appuyant sur la formule mathématique qui suit :

$$[1]\quad t = \pi\sqrt{\frac{Ma^2}{c}} = \pi a\sqrt{\frac{P}{2gc}}\text{ ; d'où } c = \frac{\pi^2 a^2 P}{2gt^2},\quad [2]$$

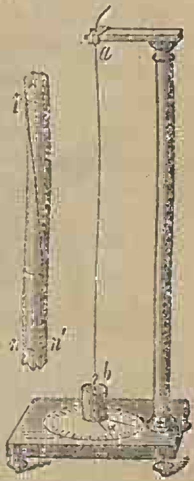


Fig. 411.

qui est relative à un fil cylindrique, suspendu verticalement (*fig.* 411), et chargé d'une masse cylindrique de rayon a, dont l'axe coïncide avec celui du fil, et dont le poids est P et la masse M, de manière que Ma^2 soit son moment d'inertie. c est le coefficient de torsion du fil, et t le temps d'une oscillation du poids P autour de son axe, quand, ayant tordu le fil, on l'abandonne à lui-même. Cette formule prouve que les oscillations sont *isochrones*, c'est-à-dire de même durée quelle que soit l'amplitude ; ce que Coulomb a vérifié avec des fils de différentes substances, de différentes dimensions et chargés de poids variables. L'expérience se fait avec les précautions que l'on emploie dans la mesure du temps d'oscillation du pendule.

Voici quelles sont les lois trouvées par Coulomb :

1° *La force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion.* Cette loi résulte de l'*isochronisme* des oscillations, comme on peut le prouver facilement au moyen d'un raisonnement tout à fait semblable à celui que nous avons donné plus haut pour l'élasticité de flexion (512). Coulomb en a fait une application ingénieuse à la construction d'un instrument très-délicat, nommé *balance de torsion*, ou *balance de Coulomb*, précieux pour la mesure des faibles forces. Nous le décrirons plus tard, quand nous aurons à en faire connaître les usages.

2° *La force de torsion reste la même, quelle que soit la tension du fil.* En effet, l'expérience prouve que le carré du temps d'une oscillation est proportionnel au poids P ; d'où il résulte que dans la formule [2], le rapport P : t^2 reste constant, quel que soit P. Il en est donc de même du coefficient de torsion c, et, par suite, de la force de torsion, d'après la loi précédente.

Le coefficient c dépend de la substance, du diamètre et de la longueur du fil. Voici les lois relatives à la longueur et au diamètre :

3° *Le coefficient de torsion est en raison inverse de la longueur du fil.* L'expérience prouve, en effet, que les carrés des temps des oscillations sont proportionnels aux longueurs des fils; et la formule montre que c est en raison inverse de t^2. Cette loi est aussi la conséquence de la première; car, si le fil devient double, triple,..... pour un même angle de torsion, sa moitié, son tiers,... seront 2, 3..... fois moins tordus, et la force de torsion sera 2, 3..... fois moindre.

4° *Le coefficient de torsion est proportionnel à la 4e puissance du diamètre du fil.* Car, d'après l'expérience, les durées des oscillations sont en raison inverse des carrés des diamètres, et la formule montre que les coefficients de torsion sont en raison inverse des carrés des temps des oscillations.

Il résulte de ces lois que, si l'on appelle f la force de torsion produisant l'angle de torsion α, c le coefficient de torsion, d et l le diamètre et la longueur du fil, et enfin k un coefficient qui dépend de sa substance, on aura

$$f = \alpha c, \qquad \text{et} \qquad c = k\frac{d^4}{l}.$$

k se détermine au moyen de la valeur de c, déduite de l'expérience au moyen de la formule [2].

Coulomb a remarqué, de plus, qu'un fil métallique chargé de poids de plus en plus forts, prend des positions d'équilibre différentes; c'est-à-dire qu'une aiguille suspendue horizontalement à sa partie inférieure, tourne à mesure que la charge augmente. Ce mouvement peut dépasser un tour entier.

Quand un poids, suspendu à un fil métallique, oscille sur lui-même par l'élasticité de torsion, l'amplitude des oscillations va en diminuant graduellement, et le mouvement finit par s'arrêter. On serait tenté d'attribuer ce résultat à la résistance de l'air; mais Coulomb a prouvé que cette résistance ne produit pas d'effet sensible; car ayant entouré le poids suspendu au fil, de cylindres de papier beaucoup plus longs que ce poids, il vit que les oscillations ne s'arrêtaient pas plus tôt après cette augmentation de surface. En réalité, la diminution des amplitudes est due à la communication d'une partie du mouvement aux molécules du support voisines du point d'attache. Il en est de même des oscillations d'une verge pincée dans un étau.

518. Cas des barres rigides. — Coulomb n'avait considéré les lois de l'élasticité de torsion que dans le cas de fils flexibles et à section circulaire, chez lesquels la force de torsion est très-faible. Depuis, les géomètres ont soumis la question à l'analyse. Poisson a retrouvé les lois dans le cas des verges rigides cylindriques, et Cauchy, Lamé et Clapeyron, puis de Saint-Venant, dans le cas de verges à section rectangulaire. Comme, dans ces calculs, on suppose que le diamètre des verges ne change pas pendant la torsion, il était nécessaire d'étudier la question par l'expérience.

F. Savart, en 1829, vérifia les lois de Coulomb sur des verges rigides de laiton, cuivre, verre, bois, plâtre, à section circulaire, carrée, rectangulaire et triangulaire. Dans les trois derniers cas, la loi relative aux diamètres se rapporte évidemment aux verges à sections semblables. La verge était fixée horizontalement dans un étau par l'une de ses extrémités; l'autre recevait à son centre de figure, une pointe autour de laquelle elle pouvait tourner. Un levier perpendiculaire à la barre, et fixé par son milieu à cette extrémité, portait un poids qui produisait une torsion, dont l'angle se mesurait sur un cercle gradué

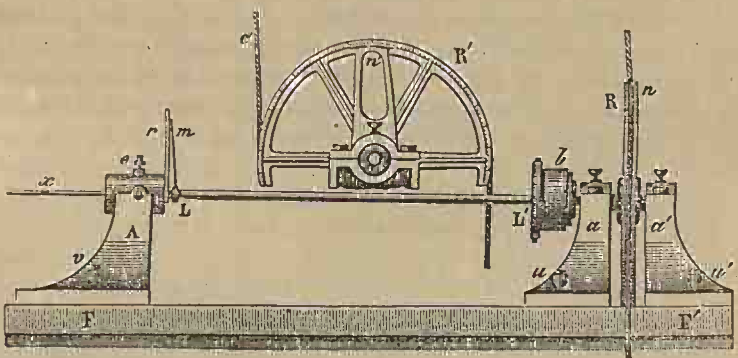


Fig. 412.

fixé à la base de la pointe. Le levier était toujours ramené à une position exactement horizontale, au moyen de contre-poids suspendus à l'extrémité opposée à celle qui portait le poids.

Recherches de Wertheim. — Les expériences de Savart, faites en vue de la vérification de lois connues, ont été exécutées avec des torsions trop faibles, et par une méthode peu susceptible de précision. On peut donc dire que la question était à peu près neuve, lorsque Wertheim fit des expériences sur le même sujet[1]. Dans l'appareil dont il s'est servi (*fig.* 341), la barre LL' est serrée par son extrémité L dans une espèce d'étau *e* porté par un chariot qui peut glisser sur des rails bordant le banc de fonte FF', et se fixe au moyen de vis, *v*. L'extrémité L' de la barre est serrée, au moyen de vis, dans une pièce *b* adaptée à un arbre tournant portant une roue à gorge R. Dans la gorge de cette roue s'enroulent deux cordes chargées de poids égaux, qui la font tourner dans le même sens, comme on le voit en cR', la corde *c'* passant sur une poulie de renvoi. Un vernier fixe *n*, *n'* fait connaître l'angle de torsion produit par les poids, et un demi-cercle *r* sert à vérifier, au moyen du vernier *m* fixé à la barre, si l'extré-

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. L, p. 385.

mité L n'a pas tourné dans son étau. Avec cette disposition, l'intensité du *couple* était sans influence sur le frottement des tourillons de la roue R. Les expériences ont été faites sur 65 verges différentes, creuses ou massives, en fer, acier, laiton, verre, bois; à section circulaire, elliptique, carrée, rectangulaire; chaque verge était tordue successivement dans les deux sens, et l'on prenait la moyenne des deux résultats.

Pour reconnaître si le diamètre de la verge diminue pendant la torsion, Wertheim a opéré, comme dans ses expériences sur la tension (507), au moyen de tubes pleins de liquide, munis d'un tube capillaire, et dont les extrémités étaient soudées à des masses cubiques par lesquelles on les fixait. Pendant la torsion, on voyait le niveau du liquide s'avancer dans le tube capillaire, de manière à indiquer une diminution du volume intérieur. Cette diminution était proportionnelle à la longueur, et au carré de l'angle de torsion. Des tubes à section rectangulaire ont donné les mêmes résultats, et, de plus, on a reconnu que la diminution de volume, à égalité de section, croît très-rapidement avec la différence des côtés du rectangle. Quand leur rapport est 1 : 4, la diminution est près de 20 fois plus grande que lorsque les côtés sont égaux. Cette loi peut être regardée comme s'appliquant à la masse solide qui remplirait la cavité du tube; d'où il résulte que la section d'une verge diminue pendant la torsion. Mais cette diminution n'est pas répartie uniformément dans toute la section, car il résulte du calcul, que la densité va en croissant du centre à la circonférence.

La loi de la proportionnalité des angles aux forces de torsion ne s'est pas trouvée exacte. Pour énoncer les résultats, Wertheim appelle *angle moyen*, le rapport entre l'angle de torsion et le couple qui le produit, et l'expérience prouve que l'angle moyen va en augmentant avec l'intensité du couple. La résistance diminue donc à mesure que la torsion augmente, ce que la diminution de diamètre et les changements de densité suffisent à expliquer.

L'angle moyen diminue au contraire à mesure que la longueur augmente, et on peut admettre qu'il tend vers une limite, qu'il atteindrait si la section était négligeable par rapport à la longueur, comme cela a lieu dans les fils flexibles, et comme on le suppose dans le calcul. Wertheim a remarqué aussi que, quelque faible que soit la torsion, elle est toujours accompagnée d'un certain effet permanent.

On voit donc que les lois de la torsion sont des lois limites dont on s'approche d'autant plus que l'angle de torsion est plus faible, et que la section de la verge est plus petite par rapport à sa longeur.

IV. De la limite de l'élasticité.

519. Quand on étire une verge au moyen d'une charge trop forte, elle ne revient pas exactement à sa première longueur, mais elle conserve une partie de l'allongement et du rétrécissement qu'elle avait éprouvés; c'est qu'on a dépassé la *limite de l'élasticité*. On dit que la barre a été *forcée*. Des effets analogues s'observent dans l'élasticité développée par compression, flexion et torsion.

On peut expliquer ce résultat, en supposant les molécules polyédriques, et se présentant les unes aux autres par certaines faces, qui ne sont plus les mêmes quand on les a trop déplacées relativement. Par exemple, soient quatre molécules polyédriques A, D, B, C (*fig.* 413); un effort suffisant exercé dans la direction xy, amènera la molécule B, en B′. Alors la molécule C se rapprochera de la ligne xy et prendra la position C′, après avoir tourné d'une certaine quantité, de manière que ce ne seront plus les mêmes faces qui se trouveront en présence de celles des molécules A et B′. Il y aura donc une nouvelle position d'équilibre, qui correspondra à un nouvel état permanent du corps.

Il résulte de là que les lois de l'élasticité doivent exister dans chaque nouvel état d'un ressort qui a été forcé. C'est, en effet, ce que montre l'expérience. Ainsi, M. Gerstner a constaté qu'un fil d'acier étiré et forcé se comporte de la même manière dans chaque nouvel état, et qu'il a le même coefficient d'élasticité; résultats vérifiés par Wertheim sur beaucoup d'autres métaux. Ces expériences sont difficiles, parce que, le plus souvent, la verge *file*, c'est-à-dire que la charge la fait allonger d'une manière continue, ce qui rend l'observation des allongements très-incertaine. C'est ce qui a lieu surtout pour le cadmium, l'étain, le zinc.

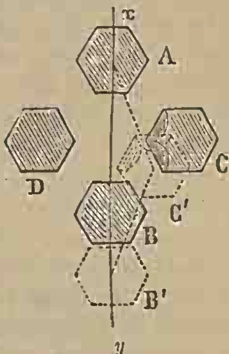


Fig. 413.

320. Variation de la densité. — Pendant qu'une verge s'allonge, sa densité change. Wertheim a constaté qu'elle augmente le plus souvent, chez les métaux recuits ou fondus, forcés par tension; ce qui montre que l'effet du rapprochement latéral des molécules, l'emporte sur l'effet de l'allongement. Cependant, le contraire a lieu pour quelques métaux; comme le fer, le plomb. Le recuit ramène sensiblement la densité à ce qu'elle était avant la traction.

Le même physicien a mesuré la limite de l'élasticité de tension de plusieurs métaux, en prenant pour cette limite, comme l'avaient fait plusieurs expérimentateurs, la charge capable de produire un allongement permanent de 0,00005 sur l'unité de longueur. Il a trouvé que cette charge limite diminue notablement quand la température augmente. Ainsi, le cuivre recuit donne les limites 3, 2, 1 et le platine, 14,5; 13; 11,2; aux températures de 15°, 100°, 200°. Le *recuit* abaisse aussi la limite d'élasticité, mais une température de 200° ne la faisant plus varier sensiblement chez les métaux recuits d'avance, il semble que la chaleur agit en produisant le recuit. On trouvera quelques résultats dans le tableau de la page 478.

Coulomb a constaté aussi que les lois de la *torsion* se retrouvent dans chaque nouvel état d'un fil tordu au delà des limites de l'élasticité, et que cette limite s'éloigne, à mesure que la torsion permanente devient plus grande, d'abord rapidement, puis avec une rapidité décroissante.

621. Influence du temps. — Si l'effort capable de produire un allongement permanent agit pendant longtemps, il arrive souvent que la barre continue de filer. Ainsi, Vicat a vu un fil placé à l'abri de toute secousse, et tendu par un poids égal au tiers et même au quart de celui qui produirait sa rupture instantanée, s'allonger pendant des années avant d'atteindre sa limite d'extension. Des lames minces de verre ou d'acier, assez longues pour fléchir sous leur propre poids, et appuyées obliquement, finissent par contracter une courbure permanente.

Les ressorts les plus parfaits se fatiguent à la longue, c'est-à-dire qu'ils finissent par conserver un changement de forme, sous l'influence d'une charge trop prolongée. Il n'est pas nécessaire même que la charge agisse d'une manière continue, il suffit que son effort se fasse sentir à intervalles très-rapprochés. F. Savart, en faisant vibrer dans le sens de sa longueur, un fil métallique chargé d'un poids, l'a vu s'allonger de $\frac{1}{15}$ de sa longueur primitive tant que duraient les vibrations, et conserver ensuite un allongement permanent que n'aurait pu produire la charge. Il semble que, dans cette expérience, les molécules, déplacées par une première impulsion produite par la cause qui fait vibrer le fil, n'avaient pas eu le temps de revenir à la position d'équilibre quand l'impulsion suivante se faisait sentir; de sorte qu'un nouveau déplacement s'ajoutant au précédent, la limite d'élasticité était franchie.

Du reste, les ressorts fatigués finissent souvent par revenir à leur premier état, après un repos plus ou moins long. C'est ce qui a lieu pour le tranchant des rasoirs émoussés par un usage trop fréquent; et l'on accélère l'effet au moyen d'une chaleur modérée qui remue les molécules, ou en passant la lame sur un cuir gras, qui retient les molécules du tranchant et les écarte légèrement de celles contre lesquelles elles avaient été pressées.

Il existe des substances, comme le verre, l'acier trempé, le marbre.... qui peuvent être chargées jusqu'à la rupture, sans recevoir auparavant d'allongement permanent. Les molécules de ces corps semblent ne pouvoir prendre de nouvelles positions relatives, sans se séparer; c'est ce que montre en effet l'absence de *ductilité*, comme nous le verrons plus loin.

§ 3. — RÉSISTANCE A LA RUPTURE

522. TÉNACITÉ. — Une verge tirée dans le sens de sa longueur finit par se rompre sous une certaine charge, qui dépend de sa substance et de ses dimensions. La plus petite charge capable de produire la rupture sous l'unité de section, se nomme *ténacité* ou *résistance absolue*, propriété étudiée d'abord par Musschenbroeck, Trichler, Thomson, Guyton-Morveau.

Lois. — *La charge minimum qui produit la rupture est* 1° *proportionnelle à* *la section de la barre, 2° indépendante de sa longueur.* Cependant, on remarque souvent qu'une barre très-longue se rompt plus facilement qu'une courte. C'est que l'on a plus de chance, avec la première, de rencontrer des endroits faibles provenant du défaut d'homogénéité, et des inégalités inévitables de diamètre. C'est pour cela que la rupture d'une barre *horizontale* se fait ordinairement en un seul point, tandis que toutes les tranches devraient se séparer au même moment, si elles étaient identiques.

Les fils fins sortant de la filière présentent une résistance, rapportée à l'unité de section, plus grande que des fils plus gros. Cela tient à l'existence d'une couche superficielle plus dense que l'intérieur, provenant de la compression subie pendant la fabrication. Cette couche, négligeable pour les fils un peu gros, augmente sensiblement la densité moyenne de ceux qui sont très-fins, comme M. Baudrimont l'a prouvé, du reste, par des expériences directes.

Guyton-Morveau a trouvé les nombres de kilogrammes suivants, pour la charge minimum capable de rompre des fils *de* 2^{mm} *de diamètre :*

Fil de fer	Cuivre	Platine	Argent	Or	Zinc	Étain	Plomb
$249^k,66$	137,40	124,69	85,06	68,216	49,69	15,74	5,62

Pour le verre, la charge minimum serait 32^k, et pour la fonte 164^k environ.

Les corps à structure fibreuse, comme le bois, résistent plus dans la direction des fibres que dans tout autre sens. Musschenbroeck a fait beaucoup d'expériences à ce sujet. Si les nombres qu'il a trouvés ne sont pas tout à fait d'accord avec ceux qui ont été obtenus depuis, cela tient surtout à la différence de qualité des échantillons; différence provenant elle-même du climat et de la nature du terrain où le bois s'est formé. Voici en kilogrammes la ténacité moyenne de différents bois dans le sens des fibres, *par millimètre carré :*

Chêne	6^k à 8	Frêne	12^k	Buis	14^k
Tremble	6 à 7	Orme	10,40	Poirier	6
Sapin	8 à 9	Hêtre	8	Acajou	5

Perpendiculairement aux fibres la résistance du *chêne*, n'est plus que de $1^k,60$.

523. Expériences de Wertheim. — Au moyen de l'appareil déjà décrit (*fig.* 398), Wertheim a étudié la ténacité de divers métaux. Le tableau ci-dessous renferme une partie des résultats qu'ils a obtenus sur des fils cylindriques de 1^{mm} de diamètre.

On voit à l'inspection de ce tableau que les métaux qui présentent la plus grande *ténacité* sont, en général, ceux qui ont le plus grand *coefficient d'élasticité*, et que le recuit diminue ordinairement la résistance, comme MM. Dufour, Baudrimont, Karmarsch l'avaient déjà constaté. La chaleur exerce une influence moins régulière; elle semble tantôt diminuer la ténacité, tantôt l'augmenter, du moins quand on ne dépasse pas 200°.

MÉTAUX (Diamètre, 1mm)	LIMITE D'ÉLASTICITÉ à 15° ou 20°.	RUPTURE LENTE	RUPTURE SUBITE	À 100°	À 200°
Plomb étiré.	0k,25	2k,07	2k,36	»	»
— recuit.	0,25	1,80	2,04	0k,54	»
Étain étiré	0,40	2,45	2,94 à 3,00	»	»
— recuit.	0,20	1,70	3,57 à 3,62	0,85	»
Or étiré	13,70	27,00	26,6 à 28,4	»	»
— recuit.	3,00	10,08	11,0 à 11,1	12,60	12k,06
Argent étiré.	11,00	29,00	29,60	»	»
— recuit	2,50	16,02	16,3 à 16,5	14,00	14,00
Zinc coulé.	2,20	1,50	»	»	»
— étiré.	0,75	12,80	15,77	»	»
— recuit	1,00	»	14,40	12,20	7,27
Cuivre étiré.	12,00	40,30	41,00	»	»
— recuit	3,00	30,54	31,55 à 31,08	22,10	»
Platine étiré	26,00	34,10	35,00	»	»
— recuit. . . .	14,50	23,50	25,8 à 27,7	22,60	19,70
Fer étiré	32,50	61,10	62,5 à 65,1	»	»
— recuit.	5,00	46,88	50,25	51,10	46,90
Acier fondu étiré. . .	57,00	»	83,80	»	»
— recuit . .	5,00	65,70	»	»	»
Fil d'acier étiré . . .	48,70	70,00	85,9 à 99,1	»	»
— recuit. . .	15,00	40,00	53,90	59,10	50,90

524. Expériences de M. Baudrimont[1]. — Ces expériences ont été faites principalement pour étudier l'influence de la température sur la ténacité de divers métaux. Le fil, f (*fig.* 414) recuit avec soin, était fixé à une pièce de fer e et tendu, dans une chaudière cc', par une chaîne r passant sur trois poulies, dont une n'est pas figurée, et soutenant un sceau dans lequel on fait tomber du sable peu à peu jusqu'à ce qu'il y ait rupture. La chaudière contient successivement de la glace fondante, de l'eau bouillante ou de l'huile à 200°. Le tableau suivant contient les moyennes des résultats obtenus, rapportés à 1mm carré de section :

	0°	100°	200°		0°	100°	200°
Or. . . .	18,400	15,224	12,878	Argent . .	28,324	23,266	18,577
Platine . .	22,625	19,284	17,277	Palladium.	36,481	32,484	27,077
Cuivre . .	25,100	21,873	18,215	Fer. . . .	205,405	191,725	210,270

On voit que la ténacité des cinq premiers métaux diminue quand la température

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXX, p. 304.

augmente. Le fer offre une particularité curieuse ; il présente un minimum de résistance vers 100°. Ce résultat a été vérifié par un nombre d'expériences tel qu'il ne peut y avoir de doutes. Au-dessus de 200°, la ténacité doit de nouveau diminuer. D'après Tremery le fer forgé n'a, au rouge sombre, que $\frac{1}{6}$ de sa ténacité à froid.

525. Remarques. — Les nombres des tableaux précédents laissent un peu d'incertitude, les résultats dépendant des échantillons sur lesquels on opère. En outre, il arrive souvent que la barre *file* avant de se rompre, ou bien l'on voit un étranglement se former, facile à distinguer par l'aspect terne que prend la surface en ce point, et par la chaleur qui s'y développe. Aussi, une barre qui a résisté à une charge inférieure à celle qui peut la rompre instantanément, peut-elle ensuite céder, après avoir filé lentement, à un effort beaucoup plus faible, mais qui persiste pendant longtemps. Il résulte de là, qu'il faut éprouver les barres métalliques destinées aux constructions, sous des charges qui ne dépassent que de peu celles qu'elles doivent supporter d'une manière permanente. Autrement on serait exposé à les voir se rompre, à cause de l'altération de structure que l'épreuve leur aurait fait subir. Au reste, quand on éprouve les matériaux de constructions, il ne faut pas chercher l'effort qui pourrait amener la rupture, mais celui qui serait capable d'atteindre à la limite d'élasticité, limite au-dessous de laquelle devront rester les efforts supportés par ces corps dans les constructions.

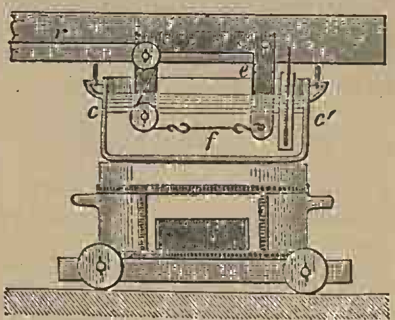


Fig. 414.

Il est curieux de connaître quelle longueur devrait avoir une barre suspendue verticalement, pour se rompre sous son propre poids. Il est clair que, dans ce cas, la section n'a pas d'influence, le poids lui étant proportionnel ainsi que la résistance. Supposons donc la section égale à l'unité, et soit P le poids qui produirait alors la rupture, L la longueur cherchée, et d le poids spécifique de la matière de la barre ; on devra avoir $P = Ld$; d'où l'on tirera la valeur de L. On trouve ainsi, en nombres ronds, les longueurs suivantes :

Fer	Argent	Laiton	Or	Étain	Bismuth	Zinc	Plomb
550m	263	160	120	50	22	11	5

526. Résistance des vases. — C'est la *ténacité* qui empêche de se rompre, quand il est soumis à une pression intérieure, un vase de forme telle qu'il ne puisse se déformer ; comme une sphère creuse, ou un cylindre terminé par deux hémisphères. On donne ordinairement cette dernière forme aux chaudières à vapeur.

Considérons donc une chaudière cylindrique terminée par deux hémisphères, partout de même épaisseur, et soumise en dedans à une pression de P kil. par centimètre carré. Pour trouver l'effort qui tend à la déchirer suivant une arête du cylindre, supposons ce cylindre divisé en anneaux, par des plans perpendiculaires aux arêtes, et distants les uns des autres d'une quantité égale à l'unité. Tout se passant de la même manière dans chaque anneau, la longueur du cylindre n'aura pas d'influence, et il suffira de chercher l'effort qui tend à briser un d'eux, *ambm'* (*fig.* 415), en un point *a*, par exemple. Or, un élément infiniment petit *mn* supporte une pression normale, égale en poids à $P \times mn$. Cette force peut se décomposer en deux autres, l'une parallèle au diamètre *ab* et qui n'exerce pas d'action pour rompre l'anneau en *a*; l'autre perpendiculaire à ce diamètre, et égale à $P \cdot \overline{mn} \cos \alpha$, ou $P \times pq$; car *pq* est la projection de *mn* sur *ab*. Faisant de même pour tous les éléments du demi-anneau *amb*, nous aurons, pour

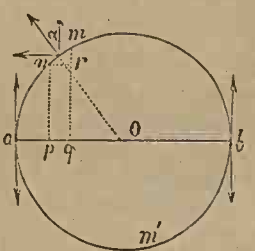


Fig. 415.

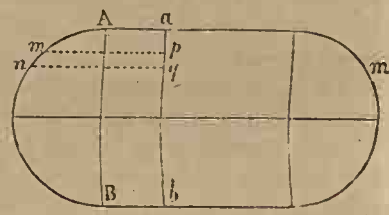


Fig. 416.

la somme de toutes les composantes perpendiculaires à *ab*, $P \times ab$, ou $P \times 2R$, en désignant par R le rayon *a*O. Cette résultante peut être remplacée par ses deux composantes, PR, appliquées l'une en *a*, et l'autre en *b*. Le demi-anneau *am'b* supporte de même une pression totale qui donne deux composantes en *a* et *b*, égales aussi à PR, et qui tendent à séparer ses dernières molécules en *a* et *b* des dernières du demi-anneau *amb*. L'effort auquel doivent résister ces molécules, sous l'unité de longueur, et donc égal à PR.

Pour évaluer l'effort qui tend à séparer le cylindre suivant une section droite, remarquons que la composante parallèle aux arêtes, de la pression qui s'exerce sur un élément *mn* de l'hémisphère A*m*B (*fig.* 416), est égale à $P \times pq$; de sorte que l'effort total qui tend à séparer le long du contour *ab*, les molécules appartenant à la portion *amb* de la chaudière, des molécules contiguës appartenant à la portion *am'b*, est égal à $P \times \text{surf.}\,ab = P \times \pi R^2$. Pour avoir l'effort capable d'effectuer la séparation sur l'unité de longueur, il faudra diviser cette valeur par la longueur du contour *ab*, c'est-à-dire par $2\pi R$, et l'on aura $\frac{1}{2}PR$, pour le résultat cherché.

On voit que l'effort qui tend à produire la rupture suivant la section droite est deux fois plus petit que celui qui tend à séparer le cylindre suivant une droite parallèle à l'axe; la rupture se fera donc de préférence suivant une arête, comme l'expérience le montre. Pour une sphère, la rupture ne peut s'effectuer que suivant un grand cercle; elle exige un effort égal à $\frac{1}{2}$ PR; ce qui montre qu'une sphère résiste deux fois plus qu'un cylindre de même rayon. — Près des extrémités d'une chaudière cylindrique, la résistance est augmentée de celle des hémisphères à se fendre suivant un grand cercle.

527. Conséquences. — Il résulte de ce qui précède, qu'un vase cylindrique homogène partout de même épaisseur, devrait se rompre suivant toutes ses arêtes en même temps. S'il n'en est pas ordinairement ainsi, c'est que la résistance des parois n'est pas exactement la même partout. Cependant, quand l'effort intérieur est brusque et intense, la rupture peut avoir lieu suivant un grand nombre d'arêtes à la fois. Par exemple, M. Séguier ayant lancé verticalement de haut en bas une balle de pistolet, à travers de l'eau contenue dans un vase cylindrique de verre suspendu en l'air, et dont le fond était formé d'une feuille de parchemin, vit les parois se diviser en une multitude de lanières verticales étroites qui s'arrêtaient au niveau de l'eau; la compression brusque produite par le liquide refoulé violemment ne se faisant pas sentir au-dessus de ce niveau.

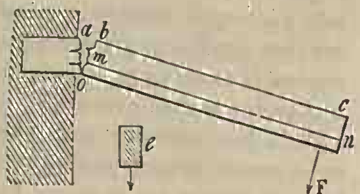


Fig. 417.

C'est par un effet analogue que les vases qui éclatent sous l'influence de matières extrêmement explosibles, se divisent en parcelles trop petites pour produire beaucoup de mal.

Calcul de l'épaisseur. — Il est facile de calculer l'épaisseur qu'il faut donner aux parois d'une chaudière cylindrique pour qu'elle résiste à une pression intérieure donnée, quand on connaît son rayon et la ténacité de la substance dont elle est faite. Soit e l'épaisseur cherchée et t la ténacité, c'est-à-dire la charge minimum capable de rompre une barre de cette substance ayant pour section l'unité. Pour que la résistance à la rupture suivant une arête fasse équilibre à l'effort intérieur, il faut que l'on ait $PR = te$, d'où $e = PR : t$. On donne toujours à la chaudière une épaisseur beaucoup plus grande, à cause des irrégularités de structure, et de la diminution de ténacité que produit la chaleur.

528. RÉSISTANCE RELATIVE. — On nomme *résistance relative*, la résistance qu'une barre oppose à la rupture par flexion. Soit une barre horizontale *non flexible*, *abc* (*fig.* 417), encastrée par l'une de ses extrémités, et soumise à une force F agissant normalement à l'autre extrémité. Cette force devra être bien moindre, pour produire la rupture, que si elle agissait par traction. En effet, dans le cas de la traction, les files de molécules parallèles aux arêtes résistent toutes également; tandis que, dans la flexion, les molécules qui se trouvent en *o*, sont poussées les unes vers les autres et constituent, par leur résistance au rapprochement, un axe d'appui, *o*, autour duquel les molécules de la surface de séparation tournent, en opposant une résistance qui dépend de leur bras de levier, c'est-à-dire de leur distance à l'axe *o*. Galilée avait pris pour bras de levier moyen, la distance du centre de gravité de la section droite à l'axe *o*; mais Mariotte a fait remarquer, avec raison, que les molécules ne se séparent pas toutes au même instant, mais bien les unes après les autres; les plus éloignées de l'axe *o* étant plus écartées les unes des autres, à un moment donné, que celles qui sont situées plus près de cet axe. De plus, les parties voisines de *o* sont comprimées, au lieu d'éprouver l'extension, jusqu'à un certain plan *mn*, parallèle à *bc*, à partir duquel les molécules sont de plus en plus écartées.

529. Lois de la résistance relative. — 1° *La force nécessaire pour produire la rupture est en raison inverse de la longueur de la barre;* car cette longueur est le bras de levier par lequel agit la force.

2° *Quand la section de la barre est un rectangle dont un des côtés, pris pour largeur, est perpendiculaire à la direction de la force, cette force est proportionnelle à la largeur.* Cette loi se conçoit facilement; car si l'on partage la barre par des plans équidistants perpendiculaires à la largeur, chaque tranche ainsi obtenue exigeant la même force pour se rompre, l'effort total devra être proportionnel au nombre de tranches, c'est-à-dire à la largeur.

3° *La force nécessaire pour rompre une barre est proportionnelle au carré de son épaisseur* comptée parallèlement à la direction de la force. Cette troisième loi a été trouvée par le calcul; l'expérience la confirme, ainsi que les deux autres.

Si nous désignons par R la résistance, à la rupture par flexion, d'une barre dont la section rectangulaire a pour épaisseur *e* et pour largeur *b*, et si nous appelons *t* la ténacité sous l'unité de section, nous aurons, d'après l'analyse mathématique,

$$[1] \qquad R = t\,\frac{be^2}{6}; \qquad \text{et} \qquad R = t\,\frac{\pi r^3}{4}, \qquad [2]$$

pour une barre cylindrique dont le rayon est égal à *r*.

Il résulte de ces lois que l'on devra prendre pour épaisseur le plus grand côté de la section rectangulaire d'une barre, pour obtenir la plus grande résistance; et que, à aire égale, il y aura avantage à donner à la section la forme d'un rectangle allongé, plutôt que celle d'un carré, en ayant soin de placer le plus grand côté parallèlement à la direction de l'effort exercé.

530. Charge capable de produire la rupture. — Cherchons maintenant l'effort P nécessaire pour vaincre cette résistance R, et produire la rupture. Il y a plusieurs cas à examiner.

1° Si la barre est encastrée à l'une de ses extrémités, et si L est sa longueur, on aura, au moment de la rupture, $R = PL$, d'où $P = R : L$.

2° Si la barre est appuyée par le milieu (A, *fig.* 418), et si la charge, P, est partagée également entre ses deux extrémités, on aura $R = \frac{1}{2} L \times \frac{1}{2} P$; d'où $P = 4R : L$.

3° Si la charge est appliquée au milieu de la barre *appuyée* par ses deux extrémités (*fig.* 419), on aura encore $R = \frac{1}{2} L \times \frac{1}{2} P$; car les choses se passent comme si, le milieu étant fixe, les extrémités supportaient la charge.

4° Si la barre est chargée au milieu et encastrée par ses deux extrémités

Fig. 418.

Fig. 419.

Fig. 420.

(*fig.* 420), on aura $R = \frac{1}{8} PL$, d'où $P = 8R : L$. En effet, dans ce cas, la rupture se fait en trois points c, c' et D. Or, il faut un effort égal à $2R : L$ pour vaincre les résistances en c et c', et un effort égal à $4R : L$ pour vaincre la résistance en D; ou en tout $8R : L$. Ces résultats ont été retrouvés par l'expérience, principalement par Dupin, qui a aussi vérifié cette conséquence de la théorie, que la flexion produite par une charge répartie également sur toute la longueur d'une barre appuyée à ses deux extrémités, peut être produite par une charge unique placée au milieu et égale seulement aux $\frac{5}{8}$ de la première.

531. Courbe d'égale résistance. — Les effets d'une force sur les différentes sections d'une barre encastrée à l'une de ses extrémités, sont d'autant plus prononcés que les sections sont plus rapprochées de l'extrémité fixe. Considérons donc une barre *de largeur constante et à sections rectangulaires*, et proposons-nous de trouver la forme que doit présenter sa section longitudinale par un plan contenant la force qui agit à son extrémité libre, pour que toutes ces sections résistent également à la rupture. Soit O (*fig.* 421) le point d'application de la puissance, mOm' la courbe cherchée, et e l'épaisseur de la dernière section fixe C. Posons $OC = L$, et soit m un point de la courbe rapportée aux axes Ox, Oy. Représentons par R et R′ les résistances à la rupture des sections C et mm'. Pour que ces résistances soient égales, on devra avoir $R : R' = L : x$; or, on a (529), $R = \frac{1}{6} tbe^2$, et $R' = \frac{1}{6} tb \cdot \overline{mm'}^2 = \frac{4}{6} tby^2$. En portant ces valeurs de R et R′ dans la proportion précédente, il vient $4Ly^2 = e^2x$; équation qui représente *une parabole* dont le foyer est à une distance de l'extrémité O égale à $e^2 : 8L$.

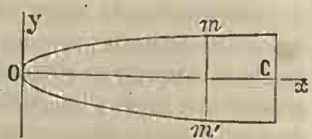


Fig. 421.

Si la barre était fixée par le milieu et également chargée à ses deux extrémités, le résultat serait évidemment le même pour chaque moitié. On donne souvent au balancier des machines à vapeur cette forme parabolique.

532. Résistance des tubes. — Galilée a prouvé qu'une barre creuse résiste mieux à la rupture par flexion qu'une barre massive de même substance, *dont l'aire effective de la section droite serait la même.* Cette différence de résistance se conçoit facilement; car le diamètre extérieur étant plus grand pour la barre creuse, le bras de levier *ob* (*fig.* 417), auquel est appliquée une partie de la résistance, est aussi plus grand. De plus, les molécules placées près de l'axe *mn* n'éprouvant que peu de changements de distance, il y a tout avantage à les enlever pour les reporter près des surfaces extérieures *bc* et *on*.

Il y a évidemment un maximum de diamètre extérieur, au delà duquel la résistance de la barre diminuerait. Car, si les parois du tube devenaient trop minces, elles tendraient à fléchir et à se plisser en *o*, et il n'y aurait plus de point fixe. M. Girard a calculé que le maximum de résistance d'un cylindre creux a lieu quand le rayon intérieur r' et le rayon extérieur r sont entre eux comme 51 : 112, ou à peu près comme 5 : 11. La formule qui donne la résistance au moment de la rupture est alors

$$R = t\,\frac{\pi(r^4 - r'^4)}{4r}, \quad \text{qui devient} \quad R = t\,\frac{\pi r^3}{4}$$

quand on fait $r' = 0$, c'est-à-dire quand on suppose le cylindre massif (529).

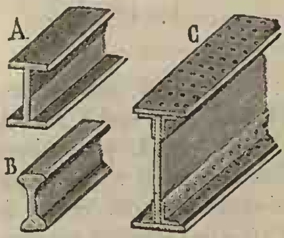


Fig. 422.

Applications. — La nature nous offre de nombreux exemples de la disposition en forme de tube : les os longs des animaux, les plumes des oiseaux, les tiges de certaines plantes. L'industrie tire aussi parti du même principe pour augmenter la résistance sans augmenter le poids. On fait des colonnes creuses en fonte; au moyen de tubes de fer creux, on fabrique des meubles qui joignent la solidité du fer à une grande légèreté. On a construit en Angleterre des vergues et des mâts de vaisseau creux, au moyen de longues douves assemblées et maintenues par des cercles de fer comme celles des barriques. On fait des poutres en fer pour former la charpente ou pour soutenir les planchers des édifices, dont la section présente une bande placée verticalement, et garnie en dessus et en dessous par deux autres bandes disposées horizontalement, A (*fig.* 422). Les rails des chemins de fer possèdent une forme analogue, B. Beaucoup de grands ponts pour les chemins de fer sont soutenus par d'immenses poutres en fer présentant cette même forme, C, et simplement appuyées sur les piles et les culées. Souvent, la bande pleine verticale est remplacée par un fort treillis, composé de lames étroites croisées et clouées les unes aux autres aux points de croisement, et enserré entre les deux plaques horizontales. C'est ainsi que sont contruits les ponts à treillis, nommés aussi ponts américains, dont on voit un exemple remarquable sur la Garonne, à Bordeaux, dans le pont qui relie les chemins de fer du Midi et d'Orléans. C'est toujours le même principe : la matière accumulée le plus possible vers les parties supérieure et inférieure.

L'application la plus remarquable du principe de Galilée, se voit dans les *ponts-tunnels*, que franchissent les plus lourdes locomotives. Ce sont des tubes gigantesques à section rectangulaire, formés de plaques de tôle clouées. Ces tubes, appuyés sur des culées ou des piles en maçonnerie, ne fléchissent pas, malgré leur poids énorme, ce qui ne manquerait pas d'avoir lieu s'ils étaient massifs avec le même poids. Deux ponts semblables ont été construits en Angleterre par Stephenson, au chemin de fer de Chester à Holyhead, dans l'île d'Anglesey. Le plus grand, jeté sur le détroit de Menaï, à 30 mètres au-dessus de la haute mer, est composé de quatre parties, avec trois piles intermédiaires. Les deux parties du milieu ont 141^m de longueur, et les deux autres 82^m. La hauteur et la largeur de la section droite du tube sont de 9^m et $4^m,50$. L'épaisseur de la tôle varie de $25^{mm},4$ à $6^{mm},3$. Les tubes avaient été construits sur le rivage; pour les soulever et les poser sur les piles, on s'est servi de presses hydrauliques construites pour cet objet, et les plus puissantes dont on eût encore fait usage.

523. RÉSISTANCE TRANSVERSE. — Vicat a distingué une troisième espèce de résistance, à laquelle il a donné le nom de *résistance transverse*. C'est celle qu'oppose un corps à l'action d'une force agissant dans le plan même de la section suivant laquelle doit se faire la séparation, de manière que les surfaces qui se séparent glissent l'une sur l'autre.

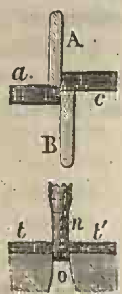


Fig. 423

C'est cette espèce de résistance qui est vaincue dans l'action des cisailles, dont les branches à section rectangulaire B, A (*fig.* 423) glissent l'une contre l'autre; l'une, B, soutenant la barre *ac*, tout près de la section où l'on veut la séparer; l'autre, A, appuyant, aussi tout près de cette section, mais du côté opposé, de manière à faire glisser les molécules les unes par rapport aux autres dans la direction du plan AB.

Pour percer les lames épaisses de tôle, on se sert d'une espèce d'emporte-pièce formé d'un cylindre d'acier *n* (*fig.* 423), que l'on appuie fortement sur la lame de tôle placée sur une table de fonte. Cette table est percée d'un trou cylindrique *o*, qui correspond au cylindre *n*, et dans lequel vient tomber le disque de fer détaché par ce cylindre. C'est encore la résistance transverse qu'il a fallu vaincre ici.

C'est à cause de la résistance transverse que les filets des vis ne sont pas brisés. La résistance des corps à l'écrasement dépend en partie de cette sorte de résistance, qui est, du reste, d'autant plus grande que la résistance absolue de la substance est elle-même plus prononcée. Après la résistance à l'écrasement, c'est la résistance transverse qui est la plus grande. Par exemple, Vicat a trouvé que, pour les pierres calcaires de dureté moyenne, la résistance transverse est égale à 6 fois et $\frac{1}{4}$ la résistance absolue.

534. Rupture par torsion. — La rupture par torsion a lieu généralement au milieu de la barre tordue. Elle peut se faire de deux manières, suivant que la barre est roide ou flexible. Dans ce dernier cas, la barre se rompt lentement, par parties, et après avoir été tordue, de manière que sa surface présente souvent des hélices d'un très-petit pas. La rupture des corps roides, comme le verre, l'acier trempé, la cire à cacheter, se fait brusquement, et par glissement, de manière que la résistance peut, jusqu'à un certain point, se rapporter à la *résistance transverse*. Si la séparation avait lieu au même moment dans tous les points de la section, la surface de séparation serait à peu près plane. Mais les molécules superficielles éprouvant des déplacements angulaires plus grands que les molécules intérieures, et se distribuant suivant des hélices de plus grand diamètre, ce qui les force à s'écarter davantage les unes des autres, la séparation a lieu d'abord à l'extérieur, et la surface de rupture présente la forme d'un cône couvert de stries héliçoïdales. Dans les barres carrées, la rupture doit donc commencer par les angles; ce qui a lieu, en effet.

Les substances fibreuses, comme le bois, le fer obtenu à la filière, se fendent avant de se rompre, parallèlement aux fibres, à commencer par les plus éloignées de l'axe de torsion. Tous ces résultats ont été trouvés par Wertheim.

§ 4. — PROPRIÉTÉS QUI DÉPENDENT DU DÉPLACEMENT PERMANENT DES MOLÉCULES

535. Ductilité. — Les molécules de certains corps sont susceptibles de prendre, par certaines opérations mécaniques, différentes positions d'équilibre stable, en tournant les unes autour des autres sans se séparer. Nous avons déjà constaté cette propriété en parlant de la limite de l'élasticité (519). On lui donne le nom de *ductilité*. Il y a des corps qui ne sont pas ductiles; par exemple, le verre, le soufre, la plupart des minéraux non métalliques; et parmi les métaux, l'antimoine, le bismuth.....

On reconnaît la ductilité par divers procédés : l'action du *marteau*, l'opération du *laminoir*, le passage à la *filière*, la *flexion* et la *compression*. C'est par la compression qu'on fait prendre aux médailles l'empreinte de coins d'acier entre lesquels on les comprime fortement.

536. Malléabilité. — Les corps qui s'étendent le plus facilement sous le marteau sans se déchirer, sont les métaux, et dans l'ordre suivant :

Plomb, étain, or, zinc, argent, cuivre, platine, fer.

C'est au moyen du marteau qu'on fabrique ces feuilles d'or ou d'argent qui n'ont que $\frac{1}{25000}$ de millimètre d'épaisseur. Après avoir réduit l'or, au moyen du laminoir, en plaques de 1^{mm} d'épaisseur environ, on en empile un certain nombre et on les étend sous le marteau jusqu'à l'épaisseur du papier. On les bat ensuite en les séparant par des feuilles de papier, puis par de la baudruche. L'étain se réduit aussi en feuilles minces entre des lames plus épaisses de même métal, que l'on bat à coups de marteau, et qui sont destinées, comme le papier dans le cas de l'or, à empêcher la tête du marteau de déchirer la feuille mince.

Relativement à la facilité avec laquelle ils supportent l'opération du laminoir, les métaux sont placés dans l'ordre suivant :

Or, argent, cuivre, étain, plomb, zinc, platine, fer.

Cet ordre n'est pas le même que lorsqu'on emploie le marteau. La différence paraît provenir des chocs que produit ce dernier instrument. On donne souvent le nom de *malléabilité* à la propriété de s'étendre sous le laminoir; les métaux que nous venons de citer sont donc les plus *malléables*.

La chaleur modifie notablement la ductilité de certains corps. Ainsi, le fer est très-ductile quand il est très-chaud; aussi le fait-on rougir pour le forger, ou le faire passer au laminoir. La cire, la résine sont dans le même cas. Le verre devient extrêmement ductile à la chaleur rouge, et c'est sur cette propriété que sont fondés les procédés de fabrication des ouvrages de verre. Il y a des corps moins ductiles à chaud qu'à froid; par exemple le *cuivre*. Le zinc ne peut passer au laminoir qu'entre 130 et 150 degrés. Au-dessus de cette dernière température, il est tellement cassant qu'on peut le pulvériser dans un mortier.

537. Passage à la filière. — Une filière consiste en une plaque d'acier, dans laquelle sont pratiqués de petits trous coniques de diamètre différent. On engage dans un de ces trous l'extrémité amincie de la baguette que l'on veut *tréfiler*, et, la saisissant du côté opposé avec des tenailles, on tire fortement. On la force ainsi à passer par le trou, en s'allongeant et en diminuant de grosseur. On la fait passer ensuite par un trou plus petit, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait obtenu le degré de ténuité désiré.

Pour qu'une substance se prête à l'opération de la filière, il faut que ses molécules puissent changer facilement de position et que sa ténacité soit suffisamment grande. Les métaux les plus ductiles n'étant pas les plus tenaces, ces corps ne doivent pas, relativement au passage à la filière, être placés dans le même ordre que pour la *malléabilité*. Voici quel est cet ordre :

Platine, argent, fer, cuivre, or, zinc, étain, plomb[1].

L'allongement se fait de deux manières : 1° par changement dans les positions relatives des molécules; 2° par leur écartement dû à la traction; ce que l'on reconnaît en recuisant le fil, qui alors augmente de diamètre et se raccourcit d'une quantité notable, comme l'a constaté M. Baudrimont. On remarque aussi que le diamètre du fil est plus grand que celui du trou de filière par lequel on l'a fait passer. Cela tient à l'élasticité de compression, qui fait que les molécules s'écartent en sortant de l'ouverture; en outre le fil est étiré pendant son passage, ce qui diminue momentanément son diamètre (400). C'est pour cela qu'un fil de fer qu'on a fait passer plusieurs fois par un même trou de filière, résiste toujours quand on l'y fait passer de nouveau. Comme les corps n'ont pas tous la même

[1] On nomme quelquefois *ductilité*, la propriété de s'allonger par l'opération de la filière. Ce mot n'a plus alors le sens général que nous lui avons donné plus haut.

élasticité, des fils de différents métaux n'ont pas la même grosseur en sortant de la même filière. Le recuit les ramène sensiblement au même diamètre.

La chaleur, agissant sur la malléabilité et la ténacité, doit avoir aussi de l'influence sur le passage d'un même corps par la filière. C'est, en effet, ce qui a lieu, principalement pour le fer. Le zinc ne peut se tréfiler qu'à 100° environ. Quand on opère à une basse température, la densité de certains métaux conserve une partie de l'accroissement produit par le froid. Par exemple, Wertheim a trouvé qu'un fil de fer, après avoir passé par quatre trous de filière à la température ordinaire, avait pour densité 8,906; ayant opéré à — 15°, il trouva 8,925; et à — 20°, 8,927.

538. Flexibilité. — Les corps ductiles sont en même temps *flexibles*, c'est-à-dire qu'on peut les courber d'une manière permanente, sans séparer leurs molécules. Il y a des substances, comme l'étain, le cadmium, le zinc, qui, lorsqu'on les ploie, font entendre un bruit particulier, connu, pour l'étain, sous le nom de *cri de l'étain*. Ce bruit provient des cristaux rudimentaires, dont les faces changent de positions en se frottant les unes contre les autres. Quand on fléchit rapidement une barre, alternativement en deux sens opposés, on finit par la rompre; tandis que, en opérant lentement, il peut se faire qu'on ne puisse y parvenir. C'est que, après chaque déplacement brusque, les molécules n'ont pas le temps de prendre une position d'équilibre, avant que le mouvement inverse ne vienne les déplacer de nouveau.

539. Dureté. — La *dureté* consiste dans la résistance que les corps opposent à être rayés ou usés par d'autres corps. De deux corps, le plus dur est celui qui raye l'autre. Dans cette opération, la matière est tantôt refoulée par la pointe qui raye, en formant deux bourrelets le long du sillon (fer, plomb); tantôt arrachée sous forme de poussière fine (marbre, verre). On voit donc que la facilité d'un corps à être rayé, est le signe d'une grande ductilité ou d'une faible ténacité, et que tout ce qui augmente la première ou diminue la seconde de ces propriétés rend le corps plus mou. C'est ainsi que la fonte, le fer, sont mous à la chaleur rouge; ils peuvent alors se couper avec une scie, et le verre avec des ciseaux.

On peut aussi comparer la *dureté* ou la *mollesse* des corps par la pression. De deux corps, le plus mou est celui qui cède le plus facilement, soit pour s'aplatir sans se diviser, comme le plomb, soit pour s'écraser comme la craie, le plâtre; dans le second cas, on dit que le corps est *friable*. On peut encore se faire une idée de la dureté de beaucoup de corps par la résistance qu'ils opposent à l'action de la lime, et comparer entre eux les corps les plus durs, par la facilité avec laquelle ils font feu au briquet.

Muschenbroek, le premier, a tenté de représenter les degrés de dureté par des nombres, en cherchant combien de fois une masse formant la lentille d'un pendule écarté de la verticale d'une quantité déterminée, devait frapper un coin horizontal appuyé sur une barre verticale du corps à essayer, pour la briser.

Les minéralogistes ont ensuite beaucoup étudié la dureté comme caractère physique des minéraux. Werner divisait ces derniers en *durs*, faisant feu au briquet; *demi-durs*, cédant à la lime; *tendres*, facilement rayés par la pointe d'un couteau; et *très-tendres*, pouvant être rayés par l'ongle. Mohs établissait dix types de subtances bien définies, arrangées par ordre de dureté, allant du talc lamelleux au diamant; chacun des autres corps était placé entre deux de ces substances, choisies de manière qu'il raye l'une d'elles et soit rayé par l'autre. Seebeck, qui a fait beaucoup d'expériences sur la dureté des cristaux, la mesurait par le poids *minimum* dont il fallait charger une pointe dure appuyée normalement pour qu'elle produisît, en se déplaçant, une raie visible à la loupe. MM. Grace-Calvert et R. Johnson, dans leurs recherches sur la dureté des métaux, en 1858, ont pris pour mesure la charge nécessaire pour qu'une pointe conique de dimensions déterminées s'enfonce normalement de 3^{mm},5 en une demi-heure. Ils mesuraient ainsi la *dureté normale;* celle que l'on détermine en rayant se nomme *dureté tangentielle.*

M. Hugueny a fait, sur la dureté des métaux, un travail important, qu'il a fait précéder d'un historique auquel nous avons emprunté une partie de ce qui précède, et dans lequel il discute avec soin les travaux faits antérieurement sur le même sujet[1]. L'appareil ou *scléromètre*, au moyen duquel il a étudié la *dureté tangentielle*, consiste en un charriot très-léger tiré, sur une table bien horizontale, par un cordon passant sur une poulie fixe, et tendu par des poids variables. Ce charriot soutient une tige verticale portant une pointe de diamant, et pouvant glisser, sans tourner sur elle-même, dans deux colliers qui la maintiennent. La pointe s'appuie sur la plaque à essayer. L'expérience consiste à chercher la charge à appliquer au cordon pour entraîner le charriot, la pointe étant pressée par un poids connu.

Au moyen de cet appareil, M. Hugueny a trouvé que, *pour les corps durs, le poids moteur est proportionnel à la pression exercée sur la pointe.* Or, cette loi qui ne se vérifie plus pour les corps mous, est précisément celle que Coulomb a trouvée pour le frottement; de sorte qu'on doit se demander si, dans le frottement, chacune des surfaces qui glissent l'une sur l'autre n'est pas légèrement striée par les aspérités qui recouvrent l'autre.

Dans le cas de la *dureté normale*, M. Hugueny a employé deux sortes de *scléromètres*. Dans le premier, une pointe d'acier appuyée sur le corps à essayer est poussée par une vis micrométrique verticale dont la tête est sollicitée à tourner par deux cordons enroulés, tirés par des poids égaux. On cherche quels doivent être ces poids pour que la pointe pénètre de $\frac{1}{10}$ de millim. en une demi-heure, en tenant compte du frottement de la vis dans son écrou. L'autre appareil consiste en un fort levier du deuxième genre, que l'on charge de poids à son extrémité, de manière à enfoncer la pointe d'acier, de $\frac{1}{10}$ de millimètre. Une longue aiguille de bois placée dans le prolongement du levier, de l'autre côté de l'axe d'appui, permet de mesurer la quantité dont s'enfonce la pointe.

[1] *Recherches expérimentales sur la dureté des corps et spécialement sur celle des métaux*, Strasbourg, 1865.

Voici quelques-uns des résultats trouvés par M. Hugueny, pour la température de 18 à 20°. Q représente le poids suspendu au levier, et les duretés sont rapportées à celle du cuivre laminé prise pour unité.

MÉTAUX PURS

	Valeur de Q en grammes	Duretés
Fer doux recuit	53,12	1,64
Platine pur	48,54	1,50
Cuivre	32,39	1
Zinc fondu	26,92	0,83
Argent pur	19,94	0,61
Or pur	18,35	0,57
Aluminium pur	17,26	0,53
Étain	4,47	0,14
Plomb	3,07	0,09

MÉTAUX COMBINÉS

	Valeur de Q en grammes	Duretés
Acier fondu trempé	126,13	3,08
— recuit	99,33	2,30
Métal des cloches	72,70	2,24
Bronze ordinaire	60,63	1,87
Bronze d'aluminium (0,1)	46,00	1,42
Laiton fondu	40,39	1,25
Alliage d'imprimerie	7,65	0,24
Poterie d'étain	7,02	0,22
Soudure des plombiers	5,70	0,17

La substance la plus dure est le *diamant*. Pour le tailler on l'use avec de la poudre de même matière. Après le diamant, vient le *corindon* ou alumine cristallisée, qui reçoit différents noms, suivant sa couleur. Les alliages sont plus durs que les métaux qui les composent. C'est pour cela qu'on a coutume de mêler un dixième de cuivre à l'or et à l'argent des monnaies, pour les rendre plus durs.

Quelquefois, la structure accidentelle d'un corps peut le rendre facile à entamer, quoiqu'il soit réellement très-dur. C'est ce qui a lieu, par exemple, pour la pierre ponce, le charbon de bois, dont on se sert pour polir le verre, les grès qui servent à user l'acier qui les raye... Ces substances sont composées de parcelles très-dures, laissant entre elles des espaces vides ou remplis d'une matière molle; de sorte que, lorsqu'on veut les rayer, on brise les parties solides très-petites, quand elles sont séparées par des vides, ou bien on les déplace, en refoulant la matière molle interposée. Le premier cas se présente pour la pierre ponce, et le second pour le grès à aiguiser. — En imitant cette structure du grès, on fabrique des limes, des meules à aiguiser, qui fonctionnant sans être mouillées, sont d'un usage très-commode; le *mordant*, ou substance dure, est formé de grès, de silex ou d'émeri, et la matière *agglomérante*, de ciment, colle forte, gomme laque, caoutchouc durci.

Les cristaux présentent des particularités curieuses étudiées principalement par M. Frankenheim. Deux faces d'un même cristal peuvent présenter des duretés différentes suivant la facilité des clivages qui les ont produites. Sur une même face la dureté tangentielle peut changer avec la direction, et sur une même droite suivant le sens du mouvement de la pointe, faits qui s'expliquent facilement par la théorie de Delafosse (488).

540. Fragilité. — Les corps durs sont ordinairement *fragiles*, c'est-à-dire faciles à briser par le choc, comme cela a lieu pour le diamant, le verre, l'acier trempé..... Cela pouvait se prévoir : par le choc, on communique brusquement une grande quantité de mouvement aux molécules sur lesquelles on agit directement ; ces molécules sont donc violemment déplacées ; et, si le corps n'est pas ductile, le déplacement ne peut avoir lieu sans séparation, et il y a rupture. Si, au contraire, le corps est très-ductile, il est en général déformé, mais non brisé.

Un corps dur peut cependant être peu fragile, quand il est doué d'une grande ténacité, comme les silex pyromaques, qu'on ne peut briser qu'au moyen de chocs énergiques. Un corps mou peut être très-fragile, quand il est en même temps peu tenace ; comme la craie, le plâtre ; et même quand il est très-ductile, comme l'argile humide, la poix, la cire molle.

§ 5. — CAUSES QUI MODIFIENT LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES CORPS SOLIDES

511. Une même substance solide peut présenter, à la même température, des propriétés mécaniques différentes, lorsqu'on l'a soumise à certaines opérations, dont les principales sont la *trempe* et l'*écrouissage*.

512. Trempe. — Quand on a refroidi brusquement un corps solide, on dit qu'il a été *trempé*, parce que l'on opère ordinairement en le plongeant dans un liquide froid, après l'avoir fait fortement chauffer. Les effets de la *trempe* sont d'autant plus prononcés que l'abaissement de température est plus grand et plus rapide. On trempe dans l'eau, le mercure, les corps gras liquides ou non. Dans le mercure, à travers lequel la chaleur se disperse facilement, la trempe est plus forte que dans l'eau, elle l'est moins dans les corps gras. La trempe ne produit pas d'effets sur tous les corps ; le cuivre, le fer pur n'en sont pas modifiés, tandis que l'acier, qui n'est que du fer uni à une petite quantité de carbone, en subit fortement l'influence. Le verre, le bronze, le laiton, le phosphore, le soufre, certains alliages, sont dans le même cas.

Les effets de la trempe sont détruits par le *recuit*, qui consiste à faire chauffer le corps trempé, puis à le laisser refroidir lentement.

Trempe de l'acier. — L'acier est une des substances sur lesquelles les effets de la trempe sont le plus prononcés. Non trempé, il est ductile, mou, flexible, peu élastique en ce sens que la limite de l'élasticité est peu éloignée ; trempé, au contraire, il est dur, cassant, très-élastique et moins dense. Remarquons que *la force* d'un ressort d'acier n'est pas sensiblement changée par la trempe, car Coulomb a trouvé qu'une lame d'acier fixée horizontalement par une de ses extrémités, fléchit sous un poids donné, de la même quantité avant et après la trempe.

On tire parti des propriétés que la trempe donne à l'acier, dans la fabrication d'une foule d'outils, de ressorts, d'instruments tranchants. Le degré de trempe de l'acier, et, par suite, sa dureté et son élasticité, doivent être mesurés d'après l'objet que l'on en veut fabriquer. On peut graduer la trempe en trempant d'abord l'acier très-fortement pour le recuire ensuite peu à peu, de manière à ne conserver qu'une partie de l'effet produit. On est guidé, dans cette dernière opération, par des teintes superficielles qui se succèdent pendant le recuit, et dont voici le tableau avec les températures qui leur correspondent :

Jaune paille	220°	Jaune violacé. . . .	263°	Bleu.	293°
Jaune d'or.	230	Violet pourpre . . .	277	Bleu foncé. . . .	317
Jaune orange. . . .	240	Bleu faible.	288	Vert d'eau. . . .	330 (1)

Pour les rasoirs, la coutellerie fine, on recuit jusqu'au jaune paille; pour les ressorts ordinaires, jusqu'au bleu; pour les ressorts des montres, pendules, depuis le violet jusqu'au bleu foncé; pour les scies, au bleu foncé, etc.

Quand on trempe fortement l'acier, il se produit souvent des fissures que le recuit ne peut faire disparaître. Il vaut donc mieux disposer de la température du bain de manière à obtenir le degré de trempe voulu. M. H. Caron, en trempant l'acier incandescent dans l'eau à 55°, obtient d'un seul coup la trempe convenable à certains ressorts. Trempé dans l'eau bouillante, l'acier devient plus tenace et plus élastique sans perdre de sa douceur, et sa cassure devient fibreuse, de grenue et cristalline qu'elle était auparavant.

Explication de la trempe. — Les effets de la trempe sont connus depuis la plus haute antiquité, mais leur explication n'a pas encore été démêlée d'une manière bien nette. On a d'abord voulu l'expliquer par le refroidissement subit des couches extérieures, dont les molécules prennent des positions d'équilibre qui dépendent du volume du noyau intérieur, encore chaud et dilaté, sur lequel ces couches sont forcées de se mouler. Quand ensuite les parties intérieures se refroidissent à leur tour, leurs molécules ne peuvent se rapprocher librement, liées qu'elles sont à celles des couches extérieures fixées les premières; elles sont donc dans un état de tension forcée, qui explique la fragilité et l'augmentation de volume de l'acier trempé.

Cette explication est loin d'être suffisante; car il en résulterait qu'une lame très-mince ne devrait éprouver que faiblement les effets de la trempe, et c'est le contraire qui a lieu. Il est plus probable que les molécules changent de position et se groupent d'une nouvelle manière pendant la trempe; ce serait un cas de *dimorphisme;* et même, pour les trempes dures, on doit admettre un changement dans le mode de combinaison des molécules de carbone et de fer qui constituent l'acier. En effet, tandis que la cassure avant la trempe, est fibreuse, après la

[1] Ces teintes sont dues à une couche très-mince d'oxyde de fer qui se forme sous l'influence de la chaleur, et dont la couleur dépend de l'épaisseur, comme nous le verrons dans l'optique. Elles ne se produisent pas quand l'acier est recuit à l'abri du contact de l'air, par exemple, dans de l'huile plus ou moins chaude. Au rouge, la surface devient noire, la couche d'oxyde étant trop épaisse pour donner des couleurs.

trempe elle est grenue, et les grains brillants ont une forme et une grosseur qui dépendent du degré de trempe. On distingue même, avec une loupe, du carbure de fer de couleur différente interposé entre les grains. Il se produit là un effet analogue à celui que M. Karsten a observé sur la fonte de fer, qui, solidifiée et refroidie avec lenteur, forme la *fonte grise*, assez douce pour se travailler à la lime; tandis que la *fonte blanche*, qui s'obtient par un refroissement rapide, est plus dense et résiste à la lime. La dernière a conservé la nature qu'elle avait à l'état liquide; tandis que, dans la première, les éléments ont contracté un nouveau mode d'arrangement pendant le refroidissement lent. Les changements que la trempe fait éprouver au bronze confirment cette manière de voir.

543. Trempe du bronze. — Les effets de la trempe sur le bronze sont tout différents de ceux qu'elle produit sur l'acier. D'Arcet a découvert que la trempe rend le bronze plus dense, plus mou, plus ductile, moins élastique; et que le recuit lui fait éprouver des effets opposés. La différence dans la manière dont sont combinées les molécules de cuivre et d'étain qui composent le bronze, est ici évidente; car la cassure après la trempe est jaune, tandis qu'elle est d'un blanc d'étain après le recuit. M. A. Riche, qui a confirmé ces résultats, a constaté, en outre, que le recuit ne détruit pas complétement les effets de la trempe sur le bronze, et que si on le trempe et recuit plusieurs fois alternativement, sa densité augmente graduellement, jusqu'à une certaine limite. Par exemple, un bronze contenant 20 pour cent d'étain a donné les densités suivantes :

Après un 1er Recuit, 8,686; 2e R., 8,714; 3e R., 8,750; 4e R. 8,760
Après une 1re Trempe, 8,713; 2e T., 8,736; 3e T., 8,774; » »

Le bronze ne contenant que 6 à 12 pour cent d'étain, le *similor* et le *bronze d'aluminium*, n'éprouvent pas sensiblement les effets de la trempe. Le *laiton* les éprouve dans le même sens que le bronze riche en étain [1].

544. Trempe du verre. — Le verre éprouve, par la trempe, les mêmes changements que l'acier, il devient plus fragile, plus dur et moins dense. Chevandier et Wertheim ont trouvé qu'un échantillon de verre non recuit dont la densité était 2,513, avait pour densité 2,523 après avoir été recuit. Pour tremper le verre, il suffit, après l'avoir fortement chauffé, de le laisser refroidir dans l'air en l'y agitant légèrement. La chaleur se déplace avec tant de lenteur dans l'intérieur du verre, qu'un refroidissement plus rapide le ferait éclater en morceaux.

Le verre trempé est tellement fragile, qu'on peut briser le fond d'un matras de verre non trempé, même quand ce fond est très-épais, en laissant tomber une petite pierre, de l'ouverture dans l'intérieur. Ces sortes de matras portent le nom de *fioles philosophiques*, ou *matras de Bologne*. Dans les verreries, on recuit, dans des fours dont on laisse baisser lentement la température, les objets de verre pour leur ôter leur trop grande fragilité.

Les molécules du verre trempé sont dans un état d'arrangement forcé tout

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXX, p. 363.

différent de celui qui existe après le recuit; la densité est moindre et il se manifeste quand la lumière le traverse, certains phénomènes de coloration que nous étudierons dans l'optique, qui prouvent l'absence d'homogénéité. En outre, nous avons reconnu que la forme extérieure d'un prisme de verre change par la trempe; les faces, de planes deviennent convexes. On peut s'en assurer en appuyant une de ces faces sur une glace épaisse; on aperçoit alors, autour du point de contact des anneaux irisés dont l'existence prouve, comme nous le verrons, que la face est convexe.

545. Larmes bataviques. — Cet arrangement forcé des molécules du verre *trempé* est porté à l'extrême dans les *larmes bataviques* ou *de Hollande*. On nomme ainsi des gouttes de verre fondu, que l'on fait tomber dans de l'eau, où elles se solidifient assez souvent sans se briser (*fig.* 424). Leur nom vient de leur forme et du pays d'où les premières ont été importées en France, en 1656, par l'ambassadeur de Suède, Chanut. Le prince Rupert les a fait connaître à l'Angleterre, où elles sont désignées sous le nom de *gouttes de Rupert*. On peut frapper assez fortement ces petits corps sur le gros bout sans les briser; mais si l'on vient à casser la queue effilée, toute la masse éclate en poussière, en produisant une lueur visible dans l'obscurité, et avec tant de violence, que si l'explosion a lieu dans un vase rempli d'eau, ce vase est brisé même quand ses parois sont assez épaisses pour résister à des pressions intérieures de plus de 20 atmosphères. C'est à propos de ces expériences, qu'il a répétées, que M. Seguier a fait celles que nous avons citées plus haut (527).

Fig. 424.

Pour expliquer ce phénomène, remarquons qu'une couche extérieure se solidifie d'abord, pendant que l'intérieur est encore pâteux, et que cette couche fortement trempée, se moule sur la masse intérieure, de manière à conserver un volume plus grand que si le refroidissement eût été lent. La masse intérieure, qui se durcit ensuite, ne peut éprouver la contraction qu'appelle son refroidissement, parce qu'elle adhère à l'enveloppe extérieure; de là un état d'équilibre instable de ses molécules, qui ne peut exister qu'autant que cette enveloppe subsiste elle-même pour les soutenir. Vient-on à mettre à nu quelques points de la masse interne, l'équilibre est rompu et tout s'écroule avec éclat; tandis que, l'enveloppe dure et convexe, résiste quand on la frappe. On peut user, sur une meule de grès, l'extrémité effilée, dans une certaine étendue, sans provoquer la rupture, mais vient-on alors gratter l'endroit usé, avec la pointe d'une aiguille, on peut déterminer l'explosion. Si l'on perce ou si l'on scie la partie renflée, la larme éclate quand l'instrument atteint une certaine profondeur. Le recuit fait disparaître toutes ces propriétés; elles avaient excité au plus haut degré la curiosité des physiciens du dix-septième siècle, et celui qui parvenait à se procurer une larme batavique, réunissait le plus de savants qu'il pouvait, pour la briser solennellement en leur présence.

M. V. de Luynes, après avoir remarqué que l'explication qui précède ne rend pas compte de tous les faits, s'est livré à des expériences nombreuses qui l'ont conduit à des résultats très-curieux [1]. D'abord, pour éviter l'influence de la secousse qui accompagne la rupture de la queue, il suspend la larme à un fil, par le gros bout, et fait plonger la partie effilée dans de l'acide fluorhydrique, en la laissant descendre peu à peu à mesure que l'acide la dissout. Quand on est arrivé au *col*, c'est-à-dire à l'endroit où la queue, quittant la forme conique, s'épanouit pour former la partie renflée, la masse tombe en petits fragments, sans éclater, si ce n'est, quelquefois, quand elle est grosse et très-fortement trempée. — Si la partie renflée est plongée dans l'acide, jusqu'au col exclusivement, elle se dissout peu à peu sans se diviser, et la queue reste intacte.

Fig. 425.

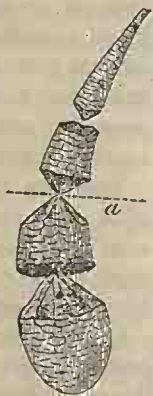


Fig. 426.

En partant de ces faits, M. de Luynes trouve dans la structure de l'enveloppe extérieure la cause principale de la rupture avec explosion. Cette enveloppe est composée de couches superposées, d'autant plus fortement trempées et d'autant moins denses qu'elles sont plus rapprochées de la surface. Ces couches se joignent au *col*, de sorte que, si on les rend libres en cet endroit, en brisant la queue, elles se détendent comme des ressorts, et la masse éclate. Il en doit être de même si l'on rend libres les mêmes couches à l'extrémité opposée, en sciant le gros bout, ou en l'usant sur une meule; ce que l'expérience vérifie.

Il résulte de là que chaque couche, en se détendant au moment de la rupture, doit éprouver un retrait, vers l'extrémité opposée à celle qui a été sciée, d'autant plus prononcé que cette couche est plus rapprochée de la surface. C'est ce qui a lieu, en effet, comme l'a prouvé M. de Luynes par un moyen très-ingénieux. Il enveloppe de plâtre un peu plus de la moitié de l'épaisseur de la partie renflée, en laissant la queue en dehors, et ronge celle-ci par l'acide fluorhydrique. Les fragments dans lesquels la larme se divise, sont maintenus en place par le plâtre, et indiqués par une multitude de fissures à la surface (*fig.* 425). Si l'on enlève le plâtre avec précaution, on peut séparer la masse en plusieurs parties, et l'on reconnaît qu'elle s'est divisée en aiguilles obliques formant des troncs de cône dont le sommet est tourné du côté de la queue (*fig.* 425). Si la rupture a été provoquée en sciant le gros bout, les cônes sont tournés en sens contraire. Du reste, cette disposition se reconnaît quand on passe le doigt sur la surface; il glisse dans un sens et est arrêté dans le sens opposé, les fragments étant

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXX, p. 289.

légèrement soulevés comme des écailles. La figure 426 représente une larme qui a été sciée vers le milieu *a*; on voit que les sommets des cônes, dans les deux moitiés, sont tournés vers la section *a*.

Des fils de verre coulés dans l'eau, des cylindres ou de grosses masses de verre qui se sont solidifiés dans l'air, se divisent facilement en fragments présentant ainsi des surfaces de séparation en forme de tronc de cône.

Il est essentiel de remarquer en terminant, que ces masses de verre, de même que les larmes bataviques, sont à l'état de liquidité plus ou moins parfaite, quand elles subissent le refroidissement rapide qui leur donne leurs propriétés nouvelles. Cette condition se trouve aussi remplie, dans les opérations dont nous allons parler.

546. Verre résistant. — A la suite de recherches persévérantes poursuivies pendant plusieurs années, M. A. de la Bastie a découvert un mode de trempe du verre qui, au lieu de le rendre plus fragile, lui communique une résistance, une dureté et une élasticité extraordinaires. Voici comment on opère : l'objet de verre est porté à une température capable de le rendre malléable, puis plongé dans un bain formé de diverses matières grasses *très-chaudes*, dont la nature et les proportions sont en rapport avec l'espèce de verre sur lequel on opère. On laisse ensuite refroidir la pièce avec le bain dans lequel elle est plongée.

Dans cette opération, il se présentait deux difficultés principales. D'abord, il fallait éviter l'inflammation des matières grasses fortement chauffées, ce qui a exigé l'invention d'appareils spéciaux ; et ensuite empêcher la déformation des objets de verre ramollis par la chaleur, ce que l'on obtient en les soutenant dans des vases en terre réfractaire, de forme convenable et bien polis en dedans.

Les objets de verre ainsi préparés ont tellement perdu de leur fragilité qu'ils peuvent tomber sur le pavé d'une hauteur de plusieurs mètres sans se casser. Une plaque de verre, qui se brise sous le choc d'une masse de 200 grammes tombant d'une hauteur de 30 à 40 centimètres, résiste, après avoir été trempée, au choc de la même masse tombant d'une hauteur dix fois plus grande. Les vases de verre, après qu'ils ont subi la trempe, résistent à la chaleur et peuvent servir à faire cuire les aliments. Une plaque chauffée sur des charbons ardents, mais pas assez fortement pour être recuite, peut être plongée dans l'eau froide sans se briser, et subir plusieurs fois cette épreuve. L'élasticité est singulièrement augmentée : une vitre trempée, courbée en arc de 5 centimètres de flèche; peut être aplatie sur une table et reprendre sa courbure quand on cesse de la comprimer.

Le verre trempé peut être brisé par des chocs énergiques. C'est donc à tort qu'on l'appelle assez souvent verre incassable, malgré les protestations de l'inventeur. Quand on le brise, au lieu de se partager en fragments anguleux, il se divise en parcelles semblables à celles que donnent les larmes bataviques. Cet effet se produit quand on tente de le scier, de le percer ou de le couper au diamant. Il faut donc tailler les vitres, les glaces à la grandeur voulue, avant de les tremper.

Les plaques de verre trempé présentent des couleurs avec des bandes noires, quand elles sont traversées, dans certaines conditions, par la lumière polarisée, comme nous le verrons dans l'optique. MM. de Luynes et Feil ont constaté qu'on peut les percer ou les scier, avec certaines précautions, dans les points où existent les bandes noires, sans les désagréger ; par exemple, percer un disque en son centre, et scier une plaque carrée par le milieu parallèlement à deux côtés. Si l'on cherche à la scier suivant une diagonale, elle éclate dès qu'on a atteint une certaine profondeur.

Les propriétés remarquables du verre traité par la méthode de M. de la Bastie proviennent évidemment, comme pour les larmes bataviques, de l'état de mollesse qu'il faut d'abord donner au verre, dont les molécules sont ensuite fixées brusquement, dans les positions relatives qu'elles occupent sous cet état de fluidité partielle, par un refroidissement assez modéré pour ne pas faire tout éclater. Elles sont dans un état de *fluidité-solide*, suivant l'expression de M. P. Le Roux, qui a publié en 1867, des expériences curieuses sur certains verres composés d'acide borique et de diverses bases. Ces verres, coulés sur des plaques de fonte, lui ont donné des couleurs différentes, dans leur masse et dans la couche fortement trempée qui touche le métal. On peut encore rapprocher ces faits de ce qui se passe quand on verse dans l'eau, du soufre rendu visqueux par une température supérieure à son point de fusion. Il devient alors mou, flexible et très-élastique, comme si ses molécules avaient conservé, au moins en partie, l'arrangement qu'elles avaient dans leur état de liquidité imparfaite.

547. Écrouissage. — On dit qu'un corps a été *écroui* quand il a été soumis à des actions mécaniques tendant à rapprocher ses molécules d'une manière permanente. On écrouit par le choc du marteau, le passage au laminoir ou à la filière ; enfin par la traction, la compression, la flexion et la torsion, quand on dépasse la limite d'élasticité. Il est évident que l'écrouissage n'est possible qu'avec les corps ductiles. Mais il y a des corps très-ductiles qui ne peuvent être écrouis par le marteau ou le laminoir. Le plomb est dans ce cas ; on peut cependant l'écrouir en le comprimant fortement dans un moule cylindrique, dont les parois l'empêchent de s'étendre.

Les effets de l'écrouissage, sur les propriétés physiques des solides, sont plus généraux que ceux de la trempe ; car ces effets sont les mêmes sur presque tous les corps ductiles. Ces corps résistent davantage à la traction, deviennent plus *durs*, plus *cassants*, et plus *élastiques*, en ce sens que la limite d'élasticité est plus éloignée. Mais la force élastique peut ne pas changer sensiblement ; par exemple, Coulomb a vu des fils *forcés* par torsion conserver la même durée d'oscillations dans tous les états de torsion permanente. La densité est aussi augmentée ; cependant, M. A. Riche a trouvé que l'acier recuit diminue de densité, mais très-faiblement, quand il est laminé ou martelé.

Le recuit fait disparaître les effets de l'écrouissage, et l'on peut dire, en général, que les propriétés physiques des métaux ne sont constantes que lorsqu'ils ont été bien recuits. M. Kupffer a trouvé que des lames métalliques recuites plusieurs fois présentent une *force d'élasticité* de plus en plus grande. L'acier, le laiton, et surtout le platine, sont dans ce cas. En général, la force d'élasticité augmente beaucoup plus rapidement que la densité. Par exemple, M. Kupffer a trouvé que, pour le laiton plus ou moins écroui, les forces élastiques sont à peu près proportionnelles aux cubes des densités.

On recuit de temps en temps le fer quand on le passe à la filière, pour lui rendre sa ductilité. L'or est beaucoup plus résistant quand il est écroui; aussi se garde-t-on bien de le recuire pour le tréfiler. C'est en les écrouissant par le marteau, que les anciens donnaient de la dureté à leurs épées de bronze.

Quand l'écrouissage a été produit par le laminoir, on remarque que la ténacité et l'élasticité ne sont pas les mêmes dans le sens de l'étirage et dans le sens perpendiculaire; ainsi que cela se voit sur le zinc et le fer laminés. Le laminoir n'augmente pas la ténacité d'une manière aussi marquée que la filière. M. Navier a trouvé que du fer forgé supporte, par millimètre carré, 40 kil. avant de se rompre, et après avoir été laminé, 41 kil. dans le sens de l'étirage, et 36 seulement, dans le sens transversal.

548. Changement de structure avec le temps. — Les propriétés mécaniques des corps solides peuvent se modifier *spontanément* et pendant un temps plus ou moins long, par un changement de structure. Ce changement est notablement accéléré par tout ce qui peut ébranler les molécules, comme les vibrations, les variations de température. C'est ce qu'on observe fréquemment sur le fer. Lorsque ce métal vient d'être forgé, il est flexible, *nerveux*, sa cassure est fibreuse, terne; mais s'il est vieux, s'il a été soumis à des ébranlements répétés, exposé à des variations fréquentes de température, il est devenu dur et cassant, et sa cassure est grenue et couverte de petites facettes brillantes. Cette transformation s'observe assez souvent sur les essieux de voiture, qui se brisent quelquefois très-facilement, quoique fabriqués avec du fer nerveux, mais qui a changé de structure. Il s'est fait dans l'arrangement des molécules, une modification que l'on peut regarder comme un cas de *dimorphisme* (492), les molécules s'étant groupées d'abord à une haute température, et ayant pris ensuite peu à peu d'autres positions relatives après le refroidissement. Cette manière de voir peut expliquer le fait suivant qui paraît bien établi, que le fer qui a été longtemps tenu à une basse température, est très-cassant; comme les essieux dans les pays froids, les chaînes des ancres qui ont séjourné dans la glace. C'est que, sous des températures très-éloignées de celle où le fer a été forgé, la tendance au changement de structure doit être plus énergique, et le changement plus rapide et plus complet.

M. Baudrimont a constaté que les fils métalliques tirés à la filière augmentent de diamètre pendant plusieurs mois. Savart a vu les lames dont il se servait dans ses expériences sur le son, changer de structure pendant des années. On peut encore citer les changements d'aspect de l'*acide arsénieux*, qui, de vitreux et transparent, devient peu à peu opaque et blanc. Le sucre d'orge perd aussi sa transparence avec le temps, devient beaucoup plus fragile, et sa cassure est terne et rayonnée. C'est enfin à un changement spontané dans l'arrangement des molécules que sont dues les différences entre les propriétés du pain *rassis* et du pain *frais*.

549. Influence de la chaleur. — L'influence des changements de température pour accélérer les modifications de structure, a été indiquée depuis longtemps, comme cause générale, par Persoz [1]. Rappelons d'abord que le recuit détruit les effets de la trempe et de l'écrouissage. M. Regnault a constaté que l'acide arsénieux vitreux devient opaque immédiatement, quand on le porte à 100°. De même, la chaleur transforme rapidement le sucre d'orge frais en une masse opaque, et le soufre mou ou soufre ordinaire.

L'argent devient cassant quand il a été chauffé pendant quelque temps. La structure du verre des thermomètres se modifie peu à peu, de manière que le volume diminue, et le zéro de l'échelle se déplace. Gay-Lussac a vu des barres de fer chauffées au four pendant longtemps devenir cassantes comme du verre; on dit qu'elles ont été *brûlées*. M. H. Caron a reconnu qu'on peut les régénérer en les *trempant* dans l'eau bouillante, au point qu'on peut ensuite les replier sur elles-mêmes sans qu'elles se déchirent.

550. Effet des vibrations. — L'influence des vibrations ressort surtout des expériences de Savart. Ayant fait vibrer, en les frottant dans le sens de la longueur, des bandes de glace, des verges de métal tirées à la filière, il a souvent trouvé qu'elles ne donnaient que des sons sourds, mal déterminés, obtenus difficilement. Ayant répété l'expérience pendant un temps assez long, les sons sourds furent remplacés par des sons purs sortant avec une grande facilité. Le recuit produit les mêmes effets que les vibrations.

Des corps, que l'on vient de couler en forme de plaque, résonnent d'abord bien plus difficilement que quelques jours après. Par exemple, du soufre coulé sous forme de disque ne peut donner de sons purs immédiatement. Plus tard, il vibre avec facilité, et si l'on remarque le son produit, on trouve que, plusieurs mois après, il n'est plus le même et a monté; ce qui atteste une modification dans la structure. Le changement de structure du fer des essieux provient probablement en grande partie, des ébranlements réitérés produits par les cahots de la route.

§ 6. — DU CHOC DES CORPS SOLIDES

551. Communication du mouvement entre deux solides. — Lorsque un corps solide A (*fig.* 427) reçoit une impulsion d'un autre corps en mouvement, B, qui vient presser certaines molécules de sa surface, celles-ci sont poussées vers celles qu'elles recouvrent; d'où résulte un développement d'élasticité, qui fait que ces dernières molécules agissent sur les suivantes, et ainsi de

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1837, p. 614.

suite de proche en proche, jusqu'à ce que la totalité de la masse A participe à l'impulsion donnée. Cette communication de mouvement à toute la masse demande, pour s'accomplir, un temps *très-court mais fini*, et le corps A peut éprouver une déformation permanente, si les déplacements relatifs des molécules ont dépassé la limite d'élasticité. Le corps B éprouve de même une déformation, momentanée s'il est élastique, et permanente s'il est ductile; car les molécules de sa surface, qui rencontrent une partie de celles du corps A, diminuent de vitesse, à cause de l'obstacle que leur oppose l'inertie du corps A; les molécules qui viennent à la suite, ayant encore toute leur vitesse, se pressent sur les précédentes et éprouvent à leur tour une diminution de vitesse, de sorte que les molécules suivantes viennent aussi se presser sur elles; et ainsi de suite jusqu'à ce que la diminution de vitesse se soit transmise à toute la masse B.

Fig. 427.

Si le mouvement est communiqué à un corps au moyen d'un cordon fixé à quelques-unes de ses molécules sur lesquelles on agit par *traction*, le mouvement se communique encore de proche en proche à toutes les molécules du corps, dans un temps *très-court mais fini*, comme lorsqu'il y a compression.

552. Cas d'une action brusque. — Si l'impulsion est énergique et donnée brusquement, comme elle demande un certain temps pour se transmettre, des molécules directement atteintes aux molécules voisines, il pourra se faire que les premières soient séparées des autres avant que le mouvement ait eu le temps de se communiquer. Par exemple, soit une masse M (*fig.* 428), suspendue par un cordon *a*, et à laquelle est attaché un autre cordon vertical *b*, identique au premier. Si l'on tire brusquement le cordon *b*, il se rompra, le mouvement qui lui est communiqué n'ayant pas eu le temps de se propager dans la masse *m;* mais si l'on tire peu à peu, ce sera le cordon *a* qui se brisera, parce qu'il supporte, de plus que le cordon *b*, le poids de la masse M.

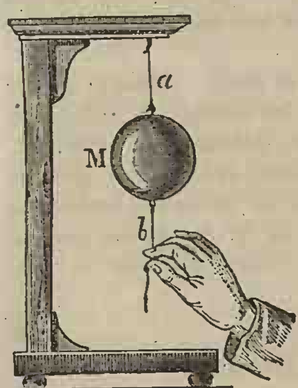


Fig. 428.

Dans le cas de la compression, il en est de même : si la vitesse du corps qui agit est très-grande, les molécules directement atteintes prendront une vitesse telle qu'elles se sépareront des molécules voisines avant que le mouvement ait eu le temps de se communiquer à ces dernières. C'est ainsi qu'une boule de verre suspendue par un fil, peut être brisée d'un coup de marteau dirigé horizontalement, sans que le fil obéisse à l'impulsion. Une tige de plante flexible peut être coupée par une baguette lancée transversalement avec rapidité. On peut chasser d'une pile de pièces de monnaie une ou plusieurs de celles qui sont en dessous, sans renverser les autres, en agissant brusquement avec une règle, dans le sens horizontal. On a vu quelquefois un boulet de canon emporter le haut du fusil d'un fantassin, sans que ce dernier s'en aperçût. Enfin, l'on peut faire un trou rond, non étoilé, dans une lame de verre, au moyen d'une balle de plomb lancée avec un fusil; tandis que la même balle, poussée avec moins de force, ferait sauter la lame en éclats.

Un corps qui en rencontre un autre peut, de même, être brisé, s'il est animé d'une grande vitesse, à cause de la déformation qu'il subit par suite de la diminution de vitesse des molécules qui sont en avant, même quand l'obstacle qu'il rencontre est mobile et facile à traverser. Ainsi, un boulet, une pierre, lancés sur l'eau, en sont repoussés et font des ricochets; une balle de plomb peut même se briser contre cet obstacle, si peu résistant dans le cas de vitesses modérées. Mais ici, la vitesse étant très-grande et l'eau à peine compressible, et l'impulsion n'ayant pas le temps de se communiquer aux parties voisines de celles qui sont directement atteintes, la résistance, au premier moment, est énorme.

Quand la vitesse est très-grande, il peut se faire que le corps entame un autre corps beaucoup plus dur qu'il vient rencontrer. C'est que la diminution de vitesse qu'éprouvent ses molécules est faible, et que la vitesse qui est communiquée à celles qui sont attaquées, est telle qu'elles sont éloignées des molécules voisines à une distance assez grande pour que les forces moléculaires n'aient plus d'action. C'est ainsi qu'une planche peut être traversée par un cylindre de suif lancé de près au moyen d'une arme à feu; qu'un disque de fer doux tournant rapidement coupe la lime la plus dure; qu'un disque de carton entame le marbre; que l'eau d'un torrent, le vent même, entraînent et rasent les édifices; qu'un petit amas de fulminate de mercure ou de toute autre matière très-explosive, perce la planche sur laquelle on le fait détoner.

M. B. C. Tilghmann a fait une application remarquable des effets du choc à grande vitesse, pour couper, graver, sculpter les matières les plus dures, verre, acier, silice, marbre, pierres précieuses. Il lance contre ces corps, au moyen de vapeur sèche ou d'air comprimé, un mince jet de sable, par un bec étroit qui constitue un véritable outil à entamer les corps. Le verre est dépoli en un instant, et si l'on préserve certaines parties de sa surface par des feuilles de matières élastiques, comme papier, cuir, caoutchouc, ces parties sont préservées, et l'on obtient des dessins creusés plus ou moins, de manière à former des reliefs variés.

553. Définition du choc. — Quand un corps animé d'une grande vitesse agit sur un autre par pression, pour modifier son état de repos ou de mouvement, on dit qu'il y a *choc*. Le choc a pour effet de communiquer, dans un temps très-court, une vive impulsion, en modifiant la forme du corps choqué, momentanément s'il est élastique, et d'une manière permanente, s'il est ductile.

La communication du mouvement par le choc est un phénomène si fréquent qu'il aurait dû fixer de bonne heure l'attention des physiciens. Cependant, Descartes est le premier qui ait soupçonné qu'il y avait là des lois à découvrir;

ce qui a fait dire à Fontenelle qu'il était presque honteux à la philosophie de s'être avisée si tard de s'en occuper. Descartes, Fabri, Borelli n'ont publié que des erreurs sur cette question. En 1639, J. Marc Marci de Crownland publia l'énoncé exact des lois du choc; et enfin, vers 1669, Huyghens, Wren et Wallis, chacun de leur côté, trouvèrent la solution du problème, à la demande de la Société royale de Londres, qui venait d'être fondée. Il y a deux cas à examiner : 1° celui des corps mous et non élastiques; 2° celui des corps élastiques qui ne sont pas déformés d'une manière permanente par le choc.

554. CHOC DIRECT. — Nous nous occuperons d'abord du *choc direct*, qui a lieu lorsque les centres de gravité des deux corps suivent une même ligne droite normale à leurs surfaces aux points par lesquels ils se rencontrent, tous les autres points décrivant des parallèles à cette droite.

1° Corps non élastiques. — Quand deux masses m, m', non élastiques, animées de vitesses différentes, se choquent, elles se compriment et se déforment mutuellement, jusqu'à ce que leur vitesse soit devenue la même, et le problème consiste à chercher cette vitesse finale commune.

Soient m et m' les masses des deux corps a et b (*fig.* 429), dont les vitesses sont v et v', vitesses comptées positivement de gauche à droite, et négativement en sens contraire. En vertu de l'inertie, la quantité de mouvement gagnée par un des corps doit être égale à celle que l'autre a perdue. Or, en appelant u la vitesse commune après le choc, et supposant que v soit plus grand que v', la quantité de mouvement perdue par le corps a sera $vm - um = (v - u)\,m$, et celle qu'a gagnée le corps b sera $(u - v')\,m'$. On aura donc

Fig. 429.

$$(v - u)\,m = (u - v')\,m'; \quad \text{d'où} \quad u = \frac{mv + m'v'}{m + m'}. \qquad [1]$$

Quand $v = v'$, on a $u = v$, ce qu'il était facile de prévoir. Si les masses sont égales, la vitesse finale est égale à la moyenne $\frac{1}{2}(v + v')$.

Si la masse b marchait à la rencontre de la masse a, il faudrait changer le signe de v', et la vitesse finale serait $u = \frac{mv - m'v'}{m + m'}$; valeur qui est nulle quand on a $mv = m'v'$, c'est-à-dire quand les vitesses sont en raison inverse des masses. Si nous faisons $m' = \infty$, et $v' = 0$, c'est-à-dire si le corps b est remplacé par un obstacle fixe, il vient $u = 0$, résultat évident.

Vérifications expérimentales. — Mariotte a vérifié les lois du choc direct des corps mous, au moyen d'un appareil qui a été perfectionné depuis par l'abbé Nollet. Deux sphères de plomb ou d'argile plastique sont suspendues en o par des cordons (*fig.* 430). Deux portions de cycloïde m, n, forcent le centre de gravité des masses, à décrire aussi une cycloïde (131), d'où il résulte que les deux pendules, s'ils partent en même temps, arriveront au même instant au point le plus bas, quel que soit leur point de départ, et avec des vitesses sensiblement proportionnelles aux espaces parcourus (122). Après le choc, les deux masses monteront ensemble, d'un côté ou de l'autre, à une hauteur qui fera connaître la vitesse *commune* qu'elles possèdent après le choc.

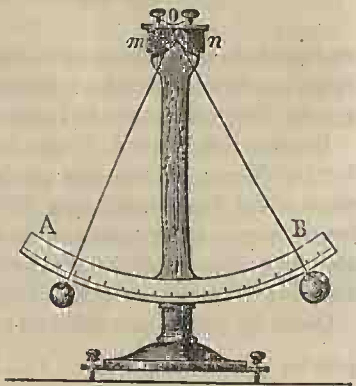


Fig. 430.

333. 2° Corps élastiques. — Supposons que les corps qui se choquent soient deux sphères élastiques m et m' (*fig.* 431), dont la limite d'élasticité ne soit pas dépassée. Au moment où elles se rencontrent, avec des vitesses v et v', ces deux sphères s'aplatissent mutuellement, jusqu'à ce que leurs vitesses soient devenues les mêmes; et les choses se passent jusque là comme dans le choc des corps mous. A partir de cet instant, les deux corps tendent à reprendre leur première forme, en s'appuyant toujours l'un contre l'autre et se pressant à leur point de contact par l'effet de la force de ressort que la compression a développée. Il résulte de là que la masse m continuera à pousser la masse m', jusqu'à ce que sa force de ressort soit épuisée, et en lui communiquant une quantité de mouvement égale à celle qui a produit la compression d'où provient cette force de ressort, c'est-à-dire égale à mv. De même, la masse m' communique à la masse m, pendant la seconde période du choc, une quantité de mouvement égale à $m'v'$. Pendant la seconde partie du phénomène, la vitesse de chaque masse varie donc de la même quantité que pendant la première. Quand les deux sphères ont repris leur forme primitive, elles se quittent, et c'est la fin du choc.

Pour trouver les vitesses V, V' des deux masses après le choc, supposons $v > v'$, et appelons u leur vitesse commune quand les compressions sont arrivées à leur maximum. La masse m a alors perdu une partie $v - u$ de sa vitesse et la masse m' a gagné $u - v'$; et comme, à partir de cet instant, la détente des deux sphères double l'effet produit, la vitesse de m se trouve diminuée, à la fin du choc, de $2(v-u)$, et celle de m', augmentée de $2(u-v')$. Or, les vitesses cherchées V et V' sont égales aux vitesses avant le choc, modifiées comme il vient d'être dit, on a donc

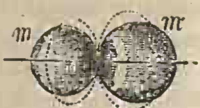


Fig. 431.

$$V = v - 2(v-u), \quad V' = v' + 2(u-v'); \quad \text{d'où} \quad V - V' = v' - v.$$

ce qui montre que la vitesse relative est la même avant et après le choc, mais de sens contraire. Mettons à la place de u sa valeur [1] (554), il vient

$$[2] \qquad V = \frac{(m - m')\,v + 2m'v'}{m + m'}, \qquad V' = \frac{(m' - m)\,v' + 2mv}{m + m'}, \qquad [3]$$

en regardant les vitesses v et v' comme positives, ce qui suppose que les deux corps marchent de gauche à droite, la masse m, dont la vitesse est la plus grande, étant à la gauche de l'autre.

Discutons ces formules. Si nous supposons d'abord les masses égales, il vient $V = v'$, $V = v$, c'est-à-dire que les mobiles échangent leurs vitesses. Si en même temps v' est négatif, on a $V = -v'$, $V' = v$, c'est-à-dire que chaque corps retourne sur ses pas avec la vitesse que possédait l'autre. Il en résulte que, si la masse m' est en repos, c'est-à-dire si l'on a $v' = 0$, le corps m s'arrêtera et la masse m' partira à sa place avec la vitesse v.

Quand les masses sont différentes et que l'une, m', est en repos, on trouve pour les vitesses après le choc $V = \frac{(m - m')\,v}{m + m'}$, $V' = \frac{2mv}{m + m'}$. On voit que V sera négatif, c'est-à-dire que la sphère en mouvement retournera sur ses pas, quand sa masse sera moindre que celle de la sphère en repos. Cette circonstance pourra encore se présenter quand la masse la plus grande m' sera elle-même en mouvement. Car la quantité $(m - m')\,v + 2m'v'$ peut être négative, si v' est négatif, ou si, étant positif, sa valeur est plus petite que celle que donne l'équation $(m - m')\,v + 2m'v' = 0$.

Si nous faisons $v' = 0$ et $m' = \infty$; c'est-à-dire si la masse m' est remplacée par un obstacle fixe contre lequel la masse m vienne frapper dans une direction normale, on aura $V = -v$; ce qui signifie que la masse m revient sur ses pas avec la vitesse qu'elle possédait au moment du choc.

Si la masse m' est très-grande par rapport à la masse m, et si l'on a $v' = 0$ la formule [3] montre que la vitesse de m' sera très-petite. C'est pour cela que le choc du marteau sur une enclume ne se fait sentir que faiblement sur son support; que l'on peut frapper fortement une grosse masse que l'on tient dans la main sans ressentir de douleur, tandis que chaque coup se fait sentir vivement quand la masse est petite.

Vérifications par l'expérience. — La plupart de ces résultats peuvent se vérifier au moyen de l'appareil (*fig.* 430), en remplaçant les sphères de plomb par des billes d'ivoire. Quand le choc est énergique, les résultats peuvent n'être pas d'accord avec ceux de la théorie; c'est que les sphères se quittent alors avant d'être complétement revenues à leur première forme, contrairement à ce que l'on suppose dans le calcul des formules.

Dans le cas d'un corps élastique frappant normalement un obstacle fixe, l'expérience se fait en laissant tomber verticalement une bille d'ivoire sur un plan horizontal de marbre. D'après la théorie, la bille devrait remonter en rebondissant jusqu'au point de départ, mais il n'en est rien. Il est facile d'expliquer cette anomalie, en remarquant que la plaque de marbre ne représente pas exactement un obstacle fixe; car elle cède sous le choc, dans une certaine étendue autour du point de contact, et la force de ressort qui se développe au moment où elle revient à sa forme plane, n'est pas restituée entièrement à la bille, une partie de la détente ayant lieu en des points placés en dehors de ceux où il y a contact. On prouve, du reste, que la bille s'est aplatie momentanément, en enduisant la plaque de marbre d'une légère couche d'huile, sur laquelle la bille imprime une tache circulaire beaucoup plus large que celle qu'elle y marque quand on ne fait que la poser légèrement.

556. Construction de Wren. — Wren a représenté tous les résultats du choc direct des corps élastiques par une construction très-simple et très-élégante. Soient M et M′ (*fig.* 432), deux billes élastiques, dont les masses sont m et m', marchant avec des vitesses v et v' en sens contraire dans le haut de la figure, et dans le même sens, en bas, comme l'indiquent les flèches. Soit G le centre de gravité du système des deux masses, et K le point où a lieu leur rencontre. Les distances MK, M′K sont entre elles comme les vitesses v et v', et peuvent servir à les représenter. Prenons enfin, à partir du centre de gravité G, une longueur GO égale et opposée à GK; les vitesses des deux mobiles après le choc seront représentées par les distances OM, OM′, et dirigées de O vers M et vers M′.

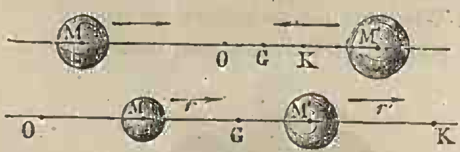


Fig. 432.

Pour le démontrer, il suffira de prouver que les longueurs OM et OM′ sont entre elles comme les vitesses V et V′ données par les formule [2] et [3] (555). Considérons, par exemple, le cas des billes marchant dans le même sens r, r' (*fig.* 432). Nous avons

$$OM = OG - GM.$$

Pour évaluer GM, remarquons que le point G étant le centre de gravité des masses m et m', on a

$$[\alpha] \quad \frac{GM}{GM'} = \frac{m'}{m}, \quad \text{ou} \quad \frac{GM}{GM + GM'} = \frac{m'}{m + m'}; \quad \text{d'où} \quad GM = \frac{m' \times MM'}{m + m'}.$$

Pour évaluer OG, on a $OG = GK = GM' + M'K$; et GM′ est donné par l'égalité [α], d'où l'on tire $GM' = \dfrac{m \times MM'}{m + m'}$. On a, de plus,

$$MK : M'K = v : v'; \qquad \text{d'où} \qquad M'K = \frac{v' \times MM'}{v - v'},$$

et, par conséquent,

$$OG = GM' + M'K = \frac{m \times MM'}{m + m'} + \frac{v' \times MM'}{v - v'}.$$

Si l'on porte les valeurs de OG et de GM dans $OM = OG - GM$, il vient

$$OM = \frac{MM'}{v - v'} \quad \frac{(m - m') + v\,2m'v'}{m + m'}.$$

On trouverait de même,

$$OM' = OG + GM' = \frac{MM'}{v - v'} \quad \frac{(m' - m)\,v' + 2mv}{m + m'};$$

et l'on voit que le rapport des valeurs de OM et OM' est le même que celui des valeurs de V et V' trouvées plus haut (555).

Il est facile d'appliquer la construction de Wren aux cas particuliers qui peuvent se présenter; il faut, pour cela, donner aux points G et K les positions qui correspondent à ces divers cas. Par exemple, si l'on suppose la masse M infinie et sa vitesse nulle, le point G sera au centre de cette masse, ainsi que le point K. Dans le cas de masses égales allant en sens contraire avec des vitesses égales, le point G et le point K, et par suite le point O, se trouveront au milieu de MM', etc.

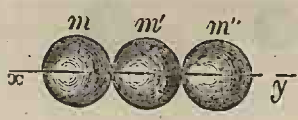


Fig. 433.

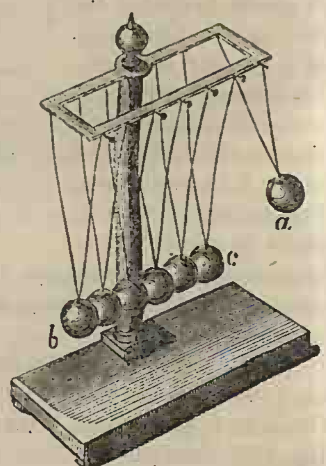


Fig. 434.

557. Choc transmis dans une série de billes élastiques égales. — Nous savons qu'une bille qui vient en choquer une autre en repos et de même masse, lui transmet sa vitesse et est réduite au repos (555). Si l'on veut que la masse choquée m' reste elle-même en repos, il suffit d'appuyer contre elle, et du côté opposé, une troisième bille égale, m'' (*fig.* 433). Cette dernière partira avec la vitesse de la première, et celle du milieu restera en repos comme la première. Pour expliquer ce résultat, annoncé par Marc Marci, remarquons que la masse m', aplatie au premier moment, réagit de chaque côté, par son élasticité, en revenant à sa forme primitive. Elle communique ainsi à la masse m''

toute la vitesse qu'elle avait reçue. Cette dernière est donc dans le même cas que si elle avait subi directement le choc de la masse m. Quant à la réaction de la bille m' du côté de m, elle a pour effet de maintenir sous la forme sphérique cette dernière, dont les molécules tendent, en vertu de la vitesse acquise, à dépasser la position d'équilibre, en donnant à cette masse un allongement dans le sens xy.

Au lieu de trois masses égales, on en peut prendre un nombre quelconque qui se touchent; la dernière seule se déplace au moment du choc. L'expérience se fait au moyen de billes d'ivoire mobiles dans une rigole horizontale, ou suspendues par des cordons (*fig.* 434). La première, a, étant écartée de la position d'équilibre, vient frapper la seconde de la série, et la dernière, b, s'élance seule et s'écarte de celle qui la précède, d'une quantité sensiblement égale à la distance ac. Cette expérience montre aussi que le mouvement se communique successivement

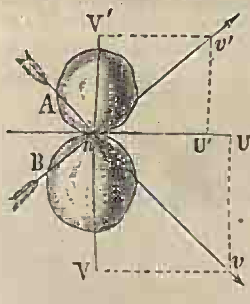


Fig. 435.

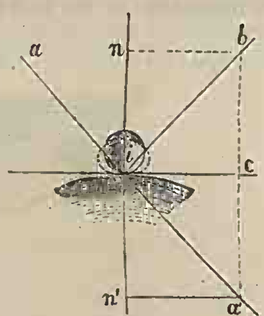


Fig. 436.

dans la série des billes, et elle vient à l'appui des explications que nous avons données plus haut (551); car, si toutes les billes recevaient l'impulsion au premier moment, toute la série devrait se déplacer en même temps; ce qui n'a pas lieu.

558. CHOC OBLIQUE. — Supposons deux corps A et B (*fig.* 435) dont tous les points sont animés de vitesses v et v', dans les directions nv, $n'v'$. Décomposons chacune de ces vitesses en deux autres V,U et V',U', les unes suivant la normale commune au point de rencontre n, et les deux autres perpendiculaires à cette normale. Les deux dernières composantes n'auront aucune influence dans le phénomène du choc; car, si elles étaient seules, elles ne pourraient que faire glisser les deux corps l'un sur l'autre. Supposons d'abord ces corps dépourvus d'élasticité. Les deux composantes normales leur donneront une vitesse commune suivant la normale, égale à $\frac{mV \pm m'V'}{m + m'}$, (554). Cette vitesse combinée, par la règle du parallélogramme des vitesses, avec la vitesse $U \pm U'$ dirigée suivant nU, donnera la vitesse commune aux deux corps après le choc.

Dans le cas des *corps élastiques*, la composante normale V de la vitesse v se change, après le choc, en une vitesse donnée par la formule [2] (555). La résultante de cette vitesse et de la composante U sera la vitesse du corps A après le choc. Celle du corps B s'obtiendra de la même manière, en cherchant la résultante de U′ et de la vitesse suivant VnV′ produite par le choc.

Angle d'incidence et angle de réflexion. — Dans le cas où l'un des corps est remplacé par un obstacle fixe, on nomme *angle d'incidence* l'angle *ain* (*fig.* 436), que fait la direction *ai* de la vitesse avant le choc, avec la normale *in* à la surface du corps fixe, et *angle de réflexion*, l'angle *nib*, formé par la direction *ib* de la vitesse après le choc, avec cette même normale.

559. Lois du choc oblique d'une sphère élastique.

1° L'*angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion;*

2° L'*angle d'incidence et l'angle de réflexion sont dans un même plan normal à la surface de l'obstacle fixe.*

Nous rencontrons ici une de ces lois primordiales, qui s'appliquent à plusieurs

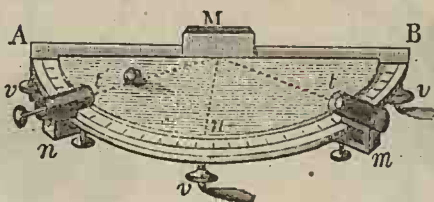


Fig. 437.

ordres de phénomènes, par exemple, à tous ceux dans lesquels un mouvement est renvoyé par un obstacle. Nous les retrouverons dans la réflexion du son, et dans celle de la chaleur et de la lumière.

Pour les démontrer, dans le cas d'une sphère élastique, remarquons que la vitesse de cette sphère au moment où elle rencontre l'obstacle fixe, peut se décomposer en deux autres; l'une *ic* (*fig.* 436), située dans le plan tangent à cette surface au point de rencontre, l'autre *in′*, normale à cette même surface. Cette dernière composante se change, par l'effet du choc, en une vitesse *in* égale et opposée à *in′* (555), et la vitesse après le choc est la résultante des composantes *in* et *ic*. Or, *in′* étant égale à *in*, les parallélogrammes *cn*, *cn′* sont égaux, et, par suite, l'angle *bin* est égal à *ain*.

Quant à la seconde loi, on voit que les plans des angles *ain*, *nib* se confondent avec le plan du parallélogramme *cin′a*, dans lequel ils ont l'un et l'autre deux de leurs côtés.

Vérification expérimentale. — On a imaginé divers appareils pour vérifier la première loi par l'expérience. La *fig.* 437 représente un des plus simples. Un plateau demi-circulaire est placé horizontalement, au moyen des vis calantes *v*, *v*, *v*.

Deux curseurs *m*, *n*, qui peuvent être fixés dans différentes positions sur le contour du plateau, portent des tubes *t*, *t'*, dont les axes sont dirigés suivant le rayon de l'arc A*n*B. Dans le tube *t'*, se trouve un ressort à boudin, que l'on tend en tirant un bouton extérieur, et une bille d'ivoire appuyée sur ce ressort. Quand on lâche le bouton, la bille d'ivoire est chassée par la détente du ressort, et vient frapper une plaque verticale de marbre M, placée au centre de l'arc A*n*B. La bille rebondit sur cette plaque et vient se loger dans le tube *t*, si la distance *tn* a été prise égale à *t'n*; M*n* étant la normale à la surface de la plaque M. Une division, tracée sur le contour du plateau, sert à placer les curseurs dans la position convenable.

Remarquons que la vérification n'a jamais lieu rigoureusement; l'angle de réflexion est toujours un peu plus grand que l'angle d'incidence, ce qui tient à ce que la plaque qui reçoit le choc cède à la compression, de manière que la vitesse suivant *in*, après le choc (*fig.* 436), est un peu moindre que la vitesse *in'*. Une autre cause d'erreur provient de ce que la bille *roulant* sur le plateau, il suffit de la moindre irrégularité de surface pour la détourner de sa direction; si même le diamètre autour duquel elle tourne n'est pas horizontal, elle peut décrire une ligne courbe.

LIVRE III

DES CORPS EN VIBRATION

560. Quand les molécules d'un corps élastique ont été dérangées très-peu de leur position d'équilibre, elles y reviennent dès qu'elles sont abandonnées à elles-mêmes, dépassent cette position, en vertu de la vitesse acquise, pour y revenir de nouveau et s'y arrêter après avoir accompli un certain nombre d'oscillations d'amplitude décroissante. Ces mouvements se manifestent par des déplacements de totalité dans certaines parties des corps, qui oscillent elles-mêmes de part et d'autre d'une position d'équilibre. Ces oscillations, quand elles sont très-rapides, se nomment *vibrations*. Elles ne peuvent se manifester que dans les corps élastiques.

Dans les corps solides, l'élasticité peut être développée par *flexion*, par *compression* ou *tension*, et par *torsion*. Il y a donc trois manières de faire vibrer ces sortes de corps, et ils pourront donner des vibrations par flexion ou *vibrations transversales;* des vibrations par compression et tension ou *vibrations longitudinales;* enfin, des vibrations par torsion ou *vibrations tournantes*.

Dans les fluides, on ne peut développer l'élasticité que par compression, et il ne peut y avoir que des vibrations résultant de l'écartement et du rapprochement rapide des molécules.

Les vibrations des corps élastiques sont *isochrones*, quelle qu'en soit l'amplitude, pourvu qu'elle soit très-petite; car nous avons vu que la force de ressort qui tend à ramener les molécules à leur position d'équilibre, est alors, dans tous les cas, proportionnelle au déplacement qu'on leur a fait subir. Nous pouvons donc appliquer ici le raisonnement qui nous a servi à démontrer l'isochronisme du pendule (121). Quand l'amplitude n'est pas très-petite, la loi de proportionnalité des forces de ressort aux déplacements n'est plus rigoureusement exacte, et M. Weber a reconnu que le son d'un diapason fortement ébranlé monte en s'affaiblissant, ce qui indique, comme nous le verrons, que les vibrations deviennent plus rapides à mesure que leur amplitude diminue.

Nous diviserons l'étude des vibrations en deux chapitres : dans le premier, nous considérerons les corps vibrants, relativement à l'ébranlement qu'ils peuvent communiquer à l'organe de l'ouïe, et à la sensation de *son* qui en résulte. Cette partie constitue l'*acoustique* ou *phonique*. Dans la seconde, nous nous occuperons des lois du mouvement vibratoire, que ce mouvement détermine ou non des sons appréciables, et là l'acoustique et ses lois n'interviendront que pour fournir des moyens d'appréciation ou de mesure.

CHAPITRE PREMIER

ACOUSTIQUE

> Musica est exercitium arithmeticæ occultum nescientis se numerare animi.
> (LEIBNITZ, *epist. ad diversos*, t. I, *epist.* 154.)

§ 1. — DU SON ET DE SA PRODUCTION

561. L'*acoustique* a pour objet l'étude du *son*.

Le son est l'impression produite sur l'organe de l'ouïe par les vibrations des corps sonores, transmises jusqu'à l'oreille par l'intermédiaire d'un milieu élastique, ordinairement l'air atmosphérique, ou *produite par des chocs ou des pulsations régulières et très-rapprochées engendrées dans ce milieu.*

Pour justifier cette définition, il faut montrer : 1° que toutes les fois qu'un corps produit un son, il est en vibration; 2° qu'entre ce corps et l'oreille, il existe un milieu élastique non interrompu, susceptible de transmettre à notre organe l'ébranlement produit par le corps vibrant.

562. Tout corps qui produit un son est en vibration. — Si le corps sonore est solide et rigide, comme, par exemple, une cloche, un diapason, que l'on fait sonner en les frappant, ou en les frottant avec un archet, il suffit de les toucher légèrement avec une pointe *p* (*fig.* 438); on entend alors un bruit particulier provenant des chocs de la partie vibrante contre la pointe. On peut encore approcher du corps vibrant une petite balle d'ivoire suspendue à un fil;

pendant que le corps résonne, la balle est lancée chaque fois qu'elle le touche, et le frappe à coups précipités en retombant sur lui. La *fig*. 439 montre comment se fait l'expérience avec une cloche. En touchant le corps avec la main, on arrête le mouvement vibratoire, et le son cesse de se faire entendre.

Quand le corps sonore présente une surface plane, on place cette surface dans la position horizontale, et l'on y jette du sable, que l'on voit sauter vivement pendant que le son se produit; et les grains de sable s'arrangent suivant certaines lignes de repos, nommées *lignes nodales*, que nous étudierons plus tard.

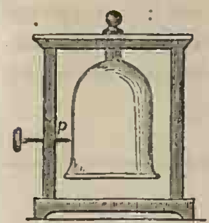


Fig. 438.

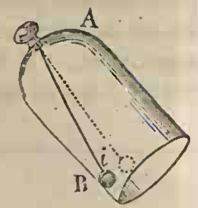


Fig. 439.

Quand le son est donné par une corde, on reconnaît qu'elle vibre, en remarquant qu'elle paraît renflée vers le milieu, ou en la touchant légèrement avec le doigt : on sent une espèce de chatouillement provenant des chocs rapides de la corde. Quand elle est courte et fortement tendue, on place dessus de petites bandes de papier pliées, ou des anneaux de fil ou de papier, que l'on voit sauter vivement quand on passe l'archet sur la corde pour la faire résonner.

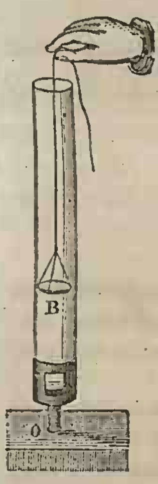


Fig. 440.

Dans les instruments à vent, c'est la colonne d'air qu'ils contiennent qui entre en vibrations. Pour le prouver, on emploie un tuyau d'orgue en verre (*fig*. 440), que l'on fait résonner en y poussant un courant d'air par le pied *o*. On introduit ensuite dans l'intérieur une petite membrane de baudruche B tendue sur un cercle de carton, et soutenue horizontalement au moyen d'un fil. Du sable jeté sur la membrane, saute en produisant un bruit particulier; ce qui prouve que la membrane vibre en obéissant au mouvement vibratoire de l'air qui l'environne. On pourrait attribuer les vibrations de la membrane au choc du courant d'air qui traverse le tuyau; mais elles n'ont plus lieu quand la membrane est placée vers le milieu de la longueur du tuyau, où il existe une *surface de repos*, tandis que, en deçà et au delà de cette position, elle vibre, et d'autant plus fortement qu'elle en est plus éloignée. On reconnaît aussi que les parois des instruments à vent ne vibrent pas d'une manière essentielle, en ce qu'on peut les presser dans les mains, et même les envelopper d'une couche épaisse de plâtre, sans étouffer le son.

563. Le son ne se propage pas dans le vide. — Il nous reste à prouver que l'on ne peut percevoir le son qu'autant qu'il existe entre l'organe de l'ouïe et le corps sonore, un milieu élastique non interrompu, qui est ordinairement l'air atmosphérique.

Pour prouver que le son ne se propage pas dans le vide, on place sous le récipient de la machine pneumatique un système de rouages, mû par un ressort (*fig.* 441) qui fait battre un marteau sur un timbre. Un levier *l* arrête le mouvement, quand il est poussé contre une des roues. Ce système est posé sur un coussin rempli d'une matière non élastique, pour empêcher les vibrations de se transmettre à la platine de la machine pneumatique, et de là à l'air extérieur. Après avoir fait le vide dans le récipient, on déplace le levier *l* au moyen d'un crochet *c*, dont la tige *t* passe à travers une boîte à cuir, et l'on voit alors le marteau battre vivement le timbre, et cependant l'on n'entend aucun son. Si l'on fait rentrer un peu d'air, on entend un son faible, d'autant plus distinct que la quantité d'air introduite est plus considérable.

L'expérience se fait aussi au moyen d'un ballon à robinet (*fig.* 442), dans lequel est une clochette, suspendue par des filaments de chanvre sans torsion. Quand, après avoir fait le vide, on imprime des secousses au ballon, on n'entend pas le son de la clochette.

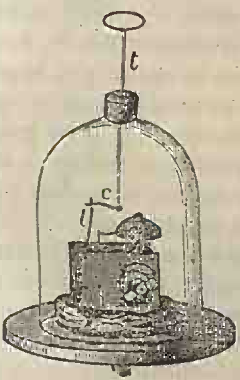


Fig. 441.

Fig. 442.

Mersenne et les académiciens de Florence croyaient que le son se propageait dans le vide. Otto de Guericke a prouvé, en raréfiant l'air plus complétement, qu'il n'en est pas ainsi; mais il se trompa, en attribuant le son à une effluve de matière subtile lancée par les corps sonores. Boyle a montré que l'air est le véhicule du son, et qu'il doit cette propriété à son élasticité. On avait objecté que le timbre ne produit pas de son, quand il est frappé dans le vide. Hauksbée, en 1705, a levé l'objection, en laissant le récipient plein d'air, et le recouvrant d'un second récipient dans lequel il faisait le vide; quoique le timbre vibrât dans l'air, le son ne se transmettait pas au dehors.

564. Transmission du son par les gaz et les vapeurs. — Tous les gaz sont susceptibles de propager le son. Si l'on remplit d'un gaz quelconque le récipient de la *fig.* 441 ou le ballon (*fig.* 442), le son s'entend au dehors; mais il est d'autant plus faible, à égalité de pression, que le gaz est moins dense : avec le gaz hydrogène, c'est à peine si on l'entend.

Les vapeurs peuvent aussi propager le son. Biot l'a prouvé en adaptant au robinet r du ballon (*fig.* 442), une pièce R, R′, dite *robinet à cuvette*. Le corps du robinet n'est pas percé de part en part comme dans les robinets ordinaires, mais il porte seulement une cavité, de manière à intercepter la communication, dans quelque position qu'on le tourne. Après avoir fait le vide dans le ballon, on visse la pièce R, on y verse un peu de liquide, et, en faisant tourner la clef R, on amène la cavité, tantôt du côté du liquide tantôt du côté du ballon. On introduit ainsi dans le vide quelques gouttes de liquide qui se réduisent aussitôt en vapeur; et alors le son de la clochette devient perceptible.

565. L'air qui transmet un son est en vibration. — Pour reconnaître cet état de l'air, il suffit d'approcher du corps sonore, une membrane tendue sur laquelle on a mis du sable : on voit le sable sauter et s'arranger suivant des lignes de repos, ou *lignes nodales*, d'autant plus nombreuses que le son est plus aigu. Il est évident que, si la membrane vibre, elle le doit au mouvement vibratoire qui anime l'air qui l'environne. Pour qu'elle vibre facilement, il faut que sa tension soit mise en rapport avec la hauteur du son produit. C'est ce que l'on peut faire au moyen d'un petit appareil nommé *pendule acoustique*, dont la première idée est due à Seebeck. La membrane, m, est fixée au contour d'un anneau *aa* (*fig.* 443), dans lequel entre un second anneau *cc*, que l'on enfonce plus ou moins au moyen de vis, v, et qui presse le contour de la membrane de manière à en modifier la tension. L'appareil étant placé verticalement, un pendule très-léger p oscille vivement dès que la membrane vibre.

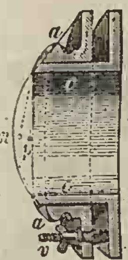


Fig. 443.

Une corde d'un instrument tenu à la main, entre en vibration et fait entendre un son appréciable, quand on produit à côté un des sons qu'elle est susceptible de produire elle-même. Ce fait paraît avoir été remarqué pour la première fois par Fracaster; c'est ce qu'on appelait autrefois *vibrer par sympathie*. — Deux diapasons égaux montés sur des caisses renforçantes, étant tenus à la main à 20 mètres l'un de l'autre, si l'on vient à faire résonner l'un deux, l'autre résonne aussitôt, par la communication des vibrations de l'air.

De l'audition. — Nous pouvons, dès à présent, nous rendre compte de la manière dont les vibrations des corps sonores se transmettent à l'organe de l'ouïe. Au fond du conduit extérieur de l'oreille, se trouve une petite membrane tendue, très-délicate, nommée *membrane du tympan*. Les vibrations de l'air ébranlé par le corps sonore font vibrer cette membrane avec la même rapidité, comme dans l'expérience ci-dessus, et ce mouvement vibratoire se transmet lui-même à un nerf spécial, le *nerf acoustique*, par l'intermédiaire de certaines parties que nous décrirons en traitant de l'organe de l'ouïe.

566. Transmission du son à travers les liquides. — L'eau et les autres liquides transmettent les sons, et avec une plus grande énergie que les gaz. Un plongeur entend sous l'eau les sons produits au dehors, quoique très-affaiblis. Nollet a reconnu que l'affaiblissement a lieu dans le passage du son, de l'air dans l'eau ; car, à la profondeur de 1^m, il entendait aussi bien qu'à celle de $0^m,1$. Une montre à reveil, renfermée sous une cloche remplie d'air et enfoncée sous l'eau, s'entend au dehors. Les poissons entendent dans l'eau, et l'on en a dressé à venir à l'appel de la voix.

La propagation des vibrations à travers les liquides est une conséquence de leur élasticité. On peut mettre en évidence cette propagation, au moyen des deux expériences suivantes : 1° F. Savart fixe une tige t (*fig.* 444) sous le fond d'un vase v, rempli du liquide sur lequel il veut opérer, et fait flotter sur ce liquide une membrane n, tendue sur un cadre de bois épais. Frottant ensuite la tige t, avec un morceau de drap saupoudré de colophane, il produit un son, et du sable jeté sur la membrane, saute et dessine des lignes nodales. Si cette membrane était tenue à la main à une certaine distance du liquide, le sable ne s'agiterait pas ; la membrane vibre donc parce que le liquide lui transment le mouvement vibratoire qu'il reçoit du vase, ébranlé lui-même par la tige frottée. 2° Marloye appuie le pied d'un diapason d (*fig.* 445) sur une caisse c, ouverte à l'une de ses extrémités ; le son est beaucoup renforcé, par la communication du mouvement vibratoire, du diapason à la caisse sonore et à l'air qu'elle contient. Le pied du diapason étant ensuite appuyé sur la surface d'un liquide contenu dans un vase v, le son est encore renforcé ; ce qui prouve que le mouvement vibratoire se transmet à la caisse à travers le liquide.

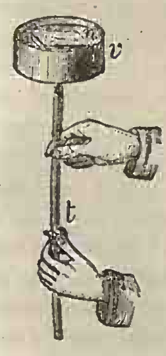


Fig. 444.

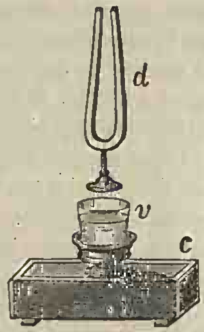


Fig. 445.

567. Transmission à travers les corps solides. — Les corps solides *élastiques* propagent très-bien le son. Dans les expériences relatives à la transmission du son dans l'air (563), les vibrations imprimées au gaz qui remplit l'appareil se propagent au dehors à travers les parois du récipient ou du ballon. On entend, d'une chambre, les sons produits dans la chambre contiguë, toutes les ouvertures étant fermées. Le bruit du canon peut se distinguer à une distance de plus de 40 kilomètres, quand on appuie son oreille par terre ; la transmission se faisant par les matières solides qui composent le sol. Deux mineurs qui creusent des galeries opposées, s'entendent mutuellement et peuvent se diriger l'un vers l'autre. Dans les mines d'étain de Cornouailles, en Angleterre, il y a des galeries qui s'étendent sous la mer, et l'on distingue, à travers l'épaisseur des voûtes, le bruit des flots et celui des galets roulés les uns sur les autres. De petites pierres placées sur un tambour posé sur le sol, sautent légèrement quand il passe de la cavalerie à une distance même assez grande, et si l'on appuie l'oreille par terre, on entend une espèce de roulement sourd dû aux vibrations imprimées au sol par les pieds des chevaux : *Scuta sonant, pulsuque pedum tremit conterrita tellus*, a dit Virgile[1].

Si l'on appuie le talon d'un diapason sur la base d'une longue tringle de bois, les vibrations se transmettent à l'extrémité opposée, et l'on entend le son transmis en appuyant cette extrémité sur une table, une cloison, un plafond... Wheatstone a fait une application curieuse de ce mode de transmission. Quatre longues barres verticales en sapin, de 2 centimètres de diamètre, s'appuient par leur extrémité inférieure, la première sur la table d'harmonie d'un piano, la seconde sur le chevalet d'un violon, la troisième sur celui d'un violoncelle, et la quatrième sur la base de l'anche d'une clarinette. Ces instruments sont placés dans une cave, dont les tringles traversent la voûte, de manière que leurs extrémités supérieures se trouvent dans une chambre élevée de l'édifice, où elles s'appuient sur des caisses renforçantes en bois mince et élastique. Quand les instruments sont joués, ensemble ou séparément, leurs vibrations sont communiquées aux caisses par l'intermédiaire des tringles, et l'on entend un concert mystérieux produit par la musique du petit orchestre, sans qu'il y ait aucune confusion. Si l'on sépare une des tringles de la caisse qu'elle soutient, on n'entend plus l'instrument qui lui correspond; l'extrémité de la tringle frappant l'air par une trop petite surface.

Citons encore quelques expériences faciles à répéter : si l'on applique l'oreille sur l'extrémité d'une longue poutre, on entend distinctement le plus léger choc produit sur l'autre extrémité, par exemple, le bruit d'une montre posée sur la poutre. Les parties solides de la tête transmettent les sons à l'organe de l'ouïe avec une grande facilité : un diapason qui vibre trop faiblement pour qu'on l'entende, étant posé sur le front, sur les dents, etc., est entendu distinctement. Deux personnes parlant très-bas, et tenant entre leurs dents les extrémités d'une baguette ou d'un fil, s'entendent à une grande distance; celle qui parle peut aussi appuyer l'extrémité de la baguette sur la poitrine, sans changer sensiblement l'intensité du son transmis. Si l'on frappe sur une cuiller d'argent suspendue à un fil tenu entre les dents, les oreilles étant bouchées, on entend un son grave transmis à l'organe de l'ouïe, par le fil et les parties osseuses de la tête.

On fait entendre les sourds-muets par les dents, quand la surdité ne provient que du défaut des organes extérieurs. L'abbé Cot, en parlant dans un tuyau dont le sourd serrait le bord entre ses dents, lui faisait entendre des mots qu'il pouvait répéter aussitôt. En serrant les bords d'une boîte à musique avec les dents, les sourds-muets entendent les sons, et manifestent une joie et un ravissement qui prouvent qu'ils sont sensibles au charme de la musique. M. Strauss Durckheim paraît avoir le premier fait ainsi participer des sourds-muets à l'exercice d'un sens dont ils soupçonnaient à peine l'existence.

Les corps non élastiques, comme l'étoupe, les étoffes, les matières très-divisées, la limaille de bois, la farine, etc., ne transmettent pas les sons. Ces substances placées dans l'épaisseur d'une cloison, empêchent d'entendre les bruits qui se

[1] *Enéide*, liv. VII, v. 722.

produisent du côté opposé; on les nomme *mauvais conducteurs* du son. Le brouillard rend l'air sourd, c'est-à-dire qu'il gêne la transmission des sons à travers ce milieu.

568. MANIÈRES DE FAIRE VIBRER L'AIR. — Nous avons vu (565) que l'air qui transmet les sons est en vibration, et que ce sont ces vibrations qui ébranlent la membrane du tympan de l'oreille et produisent ainsi la sensation du son. Il résulte de là que l'on pourra produire des sons par tous les moyens capables de déterminer, dans les molécules de l'air, des mouvements rapides et réguliers de va-et-vient, sans qu'il soit indispensable d'employer pour cela un corps vibrant. Ainsi, on pourrra produire un son par la sortie périodique d'un gaz dans l'air, ou par une suite de chocs, si les pulsations produites ainsi sont assez rapprochées.

Sortie intermittente de l'air. — L'orifice d'un tube communiquant avec un réservoir d'air comprimé, est effleuré par les dents d'une roue tournant rapidement; le passage de l'air est presque interrompu, toutes les fois qu'une dent vient se placer au devant de l'orifice, et devient libre un instant après, et l'on entend un son musical bien caractérisé. Au lieu d'une roue dentée, on peut employer, comme l'a imaginé Opelt, un disque tournant percé de trous équidistants disposés en cercle. Le tube qui amène le gaz comprimé, est perpendiculaire au plan du disque, dont son extrémité rase la surface au-dessus de la ligne des trous. Toutes les fois qu'un de ceux-ci se trouve en face de l'orifice, le gaz s'échappe, pour être intercepté un instant après. Ce mode d'ébranlement de l'air est appliqué dans la *sirène acoustique*, instrument que nous décrirons bientôt.

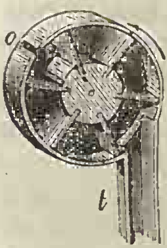


Fig. 446.

Fig. 447.

Dans le petit instrument (*fig.* 446), un courant d'air lancé par le tube *t*, fait tourner rapidement une petite roue, dont les aubes rasent les parois intérieures du tambour dans lequel elle est renfermée. L'air engagé entre les aubes, s'échappe par intermittences par l'ouverture *o*, et il en résulte un son. C'est par une cause semblable, que les ventilateurs à force centrifuge (93) font entendre un ronflement ou son très-grave, quand ils tournent très-rapidement.

La *fig.* 447 représente une autre disposition, imaginée par Cagnard-Latour; *ab* est un tube dans lequel on fait arriver un courant d'air par l'orifice *b*. Un disque D, mobile autour d'un de ses diamètres, tourne rapidement sous l'influence de ce courant, qu'il intercepte quand il se place transversalement, et qu'il laisse passer librement quand son plan est dirigé suivant l'axe du tube; de là un son qui se propage dans l'air. Les anches des harmoniums et de certains tuyaux d'orgue produisent aussi des sons par la sortie périodique de l'air, comme nous le verrons plus tard.

Impulsions intermittentes. — Un corps de révolution, portant une proéminence en un point de son équateur, engendre, quand il tourne rapidement, un son grave, provenant de la compression produite dans l'air par la proéminence, en chaque point où elle arrive; compression suivie d'une dilatation de l'air, qui se précipite dans l'espace qu'elle abandonne derrière elle.

Fronde musicale. — Ce petit instrument consiste en une bande mince de bois ou de métal, *ab* (*fig.* 448), attachée à un cordon, et pouvant tourner sur elle-même autour d'un axe dirigé suivant le prolongement du fil. Si l'on fait tourner ce système comme une fronde, on entend un son sourd d'autant plus aigu que la vitesse de rotation est plus grande. La résistance de l'air fait tourner la bande sur elle-même, de manière que l'air est frappé, tantôt par sa surface, tantôt par son tranchant; d'où résultent l'ébranlement intermittent de ce milieu, et le son qui en provient. On reconnaît que la bande tourne sur elle-même, par l'apparence *cbd* qui se produit pendant la rotation, quand on a noirci la moitié d'une des faces de cette bande.

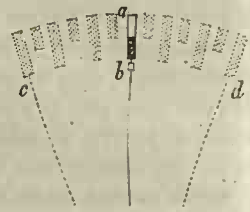


Fig. 448.

569. Sons dus à des chocs très-rapprochés. — C'est Hooke, en 1681, qui le premier a réalisé ce mode de production du son, au moyen du choc des dents d'une roue. La *fig.* 449 représente l'appareil tel que F. Savart le construisait : Une roue dentée D reçoit un mouvement de rotation aussi régulier que possible d'un volant R et d'une corde sans fin *r*. Aux dents de cette roue D,

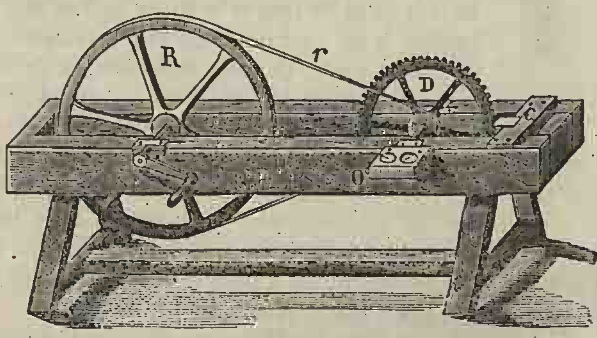


Fig. 449.

on présente l'angle d'une carte *c* qui est pliée par le choc de chaque dent, revient ensuite en arrière par son élasticité, et fait ainsi des oscillations rapides. Les chocs très-rapprochés des dents de la roue forment un son musical dont la pureté dépend de l'élasticité de la carte.

Harmonica thermique. — Quand on appuie un corps très-chaud sur un corps froid, il se produit, dans certaines conditions, un son musical. Ce phénomène, découvert en 1805, par Schwartz, avec un lingot d'argent qu'il avait posé sur une enclume pour le faire refroidir plus promptement, a été observé de nouveau par Trevelyan en 1829. On le vérifie de la manière suivante : on pose sur une masse de plomb de forme annulaire P (*fig.* 450), une barre de laiton ou de fer, travaillée extérieurement en forme de prisme à faces bien polies, et qu'on a fait fortement chauffer. Le son se produit, d'autant plus intense que la différence de température des deux corps est plus grande. Forbes pensait que les deux substances en contact devaient être métalliques et de nature différente. Mais M. Tyndall a montré que le fer sur le fer, le cuivre sur le cuivre, donnent très-facilement des sons, quand on pose la pièce prismatique sur une arête de l'autre corps[1]. Si l'on pose cette pièce simplement sur un bloc de même substance, le son ne se produit plus. Le verre, le quartz, la porcelaine et une foule d'autres matières non métalliques, conviennent pour former le corps froid. Avec le sel gemme, l'expérience réussit très-facilement, et il suffit que la barre soit portée à 100°.

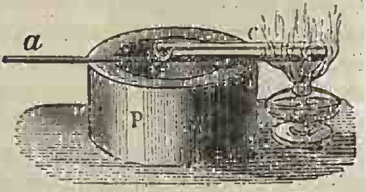


Fig. 450

Le son qui se produit dans cette expérience, connue généralement sous le nom d'*expérience de Trevelyan*, a été expliqué par Faraday, avant même les expériences de M. Tyndall : le corps froid se dilatant brusquement au point de contact, par la chaleur que lui communique le corps chaud, soulève ce dernier et l'écarte vivement. Le point de contact se refroidit aussitôt par la dispersion de la chaleur dans les parties voisines, se contracte, et la pièce chaude retombe en produisant un choc, pour être lancée de nouveau, après avoir échauffé le point frappé ; et ainsi de suite. Pour que ces chocs produisent un son, il faut qu'ils se succèdent très-rapidement, c'est-à-dire que les corps se refroidissent et s'échauffent au point de contact avec une grande rapidité ; ce qui dépend de leur forme en ce point et de leur substance. La forme prismatique favorise ces mouvements, parce que la barre peut se soulever avec facilité d'un côté ou de l'autre, en tournant autour d'une des arêtes.

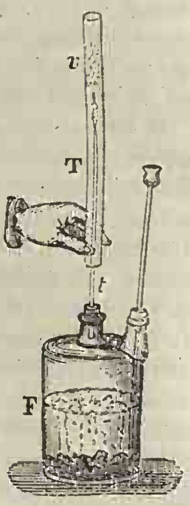


Fig. 451.

570. Harmonica chimique. — Si l'on enveloppe un jet de gaz hydrogène enflammé à l'extrémité d'un tube effilé t (*fig.* 451), d'un gros tube T que l'on abaisse peu à peu, la flamme se rétrécit sans augmenter sensiblement de longueur, puis tout à coup il se produit un son, tantôt rude et déchirant,

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLI, p. 500.

tantôt d'une douceur remarquable. En même temps les bords de la flamme présentent des dentelures animées d'un tremblement très-visible. Chladni a montré, en 1802, que le son produit est un de ceux que peut engendrer le tuyau quand on le fait sonner à la manière des tuyaux d'orgue.

Ce phénomène a été observé pour la première fois en 1777, par le Dr Higgins. G. de la Rive l'expliquait par la condensation, sur les parois froides du tube, de la vapeur formée par la combustion de l'hydrogène, d'où résultait une rentrée brusque d'air par les extrémités de ce tube. Cet air est ensuite refoulé par de nouvelle vapeur, qui se condense à son tour..... d'où un mouvement vibratoire de l'air aux orifices du tube T. Mais Faraday a montré, en 1818, que le son se produit encore quand, le tube étant porté à plus de 100°, la vapeur ne peut se condenser. Il a alors expliqué le phénomène par des explosions se succédant très-rapidement. Il remarque d'abord qu'il s'établit dans le tube T un courant ascendant d'air qui rend la flamme plus étroite, et d'autant plus qu'il est plus rapide. L'air se mêle au gaz hydrogène non encore brûlé, le mélange détone, se renouvelle un instant après, et les explosions sont assez rapprochées pour qu'il en résulte un son. Pour confirmer cette explication, Faraday a produit des sons avec l'oxyde de carbone, qui brûle sans donner de vapeur d'eau, et en général avec tous les gaz inflammables, et même avec les vapeurs d'éther et d'alcool. Il a aussi remplacé le tube T par des ballons, des tuyaux de papier, des cloches fermées par le haut; dès que le courant d'air peut se produire autour de la flamme, le son éclate. C'est parce qu'il donne le plus de chaleur, et qu'il s'éteint plus difficilement sous l'influence des explosions, que l'hydrogène résonne mieux que les autres gaz. Les becs de gaz à cheminée de verre donnent aussi quelquefois un son musical quand on vient de les allumer.

M. Martens a complété l'explication de Faraday, en montrant que les explosions rapides se produisent au-dessus de la flamme, dans la partie *v* du tube T (*fig* 451). Ces explosions sont dues à un mélange de gaz avec l'air qui, parcourant le tube, refroidit assez le gaz à l'extérieur de la flamme pour l'empêcher de brûler. L'hydrogène est donc entraîné, ce qui explique la diminution de diamètre de la flamme, et le mélange formé détone après s'être élevé jusqu'en *v*. Pour prouver qu'il en est ainsi, M. Martens partage transversalement le tube T en deux parties, au moyen d'un morceau de toile métallique, qui a la propriété, comme nous le verrons, d'empêcher l'inflammation de se communiquer; et il trouve que le son ne se produit plus, quand l'extrémité de la flamme est à une distance de deux millimètres au plus de la toile. En soulevant peu à peu le tube, la toile s'éloigne, et le son commence à se produire, d'abord faible, puis très-éclatant.

Wheatstone a montré que la flamme est rendue discontinue par les explosions, en en recevant la lumière sur un miroir tournant rapidement. Quand la flamme ne produit pas de son, on voit dans le miroir une bande lumineuse continue; mais, dès que le son éclate, la bande paraît divisée par des espaces obscurs qui correspondent aux instants des explosions.

Davy ayant plongé une lampe, dont la flamme était entourée d'une toile métallique, dans un mélange gazeux explosif, obtint aussi des sons, par l'explosion rapide des portions du mélange qui pénétraient à travers la toile. Si l'on souffle à travers une grande flamme, on entend une sorte de roulement formé d'une série d'explosions sourdes provenant des mélanges qui se forment entre le gaz non encore brûlé et l'air lancé au milieu de la masse, mélanges qui détonent aussitôt qu'ils sont formés. En soufflant à travers la flamme de l'hydrogène sortant par un tube effilé, on produit un pétillement, provenant aussi d'une suite de petites explosions.

M. Tyndall, qui a fait beaucoup d'expériences sur les flammes chantantes, a produit au moyen d'un tube de $4^m,5$ de longueur et de $0^m,1$ de diamètre, dans l'intérieur duquel était allumé un brûleur à gaz, un son tellement intense qu'il a pu l'appeler sans exagération un *ouragan musical*.

Les explosions produites dans le tube éteignent assez souvent la flamme. M. Schaffgotsch a annoncé que l'extinction peut être provoquée par un son musical émis dans le voisinage, et M. Tyndall a reconnu qu'il n'en est ainsi que lorsque ce son diffère un peu de celui que produit la flamme ; on voit alors celle-ci osciller puis s'éteindre. Les oscillations ne sont autre chose que le résultat, rendu visible, de ces renforcements périodiques qui se produisent quand on émet simultanément deux sons de hauteur très-peu différente, et que nous étudierons sous le nom de *battements*. Si le son extérieur est donné par un diapason, on entend ces renforcements aux instants où la flamme s'allonge subitement. — Quand la flamme est silencieuse, on peut, en émettant dans le voisinage la note propre au tuyau, faire éclater le son de la flamme, qui persiste ensuite.

On peut aussi quand la flamme résonne, produire le phénomène inverse, et la faire taire au moyen de la voix ou d'un instrument, et si on la regarde dans un miroir tournant, on voit, en chantant et se taisant alternativement, une bande lumineuse, tantôt discontinue, tantôt continue. Il est facile de saisir l'analogie entre ces phénomènes, et ceux qui se manifestent dans la veine liquide, quand on produit un son musical à proximité (264).

Pyrophone. — M. F. Kastner, à la suite de nombreuses expériences, a constaté que, si dans un même tuyau et au tiers de sa longueur, on dispose plusieurs flammes d'hydrogène sortant de becs différents, il n'y a pas de son quand ces flammes se touchent ; mais si l'on écarte les becs, les flammes séparées vibrent à l'unisson [1]. Il est parti de là pour construire un instrument très-curieux, qu'il nomme *pyrophone*. Cet instrument, qui présente l'aspect d'un jeu d'orgue, consiste en un système de tubes de verre, dont chacun, correspondant à une note de musique, contient deux becs allumés, pouvant être éloignés l'un de l'autre, par un mécanisme facile à se figurer, quand on appuie sur une des touches d'un clavier. Le son du tuyau qui correspond à cette touche, éclate alors, pour cesser quand, en abandonnant la touche, on permet aux deux becs de se rapprocher. Cet instrument original, qu'on a entendu dans plusieurs concerts, donne

[1] *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. LXXVI, p. 699.

des sons imitant la voix humaine, et d'une douceur et d'une pureté remarquables.

571. Sons dans les tubes à boule. — L'explication que G. de la Rive avait donnée du son des flammes, convient très-bien à un autre mode de génération du son qu'il décrit dans le même mémoire [1]. Quand on fait chauffer, dans la flamme d'une lampe à alcool, une boule de verre soufflée à l'extrémité d'un tube capillaire, et contenant un peu d'eau, on entend un son musical d'autant plus grave que la boule est plus grosse, et le tube plus long et plus étroit. La vapeur, chassée de la boule, se condense sur les parois froides du tube, de manière à laisser un vide dans lequel l'air extérieur se précipite, pour être refoulé aussitôt par une nouvelle vapeur qui, se condensant à son tour, détermine une nouvelle rentrée d'air, et ainsi de suite. L'éther, l'alcool, l'acide sulfurique concentré peuvent remplacer l'eau. Mais il faut toujours en introduire une très-petite quantité; autrement, le tube est bientôt obstrué par le liquide provenant de la vapeur condensée, et le son cesse.

A. Pinaud a confirmé l'explication de de la Rive, en montrant qu'il ne se produit plus de son quand l'intérieur de la boule est bien desséché, et il a représenté les nombres de vibration, en fonction des diamètres de la boule et du tube et de la longueur de ce dernier, par une formule empirique. Ces expériences ont été répétées depuis par C. Marx, puis par Sondhaus [2], qui a considéré plusieurs tubes soudés à la même boule, et a représenté les divers cas par des formules empiriques. Enfin, M. J. Bourget [3] a repris ce sujet, a prouvé que le son est indépendant du mode de vibration, et a retrouvé les formules de Sondhaus, en regardant les tubes à réservoir comme des tuyaux sonores *à cheminée*, c'est-à-dire composés de deux parties de diamètre différent, et leur appliquant la marche donnée par Duhamel pour la théorie de ces sortes de tuyaux.

572. Des qualités du son. — On distingue dans un son, trois qualités : la *hauteur* ou *ton*, l'*intensité*, et le *timbre*.

1° La *hauteur* est cette qualité qui fait qu'un son est *grave* ou *aigu*. Nous verrons que la hauteur dépend de la rapidité du mouvement vibratoire, les sons aigus répondant aux vibrations les plus rapides.

2° L'*intensité* du son est l'énergie avec laquelle l'oreille est ébranlée. Un son est d'autant plus intense qu'on peut l'entendre de plus loin. Cette qualité dépend entre autre de l'*amplitude* des vibrations de l'air.

3° Le *timbre* est une qualité qui nous fait distinguer l'un de l'autre deux sons de même hauteur et de même intensité. C'est ainsi que l'on ne confond pas les sons d'une flûte avec ceux d'un violon ou d'une trompette. Le timbre dépend de plusieurs circonstances que nous ferons connaître quand nous traiterons de cette qualité du son.

[1] *Journal de physique*, de Lamétherie, t. LV, p. 173.

[2] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXV, p. 207.

[3] *Journal de physique*, de Ch. d'Almeida, t. II, p. 193.

§ 2. — DE LA PROPAGATION DU SON

I. Mode de transmission du son.

573. Propagation d'un ébranlement dans une colonne indéfinie. — Nous allons chercher quel est l'état de l'air pendant qu'il transmet un son. Ce que nous dirons s'appliquerait à tout autre milieu élastique.

Considérons d'abord un cylindre indéfini rempli d'air, à l'origine duquel se trouve une lame ac (*fig.* 452), qui le ferme comme un piston et est susceptible de prendre un mouvement rapide de va-et-vient, comme le font les corps vibrants. Supposons, en premier lieu, que cette lame se déplace d'une quantité *infiniment petite* aa', pendant un temps τ aussi infiniment petit, et qu'elle s'arrête en $a'c'$. Si l'air n'était pas compressible, la colonne qui remplit le tuyau serait déplacée tout d'une pièce, de la quantité aa'. Mais il n'en est pas ainsi, l'air cède donc et est comprimé pendant le temps τ jusqu'à une certaine profondeur $a'm$, de manière que la tranche $a'r$ possède un excès de compression φ. Cette tranche réagit alors, en vertu de l'accroissement d'élasticité φ, pour se détendre de chaque côté. La résistance de la lame $a'c'$ empêche la détente vers la gauche, de manière que la tranche ms, égale à $a'r$, reçoit toute la détente et est comprimée de la quantité φ. Cette seconde tranche réagit de même de chaque côté; du côté de m, elle ramène au repos les molécules de la première tranche, dont la vitesse acquise tendait à leur faire dépasser la position d'équilibre; et du côté opposé, elle comprime une troisième tranche, et ainsi de suite dans toute la longueur de la colonne.

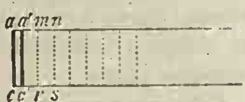


Fig. 452.

Désignons par v l'espace parcouru en une seconde par la compression φ, c'est-à-dire la *vitesse de propagation* du son, par u la vitesse de la lame ac pendant son déplacement aa'. On aura $\overline{aa'} = u\tau$, et $\overline{am} = v\tau$; d'où $a'm = am - aa' = \tau(v - u)$, qui représente l'épaisseur de la tranche condensée. Pour calculer la compression φ, remarquons que le volume ar, qu'occupait d'abord la tranche d'air, est réduit au volume $a'r$; on a donc, d'après la loi de Mariotte, en appelant Π la pression primitive,

$$\Pi : \Pi + \varphi = a'm : am = \tau(v - u) : v\tau;$$

d'où, *componendo*,

$$[1] \qquad \varphi = \Pi \frac{u}{(v-u)}; \quad \text{l'épaisseur } a'm \text{ étant } e = \tau(v-u). \qquad [2]$$

Remarquons que les molécules d'air ne se transportent pas; elles éprouvent seulement, au moment où passe la compression φ, un rapprochement infiniment petit qui cesse aussitôt. Les choses se passent comme dans la série de billes (*fig.* 434); la compression passe de l'une à l'autre, sans qu'elles éprouvent de mouvement de translation.

Si maintenant nous supposons que la lame ac revienne de $a'c'$ en ac, dans le temps infiniment petit τ, une première tranche d'air infiniment mince sera *dilatée* au premier instant, en se répandant dans le nouvel espace $a'a$ qui lui est offert, et sa pression, Π, sera diminuée d'une quantité φ. La force élastique de la seconde tranche, dépassant alors de φ la pression $\Pi - \varphi$ de la première, celle-ci se détendra du côté de la première, jusqu'à ce que leurs pressions soient les mêmes et égales à $\Pi - \frac{1}{2}\varphi$. Mais la vitesse acquise des molécules de la seconde tranche leur fera dépasser la position d'équilibre; elles continueront à s'écarter, de manière à diminuer encore la pression de cette tranche de $\frac{1}{2}\varphi$, et à augmenter d'autant celle de la première, qui se trouvera ainsi ramenée à sa tension primitive Π. La force élastique de la seconde tranche aura donc diminué en tout de la quantité φ. La troisième tranche agira de même sur la seconde, en vertu de la différence φ, de sorte que la *dilatation* φ voyagera dans toute la longueur de la colonne, comme la condensation que nous considérions tout à l'heure. La grandeur de φ dépend évidemment de l'étendue du déplacement aa' pendant le temps infiniment petit τ.

Euler, qui a trouvé tous ces résultats par l'analyse mathématique, a prouvé, en outre, que : 1° *les compressions et les dilatations se propagent avec des vitesses égales;* 2° *ces vitesses sont indépendantes du degré de condensation ou de raréfaction, quand le milieu reste le même et l'amplitude très-petite.*

On peut se rendre compte de ces deux résultats, en remarquant que, si l'excès de force élastique φ, qui transmet le changement de pression d'une tranche à la tranche voisine, devient double, triple,... cette tranche voisine sera deux fois, trois fois... plus comprimée; le temps nécessaire pour produire ce travail restera donc le même. Il résulte de là que, si plusieurs compressions ou dilatations se succèdent sans interruption, elles voyageront les unes à la suite des autres, en conservant toujours les mêmes distances.

574. Cas d'une amplitude finie. — Supposons maintenant que la lame vibre avec une amplitude *très-petite* mais *finie* aa' (*fig.* 453), en faisant des excursions égales de part et d'autre de la position d'équilibre mm', et de manière que sa vitesse aille en augmentant, de a ou de a' vers mm', et en diminuant de mm' en a ou a'; comme cela a lieu dans les corps qui vibrent par leur élasticité. Soit t le temps, *très-petit*, employé par la lame pour accomplir une demi-vibration, c'est-à-dire un mouvement de a en a', ou de a' en a. Partageons ce temps t en parties égales *infiniment petites* τ, pendant lesquelles la lame parcourt des espaces aussi *infiniment petits*, mais inégaux, et allant en augmentant, avec sa vitesse, de a en mm', et en diminuant de mm' en a'. Le premier déplacement infiniment petit $u\tau$ accompli pendant le temps τ, produira, sur la tranche infiniment mince d'air qui touche la lame, une compression très-faible, donnée par la formule [1] (573), et qui se transmettra dans l'intérieur de la colonne indéfinie. Le déplacement infiniment petit suivant étant plus grand que le premier, produira une condensation plus forte, qui voyagera à la suite de la première avec la même vitesse (573). Le troisième déplacement produira une condensation encore plus grande, et ainsi de suite, jusqu'au déplacement qui amène la lame en mm', lequel étant le plus grand de tous produira la condensation la plus forte, qui marchera à la suite des autres.

Si la lame continue son mouvement jusqu'en a' avec une vitesse qui maintenant est décroissante, il y aura une nouvelle série de condensations *de plus en plus faibles*, qui voyageront à la suite de la première série. Ces deux séries seront symétriquement distribuées de part et d'autre de la condensation maximum, si l'on suppose, ce qui a lieu ordinairement, que les deux demi-oscillations de la lame sont égales, et si l'on néglige l'amplitude très-petite aa'.

Si aA' est l'espace, vt, parcouru par la première condensation, pendant le temps t, toutes les condensations qui se sont succédé pendant le mouvement de

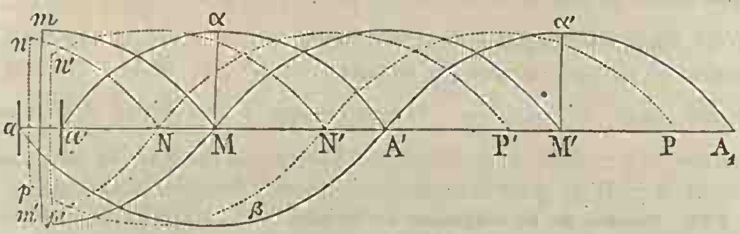


Fig. 453.

la lame de a en a', seront distribuées dans l'espace $a'A'$. Si nous représentons par des ordonnées ces condensations au moment où, la lame étant arrivée en a', la première se trouve en A', nous formerons une courbe $a'\alpha A'$, dont l'ordonnée maximum $M\alpha$ représentera la condensation produite par la lame, lors de son passage par la position mm'.

Supposons maintenant que la lame vibrante revienne sur ses pas; il se produira, par ce mouvement, une série de *dilatations*, croissantes pendant le temps $\frac{1}{2}\,t$, et décroissantes ensuite, jusqu'au moment où la lame arrive en a. Ces dilatations voyageront à la suite des condensations, et quand la lame sera revenue en a, auquel cas la série des condensations sera parvenue à la position $A'\alpha'A_1$, ces dilatations seront distribuées dans l'espace aA', et nous pourrons représenter les diminutions de densité des couches d'air par les *ordonnées négatives* de la courbe $a\beta A'$.

L'état de l'air dans la colonne, au moment où la lame vibrante, partie de a, arrive en np, mm', $n'p'$, a', est indiqué par les courbes nN, mM, $n'N'$, $a'\alpha A'$. Et quand elle retourne sur ses pas, et passe par les mêmes positions, il est représenté par les courbes $p'NP'$, $m'MM'$, $pN'P$, $a\beta A'\alpha'A_1$. Si la lame fait une nouvelle vibration complète de a en a' et de a' en a, une nouvelle série de condensations et de dilatations, distribuées dans un espace égal à aA_1, cheminera à la suite de la première.

575. Ondes sonores. — On nomme *onde sonore* la série de dilatations et de condensations qui correspondent à une *vibration complète* de la lame, c'est-à-dire à un mouvement de a en a' et de a' en a. L'espace aA_1, dans lequel sont distribuées ces condensations et dilatations, se nomme *longueur de l'onde* ou *longueur d'ondulation*. La partie dilatée, dans laquelle les molécules d'air éprouvent un léger déplacement vers la lame vibrante, se nomme la demi-onde *dilatée* ou *dilatante*. Et la moitié où il y a condensation, et dans laquelle les molécules sont légèrement poussées par la lame, est la demi-onde *condensée* ou *condensante*. Ces ondes se succèdent et se suivent tant que la lame vibre, en marchant d'un mouvement uniforme. La somme de toutes les condensations dans l'onde condensante est représentée par l'aire de la courbe $a'\alpha A'$; et si on la divise par la durée t d'une vibration *simple* de la lame, on a la *condensation moyenne*. Cette condensation moyenne peut être calculée au moyen de la formule $\rho = \mathrm{H}\,\frac{u}{v-u}$ (573). Supposons l'amplitude de 1^{mm}, on aura $u\tau = 1^{mm}$, et, en appelant n le nombre de vibrations simples par seconde, $\tau = 1^s : n$, d'où $u = n$, et la formule donne $\rho = \mathrm{H}\,\frac{n}{v-n}$. Si nous prenons $v = 340^m$ ou 340000 millimètres, et $n = 500$, ce qui correspond à peu près à l'*ut* grave du violon, nous aurons $\rho = \mathrm{H}\,\frac{1}{679}$ pour la condensation moyenne dans l'onde condensée.

576. Mesure de la longueur de l'onde. — La longueur de l'onde n'est autre chose que l'espace aA_1 (*fig.* 453) que parcourt le premier ébranlement que l'air reçoit de la lame vibrante, pendant que celle-ci accomplit une vibration complète, c'est-à-dire pendant le temps $1^s : N$, en désignant par N le nombre de vibrations doubles par seconde. Si donc v est la *vitesse du son*, ou l'espace qu'il parcourt en 1^s, l'espace parcouru pendant le temps $1^s : N$, ou la longueur λ de l'onde, sera $\lambda = \frac{v}{N}$; cette valeur de λ varie de 10 mètres à quelques millimètres, suivant que les sons sont plus ou moins graves, ou plus ou moins aigus. Nous verrons plus loin comment on mesure v et N.

577. Vitesse des molécules d'air. — Les molécules du gaz renfermé dans le tube indéfini que nous avons considéré, ne se transportent pas avec l'onde, ce n'est que la *modification* de pression ou de densité qui marche, comme il résulte de la théorie qui précède. M. Tyndall vérifie ce résultat par une expérience ingénieuse. Il place une bougie près d'une des extrémités d'un long tube rempli de fumée, et, frappant des mains à l'autre extrémité, il constate qu'aucune trace de fumée ne s'échappe du côté de la bougie, qui est cependant éteinte par la compression de l'air transmise à travers le tube.

On donne une image du mode de transmission des ébranlements, par l'expérience suivante, indiquée par Euler : on frappe brusquement près de son extrémité une corde tendue assez longue, et l'on voit la dépression produite par le choc voyager jusqu'à l'autre extrémité. — On peut encore former une courbure, en soulevant et abaissant brusquement l'une des extrémités de la corde étendue sur le sol; plus la corde est grosse, plus le déplacement de la courbure est lent. Les ondulations produites à la surface de l'eau par une pierre qu'on y laisse tomber, montrent aussi la manière dont un mouvement peut se propager sans translation des parties qui en sont le siége : l'eau refoulée par la pierre soulève le liquide environnant et forme un monticule circulaire; celui-ci, sollicité par la pesanteur, s'abaisse et fait soulever le liquide qui l'entoure, et ainsi de suite. Un flotteur posé sur l'eau monte ou descend, mais ne se transporte pas avec les ondes. Gassendi paraît être le premier qui ait comparé la transmission du son à celle des ondes formées ainsi sur l'eau.

Si les molécules de l'air ne se transportent pas, elles n'en éprouvent pas moins des mouvements rapides, en se rapprochant les unes des autres quand passe une condensation, pour s'écarter ensuite quand vient une dilatation. La période de ces mouvements est la même que celle des vibrations de la lame; ce qui montre que l'air qui transmet un son vibre avec la même rapidité que le corps sonore (565). Ce sont ces vibrations de l'air qui, communiquées à la membrane du tympan, occasionnent l'impression de son.

Il résulte de là que, si l'on s'approchait rapidement d'un corps sonore, un plus grand nombre d'ondes passeraient dans l'unité de temps par l'oreille, et, les vibrations communiquées à la membrane du tympan étant plus rapprochées, le son paraîtrait plus aigu. Si l'on s'éloignait, au contraire, du corps sonore, le son paraîtrait plus grave. Les résultats seraient évidemment les mêmes, si, l'oreille étant fixe, le corps sonore se déplaçait. C'est ainsi que le son du sifflet d'une locomotive paraît plus aigu quand elle s'approche, et plus grave quand elle s'éloigne de l'observateur.

Ce résultat se vérifie au moyen d'un appareil dû à M. Mach, qui consiste en un long tube fixé perpendiculairement par une de ses extrémités à un axe horizontal creux, par lequel on fait arriver un courant d'air. Ce courant traverse le tube, et fait résonner une anche d'harmonium adaptée à l'autre extrémité. Le tube tournant rapidement autour de l'axe, si l'on se place dans le plan vertical de rotation, on entend le son monter quand l'anche s'approche, et baisser quand elle s'éloigne. Si l'on se place dans la direction de l'axe, le son ne varie plus.

Citons encore l'expérience suivante, faite en 1848 par Fizeau. Une roue verticale tourne rapidement entre deux courtes crémaillères horizontales fixes, placées l'une en haut, l'autre en bas. Une carte adaptée au contour de la roue produit un son chaque fois qu'elle rencontre une des crémaillères qui sont égales. Un observateur placé à une certaine distance dans le plan de la roue, entend alternativement deux sons différents, suivant que la carte vibrante va en s'approchant ou en s'éloignant de lui.

578. Calcul de la vitesse. — La vitesse des molécules de l'air, pendant leur mouvement vibratoire, varie d'un instant à l'autre ; elle est d'autant plus grande que la condensation élémentaire, ou la dilatation, qui passe est plus forte, c'est-à-dire correspond à un plus grand déplacement de la lame vibrante, pendant le temps infiniment petit τ. Il résulte de là que les ordonnées des courbes (*fig.* 453) peuvent servir aussi à représenter les vitesses des molécules d'air dans leurs excursions de part et d'autre de la position d'équilibre. Les ordonnées comptées au-dessus de la droite aA_1, correspondent aux vitesses qui éloignent les molécules, de la lame ; et les ordonnées comptées au-dessous, aux vitesses qui les portent vers cette lame, pendant qu'elle se retire.

La forme de la courbe des vitesses dépend de la loi du mouvement vibratoire de la lame a. Supposons qu'elle vibre, comme un pendule, sous l'influence de forces proportionnelles aux distances à la position d'équilibre, comme cela a lieu pour une lame élastique, quand l'amplitude n'est pas trop grande (560). Alors, la vitesse de cette lame au bout du temps θ, compté de l'instant du départ, est donnée (129) par la formule $V = C \sin 2\pi \frac{\theta}{t}$, dans laquelle t représente ici la durée de l'*oscillation double*. Pour connaître la vitesse y des molécules d'air à une distance x de la lame, il faut d'abord chercher la vitesse V' qu'avait cette lame quand elle a communiqué aux molécules d'air la vitesse y. Cette vitesse V' se calcule au moyen de la formule, quand on connaît l'époque où elle a lieu. Or, l'ébranlement est parvenu à la distance x, après un temps donné par l'équation $x = \theta\, v$; d'où $\theta = x : v$. En retranchant cette durée, de θ, on a le temps à partir du moment du départ, qui correspond à la vitesse de la lame ; et en le portant dans la formule, à la place de θ, il vient

$$V' = C \sin 2\pi \left(\theta - \frac{x}{v}\right) \frac{1}{t} = C \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{vt}\right);$$

or, on doit admettre que la vitesse y des molécules d'air est proportionnelle à celle qu'avait la lame au moment où elle leur a imprimé cette vitesse ; on a donc, en représentant par c une constante, et remarquant que $vt = \lambda$,

$$y = c \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{vt}\right) = c \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{\lambda}\right). \qquad [3]$$

Cette formule n'est autre chose que l'équation de la courbe $a\beta\alpha'A'$... (*fig.* 453), dans la position qui correspond à l'instant θ. Cette courbe est de la famille des *trochoïdes;* son équation donne les mêmes valeurs de y quand on ajoute à x un nombre entier de fois λ ; car cela revient à retrancher de l'arc un certain nombre de fois 2π, ce qui ne change pas la valeur du *sinus*.

Il en est de même si l'on fait x égal à un nombre entier de fois λ ; mais si l'on fait x égal à un nombre impair de fois $\frac{1}{2}\lambda$, ou si l'on pose $x = (2n + 1)\frac{1}{2}\lambda$, ce sera comme si l'on retranchait de $\theta : t$ un nombre entier de fois 2π, plus $\frac{1}{2}\pi$, et y changerait de signe, tout en conservant la même valeur absolue.

La constante c représente le maximum de vitesse des molécules ; car si l'on fait $0 = t$, ce qui suppose l'onde dans la position $a\beta\alpha'A_1$ (*fig.* 453), et si l'on fait $x = \frac{3}{4}\lambda = aM'$, on a $v = M'\alpha' = c$, et cette valeur est la même pour tous les sons de même intensité.

579. Appareils de démonstration. — On a imaginé plusieurs appareils destinés à donner, dans les cours, une imitation des variations de densité et des mouvements oscillatoires des tranches d'air dans un tube indéfini, pendant le passage des ondes sonores. M. Muller a employé pour cela le *phénakisticope*, appareil que nous décrirons dans l'optique, qui fait voir en mouvement continu un objet représenté sur une série de dessins, dans des phases successives de mouvement. — M. Crova[1] trace sur un disque de verre enfumé une circonférence excentrique dont le centre est très-près de celui du disque. Celui-ci tournant sur son centre devant une large fente parallèle à un de ses rayons, on voit, à travers la fente, une petite portion de la circonférence sous forme d'un trait transversal, qui oscille dans une amplitude d'autant plus grande que les deux centres sont plus éloignés l'un de l'autre. M. Crova démontre que la loi de ces mouvements est celle que suit une tranche d'air en vibration. Si donc on trace plusieurs circonférences excentriques de rayon décroissant, et dont les centres soient échelonnés sur un petit cercle concentrique au disque, on verra, dans la fente, une série de raies transversales oscillant en se resserrant ou s'écartant de manière que les parties resserrées ou écartées, marchent dans la direction de la fente. Ces mouvements sont projetés, amplifiés, sur un écran, au moyen d'une lentille disposée suivant des règles que nous exposerons plus tard.

Un autre appareil plus ancien consiste en un cylindre sur lequel on trace des ellipses, intersections de ce cylindre par des plans obliques équidistants. Ces ellipses ne sont pas parallèles, mais tous les sommets, situés à la même extrémité du grand axe, sont distribués sur une *hélice*, de manière que les distances entre deux ellipses consécutives étant différentes sur les différentes arêtes du cylindre, il y a des arêtes sur lesquelles les courbes sont très-rapprochées et d'autres sur lesquelles elles sont très-écartées. Quand on fait tourner ce cylindre derrière une fente longitudinale, on voit les arcs d'ellipses osciller, et l'endroit où ils se resserrent marcher d'une extrémité à l'autre. Wehatstone qui a imaginé cet appareil, traçait sur le cylindre, au lieu d'ellipses, qui développées dans un plan donnent des *sinusoïdes*, des courbes qui se développent en *trochoïdes* avec lesquelles les phases des oscillations sont plus fidèlement représentées ; mais cela n'a pas grande importance pratique. Ce système présente un grave inconvénient, c'est que les portions de courbes qui se voient à travers la fente, se penchent alternativement à droite et à gauche, ce qui détruit toute illusion. — On pourrait atténuer ce défaut, en traçant les courbes sur une toile sans fin tendue entre deux rouleaux tournants parallèles à la fente, et assez écartés pour que les inflexions des courbes soient peu prononcées.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XII, p. 288.

Palmiscope. — Dans l'appareil représenté dans la *fig.* 454, nous avons fait disparaître complétement cet inconvénient. Les courbes sont gravées en creux sur le cylindre tournant *m*R, et dans chacune d'elles s'engage un mentonnet porté par un levier *oa* pouvant osciller autour du point *o*, et à l'extrémité duquel est fixée perpendiculairement une bande blanche *ac*, qui oscille en traduisant les inflexions de la courbe. Les bandes *ac*, *ac*,... se serrent et s'écartent de manière à représenter, sans s'incliner, le déplacement des condensations et dilatations des tranches d'air. Un écran noir est tendu derrière la série des bandes blanches, et l'appareil peut être construit sur une assez grande échelle pour être distingué de loin, d'autant plus que rien ne limite la largeur de la fente. On peut aussi le faire sous de très-petites dimensions, et projeter dans un faisceau de lumière divergente, l'ombre amplifiée des bandes, sur un écran éloigné.

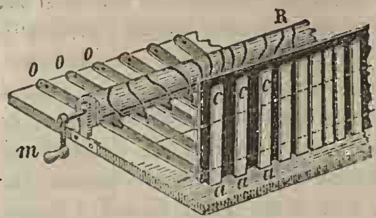


Fig. 454.

580. Propagation du son dans un milieu indéfini. — Considérons maintenant un milieu indéfini dans tous les sens, et supposons d'abord qu'il soit ébranlé par une petite sphère *s* (*fig.* 455), dont le diamètre augmente et diminue périodiquement avec rapidité, de manière à produire dans la couche élastique qui l'enveloppe des condensations et des dilatations successives. Ces condensations et ces dilatations se propageront et chemineront les unes à la suite des autres, comme dans une colonne cylindrique; mais les tranches dilatées ou condensées seront terminées par des surfaces sphériques ayant leur centre commun au centre de la sphère vibrante.

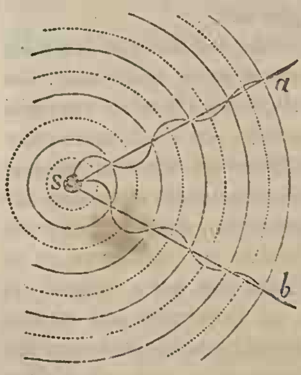


Fig. 455.

Il faut remarquer que la grandeur de ces condensations et dilatations ira en diminuant à mesure qu'elles s'éloigneront du centre *s*, comme l'expriment les courbes *sa*, *sb* de la figure, parce que les tranches ébranlées vont en augmentant d'étendue et par conséquent de masse.

581. Coexistance des vibrations. — S'il y a plusieurs centres d'ébranlement, appartenant à un même corps ou à des corps différents, chacun de ces points sera le centre d'une série d'ondes concentriques, et ces séries se croiseront sans se modifier. Ce résultat est une conséquence du *principe de la coexistence des* *petites oscillations*, qui consiste en ce que *tout système qui reçoit simultanément de plusieurs forces, des mouvements très-petits, conserve chacun de ces mouvements, chacun d'eux se comportant comme s'il était seul, de manière qu'ils se superposent sans se troubler mutuellement.*

Ce principe, dû à D. Bernouilli, est vérifié par l'expérience, dans la transmission des vibrations. En effet, les différents sons d'un orchestre arrivent à l'oreille sans se modifier; à moins qu'ils ne soient très-intenses, auquel cas l'amplitude des vibrations de l'air n'est plus très-petite, et il y a confusion. La coexistence des petits mouvements se vérifie encore sur les ondes formées à la surface de l'eau par différents centres d'ébranlement; on les voit se croiser en conservant leur régularité, à moins qu'elles ne soient trop fortes. Ce résultat se voit nettement sur le mercure renfermé dans un vase à contour varié, et dans lequel on fait tomber des gouttes du même liquide.

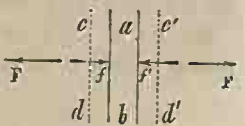


Fig. 456.

Nous ne pouvons donner ici la démonstration de Bernouilli; nous nous contenterons de faire voir comment deux condensations ou dilatations élémentaires marchant en sens contraire, peuvent se croiser sans se modifier. Soit ab (*fig.* 456) une tranche d'air qui reçoit au même instant, des tranches contiguës cd, $c'd'$, les compressions f et f'. La tranche ab sera comprimée d'une quantité $f+f'$, et réagira de chaque côté, avec une force élastique égale aussi à $f+f'$. Or, la tranche cd doit recevoir, pour être ramenée à l'état de repos (573), une compression f, qui détruise la vitesse acquise de ses molécules, et comme elle reçoit $f+f'$ elle conservera une compression f', qui se transmettra dans la direction fF. De même, la tranche $c'd'$, en éprouvant la compression $f+f'$ par la détente de la tranche ab, détruira la partie f' et conservera la partie f, qui se propagera dans le sens f'F. Les deux compressions f et f' auront donc traversé la tranche ab, pour se transmettre au delà, sans s'être modifiées en se croisant.

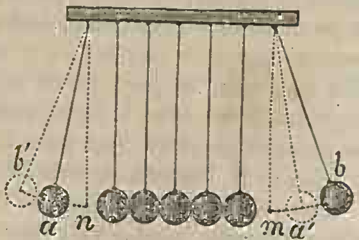


Fig. 457.

Les choses se passent comme dans une série de billes élastiques égales en contact, $anmb$ (*fig.* 457) : si l'on écarte les deux billes extrêmes en a et b, et qu'on les laisse retomber en même temps, on voit la bille b remonter, après le choc, à une distance ma' égale à an, et la bille a, à une distance nb' égale à mb. Les deux compressions produites par le choc et transmises à travers la série, se sont donc croisées sans se modifier.

582. Surface de l'onde. — On nomme *surface de l'onde*, la surface formée par l'ensemble des points qui doivent leur ébranlement à des mouvements des différents points du corps vibrant accomplis au même instant. Quand il n'y a qu'un centre d'ébranlement, la surface de l'onde, dans un milieu homogène, est évidemment sphérique. Quand il y en a plusieurs appartenant à une même surface, chacun d'eux est le centre d'une onde sphérique, et la surface de l'onde est la surface qui enveloppe toutes les surfaces sphériques provenant d'ébranlements produits au même moment. La surface de l'onde est sensiblement sphérique à une distance du corps vibrant très-grande par rapport aux dimensions de ce corps.

On nomme *rayon sonore*, toute direction normale à la surface de l'onde, et suivant laquelle le son se propage.

II. Mesure directe de la vitesse du son.

583. Transmission progressive du son. — Le son ne se transmet pas instantanément. Cela résulte des développements qui précèdent, et l'observation le vérifie chaque jour. Par exemple, on entend l'explosion d'une arme à feu tirée au loin, quelques instants seulement après avoir aperçu la flamme et la fumée. Regardez de loin le bûcheron, dit Lucrèce,... vous verrez le coup avant d'en entendre le son. — On nomme *vitesse du son* l'espace qu'il parcourt en une seconde; définition qui suppose que le mouvement de propagation est uniforme, ce qui a lieu, en effet, dans un même gaz à température uniforme, et quelle que soit sa pression, comme nous le verrons plus loin (586, 596).

La théorie montre que, si l'on néglige l'amplitude des vibrations du corps sonore, la vitesse, dans un même milieu, est sensiblement la même pour tous les sons, graves ou aigus, et quel que soit leur timbre. L'observation semble confirmer encore ce résultat, du moins pour les petites distances; car un air de musique ne paraît pas altéré, quand on l'entend de loin; les différents sons qui le composent parviennent donc à l'oreille dans le même temps. Ce résultat a été vérifié par Biot qui, ayant fait jouer un air de flûte à l'extrémité d'un tuyau de 951^m dépendant des aqueducs de Paris, constata que cet air, entendu à l'autre extrémité, ne paraissait pas altéré. Nous verrons cependant qu'il résulte d'observations plus précises de M. Regnault que cette loi n'est qu'approximative.

L'intensité a une influence sensible sur la vitesse, quand l'amplitude cesse d'être très-petite. C'est ce qui résulte d'une théorie récente et plus complète de la propagation du son, due à M. Earnshaw; et ce qui a été confirmé par les expériences de M. Regnault (596) et par des observations faites dans les mers du Nord, où, par les temps calmes, le son parvient à de très-grandes distances : on entendait, de très-loin, le bruit du canon, avant la voix qui commandait de faire feu. On voit que ce sont les vibrations à grande amplitude qui se propagent le plus vite. Cette particularité vient en partie d'un dégagement de chaleur qui accompagne la compression de l'air, comme nous le verrons bientôt (587), et qui est plus grand pour les forts ébranlements.

584. Mesure de la vitesse du son dans l'air. — On a fait beaucoup d'expériences pour mesurer la vitesse du son dans l'air. Les plus anciennes, dues à Mersenne, Gassendi et aux académiciens de Florence, ont donné des résultats très-différents. Les premières expériences précises sont celles des membres de l'Académie des Sciences de Paris, faites en 1738.

Les observateurs (Maraldi, Lacaille et Cassini de Thury) se placèrent, pendant la nuit, à différentes stations, dont les extrêmes étaient la butte de Montmartre et celle de Montlhéry, distantes de 29000^m environ. Des pièces de canon, placées sur ces deux hauteurs, tiraient alternativement, et les observateurs placés à la station opposée mesuraient, avec une montre à seconde, le temps qui s'écoulait entre le moment où ils apercevaient la lueur, et celui où ils entendaient l'explosion. Ce temps représentait celui que mettait le son à parcourir la distance des deux stations; car la vitesse de la lumière est tellement grande (70000 lieues par seconde), que le temps qu'elle met à franchir cette distance est tout à fait insensible. En divisant l'espace par le nombre de secondes observé, nombre qui fut en moyenne de 84^s,6, on obtenait l'espace parcouru pendant une seconde, c'est-à-dire la vitesse. Les observations faites dans les stations intermédiaires avaient démontré que la vitesse du son est uniforme.

La précaution que l'on avait prise d'observer des coups réciproques, était destinée à faire disparaître l'influence du vent, en prenant la moyenne entre les résultats obtenus aux deux stations. Soit V la vitesse dans l'air calme, v l'altération produite dans cette vitesse par le vent, d la distance des deux stations, et t, t' les temps employés par le son à la franchir dans les deux sens. On aura $\frac{d}{t} = V + v$ et $\frac{d}{t'} = V - v$, en supposant que le vent, quand il est contraire, diminue la vitesse de la quantité dont il l'augmente quand il est favorable. En ajoutant ces deux égalités membre à membre, on a $V = \frac{d(t+t')}{2tt'}$.

Par cette méthode, les académiciens de Paris trouvèrent que le son parcourt dans l'air 337^m,18 par seconde, à la température de 6°; que la vitesse reste la même par le beau temps ou la pluie, et quelle que soit la pression de l'air; enfin, que cette vitesse est modifiée proportionnellement à la composante du vent dirigée dans le sens de la propagation des sons.

Application. — La valeur de la vitesse du son dans l'air est utilisée pour évaluer approximativement la distance où l'on est d'un point éloigné. Un observateur placé en ce point, tire un coup de fusil et l'on obtient la distance cherchée en multipliant le temps employé par le bruit à venir jusqu'à l'oreille par le nombre 337^m,2. Ce moyen est employé en hydrographie pour mesurer la distance d'un point à une île, à un navire, à un point d'une côte, et par les aéronautes, pour juger de la hauteur à laquelle ils se trouvent, au moyen du temps que mettent les sons qu'ils produisent à leur revenir après s'être réfléchis sur le sol.

585. Formule de Newton. — Newton et plusieurs autres géomètres, en analysant l'état des gaz pendant la propagation du son, sont arrivés à représenter la vitesse, v, de transmission, par la formule suivante, qui suppose un gaz *parfait*, c'est-à-dire soumis rigoureusement à la loi de Mariotte :

$$v = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}}, \quad \text{ou} \quad v = \sqrt{\frac{e}{d}}. \qquad [1]$$

g représente l'accélération que produit la pesanteur, h la hauteur du baromètre, d la densité du gaz par rapport à l'eau, et Δ celle du mercure à 0°. La vitesse est donc proportionnelle à la racine carrée du rapport entre l'élasticité et la densité; car $gh\Delta$ n'est autre chose que l'*élasticité* e du gaz, mesurée par la pression exercée sur l'unité de surface.

Pour démontrer cette formule, revenons au cas d'une lame qui se déplace brusquement d'une quantité infiniment petite, à l'origine d'une colonne gazeuse indéfinie (573). Soit e et d l'élasticité et la densité du gaz. Le déplacement de la lame donnera à la tranche contiguë une augmentation de densité φd, de sorte que la densité d deviendra $d + \varphi d = d\,(1 + \varphi)$. L'élasticité e deviendra aussi $e\,(1 + \varphi)$, d'après la loi de Mariotte. La compression φ, se propageant dans la colonne, arrivera, au bout d'une seconde, à une distance qui sera précisément la vitesse du son. Cette compression est produite par l'excès d'élasticité φe, force qui se mesure par la quantité de mouvement produite pendant 1^s (57). Or, la masse mise en mouvement est représentée ici par l'accroissement de densité φd de toutes les tranches élémentaires qui ont été ébranlées pendant une seconde, c'est-à-dire $\varphi d \cdot v$; puisque v est la longueur de la portion de colonne ébranlée pendant ce temps. La quantité de mouvement sera donc $\varphi d \cdot v \cdot v$, et l'on aura $\varphi e = \varphi d v^2$, expression qui revient à la formule [1].

Ce qui précède s'applique aussi au cas des ondes qui se transmettent dans un milieu gazeux indéfini en tout sens, la vitesse de transmission ne dépendant pas de l'intensité de la compression (583).

586. Conséquences. — La formule [1] peut être présentée sous une autre forme très-élégante. Soit p le poids de l'unité de volume d'un gaz, et H la hauteur d'une colonne homogène de ce gaz exerçant la même pression que la colonne h du baromètre; on aura $p = dg$, d'où $d = p : g$, et $e = pH$. En portant ces valeurs de p et e dans la formule [1], elle donne $v = \sqrt{gH}$. La vitesse est donc égale à celle qu'acquerrait un corps, en tombant dans le vide, d'une hauteur égale à $\frac{1}{2}$ H.

2° En conservant les notations ci-dessus (585), représentant par D le poids spécifique du gaz à 0° et sous la pression $0^m,76$, et par a la quantité 0,00367 dont augmente l'unité de volume de ce gaz quand on l'échauffe d'un degré de température, on aura

$$d = \frac{D}{1 + at} \cdot \frac{h}{0,76}; \quad \text{la formule [1] devient donc}$$

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot \Delta \cdot 0,76}{D}\,(1 + at)}. \qquad [2]$$

On voit que la vitesse du son est indépendante de la pression h du gaz; comme l'avaient reconnu les académiciens de Paris; ce qui se conçoit bien, puisque, d'après la loi de Mariotte, la pression affecte l'élasticité et la densité de la même manière. On voit aussi que la vitesse augmente avec la température, et qu'elle est d'autant plus grande que la densité propre du gaz est plus faible.

Appliquons la formule [2] à la vitesse du son dans l'air. On a, dans ce cas, $D = 0{,}0013$, $g = 9^{m}{,}8088$, $\Delta = 13{,}59$, et l'on trouve

$$v = 279^{m}{,}331 \sqrt{1+at}\,; \quad \text{et, à } 0^{\circ}, \quad v = 279^{m}{,}331.$$

587. Comparaison avec l'expérience. — Le nombre que nous venons de calculer est inférieur d'environ $\frac{1}{6}$ à celui que donne l'expérience. Ce désaccord a beaucoup intrigué les physiciens. Dans la plupart des explications qu'on a voulu d'abord en donner, on partait de certaines idées erronées sur la constitution de l'atmosphère. Laplace en a trouvé la véritable cause dans la chaleur qui se dégage pendant la compression du gaz, et dans le refroidissement que produit, au contraire, son expansion.

Le développement de la chaleur dans les tranches d'air condensées pendant la transmission du son, est indubitable; car Biot a prouvé que les vapeurs à saturation transmettent les sons (564). Or la vapeur à saturation se liquéfie dès qu'on la comprime, à moins qu'elle ne reçoive un accroissement de température; il faut donc que cet accroissement ait lieu; sans cela, la première tranche comprimée se liquéfierait, et le son ne se propagerait pas au delà.

Cela posé, il est évident que la chaleur, augmentant l'élasticité des tranches d'air sans changer leur densité, doit aussi augmenter la rapidité avec laquelle une tranche condensée réagit sur la tranche suivante. Quand, au contraire, une tranche dilatée se refroidit en se détendant, son élasticité diminue; c'est comme si l'élasticité de la tranche voisine était augmentée, et la rapidité avec laquelle cette dernière se détendra sur la tranche dilatée sera plus grande, et la propagation de la dilatation plus rapide.

En partant de ces considérations, Biot et Poisson ont montré que, pour tenir compte des changements de température, on doit écrire

$$[3] \qquad v = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}(1+\tau)(1+at)},$$

formule connue sous le nom de formule de Laplace, dans laquelle τ représente l'élévation de température d'une masse d'air, quand on diminue son volume dans le rapport de $1+at$ à 1. Il résulte d'expériences que nous décrirons plus tard, que $\tau = 0^{\circ}{,}42$; la formule donne alors $v = 333^{m}\sqrt{1+at}$, résultat sensiblement égal à celui de l'expérience. La formule une fois démontrée, on pourra calculer τ, au moyen de v connu directement.

La quantité $1+\tau$ représente aussi le rapport $c : c'$ des chaleurs spécifiques de l'air *à pression constante* et *à volume constant;* c exprimant la *quantité de chaleur* nécessaire pour échauffer d'un degré l'unité de volume d'air pouvant se dilater librement, et c', cette quantité de chaleur quand l'air ne peut se dilater. On sait aujourd'hui, comme nous le verrons, que la plus grande partie de l'excédant de chaleur nécessaire au gaz qui se dilate librement, en vase ouvert, est employé à vaincre la pression atmosphérique, et se transforme ainsi en travail mécanique extérieur.

588. Expériences du Bureau des longitudes. — Pour vérifier la nouvelle formule [3], les membres du bureau des longitudes entreprirent, en 1822, à la demande de Laplace, de nouvelles expériences sur la vitesse du son dans l'air. Deux pièces de canon de six furent portées, l'une sur la butte de Montlhéry, l'autre sur celle de Villejuif, dont la distance, mesurée par Arago, en s'appuyant sur la triangulation de la méridienne, est de 18613^m. A Villejuif, se trouvèrent de Prony, Mathieu et Arago; et à Montlhéry, de Humboldt, Gay-Lussac et Bouvard. Chaque observateur était muni d'un chronomètre à arrêt, marquant au moins les dixièmes de seconde. Les coups étaient réciproques, pour faire disparaître l'influence du vent. La moyenne du temps employé par le son pour franchir la distance des deux stations, fut de 54^s,6. En divisant la distance par ce nombre, on trouve 340^m,88 par seconde, à la température de 16°. Il résulte de la discussion des expériences, que cette valeur ne peut comporter une erreur de plus de 1 mètre. On déduit de là que la vitesse du son à 0° est de 331^m,12, qui diffère peu du nombre 333^m donné par la formule [3]. A 10°, température moyenne de l'air à Paris, la vitesse est de 337^m, nombre que l'on cite ordinairement. On voit que, pour une élévation de température de 16°, la vitesse augmente de 9^m,76; ce qui fait, en moyenne, 0^m,61 par degré.

589. Expériences diverses. — De nouvelles expériences, faites en Hollande par MM. Woll et Van-Beek, ont donné 332^m,25 à 0°. Nous citerons encore celles qui ont été exécutées au nord de l'Amérique par les Anglais, quoique les coups n'aient pas été réciproques : Kandalle trouva 313^m,9, à 40° au-dessous de zéro, et Parry, 309^m,2 à 38°,5; ces résultats ne sont pas d'accord, mais montrent bien l'influence du froid.

Vitesse de haut en bas. — Dans toutes ces expériences, le son se propageait dans une direction à peu près horizontale. Il était intéressant de vérifier s'il conserverait la même vitesse en montant ou en descendant à travers l'atmosphère, comme l'indique la théorie. MM. Bravais et Martins, opérant dans les Alpes entre deux stations dont l'altitude diffère de 2079^m, ont trouvé que le son montait et descendait avec la même vitesse moyenne 332^m,37, à la température de 0°. Comme la température diminue à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, le son doit se propager de moins en moins vite en montant, et de plus en plus vite en descendant, et la surface de l'onde n'est plus sphérique. Pour obtenir la vitesse qui précède, on a pris pour température, la moyenne des indications du thermomètre aux deux stations.

590. Vitesse du son dans les gaz autres que l'air. — Cette vitesse peut se déduire de celle qui a lieu dans l'air, en écrivant que *les vitesses sont en raison inverse des racines carrées des densités* (587), ce qui suppose que le facteur $(1 + \tau)$ est le même pour tous les gaz. Nous allons voir comment M. Regnault a mesuré directement la vitesse du son dans divers gaz renfermés dans de longs tuyaux et a vérifié expérimentalement la loi précédente.

591. Recherches de M. Regnault[1]. — La connaissance de la vitesse du son présente une importance théorique considérable parce qu'elle fournit le moyen de contrôler les lois de l'élasticité et celles qui sont relatives aux mouvements de chaleur résultant des changements de pression des gaz. Cependant les expériences nombreuses dont nous avons parlé laissent la question incomplètement résolue. La formule [3] (587) suppose que la loi de Mariotte est rigoureusement vraie. De plus, cette formule n'est qu'approximative ; si l'on représente par m le rapport des chaleurs spécifiques de l'air à pression constante et à volume constant, par v un volume d'air qui devient $v - \delta v$ par le passage d'une compression, M. Regnault trouve, pour la formule complète

$$V = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}(1+at)\left\{m + \frac{\delta v}{v}\left(\frac{m(m+1)}{2} - 1\right) + \frac{\delta v^2}{v^2}\left(\frac{m(m+1)(m+2)}{2 \cdot 3} - 1\right) + \ldots\right\}};$$

qui montre que la vitesse doit augmenter avec la grandeur des changements de volume, c'est-à-dire avec l'intensité du son. On retrouve la formule (3) en supposant $\frac{\delta v}{v}$ négligeable, ce qui suppose que les variations de pression sont très-faibles. Or on n'a expérimenté que sur de fortes compressions produites par des explosions. On suppose aussi que l'échauffement d'une tranche comprimée et le refroidissement d'une tranche dilatée, ne peuvent être modifiés par un mouvement de chaleur d'une tranche échauffée à la tranche voisine refroidie, ou par le contact des parois, dans le cas d'une colonne gazeuse renfermée dans un tuyau. Enfin, il reste des doutes sur la valeur exacte de $m = c : c'$, à cause des incertitudes des expériences par lesquelles on l'a déterminée.

Ces diverses considérations ont conduit M. V. Regnault a entreprendre une longue suite de belles expériences, commencées dès 1855, et poursuivies avec persévérance à partir de 1862, époque où il put disposer de longues séries de tuyaux destinés à conduire l'eau et le gaz dans la ville de Paris.

Afin d'obtenir dans les expériences, une précision assez grande pour permettre d'apprécier l'influence des circonstances diverses qui peuvent modifier la vitesse du son dans les gaz, M. Regnault a expérimenté principalement avec des tuyaux, dans lesquels on peut introduire divers gaz, où ces gaz sont calmes, homogènes et possèdent une température et un état d'humidité faciles à constater, et enfin dans lesquels l'intensité varie peu avec la distance, ce qui permet d'opérer sur des sons d'intensités très-différentes. Quand on opère dans l'air libre, au

[1] *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France* (1868), t. XXXVII.

contraire, le gaz n'est pas homogène, la température et l'humidité ne sont pas uniformes, et l'on ne peut employer que des sons intenses, des explosions.

592. Appareils. — Les appareils imaginés par M. Regnault sont fondés sur des méthodes d'expérience souvent employées aujourd'hui, dans lesquelles on fait agir les courants d'électricité fournis par les *piles voltaïques*, dont les propriétés seront étudiées en détail dans le troisième volume de cet ouvrage. Il suffira, pour qu'on puisse saisir le jeu des appareils, de faire connaître quelques faits sur lesquels nous aurons plus d'une fois à nous appuyer.

1° Quand on réunit par un fil métallique les deux extrémités, ou *pôles*, d'une *pile*, l'électricité qu'elle fournit circule dans ce fil, et constitue ce qu'on nomme un *courant*. Le fil conducteur de ce courant se nomme *circuit;* le circuit est *ouvert* quand il y a interruption en quelque point, auquel cas, il n'y a plus de *courant;* il est *fermé* quand il n'y a aucune interruption. La terre peut servir de conducteur pour compléter un circuit.

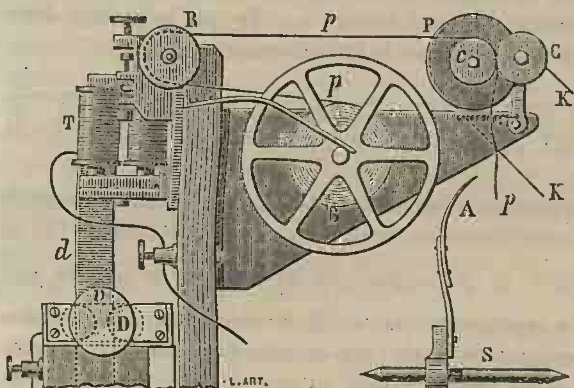


Fig. 458. — $^1/_5$.

2° Si l'on enroule un fil métallique recouvert de soie, autour d'un barreau de fer, et si l'on fait passer un *courant* dans ce fil, le barreau est aussitôt *aimanté*, et peut attirer une plaque de fer qu'on en approche. Mais dès qu'on supprime le courant, en ouvrant le *circuit* en un point quelconque, le barreau perd instantanément son *aimantation*, et la plaque peut être écartée sans effort. Ce système de barreau de fer entouré d'un fil se nomme un *électro-aimant*.

Cela posé, il y a à distinguer dans les appareils de M. Regnault, ceux qui servent à produire les ondes, et à déterminer les moments précis de leur départ et de leur arrivée à l'extrémité de la colonne gazeuse, et le système *enregistreur* destiné à évaluer avec précision, sans l'intervention de l'observateur, le temps employé par l'onde à parcourir un espace mesuré d'avance avec soin.

593. Production des ondes. — 1° *Par explosion :* Dans une ouverture centrale d'une plaque de fer *pq* (*fig.* 460) fermant l'extrémité de la conduite, est engagé, à travers un bouchon de liége, le canon d'un pistolet, ou un tube de cuivre rempli de fulminate de mercure, ou enfin le col d'un ballon rempli d'un mélange explosif, qui est enflammé, de même que le fulminate, au moyen de l'étincelle électrique d'une *bobine d'induction*. Dans ces explosions, l'onde n'est pas unique, et il y a translation de gaz jusqu'à une certaine distance, si bien qu'une membrane appliquée sur une tubulure latérale est aspirée en dedans, et quelquefois crevée.

2° *Par l'air comprimé :* En tournant rapidement, de 180°, un gros robinet ajusté au centre de la plaque qui ferme le tuyau, on lance brusquement un petit volume d'air comprimé contenu dans un réservoir. La pulsation n'est pas unique, mais le maximum de pression est en avant. Si l'on fait le vide dans le réservoir, il se forme une onde dilatée, quand on ouvre le robinet.

On obtient une compression égale dans toute la section du tuyau, au moyen d'un piston, poussé brusquement par un ressort très-fort, quand on le rend libre en retirant une cheville, et qui vient buter contre le bord du tuyau qui est un peu plus étroit que le corps de pompe dans lequel se meut le piston.

Enfin, on a essayé divers sons, voix humaine, instruments de musique, mais l'instant de l'arrivée est incertain.

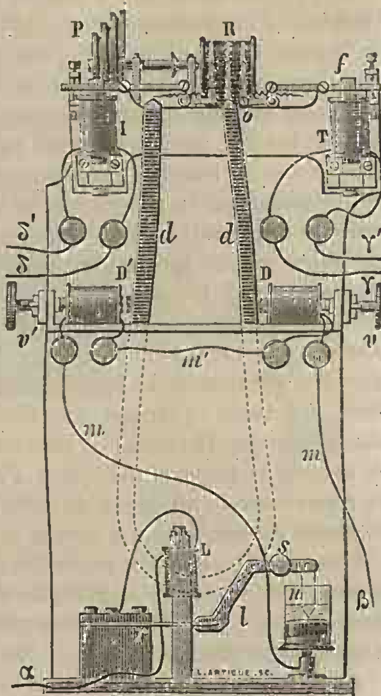


Fig. 459. — 1/5.

594. Appareil enregistreur. — Cet appareil doit marquer les instants du départ et de l'arrivée de l'onde, et mesurer avec précision le temps qui les sépare. Il est représenté, vu de profil et vu de face, dans les figures 458 et 459, sur lesquelles les mêmes lettres désignent les mêmes objets. Une bande de papier *ppp* (*fig.* 458), fournie par une bobine B et recouverte sur sa face intérieure, de noir de fumée, s'applique sur un rouleau R, et passe entre deux cylindres C,*c* qui tournent sur leur axe et l'entraînent comme dans un laminoir. Le cylindre *c* reçoit un mouvement régulier de rotation, d'un moteur électromagnétique, par une courroie *kk* qui passe sur une poulie P. Trois styles légers appuient leur pointe sur le rouleau R (*fig.* 459) et peuvent osciller dans un plan vertical en traçant sur la bande de papier des traits blancs, dans le noir de fumée.

Le style de droite sert à enregistrer les oscillations d'un pendule battant la demi-seconde, et dont les oscillations ferment et ouvrent alternativement un circuit dont fait partie le fil d'un *électro-aimant* T. Celui-ci fait osciller la plaque de fer *f*, qu'il attire et laisse alternativement s'écarter sous l'influence d'un ressort de rappel, suivant que le courant d'une pile, amené par les fils $\gamma\gamma'$, circule ou est interrompu. La plaque f communique ses oscillations au style, qui est porté par un levier coudé très-délicatement construit, tournant autour de l'axe o. Ce style, qui est figuré en AS (*fig.* 458) dans ses dimensions réelles, marque ainsi les demi-secondes sur le noir de fumée, en se déplaçant alternativement à droite et à gauche.

Le style du milieu sert à inscrire les fractions de seconde; il est fixé à l'extrémité d'un diapason dd,d (*fig.* 458 et 459) dont il enregistre les vibrations, en formant, sur le noir de fumée, une ligne en zig-zag, dont chaque trait indique une vibration simple. Le diapason est mis en vibration par deux électro-aimants D,D′, dont on règle la distance au moyen des vis v,v', et qui attirent et écartent les branches d,d, par intermittences régulières, en harmonie avec les vibrations naturelles de ces branches. On obtient cet accord en faisant passer le courant des électro-aimants par un interrupteur lsn (*fig.* 459) : le courant d'une seconde pile arrive en α, parcourt le fil de l'électro-aimant L, le levier à ressort l, la pointe n qui plonge dans du mercure, est conduit par les fils métalliques mmm' dans les électro-aimants D,D′, et revient à la pile par le fil β. Mais aussitôt que le courant est établi, le levier l est soulevé par l'électro-aimant L, la pointe n sort du mercure et le courant est interrompu. Les trois électro-aimants D,D′,L perdent alors leur aimantation, les branches d,d se rapprochent et vibrent par leur élasticité, et le levier l s'abaissant sous l'influence du ressort r, la pointe n s'enfonce dans le mercure. Le courant est alors rétabli, et les électro-aimants D,D′ écartent de nouveau les branches du diapason. Pour que les vibrations de ce dernier soient en rapport avec les oscillations du levier l, on modifie celles-ci, par tâtonnement, en plaçant convenablement le curseur s.

Enfin, le style de gauche est destiné à pointer l'instant du départ de l'onde et le moment de son arrivée à l'extrémité du tuyau. Ce style est commandé par un électro-aimant I (*fig.* 459), disposé comme celui de droite, et recevant le courant d'une troisième pile, par les fils δ,δ'. Nous allons voir comment se fait ce pointage.

595. Marche des expériences. — Un fil de télégraphe électrique tt' (*fig.* 460), bien isolé de la terre, s'étend tout le long du tuyau et aboutit à l'un des pôles de la pile P, dont l'autre pôle communique bien intimement avec la terre. Supposons que l'onde doive être produite par un pistolet; on tend sur la bouche du canon un fil métallique f, communiquant par un bout avec le fil télégraphique, et par l'autre avec la terre, T. Le courant de la pile est ainsi établi par le fil f, la terre, T, et passe par l'appareil enregistreur (594) placé en E, dont le style de gauche (*fig.* 459) est poussé vers la droite par l'électro-aimant I. Ce style trace une ligne droite sur la bande de papier qui marche sur le rouleau R. Quand on fait partir le pistolet, le fil f (*fig.* 460) est brisé par la bourre, le courant est interrompu, et l'électro-aimant I (*fig.* 459), cessant d'agir, le style est déplacé latéralement par son ressort de rappel, et la ligne tracée se rapproche brusquement du bord de la bande de papier. Le point où se fait ce déplacement indique l'instant de l'explosion.

Quand l'onde est fournie par de l'air comprimé, la rupture du circuit en f est produite par l'écart d'une languette que pousse l'air injecté.

L'instant de l'*arrivée* de l'onde est aussi enregistré automatiquement au moyen de diverses dispositions, dont voici une des meilleures. A l'extrémité du tuyau est adapté un tambour AmB (*fig.* 460) sur lequel est tendue une membrane mince de caoutchouc portant en son milieu un petit disque de platine m. A ce disque est soudé un fil métallique très-flexible qui communique avec la terre, en T'. Le fil télégraphique tt' se termine à une pointe émoussée, v, très-rapprochée du disque m, mais ne le touchant pas, de manière que le circuit, dont la terre fait partie entre T et T', est interrompu en m. Mais, dès que l'onde arrive en m, elle pousse la membrane, le disque m vient buter contre la pointe, et le courant est rétabli instantanément [1]. L'électro-aimant I (*fig.* 459) agissant alors, le style est

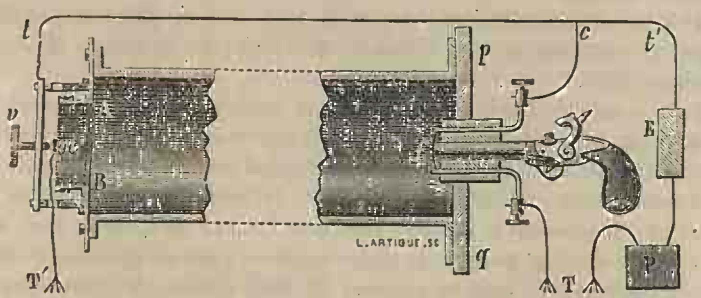


Fig. 460.

déplacé vers la droite, et la ligne tracée sur le noir de fumée s'éloigne brusquement, du bord de la bande, et marque ainsi l'instant de l'arrivée de l'onde.

Au lieu de marquer cet instant par la fermeture du circuit, M. Regnault a procédé, dans certains cas, par la rupture du courant, établi d'abord. La pointe présentée au disque de platine est alors remplacée par la lentille d'un petit pendule à fil de métal, s'appuyant sur ce disque, de manière à établir le courant, et qui en est vivement repoussé par la membrane quand arrive l'onde.

Les traits enregistrés ne sont pas effacés dans le passage entre les cylindres C,c (*fig.* 458), le dernier portant deux anneaux de peau, qui écartent le ruban de papier de sa surface. On fixe ensuite le noir de fumée en faisant passer ce ruban à travers une dissolution de 1 gramme de gomme laque dans un litre d'alcool. Il n'y a plus, pour connaître le temps qu'a mis l'onde à parcourir la longueur de la conduite, qu'à compter le nombre de zig-zags inscrits par le diapason, compris entre les marques faites au moment du départ et de l'arrivée de l'onde.

[1] La vitesse de propagation de l'électricité dans un fil métallique est de plus de 60,000 lieues par seconde.

Souvent des tubulures latérales munies de membranes permettaient de n'opérer que sur des parties plus ou moins longues de la colonne gazeuse. D'autres fois, la conduite était fermée par une plaque de tôle, sur laquelle l'onde se réfléchissait pour revenir au point de départ. Là une membrane, substituée rapidement à l'appareil qui avait produit l'onde, la recevait au retour. On pouvait ainsi enregistrer plusieurs retours successifs de l'onde, de plus en plus affaiblie. — C'est par ce moyen principalement qu'on a pu reconnaître que les membranes sont beaucoup plus sensibles que l'oreille; car, lorsqu'on cesse d'entendre le son, les membranes s'agitent encore et enregistrent l'arrivée de l'onde.

596. Résultats. — Les expériences multipliées, faites sur des ondes produites par les divers moyens que nous avons mentionnés, et dans des conduites dont le diamètre a varié de $0^m,108$ à $1^m,10$, ont conduit M. Regnault aux résultats suivants :

1° Dans une même conduite et pour la même distance parcourue, la vitesse augmente sensiblement avec l'intensité de l'onde, ce qu'indique la formule générale (591).

2° L'intensité de l'onde, dans une longue conduite, diminue à mesure que l'espace parcouru augmente, et d'autant plus rapidement que le diamètre est plus petit. De ce fait, sur lequel nous reviendrons quand nous étudierons en particulier l'*intensité* du son, on déduit que la *vitesse*, qui augmente avec l'intensité, doit diminuer à mesure que le parcours augmente. C'est en effet ce qui a lieu : ainsi, le diamètre étant de $0^m,108$, la *vitesse moyenne*, pour un parcours de 405^m, est de $326^m,66$, et, pour un parcours de 1985 mètres, de 230^m. Dans un tuyau de $1^m,10$, la vitesse de l'onde formée par un coup de pistolet, n'a pas différé sensiblement de celle de l'onde la plus faible qu'on ait pu produire; ce qui montre bien l'influence des parois. Cette vitesse dans l'air sec à 0° est de $330^m,5$.

3° La pression de l'air n'a pas d'influence sensible sur la vitesse, comme l'indique la théorie (585), du moins pour des pressions variant de $0^m,557$ à $0^m,838$. Dans ce cas, la membrane d'arrivée est recouverte à l'extérieur par une pièce de fonte dans laquelle la pression est la même que dans la conduite.

4° La loi des vitesses en raison inverse des racines carrées des densités s'est vérifiée comme *loi limite*, ne s'appliquant exactement qu'à des gaz qui suivraient rigoureusement la loi de Mariotte. Les expériences ont été faites sur l'*hydrogène*, l'*acide carbonique*, le *gaz d'éclairage*, le *protoxyde d'azote* et l'*ammoniaque*, dans une conduite de $0^m,108$ de diamètre et de 567^m de longueur. Presque tous ces gaz ont donné des vitesses qui, comparées à celle de l'air, ont été légèrement supérieures à celles qui se déduisent de la loi.

5° La *hauteur* du son et, par conséquent, la rapidité des vibrations, ne change pas pendant le parcours d'une longue conduite. Ainsi, deux diapasons à l'unisson placés aux extrémités d'une conduite de $1^m,10$ de diamètre, se font vibrer mutuellement. Un seul diapason monté sur sa caisse renforçante, à l'origine de la conduite, fermée à l'extrémité opposée, est remis en vibration par l'onde de retour, quand on l'a arrêté brusquement; l'onde qui avait parcouru deux fois la longueur de la conduite, ou, 3176^m, n'avait donc pas éprouvé de changements dans la rapidité de ses vibrations.

6° Les sons graves se propagent plus rapidement que les sons aigus. Avec deux tuyaux d'orgue à anche battante donnant la *quinte* l'un de l'autre et résonnant simultanément, le son le plus grave précéda constamment le plus aigu ; et même, quand les sons émis étaient très-brefs, le plus grave avait cessé quand le plus aigu se faisait entendre à son tour. Les sons étaient perçus par l'oreille, après avoir été renforcés à leur arrivée, par des ballons de dimensions appropriées à chacun d'eux. De ces ballons, dits *résonnateurs*, partaient des tubes se réunissant dans une petite caisse munie d'une tubulure à laquelle on appliquait l'oreille. Un des tuyaux à anche donnant 256 vibrations simples par seconde, et dont le son était accompagné de plusieurs autres plus faibles dits *sons harmoniques*, ayant été mis en vibration pendant un instant très-court, le son principal arriva d'abord, puis on entendit faiblement l'octave de ce son, puis, moins faiblement, la quinte de l'octave. Il résulte de là que le *timbre* du son, qui dépend des sons faibles mélangés au son principal (632) se modifie dans le parcours d'une longue conduite.

Des expériences ont aussi été tentées avec les sons de la voix, mais elles n'ont donné que des résultats incertains.

597. Expériences dans l'air libre. — M. Regnault a aussi mesuré la vitesse du son dans l'air libre, au moyen de coups de canon réciproques, et en supprimant l'intervention de l'observateur, par l'emploi des appareils marqueurs qui lui avaient servi pour la propagation dans les conduites. Ces nouvelles expériences ont été faites au polygone de Satory, sur une distance de 2470^m. Le mouvement de la membrane qui devait enregistrer le moment de l'arrivée de l'onde était tellement subit, que le courant ne s'établissait pas, et il fallut employer la méthode par rupture du circuit (595). Les coups croisés étaient produits presque simultanément, afin que la température, l'état d'humidité et la direction du vent fussent les mêmes pendant les deux transmissions en sens inverse. Ces données se déduisaient des observations faites aux deux stations extrêmes, dont on prenait la moyenne.

M. Regnault a déduit de 167 déterminations faites en 15 journées différentes, et dans des conditions atmosphériques variées, le nombre 330^m,7 pour la vitesse du son dans l'air sec et à 0°. Ce nombre est à peine supérieur à la valeur 330^m,5, trouvée dans la conduite de 1^m,10 de diamètre, et ne diffère pas sensiblement de la vitesse trouvée en 1822 par les membres du bureau des longitudes (588).

598. Expériences de M. Le Roux[1]. — Pendant que M. Regnault poursuivait les remarquables expériences dont nous venons de nous occuper, M. F.-P. Le Roux, frappé de l'impossibilité de connaître la température de l'air entre deux stations situées sur des hauteurs, eut l'idée d'opérer dans un tube assez court pour qu'on pût y établir une température demandée, et en employant, pour

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XII, p. 345 (1867).

mesurer le temps, un chronoscope spécial, donnant le $\frac{1}{5000}$ de seconde, et dont voici le principe. Une barre de bois verticale, chargée d'un poids de 25 kil., tombe librement au moment du départ de l'onde. Ce moment est indiqué par une *étincelle d'induction* partant d'un bouton fixe, et marquant un point sur une bande argentée et iodurée appliquée contre une des faces de la barre. Une seconde étincelle part au moment de l'arrivée de l'onde à l'extrémité du tube, et marque un second point sur la barre, qui a descendu pendant le déplacement de l'onde. De la distance entre les deux points on déduit, en s'appuyant sur les lois de la chute des corps, le temps écoulé entre les instants où ils ont été marqués.

Le tube, en zinc, a $0^m,07$ de diamètre et 73^m environ de longueur; il est replié sur lui-même, de manière que ses deux extrémités sont près l'une de l'autre, et est plongé dans une auge de zinc de 36^m de longueur, remplie d'eau à une température connue. Les extrémités, qui sont hors de l'eau, sont fermées par des membranes très-minces de caoutchouc. On frappe sur l'une d'elles, au moyen d'un marteau suspendu d'une manière spéciale, il se produit une onde, et la secousse fait ouvrir un circuit parcouru par un courant et dans lequel se trouve comprise une *bobine d'induction*, qui donne une étincelle au moment de la rupture du circuit. Quand l'onde arrive au bout du tube, la membrane d'arrivée reçoit une impulsion qui fait aussi ouvrir un circuit, d'où résulte la seconde étincelle. M. Le Roux a trouvé par ce moyen le nombre $330^m,6$ pour la vitesse dans l'air sec à la température de 0°, nombre d'accord avec ceux de M. Regnault et des membres du bureau des longitudes.

Nous aurons occasion d'indiquer plus tard divers moyens indirects de mesurer la vitesse du son dans les gaz, mais moins précis que la plupart des méthodes que nous venons de passer en revue.

599. Vitesse du son dans les liquides. — La vitesse du son dans les liquides est beaucoup plus grande que dans les gaz, leur retour au volume primitif se faisant très-rapidement, parce que leur résistance à la compression est très-énergique. Cette vitesse est donnée par une formule due à Laplace, et qui convient également aux solides, et même aux gaz. Cette formule peut se trouver par la même méthode que celle de Newton (585); pour l'établir, il faut supposer qu'il n'y a de déplacements des molécules que suivant la direction de la propagation, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de réaction moléculaire latéralement.

Soit l, la quantité dont se raccourcit une colonne cylindrique égale à l'unité, de la substance considérée, comprimée par les deux bouts par une force égale à son propre poids, et supposons une compression développant une force de ressort représentée par φ. Cette force se mesure par la quantité de mouvement produite en 1^s, c'est-à-dire par le produit, par la masse ébranlée, du chemin parcouru en 1^s. Or cette masse est ici représentée par l'accroissement de densité de toutes les tranches traversées par la compression φ. Cette augmentation est égale à $ld : P$ pour l'unité de charge, et à $ld\varphi : P$ pour la charge φ; d représentant la densité de la substance, et P le poids d'une colonne de longueur et de section égale à l'unité. On a donc

$$\varphi = \frac{ld\varphi}{P} v \times v; \quad \text{d'où} \quad v^2 = \frac{P}{ld}, \quad \text{et} \quad v = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad [1]$$

en remplaçant P par sa valeur gd.

On peut écrire autrement cette formule, en remplaçant l par sa valeur. Soit c la compressibilité du liquide pour une atmosphère, ou pour la pression d'une colonne de mercure de $0^m,76$[1]. La colonne x du liquide considéré qui produirait la même compression serait donnée, en représentant par d et Δ les densités du liquide et du mercure, par la proportion

$$d : \Delta = 0,76 : x; \quad \text{d'où} \quad x = \frac{0,76\,\Delta}{d},$$

Une colonne de 1^m de liquide produirait la compression $c : x;$ on a donc

$$l = \frac{c}{x} = \frac{cd}{0,76\Delta}; \quad \text{d'où} \quad v = \sqrt{\frac{0,76\Delta g}{cd}} \quad [2]$$

en remplaçant dans la formule [1], l par sa valeur[2].

Dans le cas de l'eau, la compressibilité est $c = 0,00005$, et la formule [2] donne $v = 1420^m$, à la température de 4^o.

600. Mesure directe de la vitesse du son dans l'eau. — Les premières expériences sur ce sujet sont dues à Beudant, qui trouva, à Marseille, que le son parcourait dans l'eau de mer, environ 1500^m par seconde.

En 1827, Colladon et Sturm ont mesuré la vitesse du son dans l'eau douce, sur le lac de Genève. Dans un bateau était suspendue une cloche (*fig.* 461) plongeant complétement dans l'eau. Un marteau m venait frapper la cloche à un moment indiqué à un observateur éloigné, par l'inflammation d'un petit tas de poudre p, sur lequel une lance à feu f était portée instantanément par le mouvement imprimé au manche du marteau. Cet observateur, placé sur un autre bateau solidement amarré à une distance de 13487^m de la cloche, percevait le son transmis, au moyen d'une caisse de tôle mince oc remplie d'air, présentant une surface plane, c, du côté d'où venait le son, et dont l'extrémité o était engagée dans le conduit de l'oreille. Le temps écoulé entre l'apparition de la flamme et l'arrivée du son fut en moyenne de $9^s,4$; d'où l'on conclut que la vitesse du son dans l'eau est de 1435^m, ou environ 4 fois et demi la vitesse dans l'air.

[1] Nous avons vu que la compressibilité linéaire, due à un effort exercé seulement suivant la longueur, est égale à la variation de volume qui résulte d'un effort exercé sur tous les points de la surface (507).

[2] La formule [2] s'applique évidemment aux gaz, en supposant que la densité d soit prise à 0^o et à la pression de $0^m,76$.

La différence entre ce nombre et celui que donne la formule de Laplace (599), est assez petite pour qu'on puisse l'attribuer aux erreurs des observations, et à celles qui affectent les données que contient la formule. On conclut de là que la chaleur dégagée par la compression de l'eau est trop faible pour avoir une influence sensible sur la vitesse du son. Or, l'expérience prouve, comme nous le verrons plus tard, que des compressions très-fortes ne dégagent dans les liquides que des quantités de chaleur à peine appréciables. On pourra donc calculer la vitesse dans les liquides dont on connaîtra la compressibilité, au moyen de la formule de Laplace.

601. Vitesse du son dans les solides. — La vitesse du son dans les solides est beaucoup plus grande que dans l'air. Les premiers essais ont été faits, en 1793, par Wünsch, au moyen d'une longue série de lattes de bois, puis par Hafn, à Copenhague, sur un fil de lin tordu, de 200^m environ, dont il serrait un bout entre les dents, pendant qu'un aide frappait sur une cuiller d'argent

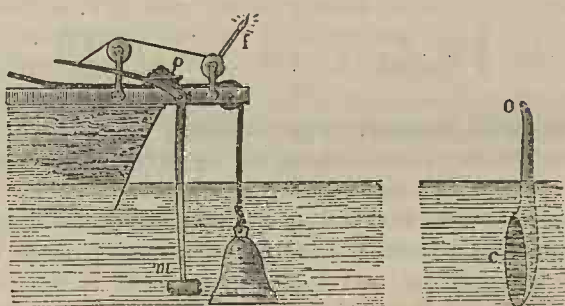


Fig. 461.

suspendue à l'autre extrémité. Biot et Martin ont mesuré la vitesse dans la fonte de fer, sur une longueur de 951^m, au moyen de tuyaux dont l'eau avait été retirée. Un timbre était suspendu à un anneau de fer engagé dans l'une des extrémités ; quand on le frappait, l'observateur placé à l'autre extrémité entendait deux sons, le premier, transmis par le métal, et le second, par l'air intérieur. Le temps écoulé entre les moments d'arrivée des deux sons, était de $2^s,5$; on avait donc, en appelant v et x les vitesses du son dans l'air et dans la fonte, $\frac{931}{v} - \frac{931}{x} = 2^s,5$. D'où l'on tire en prenant v égal à 337^m à peu près, $x = 10,5 \times v = 3538^m$. La vitesse dans la fonte est donc environ 10 fois et demie celle qui a lieu dans l'air. Ce résultat n'est qu'approximatif à cause des rondelles de plomb qui réunissaient les tuyaux les uns aux autres, et qui devaient avoir une influence sensible sur le résultat.

Hassenfratz a aussi fait des expériences sur la vitesse du son dans la pierre : un aide frappant des coups sur les parois des galeries des carrières qui s'étendent sous Paris, il évaluait le temps écoulé entre l'arrivée du son transmis par la pierre et l'arrivée du son transmis par l'air des galeries.

MM. Breguet et Wertheim ont mesuré la vitesse du son dans le fer, au moyen des fils télégraphiques du chemin de fer de Versailles (rive droite). Les observateurs, placés à 4050^{m} l'un de l'autre, étaient munis de chronomètres à pointage bien réglés; l'un d'eux frappait un coup de marteau sur un poteau tendeur, à un instant qu'il marquait sur son chronomètre, et l'autre marquait l'instant où il entendait le son transmis par le fil de fer. En faisant des expériences réciproques, on se mettait à l'abri des erreurs provenant de la différence des chronomètres. On a trouvé ainsi le nombre 3485^{m}.

La formule de Laplace (599) convient aussi aux corps solides. On peut donc calculer la vitesse du son dans ces corps, quand on connaît leur coefficient d'élasticité k (501), c'est-à-dire la quantité dont s'allonge l'unité de longueur d'une barre de la substance considérée, chargée par son propre poids.

Nous décrirons, dans le chapitre suivant, des méthodes qui permettent d'évaluer indirectement la vitesse du son dans les corps *solides* et dans les divers *liquides*, en n'opérant que sur de petites quantités de matière, et nous verrons que, pour ces sortes de corps, *cette vitesse n'est pas la même dans une colonne cylindrique, et dans un milieu indéfini*.

III. Réflexion du son. — Écho.

602. Réflexion dans une colonne cylindrique. — Quand un ébranlement transmis par un milieu élastique arrive à la surface qui le sépare d'un second milieu de densité et d'élasticité différentes, cet ébranlement en produit deux autres, l'un qui passe outre et se propage au delà de la surface de séparation, et l'autre qui revient du même côté de cette surface. Ce dernier mouvement constitue le phénomène de la *réflexion* du son, quand il s'agit de vibrations sonores.

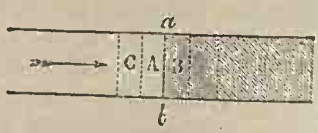


Fig. 462.

Pour expliquer la réflexion du son, nous allons d'abord considérer une colonne cylindrique indéfinie contenant deux substances différentes séparées l'une de l'autre par une surface plane ab (*fig.* 462) perpendiculaire à l'axe de la colonne, et nous considérerons les compressions ou dilatations élémentaires dans lesquelles les ondes sonores sont décomposées. Il y a plusieurs cas à examiner :

1° Supposons que le second milieu élastique B résiste plus à la compression que le milieu C, et soit une compression infiniment petite φ, transmise par le milieu C, et arrivant à la surface de séparation ab. Quand la tranche A, contiguë à cette surface, aura reçu la compression φ, elle réagira pour reprendre sa pression primitive et comprimera la première tranche B du corps solide; mais, comme cette dernière cède beaucoup moins à la compression que le gaz, la majeure partie de la détente de la tranche A se fera du côté C, et la tranche C sera, non-seulement ramenée à l'état d'équilibre, mais encore comprimée par la partie de la détente qui n'a pu se faire du côté B. Cette compression, moindre que celle que la tranche A avait reçue, voyagera dans la direction AC. En même temps, la compression reçue par la tranche B se propagera dans le corps solide; mais elle sera moindre que si toute la détente de la tranche A s'était faite du côté B. — Si d'autres compressions ou dilatations succèdent à la compression ç, celle qui revient sur ses pas les croisera sans les modifier et sans en être modifiée, d'après le principe de Bernouilli (581).

Si c'est une dilatation qui arrive en A, la surface *ab*, soumise à une pression moindre qu'auparavant, s'avancera dans la tranche A, par l'élasticité de la tranche B, mais d'une quantité trop petite pour ramener la tranche A à l'état d'équilibre. La tranche C va donc se dilater de nouveau, mais moins que si la surface *ab* était fixe, et cette dilatation se propagera en retour, pendant qu'une faible dilatation se transmettra dans le corps solide B.

Les choses se passent comme dans une série de billes élastiques, dont la dernière serait fixe, ou plus difficile à comprimer que les autres; on verrait la première revenir sur ses pas, après avoir frappé celle qui la suit.

On a une image de la réflexion d'un mouvement ondulatoire contre un obstacle très-résistant, dans ce qui se passe quand une ondulation formée sur l'eau rencontre, dans une direction perpendiculaire, un mur vertical; on voit l'ondulation revenir sur ses pas, après la rencontre. — On peut encore tendre une longue corde entre deux poteaux, et la frapper d'un coup sec, près de l'un des points d'attache; on voit alors la dépression produite marcher vers l'autre extrémité, puis se transformer en une élévation qui revient en sens inverse. Le changement de direction dans les mouvements des parties de la corde, qui, après la réflexion, s'élèvent au lieu de s'abaisser, représente le changement qui se produit, réellement, dans le sens du mouvement des molécules du milieu qui propage le son; car les molécules, qui éprouvent un petit déplacement vers la surface réfléchissante, pendant le passage d'une compression, en éprouvent un en sens inverse, après la réflexion.

2° Supposons que le second milieu cède plus facilement à la compression que le premier, comme lorsqu'il s'agit d'une colonne solide B (*fig.* 462), suivie d'une colonne d'air C. Quand une condensation arrivera à la surface de séparation des deux milieux, la détente de la tranche B comprimera la tranche A, et celle-ci se détendra à son tour, pour retenir à l'état de repos les molécules de la tranche B, en détruisant leur vitesse acquise. Mais, comme la détente de la tranche A se fait moins vivement que celle de B, ainsi que l'atteste la moindre vitesse du son dans les gaz, les molécules de B dépasseront la position d'équilibre, cette tranche se trouvera dilatée, et cette dilatation se propagera en retour dans la colonne B. L'ébranlement reviendra donc sur ses pas, après avoir rencontré la surface de séparation, avec cette circonstance particulière qu'*une compression sera* *transformée en dilatation*. Cette dilatation sera un peu moindre que la compression, à cause de l'effet de la détente de la tranche A, et celle-ci propagera dans le second milieu, la compression qu'elle aura reçue.

De même, une *dilatation* se réfléchira *en se transformant en une compression*. En effet, la tranche B étant dilatée par sa détente dans la tranche précédente, ses dernières molécules vont se précipiter sur les autres, pour ramener la densité à sa valeur primitive; mais, comme elles ne sont pas retenues du côté A par l'élasticité de tension du milieu C, elles dépasseront la position d'équilibre, en vertu de la vitesse acquise, et se presseront les unes sur les autres, en produisant une compression qui se propagera dans la colonne d'où est venue la dilatation considérée.

603. 3º Il est encore un cas qui se rapproche de celui que nous venons d'examiner; c'est celui d'une colonne d'air renfermée dans un long tuyau ouvert à son extrémité. Supposons qu'une condensation arrive à la dernière tranche renfermée dans ce tuyau. Cette tranche, en se détendant en arrière, ramènera au repos les molécules de la tranche précédente, et, en se détendant en avant, comprimera la première tranche *indéfinie* de l'air extérieur. Cette tranche indéfinie cédera latéralement, et quand elle se détendra, une partie de la détente se portant à l'extérieur du tuyau, ce qui en restera en dedans ne pourra suffire pour retenir au repos les molécules de la dernière tranche contenue dans le tube. Ces molécules continueront donc à s'écarter, et il en résultera une dilatation qui se propagera en arrière dans la colonne. — De même, une dilatation produira une condensation; car les molécules de l'air extérieur, qui se précipiteront dans la dernière tranche dilatée, ne viendront pas seulement des parties situées à l'extérieur, sur le prolongement du tube, mais aussi des parties latérales; de sorte que les molécules de la dernière tranche contenue dans le tube seront, non seulement ramenées à la pression primitive, mais encore rapprochées au delà de la position d'équilibre, ce qui produira une condensation qui se propagera dans le tube. — Ce résultat se vérifie par l'expérience; Biot a constaté que les sons lui revenaient, quand il parlait à l'une des extrémités d'un tuyau de 951^m dont l'autre extrémité était ouverte. On observe le même phénomène dans les tunnels dont l'extrémité s'ouvre dans un mur perpendiculaire et suffisamment étendu.

Quand, au lieu de compressions ou dilatations élémentaires, on considère des ondes sonores, il résulte du croisement des ondes directes avec celles qui sont réfléchies, des phénomènes particuliers que nous étudierons en traitant des vibrations des colonnes d'air.

604. Réflexion dans un milieu indéfini. — Considérons maintenant le cas d'ondes à surface sphérique, dont le centre est en S (*fig*. 463), et qui viennent rencontrer obliquement une surface plane aO, qui sépare deux milieux différents. Il résulte du calcul mathématique, et cela se conçoit du reste, d'après ce qui précède, que, si une suite d'ébranlements arrive à la surface de séparation de deux milieux élastiques différents, chaque point de cette surface devient le centre de deux systèmes d'ondes sphériques, les unes transmises dans le second milieu, au delà de la surface de séparation, les autres qui se propagent dans le premier, et donnent le son réfléchi. C'est là le *principe d'Huyghens*.

Considérons maintenant une surface d'onde incidente bm, dont le centre est en S. Dès qu'elle rencontre le point b, ce point devient un centre d'ébranlement d'où part une onde sphérique, dont la surface est parvenue à la distance $bp = ma$, quand l'onde bm est arrivée en a. Lorsque l'onde arrive en cm', le point c produit aussi une onde sphérique, dont le rayon est cq égal à $m'a$, quand l'onde incidente arrive en a. En ce moment les différents points de la surface ab ont donné naissance à des ondes sphériques, dont le rayon va en augmentant de a en b. Ces surfaces sphériques, prolongées au-dessous de ab, sont tangentes à la surface sphérique an, dont le centre est en S; car on a $cq' = am'$, $bp' = ma$, etc. Si donc nous prenons le point S' symétrique du point S par rapport au plan aO, et si nous décrivons une surface sphérique an' ayant pour rayon S'a, elle sera tangente extérieurement aux sphères cq, bp....., et représentera la surface de l'*onde réfléchie*.

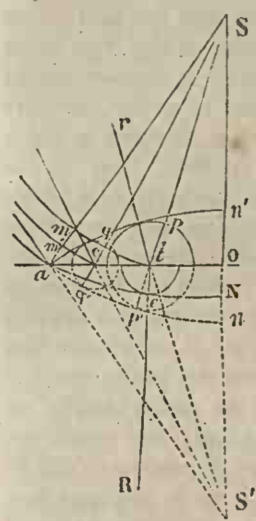


Fig. 463.

Si la surface ao n'est pas plane, il suffira de considérer chacun de ses éléments plans infiniment petits, pour chacun desquels on fera la construction qui précède.

605. Lois de la réflexion. — On nomme *rayon incident* un rayon sonore Sb (*fig.* 463), avant sa rencontre avec la surface de séparation des deux milieux, et *rayon réfléchi*, tout rayon, tel que cr, parti, après réflexion, d'un point de cette surface. L'*angle d'incidence* est l'angle que fait le rayon incident avec la normale à la surface de séparation; et l'*angle de réflexion*, celui que fait le rayon réfléchi avec cette même normale.

Cela posé, les lois de la réflexion sont les suivantes : 1° *l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion; 2° le rayon sonore incident et le rayon réfléchi sont dans un même plan avec la normale à la surface.*

En effet, soit Sb (*fig.* 463) un rayon incident, et br le rayon réfléchi correspondant; rayon normal à la surface de l'onde réfléchie, et dont le prolongement passe, par conséquent, par le point S'. La droite aO étant perpendiculaire au milieu de SS', les angles SbO et rba sont égaux, comme égaux à un troisième S'bO. L'angle d'incidence et l'angle de réflexion, qui en sont les compléments, sont donc aussi égaux. De plus, les rayons incident et réfléchi sont dans le plan S'bS qui contient la normale à aO.

Les lois de la réflexion peuvent être vérifiées indirectement par l'expérience, en déduisant diverses conséquences de ces lois, et cherchant si l'expérience les vérifie. Or, il résulte des lois que, si l'on produit un son à l'un des foyers f (*fig.* 464) d'un ellipsoïde de révolution, tous les rayons sonores *fa*, *fc*, *fe*, après s'être réfléchis sur sa surface, iront se croiser à l'autre foyer, *f′*, où le son sera plus intense que partout ailleurs. Il existe des salles dont la voûte présente ainsi la forme d'un ellipsoïde; si l'on parle très-bas à l'un des foyers *f*, un observateur placé à l'autre foyer *f′* entend les paroles prononcées, tandis qu'une personne placée tout près de celle qui parle ne peut rien entendre. Nous citerons, comme exemple, une des salles du musée des Antiques, au Louvre.

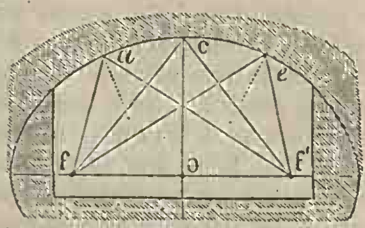


Fig. 464.

Si nous considérons la surface concave d'un paraboloïde de révolution, il résulte des propriétés de la parabole que tous les rayons sonores arrivant parallèlement à son axe, devront, après la réflexion, se croiser au foyer; et, réciproquement, les rayons sonores partis du foyer, devront, après s'être réfléchis, marcher parallèlement à l'axe. Ces deux résultats se vérifient par l'expérience : on place deux miroirs paraboliques *m*, *m′* (*fig.* 465) en face l'un de l'autre, à une distance de 5 ou 6 mètres, et l'on place au foyer *s* de l'un d'eux une montre dont le mouvement produit un faible bruit; les rayons sonores partis de *s*, se réfléchissent sur le miroir *m*, marchent ensuite parallèlement à l'axe commun des deux miroirs, se réfléchissent sur le second *m′*, et viennent se croiser à son foyer *o*. Là, le son est plus intense que partout ailleurs, et, en y

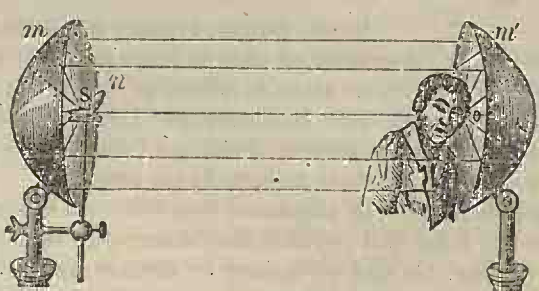


Fig. 465.

plaçant l'oreille, on entend distinctement le battement de la montre; tandis que, en dehors du foyer, on ne peut rien entendre. D'après MM. Mach et Fischer, qui ont fait beaucoup d'expériences de ce genre, les sons les plus aigus, c'est-à-dire dont l'onde est la plus courte, s'entendent le plus facilement après la réflexion.

On explique souvent, par la réflexion des rayons sonores, les effets du *porte-voix* et du *cornet acoustique*. Mais nous verrons plus loin que la réflexion ne joue aucun rôle dans ces instruments, dont le jeu dépend d'une tout autre cause.

606. Écho. — On appelle *écho* la répétition d'un son, réfléchi par un obstacle suffisamment éloigné. On nomme *centre phonique*, le point où le son est produit; et *centre phonocamptique*, le lieu où il est réfléchi.

Soit a (*fig.* 466) la position de l'observateur, et s le point où se produit un son de courte durée. Ce son arrivera directement en a, après un nombre de secondes $t = \frac{1}{337}\,\overline{sa}$, puisque le son parcourt 337^m par seconde; tandis que le son réfléchi contre l'obstacle R, ayant à parcourir l'espace $sR + Ra$, n'arrivera qu'après un temps $T = \frac{1}{337}(sR + Ra)$. Si la différence $T - t$ est assez grande pour que le commencement du son réfléchi arrive après qu'il a cessé d'entendre le son direct, l'observateur distinguera deux sons séparés, et il y aura *écho*. Si ces deux sons empiètent l'un sur l'autre, le son direct sera prolongé, et il y aura seulement *résonnance*. On voit que le résultat dépend de la durée du son produit, et de la différence entre les distances sa et $sR + Ra$.

Si la différence $T - t$ est suffisamment grande pour que, dans cet intervalle, on puisse prononcer plusieurs syllabes, l'écho sera *polysyllabique*. On peut généralement prononcer quatre syllabes par seconde, en articulant nettement. Si donc $T - t$ est égal à une seconde, ce qui suppose que $sR + Ra - sa = 337^m$, on pourra prononcer quatre syllabes, qui seront aussitôt répétées par l'écho. Quand on aura

$$sR + Ra - sa = \tfrac{1}{4}\,337^m = 84^m,$$

l'écho sera monosyllabique;

car on aura $\qquad T - t = \frac{1^s}{4}.$

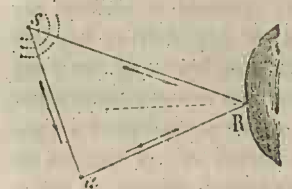


Fig. 466.

Le plus souvent, le point s et le point a se confondent, c'est-à-dire que l'observateur est placé au centre phonique; alors t et sa sont nuls, et l'écho peut répéter autant de syllabes qu'il y a de fois 42^m dans la distance de l'observateur au centre phonocamptique. Lorsque l'on émet un son très-bref, au lieu d'une syllabe articulée, il suffit que l'obstacle soit à une distance de 18^{m} pour que le son réfléchi se distingue du son émis.

Il y a des *échos multiples* ou *polyphones*, c'est-à-dire qui répètent plusieurs fois le même son. Il faut qu'il y ait alors deux obstacles, au moins, sur lesquels le son se réfléchisse. Les sons qui arrivent les derniers sont les plus faibles, puisqu'ils ont parcouru un plus long chemin, et que l'intensité du son diminue quand la distance parcourue augmente.

Les obstacles qui produisent les échos peuvent être des édifices, des rochers, des arbres, présentant une portion de surface dirigée de manière que des rayons réfléchis passent par l'oreille de l'observateur. Si ce dernier émet lui-même le son, il faut ordinairement que l'on puisse mener une perpendiculaire, du lieu où il se trouve, en quelque point de la surface réfléchissante. Les angles rentrants des édifices produisent souvent des échos, par une double réflexion sur les deux faces qui se coupent. Les aéronautes entendent leur voix renvoyée par le sol. Les nuages peuvent aussi produire des échos : dans les expériences des membres du bureau des longitudes (588), le bruit du canon était accompagné d'échos, quand quelque nuage se montrait accidentellement. — Enfin, un écho peut se former en dedans, à l'ouverture d'un tuyau ou d'une galerie (603).

On remarque que les échos s'entendent surtout le soir ou pendant la nuit, et quand l'air est calme; c'est que les sons parviennent plus loin, dans ces circonstances, comme nous le verrons plus tard. On peut cependant retrouver l'écho pendant le jour, au moyen de sons très-intenses, par exemple, en parlant avec un *porte-voix*, ou en tirant une arme à feu. Le bruit du canon est presque toujours accompagné d'échos, qui se forment, soit sur des obstacles placés à la surface de la terre, soit sur des nuages. Les échos se rencontrent fréquemment dans les vallées profondes, dont la conformation est favorable à l'intensité du son, comme il sera dit plus loin.

Le timbre du son émis est quelquefois modifié dans la réflexion. C'est que les sons sont ordinairement composés de plusieurs autres, de *hauteur* différente, et qui sont réfléchis en perdant inégalement de leur intensité, de manière que celui qui domine dans l'écho peut n'être pas celui qui dominait dans le son incident. Il peut arriver aussi que les corps situés au centre phonocamptique entrent en vibration sous l'influence des ondes incidentes. Ils engendrent alors des sons nouveaux qui se mêlent aux sons réfléchis et en modifient le plus souvent le timbre.

Échos remarquables. — Gassendi cite un écho situé près du tombeau de Métella, et qui répète huit fois un vers de l'Énéide. Kircher parle d'un écho, qu'il a observé au château de Simonetta, en Italie, entre deux ailes de bâtiment parallèles, et qui répète quarante à cinquante fois le bruit d'un pistolet; Monge a eu l'occasion de vérifier le fait. Près de Coblentz, au bord du Rhin, il existe un écho qui répète dix-sept fois le même mot. Robert Plot fait mention d'un écho, situé dans le parc de Woodstock, province d'Oxfort, en Angleterre, qui reproduit dix-sept fois un son pendant le jour, et vingt fois, pendant la nuit. A trois lieues de Verdun, on trouve un écho qui répète douze ou treize fois un son; le son est réfléchi par deux tours, entre lesquelles il faut se placer, et qui sont distantes de 50^m environ.

M. A. Guillemin cite un écho, situé près du château de Rosneath, en Écosse, qui répète plusieurs fois l'air d'une trompette, successivement sur des tons de plus en plus bas. Cet écho se produit sur un lac entouré de collines et de bois. S'il n'y a pas quelque illusion, ces effets singuliers pourraient s'expliquer par la modification du son dans la réflexion par les causes que nous avons indiquées ci-dessus. Mais il faudrait avant tout évaluer, dans chaque répétition, le nombre de vibrations par seconde d'une même note de l'air.

On observe des échos multiples sous les arches des grands ponts, surtout sous les ponts suspendus, dont les piles sont très-éloignées les unes des autres. Si l'on émet un son, en se plaçant près d'une des piles, on entend des échos au nombre de 5 ou 6, séparés par des intervalles égaux, et produits par la réflexion alternative sur les deux piles opposées.

607. Résonnance. — Quand un son réfléchi empiète sur le son direct, comme cela a lieu quand le centre phonocamptique est peu éloigné, il y a *résonnance;* le son direct est renforcé par sa coïncidence partielle avec le son réfléchi, mais il peut devenir confus, par la prolongation qu'y apporte ce dernier, comme cela se remarque dans les grands édifices, les églises. Dans une chambre, les sons, réfléchis par les parois, arrivent à l'oreille presque en même temps que les sons directs, qui se trouvent renforcés tout en conservant leur netteté. C'est pourquoi la voix s'entend mieux dans une chambre qu'en plein air. Les corps mous, les draperies, rendent un espace *sourd;* parce que la réflexion ne se fait pas sur ces sortes de corps, qui, cédant aux compressions ou aux dilatations qui se présentent, ne peuvent renvoyer les ondes. Ces substances agissent sur le son, comme sur la lumière les surfaces noires, qui rendent sombre l'intérieur d'une chambre. Il y a donc avantage à tendre des draperies dans les grandes enceintes où la résonnance est si incommode. La présence d'un nombreux auditoire produit souvent le même effet. Si les murs étaient garnis de substances élastiques capables de vibrer par communication, l'intensité du son serait augmentée, en même temps que le timbre pourrait en être modifié.

La résonnance est quelquefois très-prononcée. Quand on est sur un bateau à vapeur à roues, on entend un grand bruit, au moment où il passe près d'une pile de pont, qui renvoie le bruit produit par les roues. Sur une locomotive lancée à grande vitesse, ou même sur un wagon, on entend, au moment où l'on passe sous un pont une sorte d'explosion provenant de la réflexion sur les culées, du bruit intense produit pendant la marche.

La nature de la surface réfléchissante a une grande influence sur l'intensité de la résonnance, comme nous l'avons dit plus haut. L'eau a la propriété de la produire à un haut degré : par exemple, Cagniard de la Tour a remarqué que, dans un puits, la résonnance est bien plus prononcée quand il y a de l'eau, que lorsqu'il n'y en pas. Il a pu faire des expériences comparatives sur deux silos identiques, mais dont l'un contenait un peu d'eau : ce dernier était beaucoup plus sonore que l'autre, et les sons y persistaient beaucoup plus longtemps. Sous les arches des ponts, la résonnance est aussi beaucoup plus prononcée quand il y a de l'eau.

La surface unie de l'eau favorise donc la réflexion des rayons sonores, surtout de ceux qui font un angle très-aigu avec cette surface; c'est pour cela qu'on se fait entendre facilement d'un bord à l'autre d'une large rivière en parlant très-près du niveau, et que la voix des bateliers retentit avec tant de force quand ils sont sur des bateaux peu élevés. Colladon et Sturm ont reconnu, lors de leurs expériences sur la vitesse du son dans l'eau, qu'il en est encore ainsi quand un rayon sonore venant de l'intérieur rencontre la surface sous un angle très-aigu. Ainsi, un observateur placé hors de l'eau, à peu de distance d'un centre phonique situé à une certaine profondeur, entend bien le son produit, mais à mesure qu'il s'éloigne dans une direction horizontale, l'intensité baisse rapidement, ce qui indique que la portion du son qui sort de l'eau va en diminuant; et il finit par ne plus rien entendre. Si alors l'observateur enfonce, à une profondeur suffisante, l'appareil *oc* (*fig.* 461), il perçoit distinctement le son réfléchi en dessous par la surface de l'eau.

608. Applications aux salles de réunion. — Dans la construction des théâtres, salles de concert, amphithéâtres de cours, etc., il faut observer certaines conditions d'acoustique nécessaires à l'audition nette de la parole, ou à la perception de toutes les nuances des sons musicaux. Ces conditions dépendant de la forme, des dimensions et des proportions de l'enceinte, il est impossible de poser des règles absolues. On peut cependant formuler des indications générales, pour les cas les plus ordinaires.

Supposons d'abord qu'il s'agisse d'entendre la voix parlée. Si l'espace n'est pas trop vaste, la résonnance, courte alors, ne pourra qu'être favorable, les sons directs et réfléchis se superposant presque complétement. Il faudra donc conserver le pouvoir réfléchissant des murs, du plafond et du plancher et supprimer les tapis et les tentures.

Si l'enceinte est vaste, la résonnance devient nuisible, les sons réfléchis se mêlant aux sons directs émis un instant après, ce qui produit la confusion. Il faut alors disposer des tentures pour empêcher la réflexion sur les voûtes et sur les murs éloignés de l'orateur. La présence d'un nombreux auditoire est en ce cas très-favorable à la diminution d'une résonnance incommode. Dans tous les cas, le mur rapproché, situé derrière l'orateur, devra rester nu, ou être revêtu de lambris de bois dont l'élasticité concourra à renvoyer les sons.

Quant à la forme, il faut éviter les contours géométriques capables de donner des foyers, où les sons réfléchis se rassembleraient avec une intensité incommode au détriment des autres parties de l'enceinte. On a proposé cependant de donner à la paroi placée tout près et derrière l'orateur, la forme d'un paraboloïde dont il occuperait le foyer, et qui renverrait les rayons sonores réfléchis parallèlement à son axe, dans tous les points de l'enceinte. Les *abat-voix* disposés souvent au ciel des chaires, par exemple en Belgique, reçoivent quelquefois une courbure parabolique avec laquelle ils renvoient mieux qu'avec une surface plane inclinée, les rayons réfléchis, vers les diverses parties de l'auditoire.

Dans les salles destinées à la musique, la résonnance, même un peu longue, est à rechercher; il faut donc supprimer les tentures, éviter les angles rentrants les ornements saillants, les enfoncements, où les sons s'éteignent après plusieurs réflexions. Un plafond uni, des murs lambrissés, un plancher léger et élastique seront très-favorables.

Dans les théâtres, la résonnance est presque totalement supprimée par la présence des spectateurs distribués à toutes les hauteurs, et par l'enfoncement des galeries, surtout de celles qui sont divisées en loges par des cloisons verticales, disposition très-nuisible à la sonorité. Une voûte surbaissée, et formée, non de toile peinte, mais de planches minces et élastiques, augmenterait notablement la sonorité.

Il est une autre cause importante de l'affaiblissement des sons dans les théâtres, c'est le défaut d'homogénéité de l'air échauffé irrégulièrement par les lumières, l'accumulation des spectateurs, et les courants variés qui se forment de tous côtés. Or, un rayon sonore éprouve une réflexion partielle à chaque passage d'une masse d'air dans une autre de densité différente (602) ; la portion qui passe outre a donc perdu de son intensité. La nappe d'air chaud qui s'élève au-dessus de la rampe illuminée, forme une sorte de rideau à travers lequel la voix des acteurs subit une perte d'intensité notable. Cet inconvénient est évité au moyen des becs de gaz à flamme renversée établis dans divers théâtres par M. Lissajous, et dont les produits de la combustion sont aspirés dans un gros tube qui les verse au dehors.

Le fait de la réflexion du son sur les gaz chauds est prouvé directement par l'expérience suivante de M. Cottrel : une cloche *c* (*fig*. 467), renfermée dans une boîte ouatée pour éviter les réflexions, envoie, dans le tube *co* des rayons sonores qui le traversent et viennent agiter et modifier une *flamme sensible* placée en *s*. Si l'on fait passer devant l'ouverture *o*, un courant de gaz incandescent venant d'une flamme *f*, une autre *flamme sensible* placée en *r*, à l'ouverture d'un second tube oblique au premier, s'agite à son tour, et la flamme *s* reste en repos; les ondes sonores ayant été réfléchies en *o* par le gaz chaud.

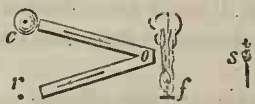


Fig. 467.

Nous allons maintenant nous occuper de propriétés du son semblables à plusieurs de celles que nous présente la lumière, mais qui demandent encore quelques expériences de détail pour que l'analogie soit complétement établie.

IV. Interférence du son, ombre sonore et réfraction du son.

609. De l'interférence du son. — Quand deux sons de même hauteur suivent la même route, ils s'ajoutent ordinairement, et l'intensité est augmentée; mais il peut arriver aussi que ces deux sons se détruisent et que le *silence* résulte de leur réunion. C'est ce qui a lieu quand, ayant les mêmes intensités, l'onde *condensante* de l'un coïncide avec l'onde *dilatante* de l'autre, comme le montre la figure 468, dans laquelle la courbe *a*, *a*, *a*... indique la série des condensations et des dilatations qui correspondent à l'un des sons, et la courbe *b*, *b*, *b*... celle qui correspond à l'autre son. Les molécules de l'air qui propage les deux systèmes d'ondes, étant sollicitées en sens contraire en chaque point, restent en repos, si les deux sons ont la même intensité et si les ondes dilatantes sont égales aux ondes condensantes. On nomme *interférence*, cette destruction de deux sons l'un par l'autre.

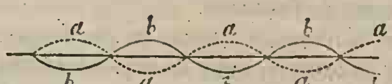


Fig. 468

Au lieu de considérer les pressions des tranches d'air, on peut considérer les vitesses des molécules en vibration; on traite alors la question par le calcul. Soient v et v' les vitesses de vibration des molécules à des distances x et x' des lames élastiques qui engendrent les ondes de même longueur, λ, des deux rayons sonores, on aura (578)

$$v = c \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{\lambda}\right); \quad v' = c \sin 2\pi \left(\frac{\theta}{t} - \frac{x'}{\lambda}\right).$$

Les constantes sont les mêmes, parce que nous supposons les sons de même intensité (578). Les deux systèmes d'ondes suivant la même route, les vitesses v et v' s'ajouteront si les lames, vibrant parallèlement, sont à la même distance du point considéré. Mais, si par un moyen quelconque, on fait en sorte que l'une des lames soit en arrière de l'autre d'un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$, de manière qu'on ait $x' = x + (2n + 1)\frac{1}{2}\lambda$, la valeur de v' sera égale à v mais de signe contraire, puisqu'on ajoutera au *sinus*, $(2n + 1) 2\pi$, et les deux vitesses se détruiront. Elles s'ajouteront quand on aura $x' = x + 2n\frac{1}{2}\lambda$.

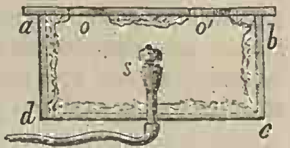


Fig. 469.

Despretz a le premier réalisé l'interférence du son. Pour obtenir deux séries d'ondes identiques, il fait parler, au moyen d'une même soufflerie, deux sifflets parallèles égaux. Une membrane couverte de sable, placée loin des sifflets et à la même distance de chacun d'eux, indique que l'air vibre fortement. Si l'on déplace la membrane latéralement, de manière que les distances aux deux sifflets soient différentes, on voit le sable s'arrêter, puis sauter, alternativement; suivant

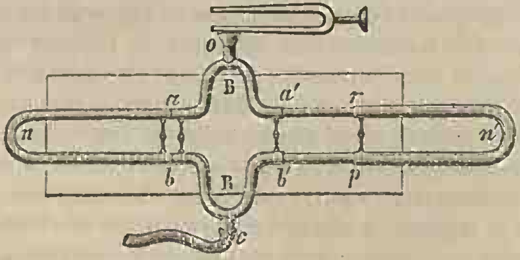


Fig. 470.

que la différence des distances aux sifflets est égale à un nombre impair, ou à un nombre pair de fois $\frac{1}{2}\lambda$.

M. P. Desains montre l'interférence du son au moyen de l'appareil (*fig.* 469). Une boîte de bois *abcd*, tapissée de ouate pour empêcher la réflexion, porte deux ouvertures égales o, o' placées à égale distance d'un sifflet s, et fermées par des membranes auxquelles le sifflet communique des vibrations identiques. Si l'on promène à une certaine distance des ouvertures o,o' et dans le plan *abcd*, une petite membrane couverte de sable, on voit ce sable sauter ou rester en repos, suivant la position de la membrane, comme dans l'expérience de Despretz. Si l'on éloigne la membrane des ouvertures o,o' ou des sifflets dans l'expérience de Despretz, de manière qu'elle reste constamment en repos, on trouve qu'elle parcourt une branche d'hyperbole dont les ouvertures ou les sifflets, forment les foyers. Il en est de même quand la membrane vibre constamment. La lumière nous présentera des phénomènes analogues, sur lesquels nous nous étendrons davantage.

J. Herschell a imaginé, pour montrer l'interférence du son, une méthode directe, qui a été appliquée, pour la première fois, par M. Quincke. Le son produit à l'orifice *o* (*fig.* 470) se partage entre les deux tubes BanbR, Ba'n'b'R, qui se réunissent en R à la tubulure *c*, où l'on perçoit les ondes combinées, soit avec l'oreille, soit au moyen d'une membrane, ou du système très-sensible des *flammes manométriques* dont nous parlerons plus loin. La branche *rn'p* peut s'enfoncer ou se retirer de manière à modifier la longueur Bn'R. Quand les espaces BnR, Bn'R parcourus par les ondes, sont égaux, elles s'ajoutent en *c*, où l'on perçoit un son intense; mais si la différence de longueur $a'r + b'p$ est égale à $\frac{1}{2}\lambda$, ou à un nombre impair de fois $\frac{1}{2}\lambda$, il y a interférence en *c*, et l'on n'entend plus rien. On peut ainsi trouver par tâtonnement la longueur de λ, et par suite calculer la vitesse du son, au moyen de la formule $v = n\lambda$ (576). Mais cette méthode est peu précise, la moindre erreur dans la mesure de λ étant multipliée par n.

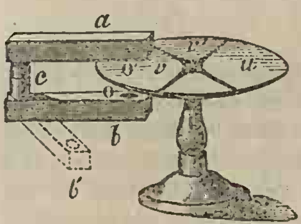


Fig. 471.

Wheatstone produit l'interférence du son, en s'appuyant sur la propriété qu'ont les colonnes d'air renfermées dans les tuyaux, de renforcer certains sons produits à l'une de leurs extrémités, en entrant elles-mêmes en vibration. Deux tuyaux de même longueur *a*, *b* (*fig.* 471), sont réunis par un troisième, *c*, composé de deux parties pouvant tourner l'une sur l'autre. Les tuyaux *a* et *b*, qui portent en dedans des ouvertures o, o', étant placés parallèlement, l'un au-dessus, et l'autre au-dessous d'une plaque que l'on fait vibrer avec un archet, on n'entend que le son de la plaque, la colonne d'air n'entrant pas en vibration. C'est que, au moment où la lame vibrante envoie une demi-onde condensée, par l'ouverture o', en s'avançant vers cette ouverture, elle produit, en s'éloignant de o, une dilatation qui se propage dans le tuyau *b*; et réciproquement, quand la lame revient sur ses pas. Or ces deux ondes opposées se détruisent, en se croisant dans la colonne *acb*. Si l'on amène le tuyau *b*, en b', la colonne d'air résonne aussitôt, parce qu'il n'existe plus qu'un système d'ondes entrant par l'ouverture o'.

Deux *ventres* consécutifs v, v' d'une plaque vibrante, c'est-à-dire deux secteurs séparés par une même *ligne nodale*, possèdent, en vibrant, des mouvements en sens inverse, c'est-à-dire que, d'un côté de la ligne nodale, les parties de la lame s'abaissent, pendant qu'elles s'élèvent du côté opposé; ce qui fait que la ligne nodale reste en repos, en faisant l'office de charnière. Il résulte de là que, si l'on place les ouvertures *o* et *o'* en face de deux ventres consécutifs *v*, *v'*, l'une au-dessus et l'autre au-dessous, la colonne d'air entrera en vibration, car les ouvertures recevront en même temps, soit des ondes condensées, soit des ondes dilatées.

Wheatstone emploie encore un tuyau bifurqué, de longueur convenable, CA (*fig.* 472), dont les branches sont ouvertes, et l'extrémité C fermée par une membrane de baudruche. Si l'on place les ouvertures des branches au-dessus de deux ventres consécutifs *v*, *v'* (*fig.* 471), qui sont animés de mouvements inverses, la colonne d'air contenue dans le tuyau ne résonne pas; tandis qu'elle entre en vibration quand les ouvertures se trouvent au-dessus de deux ventres alternes *v* et *u*, où les mouvements sont de même sens, et l'on voit le sable sauter vivement sur la membrane C.

M. Lissajous montre de la manière suivante, l'opposition des mouvements imprimés à l'air par deux ventres consécutifs. Il dispose près du disque circulaire vibrant D, un système de secteurs en carton *cc* (*fig.* 473), dont le nombre est égal à la moitié de celui des ventres. Quand les secteurs sont tournés de manière à couvrir les ventres alternatifs, le son est singulièrement renforcé. Il est beaucoup plus faible quand chacun des secteurs recouvre la moitié de deux ventres consécutifs. Il suffit d'étendre la main au-dessus d'un secteur, pour que le son soit notablement renforcé.

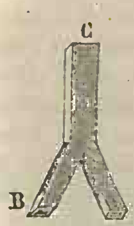


Fig. 472.

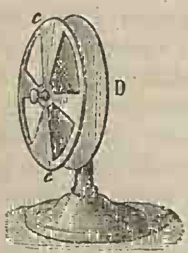


Fig. 473.

Deux tuyaux d'orgue donnant le même son, et placés à une distance l'un de l'autre moindre que la moitié d'une longueur d'ondulation, produisent moins d'effet qu'un seul. Deux instruments à cordes placés trop près l'un de l'autre dans un orchestre, et donnant exactement les mêmes sons, peuvent se nuire ou même s'annuler mutuellement; résultats dus encore à l'interférence des sons.

Les deux branches d'un diapason ayant, en vibrant, des mouvements opposés, il y a interférence partielle, ce qui explique la faiblesse du son produit quand on tient l'instrument à la main. Si l'on entoure l'une des branches d'un tuyau de carton qui ne la touche pas, le son de l'autre branche s'entend beaucoup mieux. Quand on fait tourner le diapason vibrant devant l'ouverture d'un vase de dimensions convenables pour renforcer le son, ou simplement devant l'oreille, le son éclate quand on présente à l'ouverture une des faces des branches à section rectangulaire, et ne s'entend plus quand on présente un des angles à cette ouverture. Si l'on éloigne avec précaution l'ouverture, de l'angle du diapason vibrant, on trouve, pour chacune de ses branches, une courbe sur laquelle le silence persiste. Les frères Weber ont prouvé que ces courbes sont les deux parties d'une hyperbole dont l'axe transverse va d'une branche à l'autre du diapason.

On peut enfin produire l'interférence entre deux diapasons identiques montés sur un support, en faisant vibrer chacun d'eux au moyen d'un électro-aimant (594), de manière que les vibrations aient lieu, à chaque instant, en sens opposé, c'est-à-dire que l'électro-aimant de l'un d'eux en écarte les branches, pendant que celles de l'autre diapason se rapprochent. Si l'on se place au milieu de la distance qui sépare les deux instruments, on n'entend aucun son. Mais si les mouvements vibratoires des deux diapasons se font dans le même sens, les sons qu'ils émettent ajoutent leurs intensités.

610. De l'ombre sonore. — On admet assez généralement que le son se propage derrière les obstacles, et qu'il n'existe pas d'*ombre sonore*, analogue à l'ombre formée par les corps qui arrêtent la lumière. Cela tient à ce que, le plus souvent, les obstacles placés sur la route du son, sont élastiques et le propagent à travers leur épaisseur comme les corps transparents laissent passer la lumière. Il faut donc, pour observer l'ombre sonore, avoir affaire à des obstacles non élastiques, ou présentant des masses considérables, comme des édifices, des rochers. Dans le voisinage des grands ponts, il est facile de se placer de manière à n'entendre qu'à peine les bruits qui se produisent au loin, comme ceux d'une chute-d'eau, d'un moulin. Quand, dans une rue, on entend une cloche placée latéralement sur un point élevé, souvent le son semble venir des murs opposés au centre phonique, sur lesquels le son perçu est réfléchi, tandis que le son direct est intercepté par les maisons qui se trouvent du même côté. Si l'on approche de l'oreille un diapason qui vibre, on cesse de l'entendre quand on interpose une carte. S'il n'y a pas *silence* complet dans l'ombre sonore, il y a encore, en cela, analogie avec ce qui se passe pour la lumière; car on remarque que l'*obscurité* n'est presque jamais complète dans l'ombre produite avec la lumière.

611. De la limite latérale des ondes sonores. — La lumière réfléchie sur un miroir, comme celle qui a traversé l'ouverture d'un écran, est limitée latéralement. On admet généralement qu'il n'en est pas de même du son; mais cette opinion ne nous paraît pas fondée. Remarquons d'abord que l'ombre sonore est limitée latéralement; car, si l'on dépasse la ligne qui joint le corps sonore au bord de l'obstacle, et du côté de cet obstacle, on cesse d'entendre, ou, du moins, on n'entend plus que faiblement. Les échos ne sont plus entendus quand, le centre phonique restant le même, on s'écarte de la région occupée par les rayons réfléchis. Par exemple, dès qu'on sort de dessous un pont suspendu, les rayons réfléchis, émanant d'un centre phonique placé entre deux piles, ne parviennent plus à l'oreille.

La limite latérale des ondes sonores réfléchies s'explique par l'interférence des rayons qui partent de la surface réfléchissante, en faisant un angle de réflexion différent de l'angle d'incidence. Nous renvoyons à l'optique pour le développement de cette explication, les conditions du phénomène étant les mêmes pour la lumière et pour le son.

Diffraction du son. — Voici encore un rapprochement important. Nous avons souvent observé le phénomène suivant. Si l'on se déplace à une certaine distance d'un obstacle, comme un arbre assez gros, derrière lequel se produit au loin un bruit continu, par exemple, celui d'une chute d'eau, on entend, quand l'oreille s'approche de la limite de l'ombre sonore, une succession de sons de hauteur variée, que l'on peut comparer à ces bandes irisées qui bordent l'ombre portée par un écran étroit arrêtant la lumière, et qui forment le phénomène de la *diffraction*.

612. De la réfraction du son. — Un rayon sonore qui se présente obliquement à la surface de séparation de deux milieux élastiques, se partage en deux parties dont une passe outre et se propage dans le second milieu (604). *Si la vitesse du son n'est pas la même dans les deux milieux*, le rayon sonore est dévié de sa direction en passant de l'un dans l'autre, de manière à se rapprocher de la normale à la surface de séparation, quand la vitesse est moindre dans le second milieu, et à s'en écarter, dans le cas contraire. Cette déviation constitue le phénomène de la *réfraction* du rayon sonore.

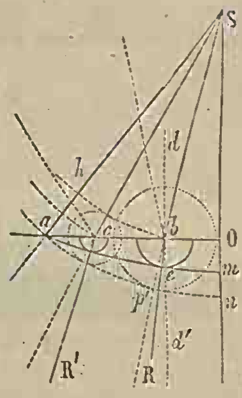


Fig. 474.

Pour nous en rendre compte, remarquons que la surface de l'onde (582) dans le second milieu, n'est pas la surface sphérique *an*, ayant son centre en S (*fig.* 474); car, si la vitesse de propagation est moindre dans le second milieu que dans le premier, l'onde envoyée par le point *b* dans le second milieu, ne sera parvenue qu'à une distance *be*, moindre que *bp'*, quand celle qui se propage dans le premier milieu sera arrivée, de *bh* en *a*. La surface enveloppe de toutes les ondes sphériques dans le second milieu, émanant des différents points de la surface *ab*, sera donc une surface *am* autre que *an*, coupant S*n* plus près du point O. Le rayon transmis *b*R, normal à la surface de l'onde *am*, sera donc plus rapproché que le rayon incident S*b*, de la normale *dd'* à la surface *a*O. On verrait de même que, si le second milieu propageait le son plus vite que le premier, les rayons s'écarteraient de la normale.

613. Expériences sur la réfraction. — On voit que le phénomène de la réfraction est une conséquence de la théorie, et les recherches de Poisson et de Green l'ont mis hors de doute. Sondhaus est parvenu à le constater par l'expérience suivante. On construit une espèce de sac *amn* (*fig.* 475), en réunissant, par un anneau métallique, deux portions *m*, *n* d'une enveloppe sphérique en collodion, ou en caoutchouc soufflé. Ce sac, quand il est gonflé, a la forme d'une *lentille*; on le remplit d'hydrogène ou d'acide carbonique, au moyen de

[1] *Ann. de Pogg.*, t. LXXXV, p. 378 (1852); et *Ann. de ch. et de ph.*, 3e s., t. XXXV, p. 505.

l'ouverture *a* et de celle qui est à l'opposé, et l'on place une montre en S, sur l'axe de la lentille, c'est-à-dire sur la droite S*r* qui passe par les centres des deux surfaces sphériques *m* et *n* qui la terminent. En portant l'oreille sur l'axe, du côté opposé, on entend distinctement le bruit de la montre, à partir d'une certaine distance de la lentille, d'autant plus petite que la montre est plus éloignée. Le son cesse d'être entendu dès qu'on enlève la lentille, ou quand l'oreille se trouve en dehors de l'axe S*r*. Les rayons sonores sont donc déviés en traversant la lentille, de manière à venir se croiser sur l'axe. Ayant remplacé la montre par un petit tuyau d'orgue à embouchure de flûte, M. Sondhaus put constater ces mêmes résultats, en mettant à la place de l'oreille le petit appareil à ouverture évasée *fc*, dont l'extrémité, relevée verticalement, est garnie en *c* d'une membrane de baudruche saupoudrée de sable fin.

M. C. Hajech a obtenu la réfraction des rayons sonores, par un moyen plus direct[1]. Un tuyau de 77mm de diamètre, fermé à ses deux extrémités par des membranes, et rempli d'un gaz ou d'un liquide, traverse le mur de séparation de deux chambres. A ce tube s'en ajuste un autre rempli d'air et terminé par une petite caisse contenant un timbre, sur lequel un mouvement d'horlogerie fait battre un marteau. L'observateur se tient dans la chambre opposée, et cherche dans quelle position il doit placer l'oreille, pour entendre le son avec le plus d'intensité.

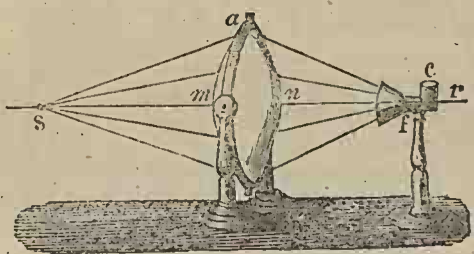


Fig. 475.

Quand les membranes sont perpendiculaires à l'axe du tuyau, l'oreille doit être sur le prolongement de cet axe; mais, si l'une d'elles est tendue obliquement, les rayons sonores sont déviés d'une quantité qui se mesure sur un arc de cercle tracé sur le plancher, et qui a son centre au pied de la verticale qui passe par le centre de la membrane intérieure. Un fil à plomb suspendu à l'oreille indique le point de l'arc qui lui correspond. De nombreuses précautions sont prises pour empêcher que le son ne parvienne à l'oreille autrement qu'à travers le tuyau. On a trouvé ainsi que la longueur du tube, la nature de la membrane (caoutchouc, collodion, mica, papier, etc.) et la hauteur du son, n'ont aucune influence sur la déviation des rayons sonores. Cette déviation dépend du rapport entre la vitesse du son dans l'air et dans le fluide que contient le tuyau, et les lois sont les mêmes que pour la réfraction de la lumière. Les expériences ont été faites en remplissant successivement le tuyau de *gaz oléfiant*, *hydrogène*, *gaz ammoniac*, *acide carbonique*, *acide sulfureux*, *eau*, *eau salée*.

[1] *Nuovo cimento*, mars 1857, et *Ann. de ch. et de ph.*, 3e s., t. LIV, 438.

§ 3. — DES QUALITÉS DU SON

I. Intensité.

614. L'intensité du son dépend : 1° des circonstances de sa production; 2° de la distance à laquelle on le perçoit; 3° des conditions de sa propagation.

1. L'intensité d'un son dépend d'abord de l'*amplitude* des vibrations du corps sonore. On le reconnaît en faisant fortement vibrer ce corps, et l'abandonnant ensuite à lui-même; on entend le son s'affaiblir à mesure que l'amplitude des vibrations diminue.

On prouve, par le calcul, que l'*intensité mécanique est proportionnelle au carré de l'amplitude,* toutes circonstances égales d'ailleurs.

L'étendue de la surface du corps vibrant a aussi une grande influence sur l'intensité. Ainsi, une corde vibrante ne produit qu'un son très-faible, parce qu'elle frappe l'air par une surface très-étroite, et que l'ébranlement, en se propageant, diminue rapidement d'intensité, par la communication qui se fait aux parties latérales de l'air. Une cloche, au contraire, se fait entendre très loin, à cause de l'étendue de la surface par laquelle elle agit sur l'air. Si un instrument à cordes produit des sons intenses, cela tient à la communication du mouvement vibratoire des cordes, à la caisse, qui agit ensuite sur l'air par de grandes surfaces.

615. Influence du milieu. — Toutes circonstances égales d'ailleurs, l'intensité du son augmente avec la densité du milieu dans lequel il est produit. Ce résultat se prouve par le calcul; on peut aussi s'en rendre compte, en observant que la masse des tranches ébranlées est proportionnelle à leur densité, et que c'est de cette masse, en même temps que des changements d'élasticité produits par les déplacements du corps vibrant, que dépend l'intensité de l'ébranlement ce qui doit se propager (585).

L'expérience vérifie ce résultat de la théorie. Hauksbée, ayant comprimé de l'air sous un récipient dans lequel se trouvait une cloche, reconnut que le son de la cloche s'entendait d'autant mieux que l'air était plus comprimé. Quand, au contraire, cet air avait été raréfié, le son devenait plus faible. Sur une haute montagne, où l'air est peu dense, le bruit d'une arme à feu mérite à peine le nom d'explosion, comme Saussure l'a constaté sur le mont Blanc, à 4800^m d'altitude. Gay-Lussac, à une hauteur de 7000^m, reconnut que sa voix était très faible. Il résulte de là qu'un son produit sur une montagne s'entend faiblement dans la plaine; tandis que le même son, produit dans la plaine, s'entend beaucoup mieux sur la montage. Les aéronautes distinguent les bruits de la terre à des hauteurs considérables. M. Glaisher entendait le sifflet des locomotives à une hauteur de plus de 7000^m, et des airs de musique à 3700^m. D'après M. Flammarion, on cesse de se faire entendre distinctement d'une hauteur de 100^m, tandis que la voix venant du sol est entendue par l'aéronaute élevé à 500^m. — Le bruit du tonnerre, celui des aérolithes qui éclatent dans les hautes régions de l'air, doivent donc être d'une intensité extraordinaire pour parvenir jusqu'à nous.

Dans différents gaz, pris à la même pression, l'intensité du son dépend d *poids spécifique*, et diminue avec cette quantité. Cela résule des expériences de Priestley, faites en remplissant de gaz le récipient d'un appareil analogue à celui de la figure 411, et a été confirmé par les expériences de Pérolle et de Chladni. Par exemple, dans l'hydrogène, le son du timbre s'entend à peine. Pilâtre de Rosier, ayant aspiré de grandes quantités de ce gaz, trouva que sa voix était faible et nasillarde. A égale densité, la nature du gaz a une influence remarquable sur le phénomène. Ainsi, Leslie a reconnu qu'en remplaçant, dans le récipient, l'hydrogène par de l'air amené par raréfaction à présenter la même densité, il entendait beaucoup mieux le son produit intérieurement.

Dans l'eau, les sons s'entendent beaucoup plus loin, à égalité d'amplitude, que dans l'air; comme l'ont constaté beaucoup d'observateurs, entre autres Colladon sur le lac de Genève. Il pensait même qu'on pourrait communiquer en mer, par le moyen d'une cloche submergée, à des distances de quelques 100 kilomètres, distances auxquelles les signaux lumineux ne peuvent parvenir. Franklin entendait à plus de 600 mètres le bruit de deux cailloux frappés sous l'eau l'un contre l'autre[1]. D'après Pérolle, le bruit d'une montre suspendue par un fil dans l'eau, s'entend à 7^m; dans l'huile, à 5^m; et dans l'alcool, à 4^m; tandis que dans l'air, on cesse de l'entendre à 3^m.

616. II. Variations de l'intensité avec la distance. — *L'intensité du son perçu varie en raison inverse du carré de la distance à laquelle on se trouve du corps sonore.* Par exemple, si l'on produit, en deux points éloignés, deux sons d'intensité 1 et 4, il faudra, pour les entendre également, se placer sur la ligne droite qui les joint, de manière à être deux fois plus éloigné de celui d'où part le son le plus intense. On se procure un son multiple d'un autre, au moyen de timbres identiques, sur lesquels des marteaux égaux tombent de la même hauteur : quatre de ces timbres, sur lesquels les marteaux tombent simultanément, produisent un son quadruple de celui d'un seul. C'est ainsi qu'ont procédé Delaroche et Dunal pour vérifier, par l'expérience, la loi dont nous nous occupons.

On se rend compte de cette loi, en remarquant qu'une augmentation de pression φ se transmettant à des tranches d'air infiniment minces de forme sphérique, la quantité de compression doit être en raison inverse des masses ou des volumes de ces tranches. Or, à égalité d'épaisseur, les volumes des tranches sont proportionnels à leurs surfaces, ou au carré d'un rayon; l'intensité est donc en raison inverse du carré de ce rayon, ou de la distance au centre phonique.

[1] Il arrive quelquefois que le son produit dans l'eau, est plus faible que dans l'air; c'est qu'alors l'amplitude des vibrations du corps sonore est moindre dans le premier milieu, à cause de la résistance qu'il oppose au mouvement vibratoire.

Colonnes cylindriques. — Il résulte de là que, dans un tube dans lequel toutes les tranches sont égales, l'intensité du son ne doit pas varier avec la distance. C'est, en effet, ce qui semble résulter des expériences de Biot dans les tuyaux des aqueducs de Paris. Les sons les plus faibles, comme ceux que l'on émet en parlant très bas à l'oreille de quelqu'un, parvenaient à 951^m de distance sans s'affaiblir sensiblement. « De sorte que, pour ne pas s'entendre, il n'y aurait eu qu'un moyen, celui de ne pas parler du tout. » L'onde produite par un coup de pistolet tiré à l'une des extrémités du tuyau, arrivait à l'autre avec assez de force pour éteindre des bougies, et lancer des corps légers à plus de 50^{cm}.

Mais, dans ces expériences, faites sur une trop faible distance, les intensités aux points de départ et d'arrivée n'étaient pas mesurées. Il résulte des recherches de M. Regnault, faites dans de longues conduites de divers diamètres (591), que l'intensité diminue à mesure que l'espace parcouru augmente, et d'autant plus rapidement que le diamètre est plus petit. Dans une conduite de 0^m,108 de diamètre, l'affaiblissement était déjà très-marqué après un parcours de 566^m. La plupart des expériences ont été faites en cherchant le minimum de parcours après lequel le son cessait d'agir sur l'oreille ou sur les membranes, beaucoup plus sensibles, marquant l'instant de l'arrivée de l'onde. Voici quelques uns des résultats obtenus sur l'onde produite par un coup de pistolet chargé de 1^{gr} de poudre, et se réfléchissant une ou plusieurs fois sur les plaques fermant les extrémités de la conduite. Les nombres des deux dernières colonnes représentent la distance parcourue quand l'onde cessait d'agir sur l'oreille ou sur les membranes :

Diamètre du tuyau.	Membrane.	Oreille.
0^m,108	4056^m	1150^m
0 ,300	11430	3810
1 ,100	19851	9540

On voit que les distances sont sensiblement en raison inverse des diamètres des conduites.

Ces résultats, en contradiction avec la théorie, s'expliquent facilement. D'abord, une tranche comprimée ne transmet pas intégralement sa force vive à la tranche suivante; une partie est communiquée aux parois du tube. Ainsi la conduite de 1^m,1 de diamètre, isolée sur des colonnes dans l'égout Saint-Michel, laissait entendre au dehors un bruit intense, au moment du passage de l'onde. Ce qui prouve que les parois du tuyau étaient ébranlées.

En outre, le frottement du contour des tranches sur les parois du tuyau doit diminuer l'amplitude des vibrations des molécules d'air, et d'autant plus que ces parois sont moins polies. On a remarqué, en effet, dans les égouts de Paris à grande section, que les signaux faits avec la trompette sont entendus beaucoup plus loin, dans les galeries dont les parois sont enduites de ciment, que dans celles où la surface de ces parois n'est pas unie.

617. Tubes acoustiques. — Malgré la perte d'intensité dont nous venons de parler, on peut se faire entendre à de grandes distances à travers des tuyaux, nommés *tubes acoustiques*, que l'on fait ordinairement en métal mince ou en caoutchouc. On communique ainsi entre les différentes parties d'un vaste édifice; c'est aussi par ce moyen que l'on transmet les ordres dans le lieu où est installée la machine des grands navires à vapeur. Les angles brusques diminuent l'intensité du son ainsi transmis, tandis que les courbes continues ne l'affaiblissent qu'à peine. Plus l'intérieur du tube est poli, moins l'intensité est altérée.

La facilité avec laquelle le plus léger choc se fait entendre à l'extrémité d'une longue poutre, est due, en partie, à sa forme prismatique. Si la masse solide était indéfinie en tous sens, le son s'affaiblirait par la distance. Hassenfratz, lors de ses expériences sur la vitesse du son dans les carrières de Paris (601) entendait deux sons : le plus faible, arrivé le premier, était transmis par la masse de pierre dans laquelle sont creusées les galeries; l'autre, transmis par l'air, était plus intense, à cause de la forme, généralement cylindrique, des galeries.

618. Cabinets parlants. — Si le son se propage dans un demi-tuyau formant gouttière, son intensité diminue beaucoup moins vite que dans l'air libre. Hassenfratz ayant placé une montre à l'extrémité d'un canal formé de deux planches jointes par le bord, l'entendit à une distance de plus de 15 mètres, tandis que, dans l'air libre, il ne pouvait l'entendre à $1^{m},30$. Quand la gouttière présente des angles brusques, le son ne parvient pas aussi loin; quand les angles sont arrondis, le son est moins affaibli.

Il existe à l'Observatoire de Paris, une salle hexagonale dont les angles opposés se continuent en une sorte de gouttière qui parcourt la voûte. Deux personnes placées à deux angles opposés, peuvent causer à voix basse, sans être entendues de celles qui se trouvent dans les autres parties de la salle. La même particularité s'observe dans un vestibule voûté, au bas du grand escalier du Conservatoire des Arts-et-Métiers de Paris. Citons encore le dôme de Saint-Paul, à Londres : une montre placée près du mur, dans la galerie qui règne à la naissance de la voûte, s'entend du côté opposé, quoiqu'il n'y ait pas ici d'angles rentrants. L'église de Glocester présente aussi ce phénomène, qui se remarque encore dans certaines grottes naturelles ou artificielles, parmi lesquelles nous citerons l'*oreille de Denys*, près de Syracuse. On désigne souvent sous le nom de *cabinets parlants* ou de *cabinets secrets*, les espaces renfermés dans lesquels on observe ces phénomènes.

619. III. Influence du vent sur l'intensité du son. — Dans tout ce que nous avons dit des variations de l'intensité du son, nous avons supposé l'air en repos. Delaroche et Dunal ont fait, en 1813, dans les plaines d'Arcueil, près de Paris, des expériences sur les modifications que le vent apporte à l'intensité du son[1]. Ils employaient deux timbres égaux frappés avec la même force; un observateur placé sur la ligne droite menée de l'un à l'autre, cherchait la position dans laquelle il entendait les deux timbres avec la même force. Le son le

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. I, p. 176.

plus affaibli était celui du timbre dont il se trouvait alors le plus rapproché. Voici les résultats trouvés :

1° Pour des distances ne dépassant pas 6 mètres, l'influence du vent, sur l'intensité du son, est insensible ;

2° Pour des distances plus grandes que 6 mètres, le son s'entend mieux dans la direction du vent que dans la direction opposée, et la différence est d'autant plus grande que les espaces parcourus sont plus considérables ; ce qui montre que l'influence du vent se fait sentir pendant tout le parcours ;

3° Cette influence est la plus marquée pour les sons les plus faibles ;

4° Le son s'entend mieux dans une direction perpendiculaire à celle du vent, que dans la direction où il souffle. Ce résultat, contraire aux idées reçues, n'est un peu marqué que pour les sons faibles ; il montre que le vent contrarie la propagation du son, même dans le sens où il souffle. Déjà, Derham avait remarqué, à Porto-Ferajo (île d'Elbe), qu'il entendait mieux le canon de Livourne à une distance de 25 lieues, quand l'air était calme que lorsque le vent soufflait dans la direction de la propagation du son.

620. Intensité du son pendant la nuit. C'est un fait bien constaté, que les mêmes sons s'entendent beaucoup plus loin pendant la nuit que pendant le jour ; c'est pour cela que certains échos n'existent qu'après le coucher du soleil. De Humboldt a observé, par exemple, que le bruit des cataractes de l'Orénoque, entendu à plus d'une lieue, est à peu près trois fois plus fort la nuit que le jour, fait qu'avaient remarqué les Indiens et les missionnaires d'Aturès. Il a constaté de plus que l'augmentation d'intensité est moins sensible sur les plateaux élevés que dans les plaines basses, et sur la mer que sur les continents.

Quand on se trouve sur une colline qui domine une grande ville, on reconnaît facilement aussi que le bruit lointain des voitures se distingue beaucoup mieux la nuit que le jour.

L'accroissement du son pendant la nuit était connu des anciens ; Aristote en fait mention dans ses problèmes, et Plutarque, dans ses dialogues. On a voulu l'expliquer par l'absence, pendant la nuit, des mille bruits confus qui agissent sur l'oreille pendant le jour ; mais ce silence n'existe pas dans les forêts de l'Orénoque, peuplées d'une foule d'animaux, d'insectes nocturnes qui remplissent l'air de leurs cris et de leurs bourdonnements. De Humboldt a trouvé la véritable explication, en remarquant que, la nuit, l'air est calme et homogène, ce qui favorise la propagation du son ; tandis que, pendant le jour, il est agité et composé de parties d'inégales densités. En effet, le soleil échauffe inégalement les diverses parties du sol, suivant l'état de leur surface ; l'air qui les touche tend à en prendre la température, et les parties les plus dilatées s'élèvent et se mêlent imparfaitement à celles qui sont moins échauffées ; de sorte que les couches inférieures de l'atmosphère sont peu homogènes, d'où résulte, comme nous l'avons vu (608), une perte rapide d'intensité. On voit aussi pourquoi le changement d'intensité du son, du jour à la nuit, est moins sensible sur mer que sur terre, la température de la surface de l'eau ne présentant pas les inégalités de celle du sol. Cette explication avait été entrevue par Aristote, qui attribuait au calme de la nuit la plus grande intensité du son, et par Plutarque qui, allant plus loin, trouvait la cause de l'affaiblissement pendant le jour, dans le *mouvement tremblant* de l'air, produit par le soleil.

Le défaut d'homogénéité de l'air est aussi une cause de diminution de *transparence* de l'air, les rayons de lumière éprouvant des réflexions partielles à chaque changement de milieu. Aussi, Derham, en 1708, avait-il constaté que *la limpidité de l'air était un indice de la facile propagation du son*. Certains faits paraissent cependant, au premier abord, en contradiction avec cette loi. Ainsi, dans les expériences du Bureau des Longitudes (588), les coups de canon s'entendaient facilement à Villejuif, tandis que, à Montlhéry, vers lequel soufflait un vent léger, on n'entendait que quelques coups, et très-faiblement. Des expériences de M. Tyndall, entreprises pour déterminer la portée des signaux sonores suivant l'état de l'atmosphère, ont aussi donné des résultats très-singuliers. Monté sur un bateau à vapeur, cet éminent physicien s'éloignait de la côte jusqu'à la limite où il cessait d'entendre les coups de canon d'une pièce de 18 installée sur les falaises qui dominent Douvres. Un jour, le vent soufflant de la côte, la distance limite fut de 8,75 kilomètres, et le lendemain, par un vent contraire, de 17^{km}; enfin, par un temps chaud et une atmosphère pure et transparente, cette limite descendit à $3^{km},5$. M. Ph. Breton nous semble avoir trouvé l'explication de ces anomalies : la mer frappée par les rayons solaires, produit beaucoup de vapeur, qui, mêlée à l'air calme, forme une couche d'une certaine épaisseur moins dense que l'air plus sec qui est au-dessus. Le passage d'une densité à l'autre se faisant graduellement, les rayons sonores qui, partis d'une certaine hauteur, plongent dans cette couche, se relèvent par *réfraction*, finissent par éprouver une réflexion analogue à celle qu'éprouve la lumière dans le phénomène du *mirage*, et passent au-dessus de l'observateur placé en mer, quand il est éloigné à une distance limite d'autant plus petite que la couche humide est plus épaisse. Certaines observations faites par M. Tyndall viennent à l'appui de cette explication : un nuage étant venu obscurcir le soleil, la couche humide se mélangea graduellement avec les couches supérieures et la limite de distance augmenta peu à peu. Une autre fois, une averse de pluie et de grêle produisit le même effet, en refroidissant l'air et en mêlant mécaniquement les couches. Des observations récentes de M. O. Reynolds[1] confirment l'explication de M. Breton.

621. Influence du froid. — Derham a remarqué que les sons s'entendent plus loin quand il fait froid. Ce fait, confirmé dans les régions polaires par le capitaine Parry, qui entendait souvent, à 1600^{m} de distance, la conversation d'hommes qui parlaient à voix ordinaire, doit être attribué à la plus grande homogénéité de l'air par le froid. La plus grande densité ne peut avoir qu'une faible influence, comme l'attestent les expériences suivantes, faites sur les montagnes, par MM. Bravais et Martins.

[1] *Phil. Magaz.*, 5e sér., t. I, et *Journal de phys.*, t. V, p. 294.

Ces deux observateurs constatèrent d'abord, à Saint-Cheron (Seine-et-Oise), qu'un diapason monté sur une caisse renforçante s'entendait jusqu'à une distance de 254^m, à une heure du soir, et jusqu'à 379^m à minuit. Sur le Faulhorn, où la densité de l'air n'était que de 0,716, le son parvenait à 550^m à minuit, et sur le mont Blanc, où la densité n'était que de 0,637, la limite était de 337^m, à peine plus petite qu'à Saint-Cheron. Tous ces résultats étant ramenés à ce qu'ils seraient si l'air avait partout la même densité, 1, en admettant que l'intensité du son est proportionnelle à la densité, deviennent 268^m et 394^m à Saint-Cheron, 650^m et 422^m sur le Faulhorn et le mont Blanc. Le calme parfait de l'air dans les hautes régions, suffit pour expliquer comment le son s'y fait entendre aussi loin, quoiqu'il soit peu intense à son origine, à cause de la faible densité de l'air ébranlé.

II. Du ton ou hauteur du son.

622. La *hauteur* d'un son musical dépend de la rapidité du mouvement vibratoire, et peut être indiquée par le nombre de vibrations accomplies pendant une seconde. C'est ce que Gassendi avait reconnu; avant lui on croyait, d'après Aristote, que la hauteur dépendait de la vitesse variable de la transmission du son.

Les sons graves correspondent aux vibrations les plus lentes, et les sons aigus, aux plus rapides. Pour le démontrer, il faut évaluer le nombre de vibrations accomplies, pendant une seconde, par un son donné, malgré l'extrême rapidité de ces vibrations. Nous allons passer en revue les principales méthodes employées pour cela.

1° **Méthode des cordes vibrantes.** — Cette méthode, due au P. Mersenne, est la plus ancienne. On tend, au moyen d'un poids, une corde assez longue pour que ses vibrations puissent se compter directement; on raccourcit ensuite la partie vibrante, tout en lui conservant la même tension, de manière qu'elle produise le son dont on cherche le nombre de vibrations. Soit L et l les longueurs successives de la partie vibrante, n le nombre de vibrations accomplies pendant un certain temps, quand la longueur est L, et x ce nombre pendant le même temps quand la longueur est l. On aura, pour déterminer la valeur de x, la proportion $l : L = n : x$; les nombres de vibrations étant en raison inverse des longueurs. Cette méthode n'est pas très-précise, la loi sur laquelle on s'appuie ne se vérifiant pas exactement par l'expérience, comme nous le verrons en étudiant les vibrations des cordes.

2° **Méthode de Chladni.** — Quand une verge élastique, fixée par l'une de ses extrémités, est écartée de sa position d'équilibre et abandonnée ensuite à elle-même, elle vibre, et *le nombre de vibrations est en raison inverse du carré de la longueur*. Si donc on pince dans un étau, une verge prismatique ayant une longueur L assez grande pour qu'on puisse compter le nombre n d'oscillations qu'elle fait en 1^s, puis, qu'on lui donne une longueur, l, telle qu'elle produise le son dont on veut connaître le nombre de vibrations x, on aura $l^2 : L^2 = n : x$. Cette méthode a, comme la précédente, le défaut de s'appuyer sur une loi mathématique que l'expérience ne vérifie pas complètement.

3° **Roues dentées.** — On peut obtenir directement le nombre de vibrations au moyen des *roues dentées* (569). On fait tourner une roue dentée avec une vitesse constante telle que le son produit par le choc des dents contre la carte soit à l'unisson du son donné. Un compteur, adapté à l'arbre de la roue et disposé comme celui de la sirène, dont nous allons parler, donne le nombre de tours; en le multipliant par le nombre des dents, on obtient le nombre de vibrations doubles accomplies pendant le temps de l'expérience. Cette méthode, qui avait été employée dès 1706 par V. F. Stancari, n'est pas aussi précise qu'on pourrait le croire, à cause de la difficulté de maintenir une vitesse constante. F. Savart a essayé de lever cette difficulté en faisant tourner la roue dentée, au moyen d'un mécanisme d'horlogerie régularisé par un volant. Mais les légers changements qui se manifestent de temps à autre dans la hauteur du son montrent que les frottements, ou toute autre cause, empêchent le mouvement d'être rigoureusement uniforme.

623. 4° SIRÈNES ACOUSTIQUES. — Pendant longtemps on évalua les nombres de vibrations au moyen de la *sirène,* instrument inventé, en 1820, par Cagniard de la Tour, et qui a reçu depuis, des modifications nombreuses au moyen desquelles on peut l'appliquer à différents genres de recherches. La sirène est représentée par ses deux faces dans la figure 476. T est un tambour, dans lequel on fait arriver un courant d'air par le tube t, et qui est fermé à sa partie supérieure par une plaque garnie d'orifices équidistants, arrangés circulairement. Ces orifices sont percés obliquement, de manière que leur axe soit perpendiculaire au rayon du tambour, comme on le voit dans la coupe o, qui passe par un de ces orifices. Un plateau circulaire, cc, très-mobile autour de l'axe a, est placé le plus près possible de la plaque, sans cependant la toucher. Il est aussi percé d'orifices en même nombre que ceux de la plaque, et disposés de la même manière, si ce n'est qu'ils sont inclinés en sens opposé, comme on le voit en o.

L'axe a fait mouvoir un *compteur* destiné à évaluer le nombre de tours du plateau pendant un temps donné. Pour cela, une vis sans fin adaptée à cet axe, agit sur une roue dentée r, de manière à la faire avancer d'une dent à chacun de ses tours. L'axe de cette roue porte une aiguille qui parcourt un cadran, divisé en autant de parties égales que la roue porte de dents. Les tours de cette roue sont comptés par une seconde roue dentée, s, ayant aussi son aiguille et son cadran, et à laquelle elle imprime, à chaque tour, un léger mouvement, au moyen d'un crochet adapté à son axe. Un ressort presse de son extrémité arrondie, les dents de la roue s, pour l'empêcher de tourner par vitesse acquise. Tout le système du compteur est porté par la plaque bb, qui peut se déplacer dans le sens horizontal, de manière qu'on peut engager les dents de la roue r, dans le filet de la vis sans fin, ou les en séparer à volonté.

Si l'on place la sirène sur une soufflerie, et qu'on pousse le vent par le tube t, l'air s'échappe par les orifices *o*, frappe obliquement ceux du plateau *cc*, quand ils se trouvent en face des premiers, et imprime un mouvement de rotation à ce plateau. Ce mouvement va en s'accélérant, et bientôt il se produit un son musical, qui monte à mesure que la vitesse augmente, l'air s'échappant du tambour, quand ses orifices se trouvent en face de ceux du plateau, et étant intercepté dans le cas contraire; il y a donc sortie intermittente de l'air, et, par suite, son produit (568).

Cela posé, pour connaître le nombre de vibrations d'un son donné, on pousse le vent jusqu'à ce que la sirène donne ce même son, et en retenant plus ou moins le soufflet, on fait en sorte de conserver au plateau une vitesse constante. Quand on a obtenu ce résultat, on pousse l'un des boutons *b*, de manière à

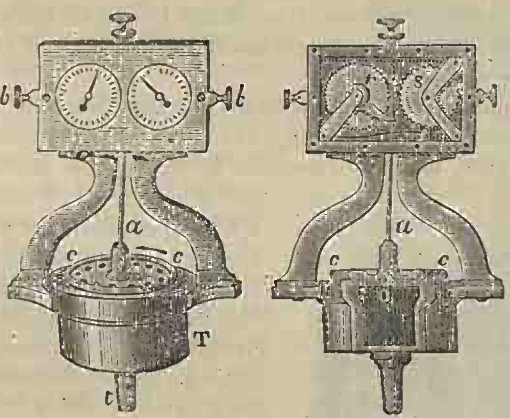


Fig. 476. — $^1/_3$.

engager les dents de la roue *r* dans le filet de la vis sans fin, et au même moment on fait partir la détente d'un bon chronomètre. Au bout d'un certain temps, on pousse l'autre bouton *b*, de manière à séparer la roue roue *r*, de la vis sans fin, et en même temps on arrête le chronomètre. Il reste alors à compter le nombre de pulsations produites dans l'air pendant la durée de l'expérience.

Supposons que le plateau mobile porte 25 trous, et que le point de départ ait été dépassé de 15 divisions par l'aiguille du premier cadran, et de 30, par celle du second, la première aiguille aura fait 30 tours, plus 15 divisions, et, en supposant que le cadran porte 100 divisions, le plateau tournant aura fait $30 \times 100 + 15$ tours. Enfin, comme il y a 25 pulsations par tour, il y en aura eu $(30 \times 100 + 15)\,25$, ou 75375. En divisant ce résultat par le nombre de secondes écoulées, on aura le nombre de vibrations pendant une seconde. Remarquons que chaque pulsation correspond à une vibration double d'un corps vibrant ordinaire.

La sirène peut donner des sons quand elle est plongée dans l'eau ou tout autre liquide et qu'elle est traversée par un courant du même liquide; d'où lui est venu son nom. Le son produit est le même, sauf le timbre, que lorsqu'elle marche dans l'air; ce qui prouve bien que la *hauteur* ne dépend que du nombre de vibrations. Ce que l'on peut confirmer encore en remplaçant le courant fluide par une pointe qui vient frapper le bord des trous pendant la rotation.

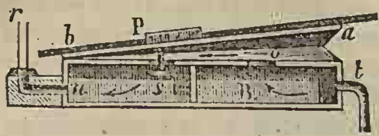


Fig. 477.

On a reproché à la sirène la mauvaise qualité des sons graves et la trop grande intensité des sons aigus; ce qui rend difficile la comparaison avec le son donné. De plus, l'aiguille ne donne pas les fractions de tours du plateau, et il est difficile de ménager le vent de manière à conserver un son bien égal.

624. Régulateur du vent. — Ce dernier inconvénient est évité au moyen du *régulateur* de M. Cavaillé-Coll (*fig*. 477). Le vent passe d'abord par le tube *t* dans une boîte B, entre par l'ouverture *o*, dans un petit soufflet, et en sort, pour se rendre dans le compartiment *sn*, à travers une ouverture obstruée par la soupape *s*; puis va, par le tube *n*, dans le pied *r* de la sirène. Quand la pression de l'air augmente, la tablette *ab* du soufflet est soulevée, et la soupape *s* ferme en partie le passage du vent, de manière que le courant d'air reste constant. Un poids curseur P, que l'on place à différentes distances du point *b*, sur la tige *ba*, permet de régler la force du vent, suivant le son que doit donner la sirène.

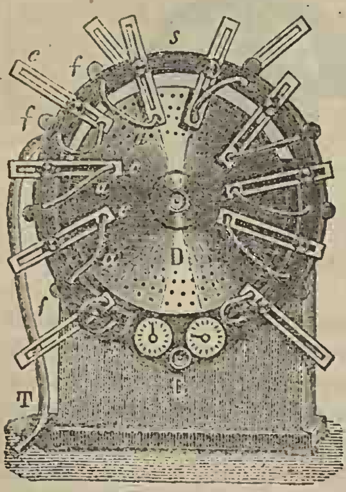


Fig. 478.

M. Bourbouze obtient aussi une grande régularité de mouvement en faisant tourner le plateau de la sirène, au moyen d'un *tourniquet de Clarke* adapté à l'arbre, et dont il gradue la vitesse en faisant varier l'intensité du *courant électrique* à l'aide d'un *réostat*. Nous décrirons plus tard (tome III) ces divers appareils. Le vent n'ayant pas à produire le mouvement en même temps que le son, les trous n'ont plus besoin d'être obliques.

625. Sirène universelle de Seebeck. — Cet appareil est une application de la méthode de production du son, imaginée, en 1834, par M. Opelt. Un mouvement d'horlogerie, dont on peut faire varier la vitesse, fait tourner un plateau de cuivre D (*fig*. 478), percé de plusieurs rangées circulaires de trous équidistants, et dont un compteur C donne le nombre de tours. Des tubes flexibles *a, a, a..*, lancent le vent sur les trous d'une rangée, d'où résulte un son. On amène l'orifice d'un tube sur la rangée que l'on veut, en déplaçant une coulisse, *c, c,...* que l'on fixe ensuite au moyen de vis de pression. Le vent, venant d'une soufflerie par le tube T, passe dans la caisse circulaire *s, s, s*, et de là dans les tubes *a, a, a...*, quand on ouvre plus ou moins les clavettes *f, f, f...* On peut substituer les uns aux autres divers plateaux différemment percés, destinés à faire des expériences variées sur les combinaisons des sons et sur les circonstances de leur production simultanée.

626. Sirène double. — M. Dove, en 1851, a perfectionné la sirène de Cagniard de la Tour en perçant le plateau tournant, de plusieurs séries circulaires de trous. Sur chaque série est appliquée, en dedans du tambour, une plaque annulaire portant le même nombre de trous, et qu'on peut faire tourner un peu sur elle-même en agissant sur une cheville extérieure, de manière à laisser passer le vent quand les trous de la plaque correspondent à ceux du tambour, ou à l'intercepter dans le cas contraire. On peut ainsi faire résonner les diverses séries de trous ensemble ou séparément.

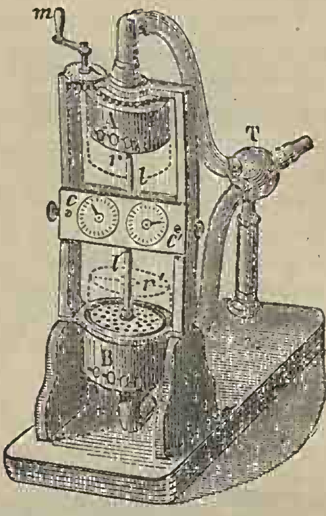


Fig. 479.

Dans la sirène double de M. Helmholtz, sont réunies deux sirènes polyphones de Dove, A et B (*fig*. 479), recevant chacune le vent par les tubes T, et dont les plateaux tournants sont affermis sur le même arbre, *l l'*. La vis qui fait mouvoir le compteur *c c'* est placée au milieu de cet arbre. En agissant sur la manivelle *m*, on peut faire tourner le tambour supérieur A, dans le même sens que les plateaux, ou en sens contraire, pendant que l'appareil fonctionne, de manière à diminuer ou à augmenter un peu le nombre de vibrations du plateau supérieur par rapport à celui du plateau inférieur, ce qui permet d'obtenir différents effets et de varier les expériences.

627. 5° Méthode graphique. — Cette méthode, indiquée par Young, est la plus directe et la plus précise de toutes : le corps vibrant trace lui-même ses vibrations, en traits plus ou moins nombreux, qu'il n'y a plus qu'à compter. Parmi les instruments imaginés pour employer cette méthode, dont nous avons déjà vu des applications (594), nous citerons le *vibroscope* (*fig*. 480), construit par Marloye, d'après les indications de Duhamel. Un cylindre *c* couvert de noir de fumée, peut tourner autour d'un axe, dont la partie supérieure *v* est filetée et passe dans un écrou soutenu par le pied de l'instrument. Pour trouver le nombre de vibrations d'un son donné, on prend d'abord l'unisson de ce son au moyen d'une verge *eb*, serrée dans un étau, et à l'extrémité de laquelle on fixe une pointe fine *p*, qui s'appuie légèrement sur le cylindre *c*. Pendant que la verge vibre, on imprime au cylindre, à un instant précis, un mouvement de rotation que l'on entretient pendant un temps donné par un chronomètre, et la pointe *p* trace sur le noir de fumée une ligne en forme d'hélice, composée de zig-zags très-fins, qu'il n'y aura plus qu'à compter, pour connaître le nombre de vibrations simples accomplies pendant le temps de l'expérience.

Wertheim a appliqué cette méthode de manière à n'avoir pas besoin immédiat de chronomètre. En même temps que le corps vibrant écrit ses vibrations sur un cylindre, un disque, ou le contour d'une roue, un diapason, dont le nombre de vibrations par seconde est connu, inscrit les siennes sur une ligne parallèle. Il est alors facile de comparer les nombres de vibrations n et N du corps sonore et du diapason, en comptant dans les deux séries, les traits contenus dans le même espace, c'est-à-dire produits pendant le même temps. V et x étant les nombres de vibrations, *par seconde*, du diapason et du corps sonore, x sera donné par la proportion $x : V = n : N$. Nous avons vu une application de cette méthode dans les belles expériences de M. Regnault sur la vitesse du son dans les gaz (594).

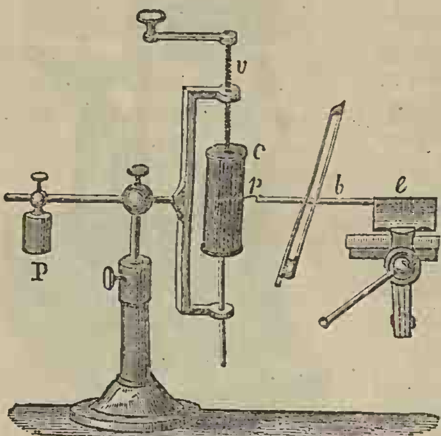


Fig. 480. — $1/5$.

628. Méthode optique. — On doit à M. Montigny une méthode qu'on peut appeler *méthode optique*. La verge qui donne l'unisson du son à étudier est encastrée perpendiculairement dans un arbre tournant, dont la vitesse est donnée par un compteur. A chaque tour, l'extrémité libre de la verge rencontre un obstacle qui la fait vibrer. Lors de sa demi-vibration en arrière, la verge, se déplaçant en sens contraire du mouvement de rotation, se trouve avoir un mouvement absolu plus lent que pendant la demi-vibration en avant; l'impression qu'elle forme alors dans l'œil dure plus longtemps et son image se détache, en ce moment, dans l'espace circulaire qu'elle parcourt. Si l'on fait varier la vitesse de rotation, de manière qu'il y ait un nombre entier de vibrations à chaque tour, ces images se superposeront, à cause de la persistance de l'impression produite dans l'œil, elles diviseront l'espace circulaire parcouru par la verge en secteurs égaux, et le nombre des images sera égal à celui des vibrations par tour. Si donc il y a n tours par seconde et 8 images de la verge, c'est qu'elle fait $8n$ vibrations doubles par seconde.

Nous verrons bientôt, en étudiant les rapports des sons musicaux (648), qu'il suffit de connaître le nombre de vibrations d'un seul son, pour en déduire les nombres qui correspondent à une foule d'autres.

629. Phonautographe. — Cet appareil, imaginé par M. E. Scott, inscrit les vibrations produites dans l'air, sans qu'on ait besoin de prendre l'unisson du son donné et en conservant jusqu'à un certain point les traces des particularités

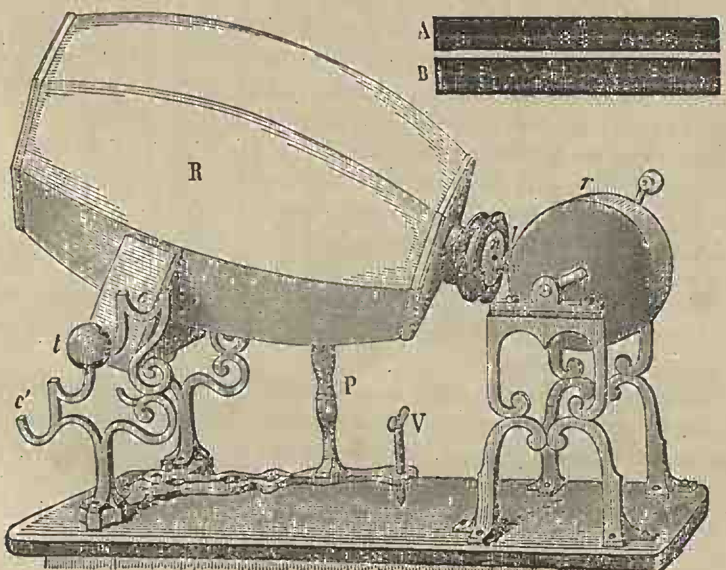


Fig. 481.

qui peuvent accompagner le son. Celui-ci est produit à l'ouverture d'un vase, ou *cuve* R, de forme variable (*fig.* 481), et les vibrations se transmettent par l'air intérieur, à une membrane très-délicate n dont on règle la tension au moyen d'un système d'anneaux, comme dans le *pendule acoustique* (565); on la fait en baudruche, caoutchouc soufflé, collodion,.... L'anneau intérieur se prolonge en tube, et s'enfonce à frottement dans un autre tube court et un peu coudé, pouvant tourner dans l'ouverture de la cuve, ce qui permet de donner à la membrane différentes directions et orientations. On peut aussi incliner plus ou moins la cuve en faisant reposer ses tourillons, t, sur différents degrés d'une sorte de crémaillère, c, c', et en agissant sur la vis V qui soulève plus ou moins le support P.

Un style, formé d'une soie de porc, ou de la barbule d'une plume, est implanté dans un petit cylindre de moëlle de sureau collé sur la membrane, vers son milieu. Pour éviter qu'une *ligne nodale* ne rencontre le style, auquel cas il ne vibrerait pas, on fait passer une semblable ligne par un point choisi, sur lequel on exerce une pression au moyen d'une vis *v*, portée par une règle à languette *l*. Cette règle est fixée elle-même à l'un des anneaux qui soutiennent la membrane.

La pointe du style effleure la surface d'un cylindre *r*, que l'on fait tourner, et dont l'arbre porte une vis, comme celui du vibroscope (627). Sur ce cylindre, est appliquée une bande de papier recouverte de noir de fumée, déposé par une lampe sans verre, dont l'huile à brûler est mélangée d'un tiers d'huile de résine. Cet enduit est tellement léger que le style le plus flexible l'enlève partout où il passe, en dessinant ses vibrations. On voit en A et B quelques dessins formés ainsi par le style. M. A. Morey les amplifie en faisant agir une soie de porc sur le petit bras d'un levier fait d'un brin de paille, et dont le plus long bras porte le style. La roue *r* est alors placée sur le côté, ce qui est très-commode.

Pour conserver les dessins, M. Scott fixe la couche de noir de fumée en trempant le papier dans de l'alcool, le laissant sécher, puis l'enduisant d'eau albumineuse, ou d'une dissolution de sandaraque dans l'alcool.

La cuve présente différentes formes, suivant la nature des sons à étudier; elle peut se réduire à une simple cupule, quand il s'agit de la voix. Celle de la *fig.* 481, présente intérieurement la forme d'un ellipsoïde de révolution, dont les foyers sont aux centres des deux ouvertures; elle est à parois très-épaisses, formées de plâtre stucqué.

Comme la membrane peut vibrer sous l'influence de plusieurs sons simultanés, on peut reconnaître dans certains cas, par la forme des sinuosités, la trace des sons mélangés au son principal. Mais comme elle ne peut répondre à tous les sons, et que, en outre, les mouvements imprimés au style ne sont pas tous dirigés dans le sens des arêtes du cylindre tournant, on voit qu'il y aurait exagération à dire que le phonautographe peut écrire le timbre d'une voix, faire connaître les syllabes. Mais il se prête merveilleusement à l'évaluation des nombres de vibrations des sons, sans qu'il soit nécessaire d'en prendre l'unisson, la membrane vibrant d'elle-même quand on lui a donné une tension convenable. L'emploi d'un diapason connu, écrivant simultanément ses vibrations, permet d'arriver promptement au résultat. Nous aurons à faire connaître plus tard d'autres applications remarquables du phonautographe.

630. Résultats. — Au moyen des diverses méthodes que nous venons de décrire, on est arrivé aux résultats suivants :

1° Plus un son est aigu, plus les vibrations qui le produisent sont rapides.

2° Deux sons à l'*unisson* sont produits par le même nombre de vibrations, quelle que soit leur origine, leur timbre et leur intensité.

3° Quand un son est à l'*octave* aiguë d'un autre son, il est produit par un nombre double de vibrations.

4° La *hauteur* d'un son restant constante quand l'amplitude varie, pourvu qu'elle soit très-petite, on en conclut alors que les vibrations sont isochrones : preuve expérimentale qui confirme le raisonnement par lequel nous avions établi ce principe (560). La méthode graphique peut aussi le mettre en évidence : si la surface sur laquelle le corps vibrant trace ses vibrations, marche d'un mouvement uniforme, les traits sont également espacés.

631. Limites des sons perceptibles. — Les vibrations trop lentes ou trop rapides ne produisent pas la sensation du son. Depuis Sauveur, on admet que le son le plus grave que l'oreille puisse entendre correspond à 32 vibrations simples par seconde. Savart entreprit de vérifier ce résultat par une méthode nouvelle. Une barre de bois *ab* (*fig.* 482), peut être mise en mouvement autour d'un axe perpendiculaire, par une roue R et par une courroie sans fin ; ou mieux, comme l'a imaginé Marloye, en faisant agir par frottement, le contour de la

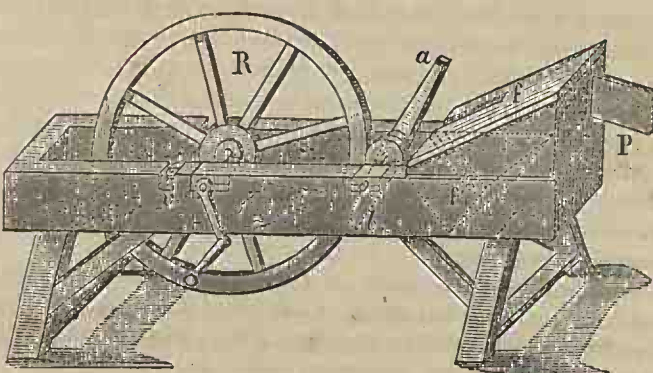


Fig. 482.

roue R, sur un cylindre fixé à l'arbre de la barre. Dans ce cas, cet arbre et celui de la roue tournent dans des coussinets garnis de cuir, et peuvent être rapprochés l'un de l'autre au moyen de deux vis dont une se voit en *v*. Les deux moitiés de la barre, dont un compteur fait connaître le nombre de tours, traversent une fente *f* pratiquée dans une planche mince dont elles rasent les bords. Tout l'appareil est porté par un banc massif.

Quand une moitié de la barre passe dans la fente *f*, elle refoule l'air et laisse derrière elle un vide partiel, comme ferait un piston, jusqu'au moment où elle dépasse l'épaisseur de la planche. L'air se précipite dans le vide formé, et il en résulte une sorte d'explosion qui se reproduit deux fois à chaque tour. Si le mouvement de rotation est rapide, on entend un son grave accompagné d'un roulement d'une intensité remarquable. Savart expliquait ce roulement par les explosions successives produites par la barre, et le son qui l'accompagne, par la superposition partielle des impressions produites sur l'oreille par chaque explosion; impressions qui durent pendant environ $\frac{1}{10}$ de seconde après la cessation de la cause qui les a produites. Savart avait conclu de ses expériences qu'il suffisait de 14 à 16 vibrations simples par seconde pour produire un son perceptible, et que si l'on avait une barre plus longue, capable de produire des chocs plus énergiques, cette limite pourrait encore être abaissée.

Mais Despretz a montré que le son qui accompagne le roulement, dans l'expérience de Savart, est dû aux vibrations de l'air et des différentes pièces de l'appareil; car ayant ajouté une seconde fente f', pratiquée dans une planche perpendiculaire à la première f, il obtint le même son, au lieu de l'*octave* aiguë qui n'eût pas manqué de se produire si le son eût été dû aux explosions de la barre à travers les fentes. De plus, si l'on ouvre la porte P d'une caisse ajoutée par Marloye pour améliorer le son, ce son monte un peu, quoique la vitesse de rotation reste la même.

Despretz a conclu de là que la limite des sons graves correspond à 32 vibrations simples par seconde, comme on l'admettait depuis longtemps; ce qui donne une longueur d'onde d'à peu près, $10^m,5$. Dans les orgues, le tuyau ouvert de 32 pieds donne ce nombre de vibrations; le son est alors une suite d'explosions sourdes très-rapprochées, et il ne présente parfois un caractère musical que parce qu'il est accompagné de son octave, avec laquelle on le confond facilement. D'après M. Helmholtz, les sons ne prennent un caractère musical qu'à partir de 70 à 80 vibrations simples par seconde.

Limite des sons aigus. — Au moyen des roues dentées, Savart avait pu entendre des sons de 48,000 vibrations *simples* par seconde. Despretz et Marloye sont allés beaucoup plus loin; ils ont pu apprécier des sons de 73,700 vibrations *simples*. Pour compter des vibrations aussi rapides, ils prenaient pour point de départ un diapason donnant un nombre modéré de vibrations, évalué par les méthodes ordinaires, et d'autres diapasons montés sur des caisses renforçantes et donnant l'*octave* aiguë les uns des autres. Un son à l'octave d'un autre étant produit par un nombre double de vibrations (630) il était possible de calculer les nombres de vibrations des diapasons les plus aigus. Mais des sons aussi aigus ne sont perçus que par des oreilles d'une sensibilité exceptionnelle, sur lesquelles ils produisent même une impression pénible et prolongée, qui rend peu sûre l'appréciation de l'intervalle d'octave. La limite trouvée par Despretz et Marloye n'est donc qu'approximative.

III. Du timbre du son.

632. Le *timbre* d'un son dépend de plusieurs circonstances du mouvement vibratoire, qui peuvent exister séparément ou simultanément.

1° Le timbre peut dépendre de la manière dont varie la vitesse des parties vibrantes pendant qu'elles parcourent l'amplitude de chaque vibration. Les courbes qui représentent les ondes sonores peuvent être de formes diverses, et l'onde dilatante peut être différente de l'onde condensante, comme en A (*fig.* 483); il peut aussi se faire qu'il y ait des interruptions entre les ondes successives, comme en B. L'impression produite sur l'oreille dépend évidemment de ces circonstances. On peut les réaliser par divers moyens : dans les roues dentées (*fig.* 449), la carte est abaissée avec la vitesse de la dent qui l'attaque, mais elle se relève avec une vitesse différente dépendant de son élasticité. Les ondes condensantes et dilatantes ne sont donc pas identiques, et le timbre dépend de la nature du corps

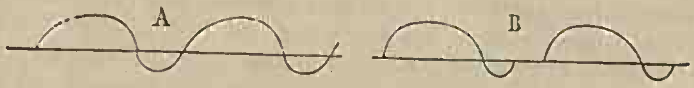


Fig. 483.

frappé par les dents. — Au moyen d'une sirène dont on peut changer le plateau mobile, on reconnaît que le timbre du son produit dépend de la différence entre la grandeur des trous et des espaces qui les séparent. Plus cette différence est petite, plus le timbre est doux. — Cagniard de la Tour a disposé dans un tuyau *mb* (*fig.* 483), un moulinet à quatre ailes *m*, qui tourne quand on souffle par le tube *b*. Les ailes ferment le passage à l'air pendant un temps qui dépend de l'épaisseur des pièces *a* et *c*. Quand ce temps est très-court, le son est déchirant et désagréable; si l'on remplace les pièces *a*, *c* par d'autres plus épaisses, le son perd de sa rudesse et acquiert un timbre plus doux. Le *phonautographe* (629) indique, par la forme des sinuosités tracées, les différentes circonstances du phénomène; plus le son est pur et clair, plus la courbe sinueuse est nette et régulière.

2° *Dans les instruments de musique*, le timbre est dû, généralement, à des sons faibles qui accompagnent le son principal. Ces sons concomitants peuvent provenir de vibrations que la partie vibrante communique à d'autres parties de l'instrument. C'est ainsi que le timbre d'un violon, d'une basse, dépend, à un haut degré, de la matière de la caisse, de sa forme, et des ouvertures qui y sont pratiquées. Le timbre des instruments à vent peut aussi être modifié par les vibrations des parois, ébranlées par celles de la colonne d'air. C'est pour cela que le timbre des tuyaux d'orgue, de la flûte, des instruments de cuivre, dépend en partie de la matière dont ils sont formés. Souvent les sons concomitants sont produits par les parties vibrantes mêmes, qui font entendre plusieurs sons à la fois que nous étudierons plus tard sous le nom de *sons harmoniques* (647).

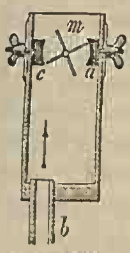


Fig. 484.

Le plus grand nombre des sons musicaux sont ainsi accompagnés de plusieurs autres qu'on en distingue, avec une certaine attention. Les sons simples, c'est-à-dire formés d'une seule espèce de vibration, sont rares. On peut citer comme à peu près simples, ceux du diapason à fourchette, de la flûte, et des tuyaux d'orgue à bouche, gros par rapport à leur longueur. Ces sons ont quelque chose de dur, et ne présentent pas de timbre particulier.

On a été longtemps avant de reconnaître cette cause du *timbre* des sons musicaux. Musschenbroeck paraît l'avoir soupçonnée ; dans l'introduction de son traité de physique, il écrit : « Ne dirait-on pas que la nature aurait une prédilection pour l'harmonie, et qu'elle aurait recours à elle pour augmenter les sons? » Monge, d'après une note de M. Résal [1], s'est exprimé d'une manière plus catégorique ; et Biot, après avoir reconnu que le timbre des tuyaux sonores dépend de la nature de leurs parois, dit qu'il est tenté d'attribuer cette qualité à une faible vibration du tuyau lui-même, modifiant la forme des ondes sonores [2]. Plus tard, dans son précis élémentaire, il invoque nettement la coexistence des sons faibles qui accompagnent le son principal. Cette explication s'est affermie peu à peu depuis, appuyée sur des observations assez nombreuses, et nous l'avons adoptée franchement, en 1855, dans la première édition de cet ouvrage. Mais elle avait besoin d'être confirmée par des expériences directes. C'est ce qu'a fait, en 1863, M. Helmholtz, qui a procédé, soit en séparant les uns des autres les sons coexistants, soit en reconstituant le timbre, par l'adjonction au son principal de sons faibles, de hauteur et d'intensité convenables.

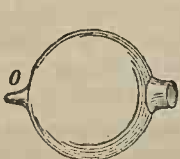


Fig. 485.

633. Analyse des sons mélangés. — Pour analyser les sons complexes, on cherche à renforcer, par divers moyens, le son dont on veut prouver l'existence.

Résonnateurs. — M. Helmholtz emploie pour cela des *résonnateurs* (*fig.* 485), vases ordinairement sphériques, à deux ouvertures opposées munies de tubulures dont une est cylindrique, et l'autre, *o* de forme conique. Les dimensions de la sphère et de la tubulure cylindrique sont établies de manière que la masse d'air contenue vibre de la même manière que le son dont on veut déceler la présence. On engage la tubulure *o* dans le conduit d'une oreille pendant que l'autre est bouchée, et le son renforcé est seul entendu. Au moyen de résonnateurs de dimensions convenables, on peut reconnaître ainsi les sons faibles qui, mêlés au son principal, lui donnent son timbre. Ces sons, plus aigus, consistent ordinairement en *sons harmoniques*, dont les vibrations sont 2, 3, 4, 5..... fois plus rapides que celles du son principal. On peut donc les prévoir et disposer les résonnateurs de manière à les mettre en évidence.

Cornet analyseur. — On arrive plus facilement au même résultat, au moyen de notre *cornet analyseur*, qui peut s'accommoder au renforcement de sons divers, variant en hauteur d'une manière continue, et cela par modification du volume de l'air qu'il contient. Cet instrument se compose de 3 parties P, *b*, *a* (*fig.* 486), dont la dernière, qui s'engage dans le conduit de l'oreille, peut s'enfoncer à

[1] *Comptes rendus de l'Acad. des Sc. de Paris*, t. LXXIX, p. 821.

[2] *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. II, p. 113.

frottement dans la suivante *b*, qu'on peut, à son tour, enfoncer dans la partie P munie d'un pavillon qui a la propriété, comme nous le verrons, d'augmenter le renforcement produit. Après avoir ajusté l'instrument, par approximation, au moyen des parties *b* et *a*, on achève, en agissant lentement sur la partie P, par l'intermédiaire de la crémaillère *c*, commandée par un pignon denté. On fait tourner ce pignon au moyen de la baguette pendante *m*, articulée en *o* par une *charnière universelle*, jusqu'à ce qu'on distingue un son renforcé. Il n'y a plus qu'à chercher, sur un instrument à sons continus, comme un violon, la *note* que renforce distinctement l'instrument ainsi disposé, et à la comparer à celle que représente le son fondamental que l'on étudie. Nous verrons en différents endroits d'autres applications du cornet analyseur [1].

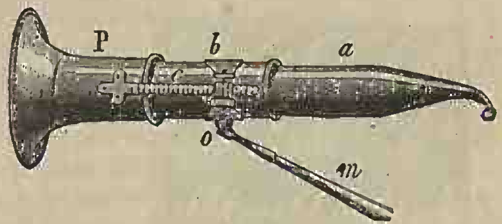


Fig. 486.

Le phonautographe (629) peut, dans beaucoup de cas, indiquer la présence de certains harmoniques d'un son complexe, par les sinuosités plus fines superposées, sur le tracé graphique, aux vibrations plus lentes qui correspondent au son fondamental.

634. Flammes manométriques. — M. Kœnig a imaginé, pour analyser les sons, de rendre visibles les vibrations de l'air qui les transmet, en les communiquant à une flamme de gaz, *b* (*fig.* 486), par l'intermédiaire d'un petit appareil *c*, nommé *capsule manométrique*, dont on voit la coupe en CB. Les vibrations de l'air arrivent, par le tube C, sur une membrane très-délicate et faiblement tendue, *o*, qui précède une petite chambre *n* de quelques centimètres de diamètre, dans laquelle arrive, par le tube R,*r*, du gaz qui est allumé à l'extrémité du bec B,*b*.

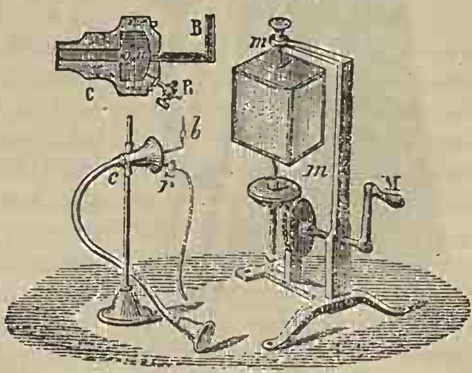


Fig 487

Quand la membrane est poussée vers le bec, par l'arrivée d'une onde condensante, la flamme s'allonge; elle se raccourcit plus

[1] *Mémoires de l'Acad. des Sciences de Toulouse*, 6e sér., t. II, p. 410 (1864), et t. III, p. 389.

ou moins quand la membrane revient en arrière. Pour rendre ces mouvements faciles à observer, on fait tourner auprès du bec *b*, un système de 4 miroirs *mm*, dans lesquels on aperçoit une bande lumineuse horizontale continue, quand la flamme est calme, et des images séparées, quand elle vibre. Ces images A (*fig*. 488), d'autant plus écartées que la vitesse des miroirs est plus grande, et d'autant plus serrées que les vibrations sont plus rapides, sont courbes et inclinées du côté vers lequel elles se déplacent, à cause de l'allongement progressif de la flamme pendant la rotation.

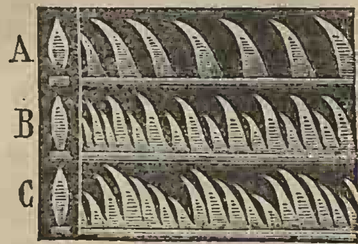


Fig. 488.

Si nous supposons plusieurs sons mélangés arrivant dans la même capsule, leur présence est décelée par les séries superposées d'images que l'on distingue dans le miroir. On voit en B (*fig*. 488) celles qui sont produites par 2 sons dont les nombres de vibrations sont entre eux comme 1 et 2, et en C, le résultat donné par deux sons pour lesquels ce rapport est de 4 à 5. — Nous aurons occasion plus tard d'indiquer diverses applications de la méthode des *flammes manométriques*.

La figure 489 représente l'appareil au moyen duquel on distingue facilement les harmoniques qui donnent son timbre à un son musical. Sur un même support, est disposée une série AB de résonnateurs, qui répondent aux harmoniques du son que renforce le plus grand, B. Chacun d'eux est en communication avec une capsule manométrique, qui reçoit le gaz par un tube particulier, dérivant du tube d'amenée *t*. Quand un son complexe est produit auprès de l'appareil, on voit, dans le miroir tournant *m*, les flammes mises en vibration par certains résonnateurs, égrenées en images séparées, indiquant ainsi la présence des sons que peuvent renforcer ces résonnateurs.

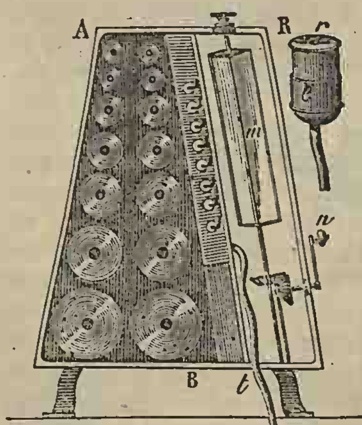


Fig. 489.

Pour que l'appareil puisse s'appliquer à des sons complexes plus ou moins graves, les résonnateurs sont à tirage, comme on le voit à part en R, la partie *r* pouvant s'enfoncer dans la partie *e*.

M. Kœnig a remarqué que les sons graves contiennent beaucoup plus d'harmoniques que les autres, les plus élevés disparaissant, parce qu'ils sont trop faibles, ou parce que les corps vibrants de petites dimensions qui les produisent, ne peuvent se subdiviser en plusieurs parties aliquotes donnant ces harmoniques.

635. Synthèse des sons. — Pour reproduire le timbre d'un son par l'addition des harmoniques qui produisent ce timbre, M. Helmholtz emploie un appareil composé de huit diapasons disposés comme celui de la *fig.* 490 : chaque diapason, *d*, est en présence d'un résonnateur R, porté par un pied mobile K qui permet de le rapprocher du diapason. L'ouverture de ce résonnateur est fermée par une plaque *o* que l'on peut en écarter au moyen du cordon *c*, en appuyant sur une touche. Un ressort ramène cette plaque devant l'ouverture quand on cesse d'appuyer. Les diapasons sont maintenus en vibration permanente au moyen d'électro-aimants *ee* (594). L'interruption périodique du courant qui passe par les 8 électro-aimants est produite par un diapason spécial horizontal, vibrant plus lentement que tous les autres, et dont une des branches porte une pointe qui s'enfonce dans du mercure, et s'en écarte à chacune de ses vibrations, qui sont elles-mêmes entretenues par un électro-aimant. Le courant, qui passe à travers la pointe et le mercure, est ainsi interrompu et rétabli alternativement à chaque vibration double.

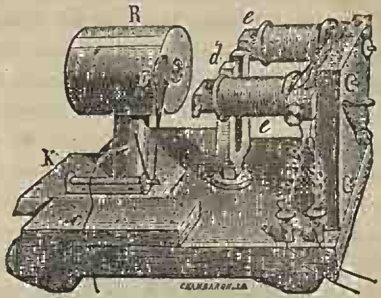


Fig. 490.

Sept des diapasons donnent les *harmoniques* du plus grave, qui fait 122 vibrations doubles par seconde. Quand tous les résonnateurs de l'appareil sont fermés, on n'entend qu'un léger murmure des diapasons; mais, dès qu'on ouvre un des résonnateurs, le son du diapason correspondant s'entend fortement. — En ouvrant les résonnateurs répondant aux sons indiqués par la méthode d'analyse (634), M. Helmholtz reconstituait le timbre du son étudié.

M. A. M. Mayer est arrivé au même résultat par une méthode qui peut servir aussi à l'analyse des sons[1]. Le son est produit par un tuyau d'orgue à anche libre, percé latéralement d'une large ouverture que ferme une mince peau. D'un même point de cette peau, partent 8 fils de cocon fixés par leur autre extrémité à l'une des branches d'autant de diapasons montés sur caisse, donnant le son fondamental du tuyau et ses 7 premiers harmoniques. Chaque fil est légèrement tendu, et fixé au nœud qui se montre le plus près de l'extrémité de la branche du diapason, quand il vibre le plus rapidement possible. Les vibrations diverses que produit le tuyau sont transmises aux divers diapasons par ces fils si ténus, qui ont une masse un million de fois plus petite que la leur. Certains d'entre eux résonnent alors, chacun d'eux indiquant ainsi la présence du son qu'il peut seul reproduire.

Si alors le tuyau se tait, les diapasons, qui continuent de vibrer, reproduisent le même son; mais plus faible, et avec à peu près le même timbre.

[1] *American Journ. of sc. and arts*, 3e s., t. VIII (1874), et *Journal de phys.* IV, 184.

Cette méthode est plus précise que les précédentes, les masses d'air pouvant renforcer tous les sons compris entre certaines limites plus ou moins rapprochées, suivant leur forme, tandis que la moindre altération dans la masse des branches d'un diapason, l'empêche de répondre au son précis qu'il produisait d'abord.

On peut enfin, en soulevant les étouffoirs d'un piano, entendre résonner certaines cordes sous l'influence d'un son musical intense produit à proximité. Ces cordes continuent de vibrer quand le son cesse, en en reproduisant assez fidèlement le timbre.

§ 4. — THÉORIE PHYSICO-MUSICALE

I. Génération de la gamme.

636. Rapports des sons entre eux. — Notre oreille apprécie le degré d'acuité et de gravité des sons; sait distinguer, deux sons étant donnés, quel est le plus grave; et saisit jusqu'à un certain point le rapport des nombres de vibrations qui leur correspondent. Nous ne voulons pas dire que ce rapport soit numériquement évalué, mais que l'oreille en a le sentiment, soit par suite des conditions physiques de l'audition, soit par suite d'un jugement consécutif. De même, à la vue d'un monument d'architecture, nous avons le sentiment de la proportion des lignes de l'édifice, sans pour cela en connaître les rapports numériques; nous distinguons fort bien si ces lignes sont dans des proportions simples, faciles à apprécier, par conséquent qui plaisent à l'œil, ou dans des rapports trop compliqués pour être saisis, ou qui ne peuvent l'être qu'avec des efforts pénibles d'attention. Il en est de même de notre oreille : elle est agréablement impressionnée par les sons, simultanés ou très-rapprochés, dont les nombres de vibrations sont dans des rapports simples, de manière qu'elle puisse en comparer facilement les impressions. Cette préférence pour la simplicité vient en partie de la difficulté de comprendre les effets compliqués, et de l'instinct qui nous fait repousser la fatigue en général, et celle, en particulier, qui résulterait de la comparaison de deux sons dont les nombres de vibrations ne seraient pas dans des rapports simples. Quelle que soit d'ailleurs la manière d'expliquer ce résultat, nous pouvons, pour le moment, l'admettre comme un fait, et partir de là pour nous rendre compte des effets produits par la combinaison des sons.

637. Intervalle. — Accord. — On nomme *intervalle* de deux sons le rapport numérique entre leurs nombres de vibrations pendant le même temps, et *accord* la production simultanée de plusieurs sons. C'est surtout dans les accords que l'oreille apprécie facilement l'intervalle qui existe entre les sons. Cette appréciation se fait encore facilement, quand les sons se succèdent avec rapidité, de manière que le souvenir des impressions produites par les premiers soit encore très-vif, quand le dernier se fait entendre. Un accord est agréable, quand les nombres de vibrations des sons produits sont dans des rapports simples; on l'appelle alors accord *consonnant;* dans le cas contraire, il est dit *dissonnant.* On voit qu'il ne s'agit que des rapports entre les nombres de vibrations, et non de ces nombres absolus.

L'accord le plus simple est évidemment l'*unisson*, dans lequel les deux sons correspondent au même nombre de vibrations. Après l'unisson vient l'*octave*, quand les nombres de vibrations sont doubles l'un de l'autre. En représentant par 1 le *son fondamental*, c'est-à-dire le plus grave, auquel on compare tous les autres, l'octave aiguë est représentée par 2, et l'octave grave, par $\frac{1}{2}$. La simplicité de l'accord d'octave est telle que l'on peut, dans un accord quelconque, remplacer un des sons par son octave, sans que l'oreille cesse de goûter cet accord. Les autres accords seront donc formés par des sons produits par des nombres de vibrations compris entre 1 et 2, combinés entre eux et avec le *son fondamental.*

638. Accord parfait. — Parmi les sons dont les nombres de vibrations sont compris entre 1 et 2, les plus simples sont $1+\frac{1}{2}$, $1+\frac{1}{3}$, $1+\frac{1}{4}$, $1+\frac{1}{5}$; ou $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$. L'accord le plus simple après l'octave, est donc formé des sons 1 et $\frac{3}{2}$, dont l'un accomplit $\frac{3}{2}$ vibrations pour une du son fondamental, ou 3 vibrations pour 2 de ce dernier. Le rapport $\frac{3}{2}$ se nomme *quinte*, et les rapports $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, *quarte, tierce majeure et tierce mineure.* Nous verrons plus loin l'origine de ces dénominations.

On voit que l'octave est la réunion des intervalles de *quinte* et de *quarte*, car $\frac{3}{2}+\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}=2$, et que les accords les plus simples sont ceux dont les nombres de vibrations sont entre eux comme $3:2$, $4:3$, $5:4$, $6:5$.

Si, au lieu de deux sons seulement, on veut en faire entendre trois en même temps, l'accord le plus agréable sera formé avec les trois sons dont les nombres de vibrations sont dans les rapports les plus simples entre eux et avec le son fondamental. Or ces rapports sont :

De la quinte à la quarte.	$\frac{3}{2}:\frac{4}{3}=\frac{9}{8}$
De la quinte à la tierce majeure.	$\frac{3}{2}:\frac{5}{4}=\frac{6}{5}$
De la quinte à la tierce mineure.	$\frac{3}{2}:\frac{6}{5}=\frac{5}{4}$
De la quarte à la tierce majeure.	$\frac{4}{3}:\frac{5}{4}=\frac{16}{15}$
De la quarte à la tierce mineure.	$\frac{4}{3}:\frac{6}{5}=\frac{10}{9}$
Des deux tierces	$\frac{5}{4}:\frac{6}{5}=\frac{25}{24}$

On voit que les sons qui ont les rapports les plus simples entre eux et avec le son fondamental 1, sont $\frac{3}{2}$, et $\frac{5}{4}$. L'accord de trois sons, le plus agréable sera donc donné par les nombres de vibrations 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, ou 4, 5, 6. On nomme cet accord, *accord parfait majeur;* et, en y joignant l'octave, on a la série 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, 2; ou 4, 5, 6, 8.

On peut produire l'accord parfait, au moyen de quatre roues dentées (569) affermies sur le même arbre et ayant 100, 125, 150 et 200 dents, en présentant l'angle d'une carte successivement à chacune de ces roues.

L'accord parfait constitue donc une réunion de sons dans les rapports les plus simples, et qu'on pourra combiner comme on voudra, pour former un chant dont les sons plairont toujours. Il y a des instruments, comme le clairon, qui ne fournissent à peu près que ces sons et leurs octaves[1].

639. Gamme majeure. — Les quatre sons dont nous venons de parler, sont trop peu nombreux pour les besoins du chant musical; il y a place entre eux pour en intercaler d'autres dans des rapports simples entre eux et avec le son fondamental. Nous pouvons d'abord ajouter la *quarte* $\frac{4}{3}$, dont le rapport à la quinte est $\frac{9}{8}$, quoique son rapport $\frac{16}{15}$ à la tierce majeure soit un peu compliqué. Il est naturel d'y joindre encore les deux sons qui forment l'accord parfait de la *quinte* et de la *quarte*, qui représentent les rapports les plus simples avec le son fondamental. D'abord, pour la quinte, il faut multiplier le nombre $\frac{3}{2}$ qui la représente, par $\frac{5}{4}$, ce qui donne $\frac{15}{8}$, pour la tierce de ce son pris pour son fondamental, et multiplier $\frac{3}{2}$ par $\frac{3}{2}$ pour en avoir la quinte, ce qui donne $\frac{9}{4}$; et comme ce nombre est plus grand que 2, nous prendrons son *octave* grave $\frac{9}{8}$. Pour la *quarte*, on trouve, de même, pour représenter sa tierce et sa quinte, les nombres $\frac{5}{3}$ et 2, dont le second est l'octave du son fondamental. En joignant aux sons qui donnent l'accord parfait, ceux que nous venons de trouver, et en les écrivant par ordre de grandeur, on obtient la série

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{4}{3},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{5}{3},\quad \frac{15}{8},\quad 2.$$

Ce qui forme *sept* sons différents ou degrés (sans compter l'octave), qui sont dans des rapports aussi simples que possible, et que l'on pourra combiner à volonté pour en former des airs. On nomme cette série de sons, *gamme* ou *échelle diatonique*, et les sons qui la composent, *notes* de la musique. Ces notes ont reçu les noms indiqués dans le tableau suivant :

Noms anglais et allemands.	C,	D,	E,	F,	G,	A,	H,	C.
Noms français et italiens.	*ut* ou *do*,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	*ut*.
Rapports des nombres de vibrations.	1,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{5}{4}$,	$\frac{4}{3}$,	$\frac{3}{2}$,	$\frac{5}{3}$,	$\frac{15}{8}$,	2.
Rapports en nombres entiers. . . .	24,	27,	30,	32,	36,	40,	45,	48
En divisant par 2,.	12,	$13\frac{1}{2}$,	15,	16,	18,	20,	$22\frac{1}{2}$,	24

Cette dernière série, indiquée par M. Berthaud, est plus facile à retenir que la précédente.

On voit maintenant quelle est l'origine des mots *octave*, *quinte*, *tierce*, *quarte*, auxquels il faut joindre les noms de *seconde*, *sixte* et *septième*, pour la seconde note $\frac{9}{8}$, la sixième $\frac{5}{3}$, et la septième $\frac{15}{8}$.

[1] Au lieu des rapports 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2, on pourrait prendre encore la série 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, 2, quoique le rapport $\frac{9}{8}$ entre la quinte $\frac{3}{2}$ et la quarte $\frac{4}{3}$, soit plus compliqué que $\frac{6}{5}$. Tels étaient, suivant Boëce, les sons des quatre cordes de la lyre inventée par Mercure, formant un accord moins agréable que l'accord parfait majeur, mais en différant peu.

Intervalles de la gamme. — Si l'on cherche le rapport entre un son quelconque de la gamme et celui qui le précède immédiatement, on ne trouve que les trois rapports $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$ et $\frac{16}{15}$. Remarquons que ce sont ceux que nous avons trouvés pour les rapports de la *quinte* à la *quarte* ($\frac{9}{8}$), de la *quarte* à la *tierce mineure* ($\frac{10}{9}$), de la *quarte* à la *tierce majeure* ($\frac{16}{15}$). On les nomme *ton majeur*, *ton mineur*, et *semi-ton majeur* ou *seconde mineure*. Les intervalles se succèdent dans l'ordre suivant :

ut,		*ré*,		*mi*,		*fa*,		*sol*,		*la*,		*si*,		*ut*,
	$\frac{9}{8}$,		$\frac{10}{9}$,		$\frac{16}{15}$,		$\frac{9}{8}$,		$\frac{10}{9}$,		$\frac{9}{8}$,		$\frac{16}{15}$.	
	ton majeur		ton mineur		semi-ton majeur		ton majeur		ton mineur		ton majeur		semi-ton majeur	

La gamme est donc formée de deux tons, un demi-ton, trois tons et un demi-ton; ou bien deux fois deux tons et un demi-ton, séparés par un ton; en négligeant la différence entre le ton majeur et le ton mineur [1].

En prenant le son 2 pour point de départ ou pour son fondamental, on forme une autre gamme, dans laquelle les intervalles des sons restent les mêmes; seulement tous les nombres de vibrations sont doublés. On indique les sons de cette nouvelle gamme, *à l'octave de la première*, en ajoutant l'indice 2, au nom de chaque note : ut_2, $ré_2$, mi_2, etc.; et en montant encore, ut_3, $ré_3$...., ut_4.... Pour les gammes à l'octave grave, on écrira ut_{-1}, $ré_{-1}$, etc.; ut_{-2}, $ré_{-2}$, etc.

610. Comma. — Si l'on prend le rapport entre le ton mineur $\frac{10}{9}$ et le ton majeur $\frac{9}{8}$, on trouve $\frac{10}{9} : \frac{9}{8} = \frac{80}{81}$, quantité qui ne diffère de l'unité que de $\frac{1}{81}$. L'oreille, à moins d'une attention toute particulière, ne remarque pas une aussi petite différence. Il en est ainsi de l'œil, qui n'est pas choqué par de petites altérations dans les proportions des objets dont la symétrie et la forme lui plaisent. Tout rapport qui diffère trop peu de l'unité pour que l'oreille sente la différence, s'appelle *comma*, mot créé par Pythagore. Un comma se néglige ordinairement en musique, quoique une oreille attentive puisse distinguer un comma de $\frac{80}{81}$; et l'on en tolère de plus grands.

611. Autres propriétés de la gamme. — C'est Euler qui, le premier, a expliqué la génération de la gamme en partant de la préférence de l'oreille pour

[1] Chez les Grecs et les Romains, les sons de la gamme étaient désignés par des lettres. Ce ne fut que dans le onzième siècle que le bénédictin Guido d'Arezzo ou Guy l'Arétin, les représenta par des points placés sur des lignes parallèles désignées par des lettres. La première ligne portait la lettre γ, d'où est venu le nom de *gamme*. Quand on voulait indiquer un accord, ces points se plaçaient les uns au-dessus des autres; d'où le nom de *contre-point* donné à la science des accords. La durée des sons n'était pas indiquée; vers 1338, Jean de Muris ou Mœurs, inventa les signes de durée, grossit les points, en mit entre les lignes, et compléta ainsi le système actuellement adopté pour écrire la musique. Les noms ont été donnés aux six premières notes en 1026, par Guy l'Arétin; ce sont les premières syllabes des premiers vers de l'hymne de la fête de saint Jean. Le mot *si* n'a été introduit que plus tard, en 1684, par le français Lemaire.

les rapports simples[1]. Il remarque que les sons qui peuvent former des accords consonnants sont ceux dont les rapports des nombres de vibrations sont exprimés au moyen des nombres premiers 2, 3, 5 ou de leurs multiples, le facteur 3 ne pouvant cependant entrer plus de 3 fois, et le facteur 5, plus de 2 fois.

Indépendamment de la condition de simplicité des rapports, la gamme présente encore quelques particularités qui peuvent servir à expliquer pourquoi elle satisfait l'oreille. Remarquons d'abord que les sons qui la composent sont distribués en trois accords parfaits, disposés de manière que le son fondamental de chacun d'eux soit la quinte grave ou aiguë du son fondamental des deux autres; en prenant toutefois l'octave grave ou aiguë à la place de certaines notes; comme cela se voit dans le tableau suivant :

(*ut*),		*mi*,		*sol*,		
	ré$_2$.			(*sol*),		*si*
ut.			(*fa*$_{-1}$),		*la*$_{-1}$.	
1	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{8}$.

Ces trois accords sont (*ut*, *mi*, *sol*), (*sol*, *si*, *ré*$_2$), (*fa*$_{-1}$, *la*$_{-1}$, *ut*), dont les sons fondamentaux sont (*ut*), (*sol*), (*fa*$_{-1}$).

Si maintenant l'on écrit ces mêmes sons par ordre d'acuité, on a

$$\underbrace{\overset{fa_{-1},}{\tfrac{2}{3}}\quad\overset{la_{-1},}{\tfrac{5}{6}}}_{\frac{5}{4}}\ \underbrace{\quad}_{\frac{6}{5}}\ \underbrace{\overset{ut,}{1}\quad\overset{mi,}{\tfrac{5}{4}}}_{\frac{5}{4}}\ \underbrace{\quad}_{\frac{6}{5}}\ \underbrace{\overset{sol,}{\tfrac{3}{2}}\quad\overset{si,}{\tfrac{15}{8}}}_{\frac{5}{4}}\ \underbrace{\quad\overset{ré_2}{\tfrac{9}{4}}}_{\frac{6}{5}}$$

série composée d'une suite de tierces majeures et mineures. Enfin, en embrassant les sons trois par trois, on trouve le rapport $\frac{3}{2}$, c'est-à-dire des quintes superposées.

642. Sonomètre. — Quand l'oreille est familiarisée avec les sons successifs de la gamme diatonique, on peut trouver par l'expérience les rapports entre les nombres de vibrations qui leur correspondent. On emploie ordinairement pour cela le *monocorde* ou *sonomètre*. Cet instrument consiste en une caisse de bois élastique (*fig.* 490), sur laquelle un fil métallique AcB, est tendu d'une manière constante, au moyen d'un poids P, par l'intermédiaire d'une poulie *r*.

Pour obtenir les sons successifs de la gamme, on raccourcit d'une quantité convenable la partie vibrante de la corde, au moyen d'un chevalet mobile *c*; et l'on trouve que les longueurs qui donnent la gamme sont entre elles comme les nombres

1,	$\frac{8}{9}$,	$\frac{4}{5}$,	$\frac{3}{4}$,	$\frac{2}{3}$,	$\frac{3}{5}$,	$\frac{8}{15}$,	$\frac{1}{2}$.
ut,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	*ut*.

Les nombres de vibrations d'une même corde étant en raison inverse de ses

[1] *Tentamen novæ theoriæ musicæ*, Pétersbourg, 1739, et *Lettres à une princesse*, let. IV et suiv.

longueurs successives, les nombres de vibrations des notes sont représentés par les fractions ci-dessus renversées; ce qui nous conduit à la série établie plus haut (639). Une échelle disposée sur le sonomètre, au-dessous de la corde, indique la position qu'il faut donner au chevalet pour obtenir les différents sons de la gamme. Quand le chevalet est placé au milieu, on a l'octave aiguë du son de la corde vibrant dans toute sa longueur.

L'invention du sonomètre est attribuée à Pythagore. D'après Nicomaque, il remarqua, chez un forgeron, que quatre marteaux, en frappant sur une enclume, formaient la quarte, la quinte et l'octave du son produit par un d'eux. Ayant pesé ces marteaux, il trouva que leurs poids étaient entre eux comme les nombres $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2$; ce qui lui donna l'idée de faire des expériences avec des cordes tendues par des poids. Quoi qu'il en soit de cette histoire, invraisemblable par bien des côtés, il est certain que Pythagore, un des premiers, a appliqué le calcul numérique à la comparaison des sons, en se servant des rapports entre les

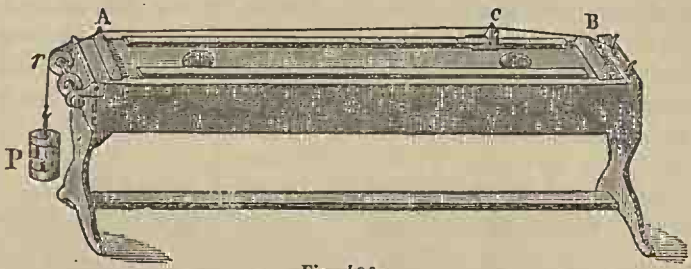


Fig. 490.

longueurs des cordes. Ce n'est qu'en 1638, que Galilée considéra directement les nombres de vibrations, qui sont en raison inverse de ces longueurs, et les résultats devinrent alors indépendants du mode de production des sons.

643. Musique. — Un air de musique n'est autre chose qu'une suite de sons pris dans la gamme, et arrangés dans un ordre déterminé par l'inspiration et le goût du compositeur. Il y a cependant des règles que l'exigence de l'oreille ne permet pas d'enfreindre. Ainsi, il faut toujours finir par la *tonique*; la *quinte* forme aussi un repos, mais moins parfait; on l'appelle *dominante*. La tierce ou *médiante* forme aussi un repos, mais moins parfait encore, par lequel on peut terminer, comme cela était familier aux Grecs, et l'est encore aujourd'hui dans le plain-chant. La *septième* porte le nom de *note sensible;* quand elle se fait entendre, il faut que la tonique se produise bientôt, sous peine de fatiguer l'oreille. C'est que le rapport $\frac{15}{8}$ étant un peu compliqué, on éprouve le besoin de se reporter au point de départ, c'est-à-dire à la tonique.

La *mélodie* consiste dans la combinaison des sons successifs et de leur durée relative. L'*harmonie* est l'art de faire entendre simultanément plusieurs mélodies; c'est la science des accords. Les accords, pris dans la gamme diatonique (639), sont généralement des tierces superposées comme, par exemple, l'accord parfait majeur. Ces tierces sont *consonnantes*, ce qui permet la musique en plusieurs parties. Les anciens n'ont pas connu l'harmonie, parce que Pythagore, comme nous le verrons (653), admettait une tierce qui, au lieu d'un *ton majeur* et d'un *ton mineur*, était formée de 2 tons majeurs, et était *dissonante*.

644. Dièses et bémols. — Ton. — Les sons que peuvent rendre les instruments de musique ayant reçu à l'avance les noms des notes, si l'on veut écrire un air avec des gammes plus ou moins graves, suivant le caractère de cet air, il faudra prendre les sons dans différentes octaves. Mais, d'une octave à l'autre, il y a trop de distance, et les limites de l'instrument ne permettraient pas de trouver tous les sons dont on aurait besoin. Dans ce cas, on commence la gamme dont on veut faire usage, par une note autre que *ut;* mais alors pour que les tons et les demi-tons se succèdent toujours dans l'ordre voulu, il est nécessaire de modifier quelques intervalles. On élève certaines notes d'un demi-ton, en multipliant leur nombre de vibrations par $\frac{25}{24}$, ce qui s'appelle *diéser* la note et s'indique par le signe ♯; ou bien on les abaisse d'un demi-ton, en multipliant par $\frac{24}{25}$, ce qui s'appelle *bémoliser* la note, et s'indique par le signe ♭. Par exemple, si l'on veut commencer la gamme par *ré*, il faut, pour qu'elle se compose de deux séries de deux tons et d'un demi-ton, séparés par un ton (639), diéser le *fa* et l'*ut*, et l'on a

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} ré, & & mi, & & fa\sharp, & & sol, & & la, & & si, & & ut\sharp, & & ré_2. \\ & 1 & & 1 & & 1/2 & & 1 & & 1 & & 1 & & 1/2 & \end{array}$$

Si l'on commence la gamme par *fa*, il faut bémoliser le *si*, et l'on a

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} fa, & & sol, & & la, & & si\flat, & & ut, & & ré, & & mi, & & fa_2. \\ & 1 & & 1 & & 1/2 & & 1 & & 1 & & 1 & & 1/2 & \end{array}$$

La gamme peut aussi commencer par une note bémolisée ou diésée. La note par laquelle commence la gamme dans laquelle sont pris les sons qui figurent dans un air de musique, se nomme *tonique*, et détermine le *ton*. Ainsi, les deux gammes ci-dessus sont dans les tons de *ré* et de *fa*. Nous voyons que le mot *ton* s'emploie dans trois acceptions différentes, car il signifie aussi la hauteur d'un son, et l'intervalle entre deux sons consécutifs de la gamme.

Le rapport $\frac{25}{24}$ se nomme *demi-ton mineur;* c'est le plus petit intervalle que l'on emploie généralement en musique. On voit que, en procédant comme il a été dit plus haut, on confond les *tons majeurs* et les *tons mineurs*, qui ne diffèrent que d'un comma. Cependant, à la longue, cette erreur agit sur l'oreille, et il en résulte que le caractère d'un morceau de musique dépend jusqu'à un certain point du *ton* dans lequel il est écrit.

Dans un même morceau, l'on change souvent de *ton*, c'est-à-dire que les sons avec lesquels on le compose sont pris successivement dans différentes gammes.

Mais, pour passer ainsi d'une gamme à une autre, ce qui s'appelle *moduler*, il faut suivre certaines règles que l'oreille impose; par exemple, il faut toujours finir avec le ton dans lequel on a commencé.

Une note *diésée* n'est pas égale à la suivante *bémolisée;* mais elle n'en diffère que d'un *comma.* Ainsi, *ré*♯ ou $\frac{9}{8}.\frac{25}{24}=\frac{75}{64}$, et *mi*♭, ou $\frac{5}{4}.\frac{24}{25}=\frac{6}{5}$, ont pour rapport $\frac{128}{125}$, qui ne diffère de l'unité que de la quantité très-petite $\frac{3}{125}$. C'est pourquoi sur les instruments à sons fixes, comme le piano, l'orgue, un même son sert à représenter à la fois une note diésée, et la note suivante bémolisée. Dans les harpes d'Erard, les deux notes sont distinctes; pour produire une note bémolisée, on raccourcit un peu, au moyen d'un mécanisme que l'on fait jouer avec une pédale, la corde qui produit la note précédente diésée.

Dans les instruments à sons continus, comme le violon, la basse, etc., on peut faire exactement les dièses et les bémols, en plaçant convenablement le doigt qui limite la partie vibrante de la corde.

645. Mode mineur. — La gamme dont nous venons de nous occuper se nomme gamme majeure, parce qu'elle est basée sur l'accord parfait qui contient la tierce majeure. Au lieu de cette dernière, on peut prendre la *tierce mineure* $\frac{6}{5}$, avec laquelle se forme *l'accord parfait mineur* ($1, \frac{6}{5}, \frac{3}{2}, 2$; ou $10, 12, 15, 20$), accord moins simple que l'accord parfait majeur. Joignons-y les sons qui forment l'accord parfait mineur de la quinte, et qui sont, pour sa tierce $\frac{3}{2}\times\frac{6}{5}=\frac{9}{5}$; et pour sa quinte $\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$, nombre que nous remplacerons par $\frac{9}{8}$ qui en représente l'octave grave, parce qu'il est plus grand que 2. Ajoutons-y encore la quarte $\frac{4}{3}$ et sa tierce mineure $\frac{4}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{8}{5}$, et nous aurons la *gamme mineure*

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & & \frac{9}{8} & & \frac{6}{5} & & \frac{4}{3} & & \frac{3}{2} & & \frac{8}{5} & & \frac{9}{5} & & 2 \\ & \frac{9}{8} & & \frac{16}{15} & & \frac{10}{9} & & \frac{9}{8} & & \frac{16}{15} & & \frac{9}{8} & & \frac{10}{9} & \end{array}$$

On voit que les tons et demi-tons se succèdent ici comme dans la gamme majeure que l'on commencerait par *la*, au lieu de *ut :*

la		*si*		*ut*		*ré*		*mi*		*fa*		*sol*		la_2
	ton		$\frac{1}{2}$ ton		ton		ton		$\frac{1}{2}$ ton		ton		ton	

en confondant les tons majeurs avec les tons mineurs. Les airs écrits dans le *mode mineur* ont un caractère triste et mélancolique, qui les fait facilement distinguer de ceux qui sont écrits dans le mode majeur.

646. Gamme chromatique. — Dans la gamme *chromatique*, on procède par demi-tons, en confondant chaque note diésée avec la suivante bémolisée, et l'on a la série

$$ut,\ \begin{cases} ut\sharp \\ ré\flat \end{cases} ré,\ \begin{cases} ré\sharp \\ mi\flat \end{cases} mi,\ fa,\ \begin{cases} fa\sharp \\ sol\flat \end{cases} sol,\ \begin{cases} sol\sharp \\ la\flat \end{cases} la,\ \begin{cases} la\sharp \\ si\flat \end{cases} si,\ ut.$$

Les anciens chantaient des airs entiers dans la gamme chromatique, comme le font encore quelques peuplades sauvages de l'Amérique. La musique est alors monotone, et le goût le plus vulgaire ne saurait aujourd'hui la tolérer. On ne s'en sert quelquefois, que dans des passages peu étendus.

647. Sons harmoniques. — On nomme *sons harmoniques*, des sons dont les nombres de vibrations sont entre eux comme la série des nombres entiers. En appelant *ut* le son fondamental, les premiers harmoniques sont

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ut	ut_2	sol_2	ut_3	mi_3	sol_3	entre *la* ♯ et *si* ♭	ut_4	$ré_4$	mi_4

Les *sons harmoniques* se produisent dans une foule de circonstances. Par exemple, nous verrons qu'une cloche, une corde, un tuyau d'orgue, produisent une partie des harmoniques du son fondamental et lui impriment son timbre particulier (632). Les six premiers harmoniques sont consonnants; le septième est dissonant et forme des dissonances avec les suivants, qui heureusement sont généralement très-faibles. Quand ils se distinguent, ils donnent au son un timbre aigre et dur.

648. Détermination des nombres de vibration. — La connaissance des intervalles musicaux permet, étant donné le nombre de vibrations d'un son, dit *son fondamental*, de calculer les nombres de vibrations de tous les sons dont on connaît l'intervalle par rapport au premier. Pour cela, on prend un instrument de musique à *sons continus*, bien accordé, et l'on détermine le nombre de vibrations *d'une de ses notes*, par exemple de celle qui est à l'unisson d'un diapason dont le nombre de vibrations a été déterminé au moyen du vibroscope (627); puis, on cherche, sur l'instrument, la note à l'unisson du son donné, et l'on estime, au moyen de l'oreille, à quel intervalle elle se trouve du son fondamental. Par exemple l'*ut* grave du violoncelle ayant été trouvé de 128 vibrations *simples* par seconde, un son qui aurait pour unisson le *mi* ♭ de l'octave suivante, faisant $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} \times 2$ vibrations pendant que l'*ut* grave en fait une, accomplira $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} \times 2 \times 128 = 307,2$ vibrations simples par seconde.

Le *sonomètre différentiel* de Marloye permet d'obtenir rapidement le résultat. Ce sonomètre porte trois règles divisées : la première donne la gamme *chromatique tempérée*, dont nous parlerons plus loin (650); la seconde, la gamme *chromatique vraie;* et la troisième est un mètre divisé en millimètres. Après avoir tendu une corde, de manière à lui faire rendre un son à l'unisson ou à l'octave d'un diapason dont on connaît le nombre, N, de vibrations, on place le chevalet mobile de manière à obtenir l'unisson du son donné. On voit alors, sur une des échelles qui donnent la gamme chromatique, à quelle note ce son correspond; on connaît ainsi le rapport entre le nombre de ses vibrations et celui du son fondamental, et il reste à multiplier ce rapport par N. — On peut aussi voir sur l'échelle métrique, la longueur, *m*, en millimètres de la partie vibrante. Le nombre de vibrations x est alors donné par la proportion $x : N = 1000^{mm} : m^{mm}$; la corde entière contenant 1000 millimètres.

619. Résultats. — En supposant, avec Chladni, qu'une vibration simple par seconde corresponde à un *ut*, tous les *ut* seront des puissances de 2. L'onde sonore correspondant à une vibration simple par seconde, ayant pour longueur 337^m, ou à peu près 1024 pieds, on aura les résultats suivants :

NOMBRE DE VIBRATIONS *simples* par seconde.	LONGUEUR DES ONDES		DÉSIGNATION DES OCTAVES
	EN PIEDS	EN MÈTRES	
1	1024 pieds	337^m0000	
32	32	10,5312	ut_{-2}, son le plus grave de l'orgue.
64	16	5,2656	ut_{-1}, 1er *ut* du piano.
128	8	2,6328	*ut*, 1er *ut* du violoncelle.
256	4	1,3164	ut_2
512	2	0,6582	ut_3, *ut* grave du violon.
1024	1	0,3291	ut_4, 2e *ut* du violon.
2048	» 6 pouces	0,1645	ut_5, 3e *ut* du violon.
4096	» 3	0,0822	ut_6
8192	» » 18 lig.	0,0411	ut_7, dernier *ut* de l'orgue.
16384	» » 9	0,0205	ut_8
32768	» » 4 1/2	0,0102	ut_9
65536	» » 2 1/4	0,0051	ut_{10}

Le *la* du diapason ordinaire, ou second *la* du violon, sera, en prenant le même point de départ, $512 \times \frac{5}{3} = 853{,}3$. Les physiciens allemands, réunis à Stuttgard, en 1834, ont adopté pour le *la* normal, 880 vibrations *simples* par seconde. Mais les théâtres des principales villes de l'Europe ont continué à se servir de diapasons différents. Avant 1859, le *la* était de 896 vibrations au Grand Opéra et au Théâtre Italien de Paris. Or, les anciennes orgues montrent que le *la* était autrefois beaucoup plus bas. D'après Sauveur, le diapason adopté à la cour de Louis XVI ne donnait que 810 vibrations. Le diapason s'est donc élevé, depuis cette époque, de plus d'un *ton majeur*. Ce fait, qui s'est produit également dans les autres pays de l'Europe, paraît devoir être attribué aux facteurs, qui ont tendance à élever le ton de leurs instruments, afin d'en augmenter la sonorité. Pour arrêter ce mouvement ascensionnel, si préjudiciable à la voix des chanteurs, un arrêté ministériel du 16 février 1859, a fixé, en France, le *diapason normal*, à 870 vibrations *simples* par seconde, ce qui donne $870 \times \frac{3}{5} = 522$ pour ut_3, et 130,5 pour l'*ut* grave du violoncelle. C'est à la température de 15° que les *diapasons* d'acier donnent 870 vibrations par seconde; le son baisse un peu quand la température s'élève.

650. DU TEMPÉRAMENT. — Les notes successives de la gamme étant séparées les unes des autres par des intervalles inégaux, $\frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \frac{16}{15}$; un instrument à *sons fixes*, accordé d'après les rapports des sons de la gamme commençant par *ut*, ne donnera pas une gamme juste, quand on voudra commencer par une autre note, tout en introduisant les dièses et bémols convenables. Par exemple, si l'on veut commencer la gamme par *ré*, la note suivante ne sera pas représentée exactement par le *mi* de l'instrument; car elle doit être $\frac{9}{8}$ par rapport au son fondamental, c'est-à-dire, ici, $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8}$ ou $\frac{81}{64}$, tandis que *mi* est représenté par $\frac{5}{4}$. De même, si l'on voulait commencer la gamme par *sol* ou $\frac{3}{2}$, le deuxième son devrait être $\frac{3}{2} \times \frac{9}{8}$ ou $\frac{27}{16}$, tandis qu'il est *la*, ou $\frac{5}{3}$. L'erreur n'est que d'un comma pythagorique; mais elle ne serait plus négligeable si l'on voulait embrasser des intervalles plus grands, comme des intervalles de *tierce*, de *quinte*. Par exemple, si nous voulions prendre la tierce majeure de *mi*, il faudrait multiplier par $\frac{5}{4}$, ce qui donnerait $\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$; or, la troisième note à partir de *mi*, est *sol* ou $\frac{3}{2} = \frac{24}{16}$, trop faible de $\frac{1}{16}$. Le rapport entre les deux nombres est $\frac{25}{24}$, ou un *demi-ton mineur*, non négligeable. La gamme commençant par *mi* aurait donc la tierce majeure fausse, si l'instrument à sons fixes était accordé suivant les rapports de la gamme en *ut*.

Pour éviter cet inconvénient, il suffirait de prendre un *sol* un peu plus haut que celui de la gamme juste, et de le prendre intermédiaire entre $\frac{24}{16}$, qui est celui de la gamme, et $\frac{25}{16}$ qui représente la tierce majeure en partant de *mi*. De cette manière le son *sol* différera réellement de ce qu'il devrait être pour représenter la quinte de *ut*, il sera un peu trop haut; et il sera un peu plus bas qu'il ne convient pour représenter la tierce majeure de *mi*. Mais l'erreur étant ainsi partagée sera dans les deux cas d'un comma.

Cette manière de procéder se nomme *tempérer*, et l'on appelle *tempéraments* les méthodes par lesquelles on répartit ainsi entre plusieurs sons, de manière que chacun d'eux ne soit que très-peu altéré, les erreurs qui peuvent se présenter, suivant le ton que l'on emploie et les intervalles que l'on embrasse.

651. Tempérament égal. — Le tempérament égal est le plus généralement adopté : après avoir pris toutes les octaves justes, on distribue, à des intervalles égaux, les douze sons dont se compose la gamme *chromatique*, en confondant les dièses avec les bémols. Il en résulte que les demi-tons majeurs sont un peu trop petits, et les demi-tons mineurs un peu trop grands.

En appelant x le rapport entre deux sons consécutifs, on aura $x^{12} = 2$ et $x = \sqrt[12]{2} = 1{,}059463$. Cet intervalle, commun à tous les sons de la gamme chromatique tempérée, représente l'*intervalle-unité* proposé par Lambert. Les nombres de vibrations des divers sons de la gamme chromatique forment alors une progression géométrique dont la raison est $\sqrt[12]{2}$, et s'obtiennent par la formule $y = \left(\sqrt[12]{2}\right)^n = \sqrt[12]{2^n}$; n étant le rang du son considéré. On a formé ainsi le tableau suivant des nombres de vibrations des différents sons de la gamme tempérée, et des longueurs des cordes qui les produisent

NOTES	NOMBRES de vibrations.	LONGUEURS des cordes.	NOTES	NOMBRES de vibrations.	LONGUEURS des cordes.
Ut......	1,00000	1,00000	*Sol*.....	1,49831	0,66742
Ut♯.... / *Ré*♭....	1,05946	0,94387	*Sol*♯... / *La*♭....	1,58740	0,62996
Ré.....	1,12246	0,89090	*La*.....	1,68179	0,59461
Ré♯... / *Mi*♭....	1,18921	0,84090	*La*♯... / *Si*♭....	1,78180	0,56123
Mi.....	1,25992	0,79370	*Si*......	1,88775	0,52973
Fa.....	1,33484	0,74915	*Ut*.....	2,00000	0,50000
Fa♯... / *Sol*♭...	1,41421	0,70710			

La quinte moyenne $\sqrt[12]{2^7} = 1,4983$ ne diffère de la quinte juste $\frac{3}{2}$, que du comma $\frac{149831}{100000} : \frac{3}{2} = \frac{149831}{150000}$; la tierce majeure $\sqrt[12]{2^4} = 1,2599$, diffère de la tierce vraie $\frac{5}{4}$, d'un peu moins que du comma $\frac{125}{126}$. On pourra donc commencer la gamme, sur un instrument à sons fixes accordé suivant le tempérament égal, par une note quelconque, et embrasser des intervalles aussi grands que l'on voudra, sans cesser d'obtenir des résultats satisfaisants, les erreurs étant toujours des commas très-petits. Voici du reste les valeurs comparées des principaux intervalles :

		Valeur approchée.
Demi-ton majeur..........	$\frac{25}{24} = 1,042$	$\sqrt[12]{2} = 1,060$
Demi-ton mineur..........	$\frac{16}{15} = 1,067$	
Tierce mineure..........	$\frac{6}{5} = 1,200$	$\sqrt[12]{2^3} = 1,189$
Tierce majeure..........	$\frac{5}{4} = 1,250$	$\sqrt[12]{2^4} = 1,260$
Quinte...............	$\frac{3}{2} = 1,500$	$\sqrt[12]{2^7} = 1,498$

Sur les instruments à sons continus, comme le violon, le violoncelle, on peut faire tous les sons justes, puisqu'ils ne sont pas déterminés d'avance sur l'instrument, excepté quand on emploie les cordes *à vide*, ou vibrant dans toute leur longueur. Mais quand on joue en partie, avec le concours d'un instrument à sons fixes, on est forcé de *tempérer*.

652. Logarithmes acoustiques. — Au lieu de considérer les rapports des nombres de vibrations des sons, il est plus simple de considérer les logarithmes de ces rapports. En prenant pour base de ces logarithmes la quantité $\sqrt[12]{12}$, l'octave sera représentée par 12, et les 12 sons intermédiaires, par la série des nombres entiers 1, 2, 3, 4... Par exemple, la quinte sera 7 et la tierce 4. Les logarithmes dont la base est $\sqrt[12]{12}$ se nomment *logarithmes acoustiques*. De Prony a fait connaître, dans un ouvrage spécial [1], leurs divers usages et la manière de les employer.

653. COMPARAISON DE LA GAMME DE PTOLÉMÉE AVEC CELLE DE PYTHAGORE. — La gamme telle que nous l'avons considérée n'est pas la seule qui ait été admise. On trouve, en effet, chez différents peuples et à diverses époques de nombreux systèmes; ce qui montre qu'il y a dans leur formation plus d'arbitraire qu'on ne le croirait au premier abord. La simplicité des rapports des vibrations a bien guidé l'oreille; mais la facilité qu'elle montre à se contenter d'à peu près, l'habitude, la mode même, ont fait adopter des combinaisons de sons que notre goût épuré ne pourrait supporter, et qui sont encore acceptées par certaines tribus sauvages et par diverses populations de l'Asie et de l'Europe orientale, qui se complaisent aux sons aigres et criards de leurs instruments primitifs, et à des mélodies traînantes et monotones que nous ne pourrions tolérer.

Aujourd'hui, chez les peuples où l'art perfectionné demande à la science l'interprétation des combinaisons mélodiques et harmoniques, il n'y a plus en présence que deux systèmes : la gamme de Ptolémée que nous avons considérée jusqu'à présent, et celle, plus ancienne, attribuée à Pythagore. Nous allons comparer entre elles ces deux gammes, qui ont eu également leurs partisans, et expliquer dans quels cas elles doivent être préférées l'une à l'autre.

Voyons d'abord en quoi consiste la gamme de Pythagore. Les Grecs anciens avaient pris pour base de leur système musical, au lieu de l'octave, le *tétracorde*, correspondant à notre quarte *ut-fa*, et que l'on divisait de différentes manières. Pythagore le partagea en deux tons égaux à $\frac{9}{8}$, et un demi-ton majeur égal à $\frac{256}{243}$. La tierce majeure est alors $\frac{9}{8}\cdot\frac{9}{8}=\frac{81}{64}$; qui est dissonante; et, écrite sous la forme moderne, la gamme se présente ainsi :

ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut₂*
1;	$\frac{9}{8}=\frac{3^2}{2^3}$;	$\frac{81}{64}=\frac{3^4}{2^6}$;	$\frac{4}{3}$;	$\frac{3}{2}$;	$\frac{27}{16}=\frac{3^3}{2^4}$;	$\frac{243}{128}=\frac{3^5}{2^7}$;	2;

dans laquelle tous les tons sont égaux à $\frac{9}{8}$, et les demi-tons, à $\frac{256}{243}$. Elle ne contient que les facteurs 2 et 3; tous les rapports sont donc des quintes, $\frac{3}{2}$, combinées avec l'octave.

Ptolémée, vers la même époque, distingua les deux sortes de tons; en ajoutant un *comma* au demi-ton, le fit égal à $\frac{16}{15}$; et établit la gamme, dite *diatonique synton* (639) telle qu'elle est adoptée dans l'Europe moderne. Cette gamme contient le facteur 5 de plus que celle de Pythagore, et possède la même octave, la même quinte et la même quarte. Quant aux quatre autres intervalles, ils ne diffèrent, dans les deux gammes, que du *comma* $\frac{80}{81}$. L'oreille laisse passer facilement un semblable comma, dans les mélodies à mouvement rapide; mais dans

[1] *Instruction élémentaire* sur les moyens de calculer les intervalles musicaux.

les mélodies lentes on perçoit la différence, et surtout dans les sons simultanés, où il y a dissonance, à cause d'effets secondaires, de battements (664).

Ces deux gammes ont été, depuis des siècles, l'objet de grandes discussions. Boëce au cinquième siècle et Guy-d'Arezzo, au dixième, adoptèrent celle de Ptolémée. Zarlin de Venise, en 1602, la défendit contre Vincent Galilée, père du grand physicien, et lui conquit tous les suffrages, si bien qu'on la désigne souvent sous le nom de *gamme de Zarlin*. Plus tard, Descartes chercha à la justifier en s'appuyant sur le principe de la simplicité des rapports et sur la coexistence des harmoniques. Rameau, Euler, d'Alembert l'adoptèrent également, mais plus tard, divers physiciens voulurent revenir à la gamme pythagorique. Delezenne, en 1826[1], et le Dr Mohring, en 1857, cherchèrent à décider entre les deux systèmes par des expériences directes, en mesurant les nombres de vibrations des sons musicaux satisfaisant complétement l'oreille. Le premier a trouvé la série de Zarlin, et le second, celle de Pythagore.

M. Helmholtz a fait de nombreuses expériences sur le même sujet[2]. Ayant fait construire un harmonium dont un registre était accordé exactement suivant la gamme de Ptolémée, il constata, entre autres, que la tierce majeure et l'accord parfait y sont d'une pureté et d'une sonorité remarquables; tandis que les mêmes accords, sur un harmonium accordé au tempérament égal (651), sont désagréables, et d'autant plus qu'ils sont plus aigus. La sirène double (626) se prête facilement à la vérification de ces résultats. L'un des plateaux porte 4 séries de trous, en contenant chacune 8, 10, 12, 18, et l'autre, aussi 4 séries, de 9, 12, 15 et 16 trous. En faisant résonner deux ou trois séries en même temps, on obtient divers accords très-consonnants, qu'on peut rendre dissonants en faisant tourner lentement la caisse supérieure au moyen de la manivelle, ce qui altère légèrement les nombres de vibrations du plateau supérieur.

M. Helmholtz a conclu de ses expériences, que 1° la gamme de Ptolémée, qu'il nomme *gamme naturelle*, est celle qui fournit les sons capables de satisfaire une oreille non gâtée par l'habitude; que les erreurs de la gamme tempérée sont désagréables à une oreille exercée, et qu'il est beaucoup plus facile de chanter juste en partie, avec un instrument à sons fixes donnant la gamme exacte, qu'avec un instrument accordé suivant la gamme tempérée.

654. Gammes harmonique et mélodique. — Ces expériences semblaient avoir condamné définitivement la gamme pythagorique. Mais MM. Cornu et Mercadier, après avoir remarqué que M. Helmholtz n'a guère opéré que sur des sons simultanés, ont repris la question et ont d'abord relevé diverses expériences contradictoires, dont ils ont augmenté le nombre.

Par exemple, si l'accord de tierce majeure doit, pour satisfaire l'oreille, être représenté par $\frac{5}{4}$, on trouve, quand on réduit la corde d'un sonomètre aux $\frac{4}{5}$ de sa longueur totale, que les deux sons *entendus successivement* forment une

[1] *Recueil de la Société des Sciences, etc.*, de Lille, 1826 et 1827.

[2] *Théorie physiologique de la musique*, traduction de M. G. Guéroult, p. 305.

tierce trop basse, et qu'il faut raccourcir un peu la corde pour que l'oreille soit satisfaite. Si l'on produit sur un violon l'accord parfait *la, ut, mi* avec deux cordes à vide, et qu'ensuite on fasse résonner la corde *mi* en même temps que l'*ut* tel qu'il était établi pour que l'accord parfait fût juste, on obtient une dissonance, et il faut retirer un peu le doigt pour avoir un accord consonnant. La note moyenne qui convient à l'accord des sons simultanés n'est donc pas la même que celle qui convient aux sons produits successivement.

Après un grand nombre d'expériences faites pour expliquer ces résultats contradictoires, MM. Cornu et Mercadier sont arrivés aux conclusions suivantes : Les deux gammes sont bonnes l'une et l'autre, mais dans des cas différents. Celle de Pythagore satisfait complétement l'oreille, seulement quand les sons sont entendus *successivement*, c'est-à-dire dans la *mélodie*, tandis que celle de Ptolémée et Zarlin convient aux sons entendus *simultanément*, c'est-à-dire à l'*harmonie*.

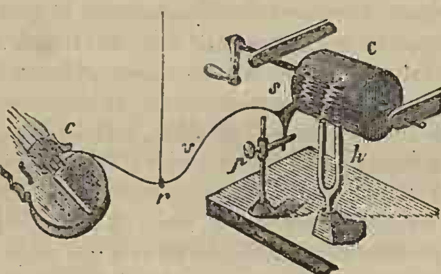


Fig. 492.

Les principales expériences d'après lesquelles on est arrivé à cette conclusion, qui semble devoir mettre fin à une discussion qui durait depuis plus de mille ans, ont été faites au moyen d'instruments à cordes, inscrivant eux-mêmes leurs propres vibrations sans l'intervention de l'exécutant. La figure 492 représente la disposition employée. Sous les pieds du chevalet, c, est engagée une mince lame de laiton, à laquelle est soudé l'un des bouts d'un fil métallique *v*, soutenu en un ou plusieurs points par un anneau de caoutchouc *r*, et dont l'autre bout est fixé à un support massif *p*. Une lame de clinquant *s*, soudée au fil, et munie d'une barbe de plume, inscrit les vibrations transmises par ce fil, sur le cylindre C d'un vibroscope, à côté de celles d'un diapason chronoscopique *h*. L'exécutant joue des mélodies simples et d'un mouvement lent, en s'appliquant à satisfaire complétement l'oreille, et l'on compare ensuite les nombres de vibrations inscrites pendant le même temps par chaque note. Pour les sons simultanés, après avoir produit l'accord avec toute la pureté désirable, on faisait entendre successivement les sons qui le composaient, et l'on comparait leurs nombres de vibrations. Les rapports entre ces nombres ont toujours été ceux de la série de Zarlin, dans le cas des sons *simultanés*, et ceux de la série de Pythagore, dans le cas des sons *successifs* formant une mélodie. Des expériences antérieures, faites au moyen du phonautographe, et sur les sons fournis par divers instruments, tuyaux, violon, violoncelle, voix humaine, avaient conduit les mêmes physiciens à des résultats identiques.

[1] *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. LXVIII, LXXIII et LXXIV.

L'oreille admet donc deux sortes de gammes : l'une, celle de Pythagore, propre à la mélodie ; l'autre, propre à l'harmonie. Si la musique moderne peut employer simultanément ces deux genres, même avec les instruments à sons fixes, c'est que, le plus souvent, l'oreille est dans de mauvaises conditions, au milieu de sons multiples se succédant plus ou moins rapidement et suivant des rhythmes variés, pour distinguer des différences qui, dans les intervalles non communs aux deux gammes, ne sont que des commas, atténués encore par l'accord au tempérament égal. Comme c'est dans les sons simultanés que les erreurs ressortent surtout, il est rationnel d'accorder, comme on le fait, les instruments à sons fixes suivant la gamme de Ptolémée et Zarlin. Mais pour n'avoir pas à construire autant de séries d'octaves que de tons à choisir, on est obligé de *tempérer*, c'est-à-dire de construire une série de sons presque tous légèrement faux. Aussi, la plupart des accords de ces sortes d'instruments laissent-ils à désirer en pureté et en douceur, et ce n'est que par complaisance ou par habitude que l'oreille peut s'en accommoder.

II. Distinction entre le son et le bruit.

655. Bruits continus. — On nomme *bruit* toute impression faite sur l'organe de l'ouïe, dont on ne peut apprécier directement le *ton*. Un bruit peut être le résultat d'un mélange de sons qui n'ont entre eux aucun rapport simple ; comme, par exemple, le bruit de la mer, du vent, d'une chute d'eau, le sifflement de la vapeur qui sort d'une chaudière, les mille sons confus que l'on entend près d'une grande ville. Ces bruits continus peuvent être analysés par la plupart des moyens qui servent à séparer les sons mélangés qui donnent leur timbre aux sons musicaux. Le cornet analyseur (633) est très-commode pour ces sortes d'expériences, à cause de la continuité des sons qu'il est capable de renforcer. On peut reconnaître ainsi, que certains bruits sont composés d'un nombre immense de sons, de hauteurs différentes très-rapprochées les unes des autres, et parmi lesquels on ne distingue pas de ton dominant. On peut comparer ces bruits à la lumière blanche, qui est formée du mélange de tous les rayons colorés que l'on voit dans le *spectre solaire ;* on pourrait, par analogie, les nommer *sons leucophones.*

N. Savart a trouvé moyen d'analyser, sans instrument, les bruits continus entendus à l'air libre. On s'éloigne peu à peu, jusqu'à une distance de 3 à 4 mètres, d'un mur vertical sur lequel les sons se réfléchissent. On distingue, pour chaque distance au mur, un des sons plus facilement que les autres, les sons les plus aigus dominant quand l'oreille est près du mur. Nous expliquerons ces phénomènes quand nous étudierons les vibrations des grandes masses d'air (699).

656. Bruits instantanés. — Un bruit n'est souvent qu'un son trop bref pour que l'oreille puisse en apprécier le ton ; ainsi les explosions, le claquement du fouet, le bruit résultant d'un choc, de la rentrée brusque de l'air dans le vide, ne sont pas habituellement appréciables ; mais on peut les rendre comparables entre eux et à d'autres sons, en les faisant entendre à de petits intervalles.

La figure 493, représente quatre tubes dans chacun desquels s'enfonce un cylindre qui fait piston. Ces tubes ont les longueurs que devraient avoir des tuyaux d'orgue pour donner l'accord parfait. Si l'on retire brusquement le cylindre B du tuyau A, on entend une petite explosion, analogue à celle qui se produit quand on débouche une bouteille; mais si l'on vient à retirer les cylindres rapidement les uns après les autres, on reconnaît facilement l'accord parfait et l'octave du son fondamental. — Quatre morceaux de bois de dimensions convenables, donnent l'accord parfait quand on les jette sur le pavé. Avec sept morceaux de bois, on peut obtenir la gamme, et la reconnaître facilement. — Si l'on fait claquer les doigts en faisant tomber brusquement le médium entre la base du pouce et l'annulaire appuyé contre cette base, le son monte sensiblement d'une *quinte*, quand on raccourcit la colonne d'air renfermée entre les doigts, en soulevant le petit doigt.

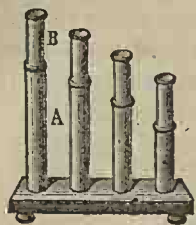


Fig. 493.

Si l'on souffle, au moyen d'un mélange de gaz hydrogène et d'oxygène, deux bulles d'eau de savon dont les diamètres soient entre eux comme 1 : 2, en les enflammant l'une après l'autre, on reconnaît l'intervalle d'octave. Enfin on peut, avec un peu d'attention, prendre sur un violon ou une basse, l'unisson des sons brefs produits en frappant sur des corps quelconques; et après qu'on aura ainsi donné l'éveil à l'oreille, il deviendra presque impossible de heurter des objets quelconques, sans remarquer la hauteur du son produit, et être prêt à en prendre l'unisson avec la voix ou un instrument. — Il est à remarquer que le bruit produit par un choc, le plus souvent, n'est pas simple; car le cornet analyseur plus ou moins allongé y trouve toujours un son à renforcer, dont la hauteur dépend de la longueur de la colonne d'air qu'il contient.

657. Limite de durée des sons. — Les faits qui précèdent prouvent qu'un son peut être apprécié, même quand il n'a qu'une très-courte durée. Savart a cherché quelle était la limite de cette durée. Pour cela, il a fait usage d'une roue dentée (*fig.* 494), dont les dents pouvaient être enlevées par portions *r*, et replacées à volonté; et il a reconnu qu'il suffit de deux dents frappant sur une carte, pour que le son soit appréciable et qu'on puisse en prendre l'unisson avec un instrument. De plus, ce son est le même que celui que donne la roue entièrement garnie de dents. Il suffit donc de deux vibrations doubles, ou de quatre vibrations simples, pour que l'oreille apprécie la rapidité de ces vibrations, c'est-à-dire la hauteur du son produit. Quand il n'y a qu'une seule dent, le bruit est encore appréciable; mais il ne dépend plus de la vitesse de rotation : il dépend de la nature et des dimensions des corps qui se choquent.

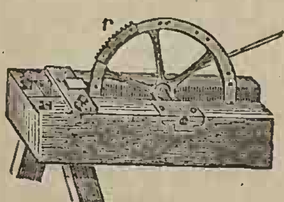


Fig. 494.

S'il y avait alors plus de 32 tours par seconde, on aurait un son très-grave, correspondant à autant de vibrations doubles qu'il y aurait de tours, c'est-à-dire de rencontres de la dent unique avec la carte.

Savart a trouvé que 10,000 chocs par seconde engendrent un son dont l'oreille peut apprécier le ton. Or, si l'on ne garde que deux dents, les deux chocs qu'elles produisent ne durent que $\frac{1}{5000}$ de seconde. L'oreille peut donc comparer des sons dont la cause agit pendant un temps aussi court.

III. Sons superposés. — Battements. — Sons résultants.

658. Battements. — Quand on produit en même temps deux sons graves dont les nombres de vibrations diffèrent peu l'un de l'autre, on entend des alternatives de force et de faiblesse qui se succèdent à intervalles égaux. Si ces alternatives sont assez rapprochées, les coups de force sont seuls distincts, et l'on a le phénomène des *battements*, découvert par Sauveur.

On obtient facilement des battements en passant l'archet sur deux cordes de violon ou de violoncelle rendant à peu près le même son, et ils sont d'autant plus espacés que les sons diffèrent moins. — Deux longs tuyaux bouchés, ou deux diapasons à l'unisson donnent des battements très-nets quand on altère un peu l'un des sons, en approchant le doigt de l'embouchure d'un des tuyaux, ou en collant un peu de cire aux branches d'un des diapasons.

La sirène double (626) donne des battements quand on fait parler les deux séries de douze trous des deux plateaux, en modifiant le nombre de vibrations du plateau supérieur par la rotation de son cylindre porte-vent.

On peut rendre les battements sensibles à la vue, soit au moyen des flammes manométriques (634), qui éprouvent des secousses périodiques; soit au moyen du phonautographe dont les sinuosités forment alors des groupes où elles sont alternativement faibles et prononcées, comme on en voit un exemple, en A (*fig.* 481) et plus en grand dans la figure 495.

659. Explication des battements. — Considérons deux sons voisins produits, par exemple, par deux lames dont les nombres de vibrations doubles par seconde sont n et n'. Supposons que les vibrations commencent en même temps; comme elles ne sont pas de même durée, la coïncidence entre les commencements des deux vibrations qui suivront n'aura plus lieu, et cette coïncidence ne se produira qu'après qu'une des lames aura gagné une vibration sur l'autre, c'est-à-dire $n - n'$ fois par seconde. Alors les vitesses communiquées à une molécule de l'air environnant s'ajouteront; il y aura donc $n - n'$ renforcements, c'est-à-dire $n - n'$ battements par seconde.

On rend cette explication plus précise, en cherchant, dans les ondes combinées marchant suivant la même direction, les vitesses qui animent les molécules d'air en divers points. La formule qui donne la vitesse de vibration d'une molécule d'air sous l'influence d'un son unique dont la *durée* d'une vibration double est t, et après un temps θ compté à partir du moment où cette vitesse est nulle, est (578),

$$V = C \sin 2\pi \frac{\theta}{t}, \quad \text{ou} \quad V = C \sin 2\pi n \theta; \qquad [1]$$

car on a $nt = 1^s$, n étant le nombre de vibrations par seconde. En ajoutant les vitesses V et V' apportées par deux sons de même intensité, de manière que C reste le même, on aura, pour la vitesse résultante U,

$$U = V + V' = \sin 2\pi n\theta + C \sin 2\pi (n'\theta) = 2C \sin 2\pi \frac{n+n'}{2} \theta . \cos \pi (n - n')\theta.$$

Sans le facteur $\cos \pi (n - n')\theta$, la valeur de U correspondrait, d'après la formule [1], à un son de $\frac{1}{2}(n + n')$ vibrations doubles par seconde, moyenne des nombres de vibrations des deux sons donnés, et dont l'intensité serait quadruple de celle de chacun de ces sons, puisque les maximum de vitesse $2C$ seraient doubles (614).

Mais l'intervention du facteur $\cos \pi (n - n')\theta$ vient modifier périodiquement la valeur de ces maximum. Ce facteur est nul $n - n'$ fois par seconde, et devient égal, $n - n'$ fois, à 1 ou à -1. Les valeurs maximum de U deviennent donc $n - n'$ fois nulles, et $n - n'$ fois égales à $\pm C$, alternativement. Il y aura donc $n - n'$ renforcements séparés par autant de silences; de sorte que la courbe dont les ordonnées figurent les vitesses des molécules d'air, au lieu de présenter des maximum égaux, prendra la forme (*fig.* 495); et l'on arrive enfin à la loi suivante :


Fig. 495.

Le nombre de battements par seconde est égal à la différence des nombres de vibrations doubles des deux sons combinés.

Remarques. — Si nous représentons les nombres de vibrations doubles par cn et cn', c étant le plus grand commun diviseur entre ces nombres, la différence sera $c(n - n')$, et si $n - n'$ est égal à l'unité, on pourra dire, dans ce cas, que le nombre de battements est égal au plus grand commun diviseur entre les nombres de vibrations des sons combinés. Ce cas se présente fréquemment. Par exemple, dans la comparaison des sons musicaux (639), nous avons trouvé les rapports $\frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{10}{9}, \frac{16}{15}, \frac{25}{24}, \frac{81}{80}$, etc.

Dans ce qui précède, on suppose les deux sons donnés de même intensité. S'il n'en est pas ainsi, il n'y aura qu'à décomposer, par la pensée, le plus intense en deux autres, le premier de même intensité que le plus faible, avec lequel il produira les effets que nous avons analysés, et le second qui ne fera que mêler à ces effets un son général qui adoucira la rudesse des battements.

Remarquons enfin que les battements sont plus intenses que les sons qui les produisent, si bien qu'ils s'entendent encore quand ceux-ci ne se distinguent plus;

ce qui tient à ce que, au moment des coïncidences, la vitesse des molécules de l'air étant doublée, l'intensité est quadruplée (674).

660. Applications des battements. — M. Scheibler a imaginé un procédé ingénieux pour accorder les orgues au moyen des battements, et sans avoir besoin d'une oreille exercée[1]. Pour cela, on dispose des séries de diapasons à fourchette, de manière à donner, non les sons exacts de la gamme tempérée que l'on veut obtenir, mais d'autres sons qui en diffèrent assez pour donner avec ceux-ci quatre battements par seconde. Il suffit alors de modifier peu à peu le son du tuyau d'orgue, jusqu'à ce qu'il produise, en se combinant avec le son de la fourchette, ce nombre de battements. — Pour cette application, M. Kœnig construit un appareil qu'il nomme *tonomètre,* et qui consiste en une série de soixante-sept diapasons montés sur caisse, allant de ut_2 (512 vib.) à ut_4, échelonnés de huit en huit vibrations, et pouvant faire entendre des battements pendant plus d'une minute et demie. Avec cette méthode, il n'y a qu'à compter, et non à faire appel à la justesse de l'oreille.

Mesure du nombre de vibrations. — Sauveur a tiré parti des battements pour trouver le nombre absolu de vibrations correspondant à deux sons suffisamment graves dont on connaît l'intervalle musical. Prenons, par exemple, deux sons dont les nombres de vibrations soient dans le rapport $\frac{24}{25}$, l'un représentant une note naturelle, et l'autre la même note diésée, et supposons que ces deux sons entendus simultanément donnent b battements par seconde. Les nombres de vibrations cherchés seront $24\,x$ et $25\,x$; x étant un multiplicateur inconnu. Or, on a, d'après la loi, $25\,x - 24\,x = b$; d'où l'on tirera la valeur de x. Par exemple, si $b = 5$ on tire $x = 5$ et l'on trouve $5 \times 24 = 120$ vibrations doubles pour l'un des sons, et $5 \times 25 = 125$, pour l'autre. Cette méthode s'applique facilement aux instruments de musique dont on peut soutenir le son assez longtemps, comme les instruments à archet, les orgues expressifs, etc.; elle n'exige pas d'autre appareil qu'un chronomètre.

661. SONS RÉSULTANTS. — Si les battements sont assez rapprochés pour qu'il y en ait plus de trente-deux par seconde, ils forment un son grave, nommé *son résultant,* qui est entendu plus ou moins facilement en même temps que les deux sons qui le produisent. Ce phénomène paraît avoir été découvert par l'organiste A. Sorge, en 1745; mais c'est Th. Young qui l'a expliqué le premier par des battements très-rapprochés. C'est en quoi *consiste l'expérience de Tartini,* qui avait voulu en faire le point de départ d'un système nouveau d'harmonie.

Pour observer les sons résultants, on produit deux sons forts et soutenus; par exemple, ceux de deux tuyaux d'orgue donnant la quarte. On entend, avec de l'attention, un troisième son beaucoup plus grave. Pour le rendre plus facile à distinguer, on produit simultanément à côté, ce même son, au moyen d'un troisième tuyau, que l'on fait taire ensuite. Le son résultant se distingue alors, comme une continuation du son de ce dernier tuyau devenu silencieux.

[1] *Annales de chimie et de physique,* 3e série, t. XXVI, p. 74.

M. Tyndall emploie les sons intenses de deux *harmonicas chimiques* égaux (570). Le tube de l'un d'eux est muni d'un prolongement mobile, au moyen duquel on peut l'allonger, pour en faire baisser un peu le ton. On entend alors un son résultant retentissant, d'autant plus grave que les deux sons diffèrent moins l'un de l'autre.

M. Helmholtz étudie les sons résultants au moyen de sa sirène double (626) dont il ouvre deux séries circulaires de trous appartenant ou non au même plateau. Pour renforcer le son, il enveloppe les plateaux de tambours r, r' (*fig.* 479) composés de deux parties pouvant s'ajuster aux cylindres porte-vent. Quand, en opérant sur une seule série de trous, on augmente peu à peu la vitesse de rotation, on entend d'abord les harmoniques du son fondamental, puis ce dernier qui monte graduellement et se trouve fortement renforcé, pour une vitesse convenable qui dépend de la série mise en action.

M. Kœnig, qui a fait un grand nombre d'expériences sur les sons résultants, pour prouver, ce qui avait été contesté, qu'ils sont bien le résultat de battements très-rapides[1], a construit, pour ces recherches, plus de 60 diapasons, échelonnés de ut_{-1} à ut_7, et munis de curseurs et de poids additionnels destinés à modifier leur ton. Le plus grand, long de 75 centimètres, et dont les extrémités forment des rectangles de 35^{mm} sur 55^{mm} de côté, donne le sol_{-1} et peut descendre à ut_{-1} à l'aide des curseurs. Avec les quatre suivants, donnant ut_1, mi_1, sol_1, ut_2, il forme un poids total de 130 kil. sans les curseurs et poids additionnels.

La plupart de ces diapasons sont munis de résonnateurs cylindriques, dont le fond est formé d'un piston pouvant s'enfoncer au moyen d'une vis, de manière qu'on puisse accorder exactement l'appareil sur le son à renforcer.

662. Détermination du son résultant. — Pour trouver le son résultant, comparé à un *son fondamental* de N vibrations doubles par seconde, représentons par n et n' les nombres de vibrations par seconde des deux sons générateurs. Il y aura $n - n'$ coïncidences par seconde (659), c'est-à-dire que le son résultant fera $n - n'$ vibrations en 1^s, ou $(n - n') : N$, pendant que le son fondamental en fait une. — Par exemple, soit *ut* le son fondamental; si nous produisons en même temps les sons *mi* et *fa*, ou $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ et $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$, *ut* donnant 12 vibrations pendant que *mi* en donne 15 et *fa* 16, le son résultant sera $\frac{1}{12}$; car, ici, $n - n'$ est égal à 1. Or, le son $\frac{1}{12}$ n'est autre chose que $\frac{4}{3} : 2^4$, c'est-à-dire fa_{-4}. On trouverait de même que *ut* et *fa* donnent $\frac{1}{3}$ ou fa_{-2}.

Conséquences. — Il résulte de là que, si l'on produit simultanément les sons harmoniques 1, 2, 3, 4, 5, on n'entendra que le son 1; car les autres, combinés deux à deux, le donnent comme son résultant, ou fournissent des sons qui existent déjà dans la série. Cependant, les sons composants s'entendent un peu en même temps que le son 1 qui est beaucoup plus fort, ce qui donne à ce dernier un timbre particulier. Le jeu de cornet, dans les orgues, est ainsi formé, pour chaque note, de 5 tuyaux donnant les harmoniques 1, 2, 3, 4, 5.

[1] *Moniteur scientifique* de M. Quesneville, avril 1876.

D'après ce qui précède, on voit que, plus les sons combinés sont graves, tout en conservant le même rapport, plus le son résultant est grave lui-même; de sorte qu'un accord peut être accompagné de battements désagréables quand il est composé de sons très-bas. Ainsi, la tierce, formée par deux sons de 40 et 50 vibrations doubles par seconde, donne, dans le même temps, 10 coïncidences assez espacées pour produire des battements. Avec 400 et 500 vibrations, elle est encore accompagnée d'une espèce de roulement de tambour.

663. Remarque. — Il faut au moins 32 coïncidences par seconde pour produire un son résultant. Mais ce son ressemble souvent à un bruit plus ou moins rauque, qui n'a rien de musical, même quand il y a plus de 100 coïncidences. C'est que, pour former un son musical, il faut que les ébranlements communiqués à l'air se superposent en partie, forment une certaine continuité, et ne présentent pas d'interruptions, comme dans ces ondes brisées que nous avons citées (632), et avec lesquelles le son est rude et criard. Les roues dentées donnent ainsi un son désagréable, dont la rudesse dépend de la raideur et de la forme de la lame frappée par les dents.

D'après M. Helmholtz, c'est pour 33 coïncidences par seconde que l'effet est le plus désagréable; il l'est ensuite de moins en moins à mesure que le nombre augmente, jusqu'à 132, nombre au-dessus duquel les pulsations forment un son musical. Quand les battements sont lents, assez écartés pour former des coups séparés, ils ne communiquent plus de caractère dissonant à l'accord, et s'en distinguent comme s'ils en étaient indépendants.

664. Applications à la théorie des dissonances. — Nous avons vu que les accords les plus consonnants sont ceux dans lesquels les nombres de vibrations combinées sont dans les rapports les plus simples, ce que Euler a expliqué par le sentiment qu'a l'oreille de cette simplicité même. Pour les sons successifs, on n'a guère trouvé de meilleure raison à donner; mais pour les sons simultanés, il existe une cause physique de dissonance, qui consiste dans la production de battements, d'autant plus désagréables que les rapports des vibrations sont moins simples. Déjà Sauveur avait remarqué que les accords dissonants sont ceux qui sont accompagnés de battements, et les consonnants ceux qui n'en ont pas; ce qui tient à ce que le rapport réduit des nombres de vibrations étant exprimé, dans les accords les plus consonnants, par des nombres plus simples, les battements sont remplacés par un son résultant, à moins qu'on n'ait affaire à des sons très-graves.

M. Helmholtz, en partant de la même idée, et à la suite de nombreuses expériences faites principalement au moyen de sa sirène double, a trouvé une explication de la dissonance, dans laquelle il fait intervenir les combinaisons entre les *sons harmoniques* qui accompagnent toujours un son véritablement musical [1].

Considérons d'abord deux sons simples, c'est-à-dire dépourvus d'harmoniques, comme ceux des diapasons. Dans le cas de l'octave, les coïncidences ont lieu à la

[1] *Théorie physiologique de la musique*, trad. de M. Guéroult, 2e partie.

fin de chaque vibration double du son le plus grave, et donnent un son résultant qui le reproduit. Dans le cas de la quinte $\frac{3}{2}$, les coïncidences sont encore très-rapprochées, mais dans la tierce majeure $\frac{5}{4}$, elles sont assez écartées pour donner à l'accord quelque chose de rude et de désagréable, pour peu que les sons soient graves. Par exemple, si le plus bas est ut_3 (*ut* grave du violon, 256 vibrations doubles) le nombre des coïncidences sera $256 \cdot \frac{5}{4} - 256 = 64$, nombre inférieur à la limite 132, au-dessous de laquelle, d'après M. Helmholtz, il y a dissonance (663). Pour les rapports plus compliqués, les coïncidences seront encore moins rapprochées et le son encore plus rude.

Rôle des harmoniques. — Considérons maintenant des sons accompagnés de leur cortége d'harmoniques. Les harmoniques de l'un de ces sons pourront donner, avec ceux de l'autre, des battements se détachant sur les sons générateurs (659), et pouvant imprimer à l'ensemble un caractère plus ou moins dissonnant. Dans le cas de l'*octave*, les harmoniques des sons 1 et 2, sont :

1	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,....
2	4,	6,	8,	10,	12,	14,	16,	18,	20,....

tous ceux du son 2 se retrouvent dans un des harmoniques *pairs* du plus grave.

Pour la *quinte*, les deux sons primaires étant 2 et 3, on a les harmoniques :

2	4,	6,	8,	10,	12,	14,	16,	18,	20,....
3	6,	9,	12,	15,	18,	21,	24,	27,	30,....

chacun des harmoniques pairs du son 3 est commun avec un de ceux du son 2 qui sont divisibles par 3.

Pour la *tierce* $\frac{4}{5}$, les harmoniques communs sont encore moins nombreux; il ne peut y en avoir que parmi ceux du son 5, divisibles par 4, comparés à ceux du son 4 divisibles par 5.

En outre, les harmoniques non communs se combinent deux à deux en donnant des battements ou des sons résultants. Pour la *quinte* et la *quarte*, les coïncidences par seconde sont toujours en nombre supérieur à 132, quand les sons ne sont pas trop graves. Mais pour la *tierce majeure*, et à plus forte raison, pour les rapports plus compliqués, leur nombre peut descendre bien au-dessous de cette limite, et les accords sont alors rudes et dissonnants.

Ce qui précède suppose qu'on emploie des notes justes. Si l'on se sert de la gamme tempérée, on conçoit que les battements seront très-variés, car il s'en produira même entre les harmoniques communs, dont les nombres de vibrations diffèrent un peu; ce qui, en général, augmentera encore la rudesse de l'accord.

665. Accords de plus de deux sons. — M. Faà Bruno a étudié spécialement les accords de 4 sons, et est arrivé à la loi suivante, qu'il a publiée avant 1865[1], et qui cadre bien avec les développements qui précèdent, « *les accords*

[1] *Les Mondes*, revue des sciences, août et octobre, 1865.

nous paraissent d'autant plus consonnants et agréables, que la coïncidence des vibrations des sons qui les composent a lieu dans un moindre temps. » Considérons, par exemple, les accords suivants, dont les nombres relatifs de vibrations sont indiqués en *nombres entiers :*

(1)	ut_2	sol_2	ut_3	mi_3	(3)	sol_1	$ré_1$	si_2	fa_3	(5)	ut_2	fa_2	la_2	ut_3
	2	3	4	5		18	27	45	64		3	4	5	6
(2)	ut_2	mi_2	sol_2	ut_3	(4)	$ré_2$	fa_2	sol_2	si_2	(6)	ut_2	ut_3	$mi\flat_3$	sol_3
	4	5	6	8		27	32	36	45		5	10	12	15

Dans tous ces accords, il y a coïncidence des vibrations des quatre sons, après un nombre de vibrations du plus grave, indiqué par le nombre écrit au-dessous de lui. Or, on constate facilement que l'accord (1), dans lequel les coïncidences sont plus rapprochées que dans l'accord (2) pour le même nombre de vibrations absolu du plus grave, est plus agréable que l'accord (2). De même, l'accord (3) est beaucoup plus beau que l'accord (4), etc. Remarquons, que l'on ne considère pas ici les harmoniques, qui ne peuvent, du reste, produire que des résultats insensibles au milieu du conflit des 4 sons primaires.

IV. Méthode optique de comparaison des sons.

666. Nous avons vu comment on peut, au moyen du sonomètre, comparer les sons entre eux, et trouver leurs rapports dans les divers accords. On doit à M. Lissajous une méthode remarquable, au moyen de laquelle on peut obtenir ces résultats *sans le secours de l'oreille*[1]. Cette méthode s'appuie sur les deux faits suivants qui seront développés dans l'optique : 1° l'impression dans l'œil persiste quelques vingtièmes de seconde après que la lumière a cessé d'agir, comme le prouve l'expérience familière d'un charbon ardent, qui produit une courbe continue quand il tourne rapidement; 2° Si l'on incline un miroir, sur lequel se réfléchit un rayon lumineux fixe, le rayon réfléchi s'incline d'une quantité angulaire double.

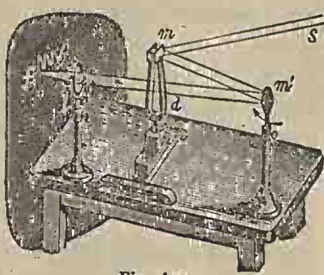


Fig. 496.

Cela posé, considérons un diapason à fourchette *d* (*fig.* 496), dont une des branches porte à l'extrémité de sa face convexe un petit miroir plan *m*, l'autre branche étant lestée par une masse de même poids. Si le miroir *m* est frappé par un pinceau de rayons solaires *sm*, le pinceau réfléchi *mm'*, reçu dans l'œil

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LI, p. 147.

ou projeté sur un écran pendant les vibrations, produira un trait lumineux parallèle au plan de la fourchette, le miroir oscillant autour d'un axe perpendiculaire à ce plan. Si l'on fait en même temps tourner le diapason sur lui-même, l'image du trait lumineux se déplacera, et l'on obtiendra une ligne sinueuse semblable à celle que l'on voit en *f*. Quand le corps vibrant ne se prête pas à un déplacement rapide, on reçoit le rayon réfléchi sur un second miroir *m'*, que l'on fait tourner autour d'un axe perpendiculaire au rayon réfléchi *mm'*, et situé dans le plan où ce rayon oscille. On voit alors, soit directement dans le miroir *m'*, soit par projection en *f*, la ligne sinueuse qui prouve l'existence du mouvement vibratoire. La lentille *l* sert à rassembler dans un espace très-étroit les rayons réfléchis en *m'*, de manière que le trait projeté en *f* soit plus brillant, plus mince et plus net.

667. Composition des vibrations de même direction. — Considérons deux diapasons à l'unisson, parallèles et munis de petits miroirs *m*, *m'* (*fig.* 497); un pinceau de rayons lumineux *om*, réfléchi en *m*, puis en *m'*, vient former un point lumineux sur un écran placé en *t* au foyer de la lentille *l*. Si l'un des diapasons vibre, le rayon qu'il réfléchit oscille dans un angle double de celui du miroir, et le point lumineux se change en un trait situé dans le plan commun des diapasons.

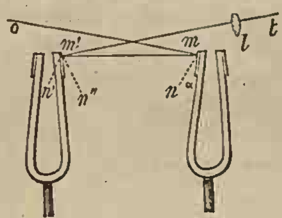


Fig. 497.

Supposons maintenant que les deux diapasons vibrent simultanément, avec la même amplitude :

1° S'ils passent en même temps par la position d'équilibre, en marchant dans le même sens, de manière que les miroirs restent sensiblement parallèles, le trait aura sa longueur *minimum;* car l'un des miroirs s'inclinant en *n*, de la quantité α, le rayon réfléchi *mm'* sera relevé de 2α (666), ce qui relèverait aussi de 2α le rayon *m't*, si le miroir *m* était en repos; mais si ce dernier s'incline aussi de α, en venant en *n'*, le rayon qu'il réfléchit sera abaissé de 2α, de sorte que, le rayon *m't* ne changeant pas de position, on n'aura en *t* qu'un point lumineux, comme si les diapasons étaient en repos.

2° Si les diapasons passent au même moment par la position d'équilibre, mais en sens contraire, les miroirs ayant toujours des positions symétriques par rapport à la position d'équilibre, telles que *n* et *n''* par exemple, les déviations imprimées au rayon s'ajouteront, et la longueur du trait sera *maximum*.

3° Quand les deux diapasons ne passent pas en même temps par la position d'équilibre, la longueur du trait est intermédiaire entre le *maximum* et le *minimum*, et elle diffère du maximum, d'une quantité qui dépend de *la différence de phase*, c'est-à-dire de la fraction du temps d'oscillation *t*, qui s'écoule entre les instants auxquels les deux diapasons quittent dans le même sens leur position d'équilibre.

Si l'on altère un peu le ton d'un des diapasons, on entend des battements, et le trait lumineux s'allonge et se raccourcit alternativement ; et en faisant alors légèrement tourner une des fourchettes, on obtient une ligne sinueuse, présentant des parties alternativement renflées et contractées.

668. Composition de deux mouvements rectangulaires. — Quand les miroirs oscillent dans des plans perpendiculaires l'un à l'autre, les déplacements

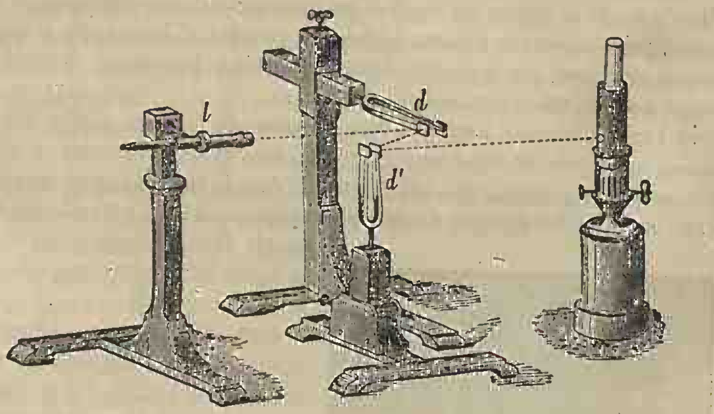


Fig. 498.

du rayon par les deux réflexions se font aussi dans ces deux plans, et le point lumineux projeté sur l'écran décrit une courbe dont la forme dépend du rapport des nombres de vibrations des diapasons et de la différence de phase. La figure 498 représente la disposition de l'appareil. Les plans des fourchettes *d*, *d'*, sont perpendiculaires l'un à l'autre. La courbe lumineuse est observée directement à travers une lunette *l* qui en grossit les dimensions, ou bien elle est reçue sur un écran après interposition d'une lentille.

Voici quelques résultats : si les diapasons sont à l'*unisson* et commencent leurs

0 et $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{16}$ ou $\frac{3}{16}$ — $\frac{1}{8}$ — $\frac{3}{16}$ ou $\frac{7}{16}$ — $\frac{3}{8}$

Fig. 499.

vibrations en même temps, la ligne lumineuse décrite est la diagonale du rectangle construit sur chacun des traits que produirait seul chaque diapason. Si les ne coïncident pas, il se produit une *ellipse*, plus ou moins aplatie, vibrations suivant la différence de phase.

Quand les diapasons *ne sont pas à l'unisson*, le point lumineux décrit une courbe qui varie avec la différence de phase, qui est comprise dans un rectangle dont les côtés représentent les deux amplitudes, et est d'autant plus compliquée que le rapport des nombres de vibrations est moins simple. La *fig.* 499 représente, dans le cas de la *quinte*, ces courbes qui correspondent aux différences de phase indiquées au-dessous de chacune d'elles. Par exemple, $\frac{3}{16}$ indique que le diapason le plus aigu passe par la position d'équilibre après le plus grave, et après $\frac{3}{16}$ du temps d'une vibration double de ce dernier.

Si l'on fait tourner lentement sur lui-même le diapason *d* (*fig.* 498), on obtient une espèce de ligne en zigzag, qui, dans le cas de l'unisson, ressemble à la projection d'une longue hélice, et qui, dans le cas des autres intervalles, forme une suite d'arabesques d'autant plus compliquées que l'intervalle est moins simple. On en voit des exemples dans la figure 500, qui correspondent aux intervalles $\frac{5}{6}$ et $\frac{15}{16}$[1].

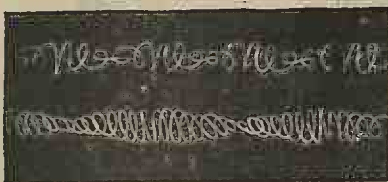


Fig. 500.

669. Résultats. — La méthode optique se prête de la manière la plus heureuse à l'étude d'une foule de questions sur la comparaison des mouvements vibratoires :

1° Quand il existe un rapport simple entre les nombres de vibrations accomplies dans les plans rectangulaires, l'aspect de la courbe fait connaître ce rapport quand il n'y a pas de parties superposées; car on remarque que le nombre des sommets qu'elle présente sur un côté horizontal et sur un côté vertical, est égal au terme correspondant du rapport réduit à son expression la plus simple. Par exemple, pour la *quinte*, $\frac{2}{3}$, il y a deux sommets sur l'un des côtés, et trois sur l'autre (*fig.* 499).

3° Si le rapport simple est légèrement altéré, la différence initiale de phase change à chaque nouvelle vibration du son le plus grave, et la courbe passe successivement par toutes les formes qui correspondent au rapport donné, de manière que la figure oscille autour de la forme qui correspond à une différence de phase nulle, et d'autant plus lentement que le rapport est moins altéré. S'il se produit des battements assez écartés, on verra la courbe passer, à chaque renforcement, par la forme qui correspond à une différence de phase nulle; de manière qu'on pourra compter les battements avec les yeux.

3° Si le son le plus aigu est un peu trop haut, et si l'on donne une grande

[1] Ces courbes peuvent être tracées sur une lame de verre recouverte de noir de fumée, au moyen de deux diapasons, dont un porte la lame, et l'autre, perpendiculaire au premier, la pointe qui trace la courbe. On déplace ce dernier dans le sens de sa longueur, pendant que les deux instruments vibrent.

amplitude au diapason qui le produit, on voit le mouvement de la courbe se ralentir. Si, au contraire, on donne une grande amplitude au diapason le plus grave, la courbe oscille plus rapidement. Ce qui montre que les vibrations se ralentissent un peu quand l'amplitude augmente; fait déjà signalé (560), mais prouvé ici d'une manière bien plus sûre, l'illusion qui fait paraître un son plus grave quand il est plus intense étant évitée.

4° Quand le rapport simple des nombres de vibrations est sensiblement altéré, la courbe se déplace beaucoup d'une vibration à la suivante, et à cause de la persistance des impressions dans l'œil, il peut se faire qu'on aperçoive, en même temps que la courbe du moment, les dernières courbes qui se sont dessinées lors des vibrations précédentes. On peut même déduire du nombre des courbes vues ainsi simultanément, la durée de l'impression faite dans l'œil. Par exemple, si l'on en distingue trois à la fois, et si $m : n$ est le rapport des nombres de vibrations, cette durée est égale environ à 3 fois le temps que l'un des sons met à faire m vibrations doubles, et le second, n. On trouve ainsi une valeur comprise entre $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{15}$ de seconde. On conçoit que cette durée dépend de l'intensité de la lumière et du fond plus ou moins sombre sur lequel se dessine la figure lumineuse.

670. Dans les expériences qui précèdent, on ne peut déterminer à volonté la différence de phase, et la courbe obtenue est due au hasard; de plus, elle se transforme pour peu que le rapport des deux sons soit défectueux. M. A. Mercadier a trouvé moyen de faire disparaître ces inconvénients[1].

Chacun des diapasons perpendiculaires l'un à l'autre est maintenu en vibration par un électro-aimant placé entre ses deux branches, et il sert lui-même d'*interrupteur* du courant, de manière qu'on peut, sans nuire à la concordance (594), modifier le nombre de vibrations du diapason au moyen de curseurs pesants pouvant glisser sur ses branches. Une vis qui s'enfonce longitudinalement dans une de ces branches sert à terminer le réglage; elle porte une tête formée de quatre ailes, sur lesquelles on peut agir par de légers chocs, pendant que l'appareil vibre, de manière à obtenir par tâtonnement une courbe parfaitement fixe.

Pour faire varier la différence de phase, on diminue l'amplitude des vibrations d'un des diapasons, en le pressant légèrement avec un morceau de caoutchouc, ce qui augmente un peu la rapidité des vibrations, comme nous venons de le rappeler. La courbe se transforme alors graduellement, et on l'arrête à la forme que l'on veut observer.

671. Comparateur optique des vibrations. — Cet appareil, dû à M. Lissajous, sert à établir un rapport demandé entre les vibrations d'un corps et celles d'un diapason, et avec une précision bien supérieure à celle que peut donner l'oreille. Le diapason D (*fig.* 501), qui est souvent muni d'un électro-aimant, est fixé horizontalement à un support, et l'une de ses branches porte une lentille, *o*,

[1] *Journal de physique*, de M. d'Alméida, t. V, p. 309.

qui forme l'objectif d'un microscope dont l'oculaire l est fixe. Supposons qu'il s'agisse de lui comparer les vibrations d'une corde vibrante, sur laquelle on ne peut fixer un petit miroir. On la place perpendiculairement au diapason, et l'on y marque un point n en y déposant du noir de fumée dans lequel on fait un trait que l'on éclaire vivement; ou bien on projette le foyer linéaire d'une lentille cylindrique sur le point que l'on veut rendre distinct. Si le diapason vibre seul, le point n de la corde, vu à travers le microscope, forme une ligne droite lumineuse, et si la corde vibre en même temps, une courbe produite par la combinaison des deux mouvements.

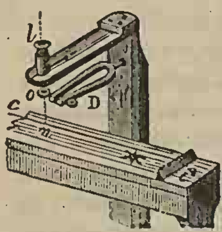


Fig. 501.

C'est par cette méthode qu'on accorde les diapasons qui doivent donner le *la* normal (649). On place en *nc* l'instrument à régler, après avoir gravé, à l'extrémité d'une de ses branches, un trait que l'on éclaire vivement, et que l'on vise à travers le microscope *lo* à objectif vibrant. On reconnaît que les deux diapasons sont à l'unisson quand la courbe formée est une ellipse fixe.

Au moyen du même *comparateur*, on peut encore accorder deux corps vibrants, l'un sur l'autre sans le secours de l'oreille. On commence par placer un de ces corps, sur lequel se trouve un point vivement éclairé, au-dessous du diapason D, qui est muni de curseurs, et dont on change le nombre de vibrations, jusqu'à ce qu'il se produise une courbe fixe. On substitue ensuite l'autre corps vibrant au premier, et on le modifie jusqu'à ce qu'on reproduise la même figure.

672. Construction géométrique des courbes. — M. Lissajous a calculé l'équation des courbes produites par la composition des vibrations rectangulaires, en supposant ces vibrations pendulaires, auquel cas la vitesse, après la fraction θ de la durée t de l'oscillation double, est donnée (578) par la formule $V = C \sin \pi \frac{\theta}{t}$.

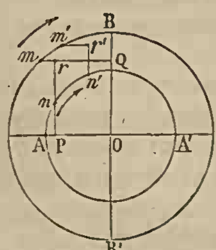


Fig. 502.

Or c'est ce qui a lieu ordinairement, puisque la force d'élasticité est proportionnelle aux distances à la position d'équilibre. Il a aussi indiqué le moyen suivant de tracer ces courbes géométriquement, de manière que l'expérience n'ait plus qu'à vérifier les résultats de la construction.

Soit AA′ (*fig.* 502), la droite parcourue par l'image lumineuse, quand le diapason horizontal vibre seul, et BB′ celle qu'elle parcourt, quand c'est le diapason vertical qui vibre seul, O étant la position de l'image pendant le repos des deux instruments. Décrivons des circonférences sur ces deux droites comme diamètres. Le mouvement de l'image sur AA′ étant celui du pendule, nous savons qu'on peut regarder à chaque instant cette image comme la projection d'un mobile marchant sur la circonférence AnA′ avec une vitesse uniforme égale à AA′ : t

ou $AA' \times n$, n représentant le nombre de vibrations par seconde (122). Supposons maintenant que les deux diapasons vibrent simultanément, et soient P et Q les positions qu'occuperait l'image, si elle était soumise seulement à l'influence du mouvement horizontal ou du mouvement vertical. Par l'effet de la composition des mouvements, cette image sera en r, sur la diagonale du parallélogramme construit sur OP et sur OQ, et r sera un point de la courbe. Les mobiles qui ont pour projections les points P et Q sont alors en n et m.

Si l'on veut d'autres points de la courbe, il n'y aura qu'à faire mouvoir les points n et m d'un mouvement uniforme, avec leur vitesse respective, et à mener les droites de projection, dans chaque position correspondante. Par exemple, les mobiles venant en n' et m', r' sera un nouveau point de la courbe. On voit que sa forme dépend du rapport des vitesses des mobiles, c'est-à-dire de celui des nombres de vibrations des diapasons, et aussi de la différence de phase, dont on tiendra compte en supposant l'un des mobiles en A, et l'autre à une distance de B' qui exprimera la différence de phase. — M. Lissajous a imaginé une machine très-ingénieuse, au moyen de laquelle on peut tracer la courbe d'un mouvement continu, dans les divers cas qui peuvent se présenter.

CHAPITRE II

LOIS DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES OU PALMIQUE[1]

> Ne dirait-on pas que la nature aurait une prédilection pour l'harmonie, et qu'elle aurait recours à elle pour augmenter les sons?
>
> (MUSSCHENBROECK, *Traité de phys.* introd.)

673. Tous les corps élastiques sont susceptibles de vibrer, et la rapidité des vibrations dépend de leur forme, de leurs dimensions et de leur élasticité. Un corps qui vibre est susceptible de se partager de plusieurs manières en parties vibrantes séparées par des points, lignes ou surfaces de repos, que l'on nomme *nœuds, lignes nodales, surfaces nodales;* de manière que, de part et d'autre des points en repos, le mouvement des molécules ait lieu au même instant en sens

[1] La partie de la physique qui traite des lois du mouvement vibratoire n'a pas reçu de nom particulier. Dans notre première édition, nous avons proposé d'appeler la science des vibrations, *palmique* (παλμικὸς, relatif aux vibrations). L'acoustique n'est alors qu'une partie de la palmique.

inverse. Le milieu d'une partie vibrante se nomme *ventre* de vibration, et à chaque mode de division correspond un son particulier. Les corps peuvent être animés *simultanément* de plusieurs mouvements vibratoires correspondant à des modes différents de divisions. On entend alors plusieurs sons, et c'est ce qui constitue le phénomène de la *résonnance multiple*, remarqué d'abord sur les cordes vibrantes. Ces sons consistent le plus souvent en *harmoniques* du son fondamental, et nous avons vu comment ils lui impriment son timbre particulier (632).

Nous allons étudier, dans ce chapitre, les lois du mouvement vibratoire, successivement dans les *gaz*, les *liquides* et les *solides;* et nous indiquerons les applications de ces lois aux principaux instruments de musique. F. Savart divisait ces instruments en deux classes : *les instruments simples,* dans lesquels le son du corps vibrant n'est pas renforcé par communication de ses vibrations à d'autres parties de l'instrument, comme les cloches, les triangles, la plupart des instruments à vent; et en *instruments composés,* dans lesquels ce renforcement existe: comme dans le violon, le piano.

§ 1. — VIBRATIONS DES GAZ

I. Modes d'ébranlement.

674. Nous avons vu, en traitant de la propagation du son, comment l'air peut être mis en vibrations pour transmettre les sons. En outre, une masse d'air ou de tout autre gaz, limitée et séparée de l'atmosphère par des parois solides, peut recevoir un mouvement vibratoire propre, comme un corps solide, mouvement qui se propage au dehors, si l'on a ménagé des ouvertures dans les parois. La rapidité des vibrations dépend de la nature, des dimensions de la masse gazeuse, et de la disposition des parois qui la contiennent; ces parois occasionnant des ondes réfléchies, qui, en se combinant avec les ondes directes, déterminent, en chaque point de la masse gazeuse, un état vibratoire particulier, dont dépend le son produit.

Pour faire vibrer directement l'air renfermé dans une caisse, on peut disposer à une ouverture pratiquée dans la paroi, une lame élastique qui la ferme en partie et que l'on fait vibrer. On change peu à peu la longueur de la lame, jusqu'à ce que la rapidité de ses vibrations convienne aux dimensions et à la forme de la masse gazeuse, de manière que celle-ci puisse y répondre. Alors le son est renforcé et beaucoup plus intense que lorsque la lame vibre en plein air.

675. Embouchure de flûte. — Un moyen fréquemment employé pour faire vibrer une colonne d'air, consiste à diriger un courant de ce gaz contre le tranchant d'une lame taillée en biseau. L'air, arrivant par un tube T, *t*, adapté au *pied* d'un tuyau (*fig.* 503), s'échappe par une fente étroite nommée *lumière*, et se divise sur le biseau A, *a*, opposé à la fente. L'ouverture comprise entre la lumière et le tranchant du biseau, se nomme la *bouche* du tuyau; ses bords forment la *lèvre supérieure* et la *lèvre inférieure*. Le tranchant du biseau doit être terminé par une surface plane très-étroite. Un pareil système constitue une *bouche*, ou *embouchure de flûte*.

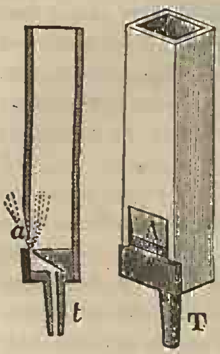


Fig. 503.

Les vibrations de la colonne gazeuse sont dues au choc de la lame d'air qui se brise contre le tranchant du biseau. En effet, une bouche *isolée* à lèvre supérieure mobile B (*fig* 504), donne un son faible, dont la *hauteur* est indépendante de la substance et de la forme du biseau, quand il est rigide, mais dépend de sa distance à la lumière et de la force du vent. En effet, si l'on fait glisser peu à peu la lèvre B, pour la rapprocher de la lumière, le son *monte* d'une manière continue; il en est de même quand, la lèvre supérieure étant *fixe*, on augmente la vitesse du courant d'air.

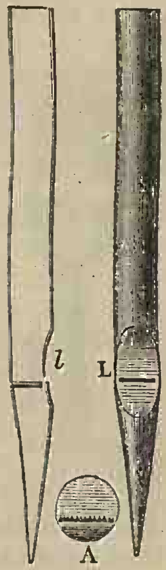


Fig. 505.

Pour expliquer le mouvement vibratoire engendré par les embouchures de flûte, remarquons que la lame d'air sortant de la lumière, se précipite contre l'étroite surface plane qui termine le biseau, se comprime, et réagit ensuite, pour refouler le courant, quand son élasticité est devenue trop grande; puis l'air est comprimé de nouveau, pour réagir encore..... De là, des vibrations qui se succèdent d'autant plus rapidement que la vitesse du courant d'air est plus grande, et le biseau plus rapproché de la lumière, près de laquelle l'air agit plus vivement qu'à une certaine distance. C'est ainsi que se produit le sifflement du vent sur les branches des arbres, sur les cordages des navires. On peut comparer ce phénomène à ce qui se passe quand on plonge un bâton dans un courant d'eau : ce liquide forme de fines ondulations en s'amoncelant du côté où il frappe le bâton.

Fig. 504.

Nous avons des exemples d'embouchure de flûte dans certains tuyaux d'orgue, dans le flageolet, le sifflet ordinaire. C'est par un artifice semblable que l'on fait vibrer l'air dans un tube sur le bord duquel on souffle, comme dans une clef forée. Les lèvres remplacent ici la lumière. C'est par le même moyen qu'on tire des sons de la flûte, en soufflant sur le bord de l'ouverture ovale. La flûte de Pan n'est autre chose qu'une série de sept tubes accolés dont les longueurs sont graduées de manière à donner la gamme quand on souffle sur leur bord.

Quand ce système d'embouchure est adapté à un tuyau d'orgue cylindrique, les lèvres sont rentrées et aplaties, de manière que la bouche soit percée dans une paroi plane, comme on le voit en L et *l* (*fig.* 505). Souvent le bord intérieur de la lumière est dentelé finement, A; ce qui favorise le développement du son.

676. Sifflet à vapeur. — Cet instrument (*fig.* 506), fréquemment employé sur les locomotives, est une application de l'embouchure de flûte. La lumière est formée d'une fente circulaire ménagée entre le contour d'un disque, *nn*, et le bord circulaire d'un petit réservoir dans lequel arrive de la vapeur ou de l'air comprimé. La lame gazeuse cylindrique qui s'échappe de cette lumière se divise contre le bord aminci d'un vase renversé *s*, en produisant un son intense d'autant plus aigu que le gaz sort avec plus de force. Ce son est renforcé par les vibrations de la masse d'air contenue dans le vase. On a construit, au moyen de semblables sifflets de grandeur graduée, des espèces d'*orgues à vapeur*, avec lesquels on joue des airs en appuyant sur les clefs des robinets, *r*. Quand la vapeur possède une tension de 4 à 5 atmosphères, les sons sortent avec une intensité remarquable; mais leur justesse laisse à désirer, parce qu'elle dépend de la pression qu'il est difficile de maintenir au degré convenable.

Fig. 506.

677. Sons produits par la sortie d'un gaz. — Un courant de gaz sortant par un orifice circulaire, produit un son faible dont la hauteur dépend, suivant Chladni, de la vitesse du courant et de la grandeur de l'orifice. Masson a reconnu que les nombres de vibrations sont proportionnels à la racine carrée des pressions, ou à la vitesse d'écoulement (440), et qu'ils sont indépendants de la grandeur des orifices [1]. En plaçant des tuyaux au-dessus de l'orifice, il a obtenu des sons aussi beaux que ceux que donnent les colonnes d'air au moyen d'embouchures de flûte.

On emploie encore pour faire vibrer l'air, des *anches* de diverses sortes, dont nous parlerons après avoir traité des vibrations des colonnes d'air (707).

678. La substance des tuyaux n'a pas d'influence sur la hauteur du son produit, *quand leurs parois sont suffisamment épaisses.* Dans le cas contraire, ces parois vibrent par communication et réagissent sur les vibrations de la colonne d'air, de manière à en changer le son, qui est d'autant plus grave et sourd, que les parois sont moins rigides. L'expérience se fait avec trois tuyaux contenant des colonnes d'air égales, mais dont un est en papier, l'autre en bois de sapin mince, et le troisième en bois épais. Le tuyau de papier donne le son le plus grave et le moins pur. En le plaçant horizontalement et mettant du sable sur une de ses parois planes, on voit ce sable dessiner des lignes nodales.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XL, p. 333.

Si l'intérieur du tuyau n'est pas lisse; s'il est, par exemple, peluché, le son est aussi plus grave et plus sourd.

Dans les instruments à vent, les parois peuvent entrer en vibration quand elles sont minces, ce qui fait que leur timbre dépend de la matière dont ils sont faits; comme on le remarque dans les tuyaux d'orgue, les instruments de cuivre. — Les vibrations communiquées ainsi par une colonne d'air peuvent être telles, que les bons chanteurs parviennent à briser un verre à boire, en produisant fortement à son ouverture, le son auquel peut répondre la masse d'air contenue.

II. Colonnes d'air à section très-petite. Lois de D. Bernouilli.

679. Nœuds et ventres des tuyaux bouchés. — Les lois des vibrations des colonnes d'air renfermées dans des *tuyaux prismatiques dont la section est très-petite par rapport à la longueur*, ont été découvertes par Daniel Bernouilli; avant lui on n'avait, sur ce sujet, que quelques notions données par Sauveur, en 1701. Les tuyaux peuvent être ouverts ou fermés. Dans le dernier cas, ils portent, dans les jeux d'orgue, le nom de *bourdons*.

Considérons une colonne d'air, renfermée dans un tuyau à section très-petite par rapport à sa longueur et fermé à l'une de ses extrémités; à l'autre, qui est ouverte, se trouve une lame animée de vibrations *pendulaires*. Il se formera une série d'ondes, qui se propageront dans l'intérieur du tuyau, et dont la longueur λ sera donnée par la formule $\lambda = v : n$ (576), dans laquelle v représente la vitesse du son, et n le nombre de vibrations accomplies en une seconde par la lame vibrante. Ces ondes se réfléchiront sur le fond du tuyau, et les ondes réfléchies croiseront les ondes directes sans les altérer (581), de manière que les vitesses communiquées aux molécules d'air en chaque point, s'ajouteront si elles sont de même sens, et se retrancheront si elles sont de sens contraire. Cela posé, D. Bernouilli a démontré que, *dans les tuyaux bouchés*,

1° *Il y a des nœuds aux distances du fond du tuyau égales à un nombre pair de demi-longueurs d'ondulation*, c'est-à-dire à $0,\ 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda,\ 4 \cdot \frac{1}{2}\lambda, \ldots\ldots$

2° *Il y a des ventres de vibrations, aux distances du fond égales à un nombre impair de fois* $\frac{1}{2}\lambda$; c'est-à-dire égales à $\frac{1}{2}\lambda,\ 3 \cdot \frac{1}{2}\lambda,\ 5 \cdot \frac{1}{2}\lambda, \ldots\ldots$

Les *nœuds* sont des sections droites où l'air ne vibre pas, mais où il éprouve des changements continuels de densité. Les *ventres* sont des sections où l'air vibre le plus fortement, sans cependant changer de densité ni de pression.

Nota. — Nous prenons ici pour *longueur d'ondulation*, λ, l'espace parcouru par le son pendant une *vibration simple;* c'est-à-dire que λ est la longueur d'une onde *condensante*, ou d'une onde *dilatante* seulement. D. Bernouilli nomme *concamération* la distance entre deux nœuds consécutifs, distance qui n'est autre chose que λ.

Pour démontrer ces lois, représentons les compressions et dilatations des tranches d'air, à un certain moment, par les ordonnées d'une courbe, comme nous l'avons fait en traitant de la propagation du son (574); et supposons que les ondes directes, en ce moment, soient arrivées dans la position $rm''a\text{A}$ (*fig.* 507), par rapport au fond AA′ du tuyau. Les ondes réfléchies, provenant de celles qui les ont précédées, sont alors représentées par la courbe $\text{A}bm''f$, dans laquelle la distance db est égale à db'; b' étant le point où l'extrémité de l'onde directe aboutirait, si le fond du tuyau n'existait pas.

Prenons bv égal à cd; la distance dv sera égale à cb' ou à $\frac{1}{2}\lambda$, et il est facile de voir que les ordonnées mv et $m'v$ sont égales. En effet, on a

$$ac = vd = \tfrac{1}{2}\lambda, \quad \text{d'où} \quad ac - cv = vd - cv, \quad \text{ou} \quad av = cd = bv,$$

en retranchant cv de part et d'autre. Les deux ordonnées mv, $m'v$ sont donc à égale distance d'une extrémité de courbes égales, $bm'f$, $am\text{A}b'$, et par conséquent égales entre elles; et comme elles sont de signe contraire, il n'y aura, dans la tranche d'air qui passe en v, ni condensation ni dilatation; tandis que, dans les tranches voisines, ces modifications existeront à divers degrés.

En n, à une distance égale à $2\frac{1}{2}\lambda$, l'air éprouve, au contraire, des changements

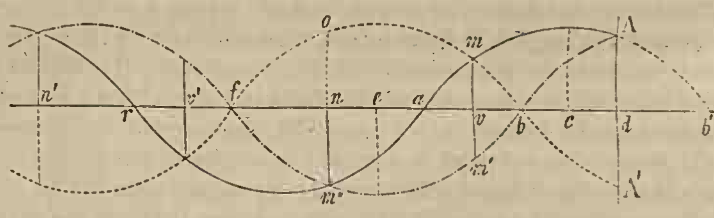


Fig. 507.

de pression ou de densité qui sont la somme des changements, de même signe, provenant des ondes directes et réfléchies. En effet, pour avoir le point n, il suffit de prendre $bn = \frac{1}{2}\lambda$, ou $an = bd$, et l'on a

$$ne = vb = cd, \quad \text{et} \quad nf = ef - ne = \tfrac{1}{2}\lambda - cd = db' = bd.$$

Donc, puisque $an = bd$, on a aussi $an = nf$, et le point n, étant à égale distance des extrémités a et f des deux courbes égales $am''r$, $bm''f$, est la projection du point de rencontre m'' de ces deux courbes. Les changements de pression apportés dans la tranche qui contient le point n, par les ondes incidentes et réfléchies, s'ajoutent donc.

La figure étant symétrique de part et d'autre de la ligne om'', on voit que, en v', à une distance de AA′ égale à $\frac{3}{2}\lambda$, les changements de pression produits par les ondes incidentes et réfléchies se détruiront; en n' ils s'ajouteront, et ainsi de suite.

680. Vitesse des molécules d'air. — Pour connaître les vitesses de vibration des molécules d'air, aux différentes distances de AA′, nous représenterons celles qui sont dues aux ondes incidentes, par les ordonnées de la courbe *rm″a*A, qui nous a servi à représenter les condensations et les dilatations. Mais, pour les vitesses apportées par le passage des ondes réfléchies, il faudra changer le signe des ordonnées; le sens du mouvement des molécules changeant brusquement au moment de la réflexion sur le fond (602). Les ordonnées de la courbe A′*bof*, symétrique de la courbe A*bm″f* par rapport à la droite *n′d*, représentent donc les vitesses apportées par les ondes réfléchies. En *v*, *v′*..., les vitesses dues aux ondes directes et réfléchies combinées, s'ajoutent; tandis que elles se détruisent en *n*, *n′*... Aux ventres *v*, *v′*..., il y a donc mouvement vibratoire de l'air, sans changement de densité; et aux nœuds *n*, *n′*..., changement de densité sans vibration. Au fond du tuyau, il y a nécessairement un *nœud*, et un ventre, à l'orifice, où se trouve la lame vibrante.

On peut aussi trouver par le calcul les vitesses aux différentes distances du fond. La vitesse d'une molécule, à une distance x du centre sonore, est donnée par la formule (578) $y = c \sin 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{\lambda}\right)$, dans laquelle θ est le temps compté à partir du commencement d'une vibration dont la durée est t, et λ la longueur de l'onde totale. Si z représente la distance au fond du tuyau, et l la longueur de ce dernier, x devra être remplacé par $l - z$ pour l'onde incidente, et par $l + z$ pour l'onde réfléchie. Les vitesses V, V′ produites par ces deux systèmes d'ondes seront alors

$$V = c \sin 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{l-z}{\lambda}\right), \text{ et } V' = -c \sin 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{l+z}{\lambda}\right),$$

en remarquant que la vitesse change de signe dans la réflexion (602), et en supposant les intensités des deux systèmes d'ondes, égales. Ajoutons ces deux valeurs, nous aurons pour la vitesse résultante U,

$$U = c \sin 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{l-z}{\lambda}\right) - c \sin 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{l+z}{\lambda}\right);$$

$$\text{Ou} \qquad U = 2c \sin 2\pi \frac{z}{\lambda} \cdot \cos 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{l}{\lambda}\right);$$

Valeur qui devient nulle quand z est égal à 0; $2 \cdot \frac{1}{4}\lambda$, $4 \cdot \frac{1}{4}\lambda$, $6 \cdot \frac{1}{4}\lambda$,... et maximum, quand z est égal à $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$,....; $\frac{1}{4}\lambda$ étant la moitié de l'onde simple.

681. Cas particuliers. — Au moment où l'extrémité de l'onde incidente rencontre le fond du tuyau, la vitesse des molécules d'air aux ventres est maximum, comme on le voit (*fig.* 508); car la courbe des vitesses des ondes réfléchies coïncide avec celle des ondes directes, à cause du changement de signe au moment de la réflexion ; c'est l'instant où les molécules situées aux ventres, sont arrivées au milieu de l'amplitude, c'est-à-dire à la position d'équilibre.

Dans le cas particulier où une onde incidente rencontre par son milieu le fond du tuyau (*fig.* 509), les vitesses dans l'onde réfléchie sont représentées par la courbe $avc'v'$, et l'on voit qu'elles sont nulles aux ventres. C'est l'instant où les molécules d'air sont arrivées à la limite de leur excursion et vont revenir sur leurs pas.

Dans le premier cas, il n'y a pas de changements de densité aux nœuds, comme on le voit à l'inspection de la figure 508 ; en ce moment, la compression

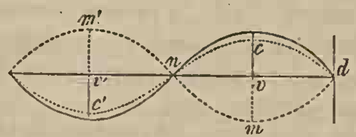


Fig. 508.

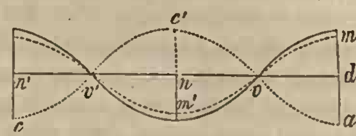


Fig. 509.

est sur le point de se changer en dilatation et réciproquement. Dans le second cas, le changement de densité est maximum, comme on le voit (*fig.* 509), la courbe des changements de densité de l'onde réfléchie coïncidant avec celle de l'onde directe.

La figure 510 représente l'état d'une série de molécules d'air, quand elles sont arrivées aux limites de leurs excursions à droite, (A), et à gauche, (B). Dans la ligne C, elles sont représentées équidistantes, c'est-à-dire dans leur état d'équilibre. On voit comment, aux nœuds n, n' il peut y avoir changement de densité sans mouvement vibratoire, et aux ventres v, v', mouvement vibratoire sans changement de distance entre les molécules, et par conséquent sans variation de densité. La série C de molécules correspond au cas de la *fig.* 508, et la série A, au cas de la figure 509. La série B (*fig.* 510) correspond au cas où le milieu d'une onde incidente dilatée rencontre le fond du tuyau.

Entre un ventre et le nœud voisin, l'air vibre et éprouve des changements de

Fig. 510.

densité ; mais l'amplitude des vibrations diminue en allant du ventre au nœud, et le changement de densité, en allant du nœud au ventre ; comme on peut le reconnaître à l'inspection de la figure 510.

Remarquons enfin que les ondes réfléchies étant un peu plus faibles que les ondes directes, à cause de la communication de mouvement à la plaque qui ferme le fond, l'air n'est pas complétement en repos aux nœuds, mais la vibration y est *minimum*. De même, la densité varie un peu aux ventres.

682. Sons produits par les tuyaux bouchés. — Puisqu'il y a un nœud au fond du tuyau, et un ventre à l'extrémité opposée, il faut nécessairement que la longueur l du tuyau contienne un nombre *impair* de demi-longueurs d'ondulations, c'est-à-dire que l'on ait

$$l = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

m étant un nombre entier quelconque. Il faut donc aussi, pour que la colonne d'air vibre, que la lame placée à l'extrémité du tuyau accomplisse des vibrations correspondant à une des longueurs d'onde données par cette formule. Or on a $\lambda = v : n$; n étant le nombre de vibrations accomplies dans une seconde, et v la vitesse du son dans le gaz qui remplit le tuyau. Portant cette valeur de λ dans la formule, et tirant la valeur de n, on trouve

$$n = \frac{(2m+1)v}{2l}; \quad \text{et} \quad \frac{v}{2l},\ 3\frac{v}{2l},\ 5\frac{v}{2l},\ 7\frac{v}{2l},\ldots$$

en faisant successivement m égal à 0, 1, 2, 3..., pour les nombres de vibrations que peut produire le tuyau. Un même tuyau bouché peut donc rendre différents sons, dont les nombres de vibrations sont entre eux comme la série des nombres impairs 1, 3, 5...; c'est-à-dire les *harmoniques impairs* du son fondamental. Ce dernier, d'autant plus grave que le tuyau est plus long, correspond au nombre de vibrations $n = v : 2l$. On voit aussi que *les nombres de vibrations donnés, pour un harmonique du même ordre, par plusieurs tuyaux bouchés, sont en raison inverse de leur longueur.*

683. Tuyaux ouverts. — Dans les tuyaux ouverts, il existe aussi des ondes en retour qui marchent en sens opposé des ondes directes, et qui proviennent d'une réflexion sur la première tranche indéfinie qui se trouve en dehors, à l'ouverture du tuyau (603). Dans cette réflexion, les compressions se transforment en dilatations et réciproquement. Mais les vitesses des molécules d'air ne changent pas de signe. Les courbes de la figure 507 pourront donc servir aussi au cas des tuyaux ouverts, en prenant la courbe $A'bof$ pour représenter les densités dans les ondes réfléchies, et la courbe $Abm''f$ pour représenter les vitesses des molécules d'air. Par conséquent, là où il y avait des nœuds, dans le cas des tuyaux bouchés, il y aura des ventres, et là où il y avait des ventres il y aura des nœuds. On voit donc que *les ventres, dans les tuyaux ouverts, sont placés à des distances de l'extrémité opposée à l'embouchure, égales à un nombre pair de demi-longueurs d'ondulation, et les nœuds à des distances égales à un nombre impair de demi-longueurs d'ondulation.*

Il faut remarquer, comme pour les tuyaux bouchés, que les ondes en retour étant plus faibles que les ondes directes, les nœuds et les ventres sont les sections où les mouvements vibratoires et les changements de pression sont minimum, et non complétement nuls.

Sons des tuyaux ouverts. — Comme il y a nécessairement un ventre à chaque extrémité, il y aura au moins un nœud au milieu, et en général, la longueur l devra contenir un nombre pair de fois $\frac{1}{2}\lambda$; on aura donc

$$l = 2m\frac{\lambda}{2} = m\frac{v}{n}; \quad \text{d'où} \quad n = m\frac{v}{l}; \quad \text{et } 2\frac{v}{l}, \quad 3\frac{v}{l}, \quad 4\frac{v}{l}, \ldots$$

pour le nombre de vibrations que peut produire le tuyau, en faisant successivement m égal à 1, 2, 3, 4...; c'est-à-dire la série de *tous* les harmoniques du son fondamental $v:l$. On voit aussi que *le nombre de vibrations du son le plus grave est en raison inverse de la longueur du tuyau, et double de celui qu'il donnerait s'il était bouché.* Un bourdon donne donc l'octave grave du tuyau ouvert de même longueur.

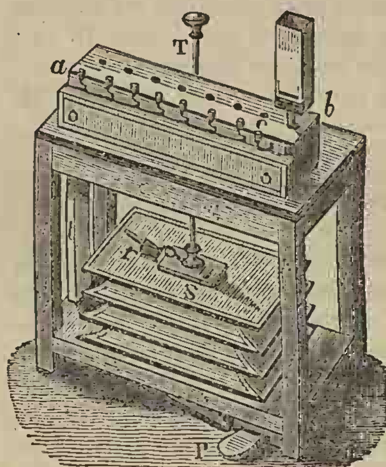


Fig. 511.

Il résulte aussi de ces lois, que des tuyaux, ouverts ou bouchés, donneront la gamme au moyen de leur son fondamental, quand leurs longueurs seront entre elles comme les nombres $1, \frac{8}{9}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{15}$. (639.)

684. Représentation des mouvements de l'air. — On peut imiter les mouvements des tranches d'air dans les tuyaux ouverts ou bouchés, au moyen du *palmiscope*, ou d'un des appareils qu'on emploie pour faire comprendre le mode de propagation du son dans l'air (579) seulement, les courbes qui figurent dans ces appareils ne doivent plus, évidemment, présenter les mêmes formes.

M. E. Mach montre les vibrations mêmes des tranches d'air par un moyen qui permet de les étudier directement[1]. Le tuyau ouvert, dont une face est vitrée, est disposé horizontalement, et est divisé en deux par une membrane un peu lâche placée au nœud. Un fil fin de platine est tendu entre cette membrane et l'ouverture du tuyau, parallèlement à l'axe de ce dernier. On mouille ce fil avec de l'acide sulfurique, qui se distribue en globules équidistants (262) sur ce fil, que l'on fait ensuite rougir par le passage d'un courant électrique. Chaque globule

[1] *Journal de physique*, de M. d'Alméida, t. II, p. 338.

donne alors une nappe de vapeur blanche qui descend, et dont on distingue les vibrations quand la colonne est ébranlée; vibrations dont l'amplitude va en augmentant, de la membrane nodale à l'extrémité ouverte. En éclairant les vapeurs par intermittences de même période que les vibrations du tuyau, ce qui se fait au moyen d'étincelles électriques, on voit chaque nappe dans une même position, et comme fixe. Enfin, en faisant tomber suivant l'axe du tuyau un pinceau de lumière qui a traversé les fentes de deux écrans fixés aux branches d'un diapason, l'intersection d'une nappe de vapeur avec le pinceau vibrant, forme un point lumineux qui dessine une courbe lumineuse semblable aux figures de M. Lissajous, et que l'on peut faire varier comme celles-ci et par les mêmes moyens.

683. Vérifications par l'expérience des lois de Bernouilli. — D. Bernouilli a cherché à vérifier les lois ci-dessus, par divers moyens très-ingénieux; tantôt il employait une flûte ordinaire dont il avait fermé les trous, tantôt des tuyaux d'orgue à bouche, comme l'ont fait, depuis, Biot et Hamel, dans leurs recherches sur le même sujet.

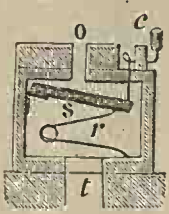


Fig. 512.

Soufflerie. — Pour faire les expériences, on se sert d'une soufflerie, représentée dans la *fig.* 511. Sous une table, est disposé un soufflet à vent continu S, que l'on enfle, soit en appuyant sur la pédale P, soit en soulevant la tige T. Le poids de la partie supérieure comprime ensuite l'air, qui passe par le tube *t* et se rend dans une caisse rectangulaire ou *laye*, surmontée d'un *sommier*, *ab*, portant des trous auxquels on adapte des tuyaux. Des soupapes, dont on voit la disposition en S (*fig.* 512), ferment les trous, sur lesquels le ressort *r* les tient appliquées. Quand on abaisse le bouton *c* (*fig.* 511 et 512), la soupape est écartée, et l'air sort avec une vitesse qui dépend de la charge du soufflet, ou de la pression exercée sur la tige T. Une soupape *r* (*fig.* 511), qui cède de dedans en dehors, empêche que le soufflet ne soit crevé par une pression trop forte.

Vérification des harmoniques. — Pour obtenir les divers sons que peut prendre un même tuyau, il faut que l'embouchure puisse engendrer successivement ces sons; c'est ce que l'on obtient en poussant le vent dans une embouchure de flûte, avec d'autant plus de force que l'on veut obtenir un harmonique plus aigu. Au pied du tuyau, qui doit être long et étroit, est adapté un robinet R (*fig.* 513). En l'ouvrant graduellement, on entend d'abord le son fondamental, puis les harmoniques passant brusquement des uns aux autres. Si le tuyau est bouché, on n'obtient ainsi que les harmoniques impairs. D'après Wertheim, la pression de l'air est proportionnelle au carré du numéro d'ordre de l'harmonique obtenu.

Au lieu de faire varier la force du vent, on pourrait modifier la grandeur de la bouche; ce que l'on montre au moyen d'un tuyau à lèvre supérieure mobile L (*fig.* 516). Quand la lèvre est écartée de la lumière, on obtient le son fondamental, et quand on l'en rapproche, le son saute à l'octave aiguë.

Position des nœuds et des ventres. — Pour reconnaître la position des nœuds, on enfonce un piston dans le tuyau, et l'on cherche, par tâtonnement, les positions pour lesquelles le son n'est pas modifié. L'expérience se fait facilement avec un tube de verre (*fig.* 513), sur lequel on a marqué d'avance la position des nœuds, *n*, *n*, *n*. Quand le piston P est au nœud le plus rapproché de l'embouchure, on a le son fondamental d'un tuyau bouché ayant pour longueur la distance de ce piston à l'embouchure; au deuxième nœud on a le même son, mais il représente alors l'harmonique 3 de la colonne d'air; au troisième nœud, le même son représente l'harmonique 5, etc.

Pour trouver la position des ventres, où la pression est la même qu'à l'extérieur, on cherche en quels points on peut couper le tuyau, sans changer le son produit. L'expérience se fait au moyen d'une longue flûte B (*fig.* 515), composée de plusieurs parties réunies par des vis à l'endroit des ventres *v*, *v*, *v*. On enlève les différentes parties, les unes après les autres, sans changer le son produit. — On emploie encore un tuyau A (*fig.* 514), percé de trous que l'on peut fermer à volonté. Si l'on ouvre les trous pratiqués aux ventres V, V, le son n'est pas changé; tandis qu'il monte quand on ouvre les trous *a* ou *b* qui ne correspondent pas à des ventres.

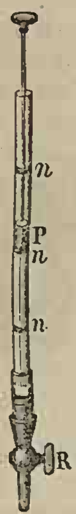


Fig. 513.

On prouve indirectement qu'un tuyau bouché donne pour son fondamental, l'octave grave d'un tuyau ouvert de même longueur (683), au moyen d'un tuyau traversé par une lame à large ouverture C (*fig.* 517). Le son reste le même, quand l'ouverture correspond à l'axe du tuyau et quand ce dernier est interrompu par la partie pleine de la lame.

Pour montrer la position des nœuds et des ventres, on peut encore, comme l'a imaginé M. W. Hopkins, introduire dans le tuyau, une membrane couverte de sable, qui saute fortement aux ventres et reste en repos aux nœuds. Quand le tuyau est étroit, on remplace la membrane par un petit disque de papier suspendu à des fils très-fins. On emploie avec avantage, dans ces sortes d'expériences, les membranes très-délicates en collodion, indiquées par M. E. Gripon. M. Mach remplace les membranes par les lames minces de liquide glycérique de M. Plateau (169), tendues sur un cadre en fil de métal.

M. Kœnig expérimente sur un tuyau ouvert (*fig.* 518), donnant le son 3. Au ventre *v*, et aux nœuds *n*, *n* sont percées des ouvertures auxquelles sont appliquées des *capsules manométriques* (634), qui reçoivent le gaz par les tubes T, *t*, *t*, *t*. La flamme des becs *n*, *n* s'agite en s'allongeant et peut même s'éteindre, à cause des changements de densité aux nœuds, tandis qu'elle reste calme au ventre *v*. Si l'on regarde l'image des flammes dans un miroir tournant, celle des becs *n*, *n* forme une série d'images séparées, tandis que celle du bec *v* forme une bande continue.

Pour comparer les sons fondamentaux de deux tuyaux, on les place sur un petit sommier mobile par lequel leur arrive le vent, et l'on dispose, l'un au-dessus de l'autre, les deux becs de capsules manométriques adaptées au nœud. On aperçoit alors, dans le miroir tournant, deux séries de flammes dont on compare les nombres relatifs. Si les deux capsules n'ont qu'un bec commun, on voit la série unique de flammes partagée en groupes dans chacun desquels on distingue le rapport des nombres de vibrations superposées. Par exemple, dans la figure 488, on distingue les flammes produites par deux tuyaux à l'octave l'un de l'autre, en B, et à la tierce l'un de l'autre, en C.

Fig. 514. Fig. 515.

Si les deux tuyaux sont égaux, avec des capsules à becs séparés, on voit les flammes des deux séries alterner; les vibrations excitées par le même courant d'air se font donc au même moment en sens contraire, ce qui explique pourquoi elles se neutralisent, au moins en partie, comme nous l'avons vu (609). Pour rendre l'effet plus facile à saisir, on cache la base d'une des flammes par un petit miroir, dans lequel se réfléchit la base de l'autre, qui semble faire la continuation de la première. Quand on regarde ce système dans le miroir tournant pendant que les tuyaux résonnent, on voit les bases et les pointes alterner (*fig.* 519).

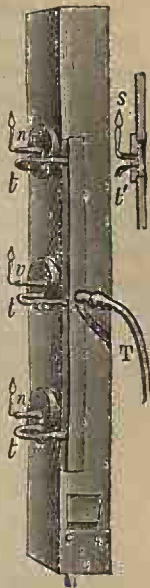


Fig. 518.

Citons enfin la méthode par laquelle M. Bourbouze montre, par projection sur un écran, le mouvement vibratoire d'une tranche d'air donnée. Au point choisi, on perce une ouverture que l'on ferme au moyen d'un tambour mince à membranes de caoutchouc. Sur la membrane extérieure est collé un petit miroir argenté très-léger, sur lequel on fait réfléchir des rayons lumineux, que l'on projette sur un écran au moyen d'une lentille. On voit sur cet écran un trait brillant d'autant plus étendu que l'on est plus près d'un nœud, comme pour les flammes manométriques. Au moyen de deux tuyaux munis de leur petit tambour à miroir, on peut combiner deux mouvements, et reproduire les figures de

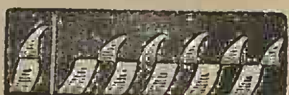


Fig. 519.

Fig. 516. Fig. 517.

M. Lissajous, après avoir eu soin de faire tourner un des tambours sur lui-même, jusqu'à ce que les mouvements des miroirs soient perpendiculaires l'un à l'autre.

686. Résultats de l'expérience. — Quand on opère avec des tuyaux à bouche, on trouve que les lois de D. Bernouilli ne se vérifient pas exactement. Le son fondamental est plus grave que ne l'indique la théorie, et d'autant plus que le tuyau est plus gros. De plus, la distance du premier nœud à l'embouchure est plus petite que la moitié de la distance entre deux nœuds consécutifs, surtout quand le son appartient à un harmonique élevé. Savart à constaté aussi que la distance du fond d'un tuyau bouché au ventre le plus proche est, au contraire, plus grande.

Causes du désaccord. — D. Bernouilli attribuait le désaccord aux perturbations éprouvées, près de l'embouchure, par l'air, qui n'est ébranlé que d'un côté. De plus, le tuyau est traversé par un courant qui ne peut manquer d'influencer les vibrations, en produisant des mouvements très-compliqués près de la bouche. Savart ayant fait tomber dans la bouche d'un tuyau de verre, une fine limaille de bois, pendant que l'intérieur était illuminé par les rayons solaires, vit la poussière décrire une courbe en hélice, dont les spires, très-serrées près de l'embouchure, s'écartaient de plus en plus, jusqu'à devenir presque parallèles à l'axe du tube.

Dans le cas des tuyaux bouchés, il y a encore à signaler les vibrations du fond, qui réagissent sur celles de la colonne d'air et les ralentissent. Wertheim a reconnu que l'influence du fond est plus prononcée quand il est de bois, que lorsqu'il est métallique.

Enfin, les parois latérales elles-mêmes cèdent, et éprouvent des vibrations qui peuvent influer sur celles de la colonne gazeuse. Comme le remarque N. Savart, les molécules d'air ne se meuvent pas seulement parallèlement à l'axe du tuyau; là où il y a compression, elles éprouvent aussi des mouvements transversaux en vertu de l'élasticité [1]. En effet, quand on jette du sable sur une face latérale d'un tuyau qui résonne, les lignes nodales se montrent aux ventres, et le sable saute à l'endroit des nœuds, où la densité change le plus. C'est aussi aux nœuds que les capsules manométriques entrent en vibrations (685). On ne peut donc espérer de retrouver exactement les lois de Bernouilli, qu'en évitant les différentes causes d'erreur que nous venons d'énumérer.

Pour éviter le trouble occasionné par l'embouchure et par le courant d'air, Dulong a fait vibrer à plein orifice l'air d'une éprouvette, au moyen d'un diapason dont une branche portait une plaque fermant à peu près l'ouverture. En versant peu à peu du mercure, il donnait à la colonne d'air une longueur telle qu'elle pût vibrer à l'unisson du diapason.

[1] Duhamel a prouvé que « l'existence des mouvements perpendiculaires à l'axe d'un tuyau n'est pour rien dans la différence qui existe entre l'expérience et la théorie qu'on lui a comparée; » mais il s'agit ici des vibrations *communiquées* aux parois par ces mouvements, et de la réaction exercée par ces vibrations sur la rapidité de celles de la colonne d'air.

Savart a employé un moyen analogue : le tuyau, ouvert aux deux bouts, était composé de plusieurs parties pouvant s'enfoncer les unes dans les autres. Quand le tuyau était très-étroit et de longueur telle que l'air y vibrât à l'unisson de la lame, les nombres de vibrations étaient en raison inverse de cette longueur, et il y avait un nœud au milieu, pour le son fondamental. Ce tube répondait aussi aux harmoniques de ce son. Mais si le tuyau était plus gros, les sons auxquels il répondait différaient des harmoniques.

On doit conclure de là que les lois de D. Bernouilli sont la limite vers laquelle convergent les résultats de l'expérience, à mesure que la section du tuyau devient plus petite par rapport à sa longueur. Les dimensions transversales des tuyaux ont donc une influence marquée; mais ce qui reste constant, c'est la longueur de l'onde, quelles que soient ces dimensions, pourvu qu'elles ne soient pas trop grandes, quand le son produit est le même. On s'en assure au moyen de tuyaux à sections différentes, A, B, C (*fig.* 520), bouchés ou ouverts, et qui doivent être d'autant plus longs, pour donner le son fondamental, qu'ils sont plus étroits. On trouve qu'il faut leur ajouter des portions *a*, *b*, *c* de longueur égale, pour que le son produit par chacun d'eux reste le même. — Dans l'expérience de la flûte à vis, B (*fig.* 515), on reconnait aussi que les différentes parties sont égales à la longueur de l'onde déduite du nombre de vibrations, excepté celle qui contient l'embouchure, qui est plus courte.

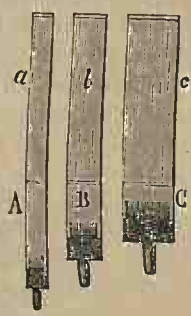


Fig. 520.

MM. P. Desains et Lissajous sont arrivés à ce même résultat d'une manière plus précise, au moyen d'un tuyau ouvert recevant le vent, sur tout son contour, d'une lumière circulaire analogue à celle du sifflet à vapeur. On avance plus ou moins le tuyau de la lumière, de manière à obtenir le 2e ou 3e harmonique. On enfonce ensuite un piston dans le tuyau, de manière à reproduire ce son, et l'on trouve que la distance des deux nœuds consécutifs ainsi déterminés est égale à la longueur d'onde déduite du son produit.

687. Depuis les travaux de Bernouilli, plusieurs géomètres, parmi lesquels il faut citer Euler, Poisson, M. Hopkins, M. Helmholtz, M. Quet, ont soumis au calcul les mouvements de l'air dans les tuyaux sonores. La théorie de Poisson se trouve confirmée et complétée par les expériences multipliées de Masson, expériences dans lesquelles l'air était, le plus ordinairement, ébranlé par les vibrations qui se produisent dans le passage d'un gaz à travers un orifice [1]. Après avoir reconnu que le son produit ne dépend, dans ce cas, que de la pression de l'air dans le réservoir qui le contient, et non de la grandeur de l'*orifice sonore*, qui paraît n'avoir d'influence que sur l'intensité, Masson a constaté que le sens dans lequel passe le courant d'air, et la position de l'orifice, au-dessus ou au-dessous

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XL, p. 333.

du tuyau, n'ont pas d'influence sur les résultats. Parmi les lois nouvelles qu'il a trouvées, nous citerons celles qui suivent : 1° un même tuyau *ouvert* peut rendre, indépendamment de la série de sons indiquée par la théorie de Bernouilli pour les tuyaux ouverts, la série des sons qui convient aux tuyaux bouchés, plusieurs sons plus graves que le son fondamental, et en outre des sons indéterminés; 2° la distance entre deux ventres ou deux nœuds est toujours conforme à la théorie, en exceptant la partie du tuyau voisine de l'orifice sonore, laquelle est généralement plus courte que l'onde réelle.

688. Application à la vitesse du son dans les gaz. — La formule $v = n\lambda$ fournit le moyen de trouver la vitesse du son dans un gaz, quand on connaît la longueur de l'onde, λ, et le nombre de vibrations n correspondant au son produit. Or les tuyaux sonores donnent le moyen de trouver λ; car cette quantité est égale à la longueur d'un tuyau ouvert, ou au double d'un tuyau bouché, donnant le son fondamental. Mais nous avons vu que le nombre de vibrations est généralement moindre que celui que l'on déduit de la longueur du tuyau. Aussi, les résultats que Bernouilli et d'autres physiciens obtinrent par cette méthode étaient-ils loin d'être d'accord entre eux.

Expériences de Dulong. — Dulong a fait un grand nombre d'expériences sur ce sujet, et il trouva pour l'air une vitesse différant notablement du résultat des mesures directes. En prenant pour longueur de l'onde la distance de deux nœuds, obtenue au moyen d'un piston, pendant que le tuyau engendrait un de ses harmoniques (684), l'erreur fut moindre, mais encore notable.

Si l'on ne peut, par ce moyen, trouver directement la vitesse du son dans un gaz, on peut, du moins, comparer cette vitesse à celle de l'air; car Dulong a prouvé que le rapport entre le nombre de vibrations théorique et celui que donne l'expérience, est constant pour un même tuyau que l'on fait parler avec différents gaz, dans les mêmes conditions[1]. De sorte que les nombres de vibrations déduits de l'expérience sont entre eux comme ceux que donne la théorie de Bernouilli, et par suite comme les vitesses du son dans les divers gaz. Pour prouver ce point important, il a suffi de montrer que la position des nœuds dans un même tuyau est toujours la même, comme l'indique la théorie, quel que soit le gaz avec lequel on le fait résonner, malgré les causes d'erreurs que nous avons énumérées.

L'appareil dont s'est servi Dulong consistait en une caisse de bois, doublée de plomb en dedans et en dehors, contenant un tuyau à bouche qui pouvait recevoir un courant de gaz sec, fourni par un gazomètre à pression constante. Ce tuyau recevait un piston, dont la tige sortait de la caisse, à travers une boîte à cuir. Derrière une glace était un thermomètre. Le vide ayant été fait dans la caisse, elle fut remplie de gaz; puis un long tube d'abord fermé ayant été ouvert, ce gaz put s'échapper dans l'atmosphère, et celui du gazomètre, entrant à travers le tuyau, le fit résonner. On chercha alors la position des nœuds, au moyen du piston, et Dulong trouva ainsi *qu'elle était la même pour tous les gaz*. Les ondes

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XLI, p. 113.

sonores ont donc la même longueur; mais les sons produits sont différents, ce qui résulte d'ailleurs de la formule $v = n\lambda$, v changeant d'un gaz à l'autre. Les nombres de vibrations étaient évalués par la sirène. Ces nombres étant connus pour l'air et pour un autre gaz, la vitesse x du son dans ce dernier était donnée par la proportion $x : v = n' : n$, dans laquelle v représente la vitesse du son, et n le nombre de vibrations, dans l'air.

689. Évaluation de la chaleur dégagée par la compression des gaz. — Après avoir déterminé la vitesse du son dans divers gaz, Dulong a déduit de la formule $v = \sqrt{\frac{gh\Delta}{d}(1 + at)(1 + \tau)}$, (587), la valeur de l'accroissement de température τ de l'unité de masse de ces gaz, quand on réduit leur volume dans le rapport de $1 + a$ à 1, ou la quantité $1 + \tau$ égale au rapport $c : c'$ des chaleurs spécifiques du gaz à volume constant et à pression constante, quand il se dilate en refoulant la pression atmosphérique. Ainsi, au moyen d'expériences tout à fait étrangères à la chaleur, on a pu calculer une des données les plus délicates relatives à cet agent. Voici les résultats trouvés par Dulong :

NOMS DES GAZ	DENSITÉS	VITESSE DU SON à 0°.	$1 + \tau$, ou $\frac{c}{c'}$
Air.	1	333^{m}	1,421
Oxygène.	1,1026	317,17	1,415
Hydrogène.	0,0688	1269,5	1,407
Acide carbonique.	1,524	261,6	1,338
Oxyde de carbone.	0,974	337,4	1,427
Oxyde d'azote.	1,527	261,9	1,343
Gaz oléfiant.	0,981	314	1,240

Wertheim[1] a cherché à lever les difficultés qui ont arrêté Dulong dans ses recherches sur la mesure de la vitesse du son dans l'air. Il s'est servi pour cela d'un tuyau composé de plusieurs parties pouvant se visser les unes aux autres. Il corrigeait l'erreur provenant de l'embouchure et du prolongement de la colonne vibrante hors du tuyau, au moyen d'une formule empirique. Il est arrivé ainsi à trouver, à moins de $\frac{1}{100}$, la vitesse dans l'air telle que la donne l'expérience directe. Nous verrons comment la même méthode a été appliquée à la vitesse du son dans les liquides; nous y reviendrons donc en parlant des lois du mouvement vibratoire dans ces sortes de fluides (719).

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIII, p. 434.

III. Vibrations des masses d'air de forme quelconque.

690. Masse cubique. — Considérons d'abord un cube rempli d'air (*fig.* 521) et muni d'une embouchure qui occupe toute l'étendue d'une arête. Le son développé sera beaucoup plus grave que celui que donnerait un bourdon de même longueur et de section semblable, mais très-petite. Si le côté de sa section était la moitié de l'arête du cube, il faudrait que sa longueur fût à peu près deux fois et demi le côté du cube, pour engendrer le même son. Ainsi, une onde de 20^{cm}, par exemple, pourra être contenue dans un cube de 3 à 4^{cm} de côté. L'air éprouve donc des réflexions compliquées dans l'intérieur, et Savart[1] a reconnu qu'il y existe une surface nodale ayant la forme d'un cylindre à base elliptique, dont l'axe *oo'* est parallèle à la lumière. Le grand axe de l'ellipse est situé dans le plan diagonal qui passe par la bouche (*fig.* 521), et le petit axe est égal à la moitié du grand. Savart a reconnu cette surface nodale au moyen de lames de carton disposées, par tâtonnement, de manière à ne pas modifier le son, et il a constaté que l'air vibre de part et d'autre de cette surface, en promenant une membrane tendue, dans un tuyau cubique à faces de verre.

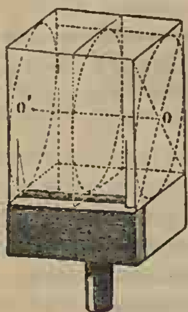


Fig. 521.

Quand le tuyau bouché est plus long que large, l'ellipse s'allonge, et son petit axe finit par égaler la profondeur du tuyau, c'est-à-dire le côté de la section droite perpendiculaire à la direction de la bouche.

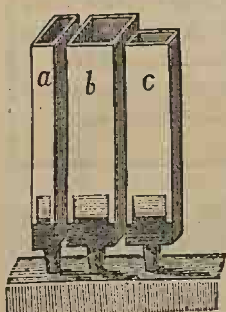


Fig. 522.

691. Loi des lames d'air. — La forme cylindrique de la surface nodale montre que tout doit se passer de la même manière dans chaque tranche d'air perpendiculaire à la bouche, et, par suite, que le son doit être indépendant de la largeur du tuyau comptée parallèlement à cette bouche, pourvu que celle-ci occupe toute la largeur. C'est, en effet, ce que Savart a reconnu : deux tuyaux *a* et *b* (*fig.* 522), de même longueur et de même profondeur, mais de largeur différente, donnent le même son; l'intensité seule diffère et est plus grande pour le tuyau le plus large. Le tuyau *c*, au contraire, qui a même largeur que *b*, mais une profondeur moindre, donne un son plus aigu.

Ce résultat se prouve encore avec le tuyau cylindrique (*fig.* 523), embouché

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXIX, p. 404.

suivant une arête, et dans lequel on peut enfoncer un piston. Dès que ce piston atteint la bouche, on peut l'enfoncer de plus en plus, sans changer la hauteur du son; l'intensité seule diminue.

M. Cavaillé-Coll a trouvé que la longueur de l'onde produite par un tuyau ouvert, pour le son fondamental, est égale à la longueur du tuyau augmentée de deux fois sa profondeur (695), d'où il résulte que le son est d'autant plus grave que la profondeur est plus grande.

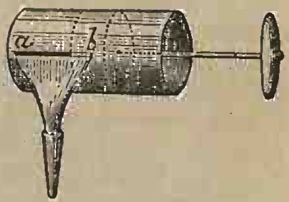


Fig. 523.

F. Savart a conclu de ces résultats que *les phénomènes qui se passent dans les colonnes d'air dont toutes les tranches perpendiculaires à la bouche sont égales, et qui sont ébranlées dans toute leur largeur, sont les mêmes que ceux qui se passeraient dans une de ces tranches infiniment mince, ébranlée par un de ses angles.* D'où il résulte que, si l'on modifie les dimensions de cette tranche d'air, le son doit changer, comme on le constate quand on fait varier la longueur ou la profondeur du tuyau.

En partant de là, Savart est arrivé aux lois suivantes, qui s'appliquent aux tuyaux bouchés comme aux tuyaux ouverts.

1° *Si deux lames d'air ont la même surface, elles donnent le même son, pourvu que la profondeur soit plus grande que le sixième de la longueur.* Ainsi, des tuyaux rectangulaires dans lesquels le produit de la longueur par la profondeur est la même, donnent le même son. Mais si, *la surface restant la même,* la profondeur devient moindre que le sixième de la longueur, le son baisse de plus en plus. En outre, le tuyau le plus gros, et par suite le plus court, donne le son le plus intense.

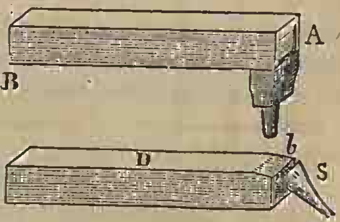


Fig. 524.

2° *Quand les surfaces des lames d'air sont inégales, les nombres de vibrations sont sensiblement en raison inverse des racines carrées de ces surfaces,* pourvu que le plus petit côté soit au moins le *sixième* du plus grand.

A mesure que la longueur augmente par rapport à la profondeur, l'influence de l'ébranlement sur un angle seulement diminue de plus en plus, et lorsque la profondeur est moindre que $\frac{1}{12}$ de la longueur, le nombre de vibrations est sensiblement réciproque à la longueur seule. On retrouve donc la loi de D. Bernouilli, comme cas particulier de celle de Savart.

Du reste, la direction de la lame d'air qui sort de la lumière, n'a pas d'influence sur les résultats. Ainsi, deux colonnes d'air égales dans toutes leurs dimensions, l'une embouchée à la manière ordinaire, l'autre transversalement, comme en

AB (*fig.* 524), donnent le même son. Un tuyau rectangulaire D, dont une face est terminée en biseau *b*, rend le même son, quelle que soit la direction de la lame d'air lancée contre le tranchant du biseau, au moyen de l'*embouchure universelle* S. Il résulte de là que, si l'on diminue la hauteur, ou la profondeur d'un tuyau cubique, on modifiera le son de la même manière; c'est ce que l'on vérifie au moyen d'un tuyau cubique de verre, dont deux faces sont des pistons s'enfonçant plus ou moins.

692. Lois des volumes semblables. — *Les masses d'air de forme semblable, ébranlées par des bouches ayant les mêmes positions relatives et des dimensions proportionnelles, engendrent des sons dont les nombres de vibrations sont en raison inverse des dimensions homologues.* Cette loi, établie expérimentalement par Savart, avait été entrevue par le P. Mersenne; elle s'applique également aux tuyaux ouverts et aux tuyaux bouchés. Pour la vérifier, on emploie des tuyaux semblables, cubiques; cylindriques A, *a* (*fig.* 525); sphériques B, *b*; prismatiques à base triangulaire C, *c*, etc. dont les arêtes homologues sont dans les rapports connus $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$,... Les tuyaux les plus petits donnent l'octave aiguë, la quinte, la quarte des tuyaux semblables les plus gros. Dans les tuyaux sphériques, les bouches sont pratiquées suivant un grand cercle, et comprennent le même nombre de degrés. Cette loi permettrait de faire des tuyaux d'orgue accordés exactement en sortant de la main de l'ouvrier, et dont les variations de température n'altéreraient pas l'accord, puisqu'elles les affecteraient proportionnellement. De plus, des tuyaux cubiques donneraient, avec de moindres dimensions, des sons graves d'une grande pureté et d'une égalité de timbre remarquable.

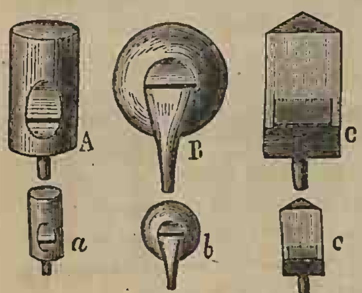


Fig. 525.

693. Influence de la grandeur de la bouche. — Si l'on diminue la longueur de la bouche d'un tuyau quelconque, le son baisse. Par exemple, un tuyau cubique bouché, dont on a réduit la bouche à une petite ouverture placée dans l'angle, descend presque à l'octave grave. On se sert de cette propriété pour accorder les bourdons des orgues. Au moyen de lames métalliques, nommées *oreilles*, soudées de chaque côté de la bouche, et que l'on en rapproche, en les pliant, on fait aussi baisser le son.

Les tuyaux à base rectangulaire et de même profondeur, comme *a* et *b* (*fig.* 522), donnent encore le même son, mais plus grave, quand la bouche, n'occupant pas toute la largeur, a été diminuée proportionnellement chez tous. Il résulte de là, que, dans ce cas, la loi des nombres de vibrations réciproques aux racines carrées des lames d'air perpendiculaires à la direction de l'embouchure, est encore vraie. Cette loi s'applique à tous les cas où ces lames sont des rectangles, comme dans des tuyaux cylindriques ou prismatiques à bases quelconques semblables. Ce qui précède suppose toujours que la longueur ne dépasse pas *six* fois la profondeur.

694. Influence de l'ouverture opposée à l'embouchure. — Quand on obstrue plus ou moins l'ouverture d'un tuyau ouvert, on fait baisser le son. Cela ressort surtout des expériences de Savart : il fit vibrer une lame à l'extrémité d'un tuyau très-long par rapport à son diamètre, ouvert aux deux bouts, et composé de plusieurs parties pouvant rentrer les unes dans les autres. Le tuyau ayant d'abord une longueur telle que la colonne d'air vibrât à l'unisson de la lame, il rétrécit peu à peu l'une des ouvertures, et dut en même temps raccourcir la colonne d'air pour qu'elle continuât de vibrer. Cette colonne n'avait plus que la moitié de sa longueur primitive quand l'ouverture était tout à fait fermée; ce qui est d'accord avec la loi de Bernouilli. Ayant alors fermé peu à peu l'autre ouverture qu'occupait la lame vibrante, il fallut encore raccourcir le tuyau; et quand il ne resta plus qu'un très-petit trou fermé par la lame, le tuyau n'avait plus que le quart de sa longueur primitive.

On s'appuie sur ces résultats pour accorder les tuyaux d'orgue. Quand le tuyau est de bois, on abaisse plus ou moins une lame de plomb fixée à l'un des bords de l'ouverture, ou bien on place dans cette ouverture une plaque de bois *a* (*fig*. 526), pouvant tourner à frottement autour d'un axe et que l'on incline plus ou moins. Quand le tuyau est d'étain, on rétrécit l'ouverture en resserrant ses bords au moyen d'une pièce conique *rf*, sur laquelle on appuie; pour l'agrandir, au contraire, on y enfonce l'extrémité *r* qui en écarte les bords.

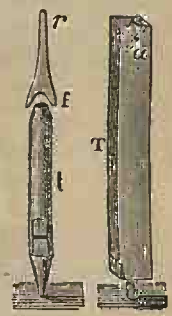


Fig. 526.

Dans les orgues, on emploie des tuyaux dont l'ouverture est bouchée par un tampon percé d'un trou, ce qui fait baisser le son. Le trou est ordinairement surmonté d'un tube plus ou moins long, qui modifie le timbre du tuyau, et lui fait donner le nom de *tuyau à cheminée*.

695. Formules empiriques. — Wertheim a représenté par des formules empiriques les divers cas que peuvent présenter les tuyaux rectangulaires, ouverts ou fermés, entièrement ou partiellement, aux deux bouts[1].

D'abord, pour les tuyaux à section rectangulaire, ouverts à un bout et bouchés à l'autre, le nombre n de *vibrations simples* par seconde se déduit de la formule

$$[1] \qquad n \times 2[\mathrm{L} + c(l + \mathrm{H})] = v,$$

dans laquelle v est la vitesse du son dans le gaz qui fait parler le tuyau; c une constante déterminée par l'expérience; L la longueur, l la largeur et H la

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXI, p. 385.

profondeur du tuyau. — Pour un tuyau cylindrique, le nombre de vibrations est égal à celui d'un tuyau *carré* d'égale section S; et comme, dans le cas de ce dernier, on a $l = \mathrm{H}$ et $\mathrm{S} = l\mathrm{H} = \mathrm{H}^2$, la formule devient

$$n \times 2\left(\mathrm{L} + 2c\sqrt{\mathrm{S}}\right) = v.$$

Pour les tuyaux rectangulaires ouverts aux deux bouts, on a

$$[2] \quad n\left[\mathrm{L} + 2c(l + \mathrm{H})\right] = v; \quad \text{et} \quad n\left(\mathrm{L} + 4c\sqrt{\mathrm{S}}\right) = v,$$

quand le tuyau est cylindrique; formules qui rentrent dans les précédentes, en regardant un tuyau ouvert aux deux bouts comme formé de deux tuyaux bouchés de longueur égale à $\frac{1}{2}$ L.

Dans le cas où le tuyau est partiellement fermé à ses extrémités, en appelant s_1 et s_2, les sections des ouvertures ou embouchures, on a

$$[3] \quad n(\mathrm{L} + \mathrm{C}_1 + \mathrm{C}_2) = v \qquad \begin{aligned} \mathrm{C}_1 &= c(l + \mathrm{H})\left(1 - \sqrt{\frac{s_1}{\mathrm{S}}} + \sqrt{\frac{\mathrm{S}}{s_1}}\right) \\ \mathrm{C}_2 &= c(l + \mathrm{H})\left(1 - \sqrt{\frac{s_2}{\mathrm{S}}} + \sqrt{\frac{\mathrm{S}}{s_2}}\right) \end{aligned}$$

En faisant $s_2 : \mathrm{S}$ égal à l'unité, on se trouve dans le cas d'un tuyau d'orgue ordinaire ouvert, et en faisant en même temps $s_1 : \mathrm{S}$ égal à 1, dans le cas d'un tuyau ouvert aux deux extrémités. $\mathrm{L} = 2\,\mathrm{L}_1$, $\mathrm{C}_1 = \mathrm{C}_2$, $s : \mathrm{S} = 1$, correspondent au cas d'un tuyau de longueur L_1, complétement fermé à un bout et entièrement ouvert à l'autre. Enfin, $\mathrm{L} = 2\mathrm{L}_1$, $\mathrm{C}_1 = \mathrm{C}_2$ donnent le cas d'un tuyau d'orgue de longueur L_1, bouché à un bout.

Ces formules peuvent servir à déduire la vitesse du son v', du nombre de vibrations. Wertheim les a vérifiées par un très-grand nombre d'expériences, en cherchant, dans chaque cas, la valeur de la constante c et il lui a toujours trouvé à peu près la même valeur, ce qui atteste l'exactitude approximative des formules. Cette constante est égale à 0,187, en moyenne, pour les tuyaux ouverts. Pour les tuyaux bouchés, elle varie un peu avec la substance, à cause de l'influence des vibrations du fond.

Les dernières formules [3] contiennent la loi des volumes semblables (692), puisque tous les termes renferment l'une des quantités L, l, H.

Dans les premières [1] et [2], entre la largeur, qui, dans les expériences de Savart (691) n'a pas d'influence quand l'embouchure l'occupe tout entière; mais il ébranlait les tranches perpendiculaires à l'embouchure sur un angle seulement, tandis que Wertheim ébranlait la colonne d'air à plein orifice.

On a proposé d'autres formules empiriques, qui sont également d'accord avec l'expérience. Les deux suivantes sont dues à M. Cavaillé-Coll ; les notations sont les mêmes que dans les formules de Wertheim :

$$\text{Tuyaux ouverts} \begin{cases} \text{rectangulaires,} & n\,(L + 2\,H) = v. \\ \text{cylindriques,} & n\,(L + \frac{5}{3}\,D) = v. \end{cases}$$

IV. Des vibrations communiquées aux masses d'air.

696. Renforcement par une colonne d'air. — Nous avons vu qu'une colonne d'air de longueur donnée renforce *par résonnance* des sons d'autant plus graves que sa section est plus grande (686). Savart a constaté, en outre, qu'un tuyau à grande section peut renforcer plusieurs sons voisins, compris dans un intervalle d'autant plus étendu que les dimensions transversales sont plus grandes. Un tuyau cubique peut ainsi embrasser une *quinte* entière. Mais il y a toujours un son qui est plus renforcé que les autres et qui dépend de la hauteur de la colonne. Cela explique pourquoi la caisse des instruments à cordes renforce tous les sons qu'on leur fait produire ; c'est que leur profondeur est très-petite par rapport à leur section.

En augmentant peu à peu la section d'un tuyau très-large, on finit par trouver qu'elle n'intervient plus dans le renforcement, mais la profondeur doit toujours être en rapport avec le son à renforcer ; et comme la largeur, qui n'a plus d'influence, peut être supposée infinie, on arrive à ce résultat, confirmé par l'expérience, que le son d'un corps vibrant placé près d'un mur, est renforcé, quand il se trouve à une distance du mur égale à la profondeur du tuyau très-large que nous venons de considérer. Cette distance étant différente pour les divers sons, on conçoit que si l'on a un mélange de sons, produits par un même corps que l'on approche peu à peu d'un mur, on entendra chacun de ces sons dominer successivement, et l'on pourra ainsi faire l'analyse du mélange, comme nous l'avons vu plus haut (655).

F. Savart a imaginé un *appareil de résonnance* d'une grande puissance (*fig.* 527). T est un timbre, que l'on fait vibrer au moyen d'un archet, devant l'ouverture d'un large tuyau C bouché par un piston P. En enfonçant peu à peu ce piston, on donne au tuyau la profondeur convenable pour que le son soit renforcé le plus possible. Pour un timbre, ce maximum a lieu quand le diamètre du tuyau est égal à sa profondeur.

697. Vibrations de l'air d'une chambre. — Au moyen de l'appareil qui précède, Savart a pu communiquer des vibrations énergiques à de grandes masses d'air, par exemple à l'air contenu dans une chambre[1]. Au moyen d'une membrane couverte de sable, placée en un point de la chambre, il a reconnu, par les mouvements du sable, que les vibrations sont plus ou moins énergiques en ce point,

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXIV, p. 56.

suivant la position de l'appareil sonore. En laissant cet appareil au même endroit et déplaçant la membrane, il a trouvé des points où le sable sautait vivement, et d'autres où il restait en repos. La place qu'on occupe dans une salle n'est donc pas indifférente pour bien entendre un musicien.

Le cylindre renforçant étant horizontal, si l'on éloigne peu à peu la membrane suivant son axe, on trouve que les vibrations de l'air diminuent graduellement, jusqu'en un point où il y a un nœud. Elles reparaissent au delà et augmentent jusqu'à un ventre, puis diminuent de nouveau jusqu'à un second nœud, et ainsi de suite jusqu'au mur placé en face de l'ouverture du tube renforçant. En déplaçant l'oreille suivant la même ligne, on entend plus fortement quand elle se trouve dans un ventre, et le son semble venir tantôt d'un côté, tantôt de l'autre,

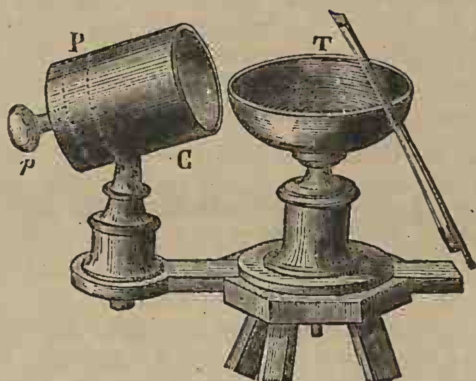


Fig. 527.

suivant celle des deux oreilles qui se trouve le plus près d'un ventre. La distance de deux nœuds n'est pas la même pour le même son dans deux chambres différentes; elle est généralement moindre dans un espace étroit et bas. Cette distance diminue aussi, dans le même local, quand le son est plus aigu, mais elle n'est pas exactement en raison inverse du nombre des vibrations. On voit l'analogie qu'il y a entre ces phénomènes et ceux des tuyaux bouchés de grande section, et l'on conçoit comment les nœuds et les ventres résultent du croisement des ondes directes et des ondes réfléchies par le mur opposé à l'appareil sonore.

Savart a aussi cherché, en promenant la membrane près des murs de la chambre, la suite des points où les vibrations sont maximum. Il a trouvé ainsi, dans une longue galerie, une *ligne de force*, rampant en forme d'hélice le long des murs, du plafond et du plancher. Le timbre était placé à l'une des extrémités de la galerie; en ouvrant des fenêtres ou des portes, rien n'était sensiblement modifié. Dans une chambre, les lignes de force changent de position quand on ouvre une fenêtre, et, de plus, on trouve en dehors de la chambre, à partir de la fenêtre ouverte, deux lignes de force s'étendant très-loin, et formant une sorte d'hélice, qui s'élargit rapidement en s'éloignant.

698. Vibrations excitées dans l'air près d'un obstacle unique. — N. Savart ayant fait vibrer un timbre en plein air, à une distance d'une quarantaine de mètres d'un mur vertical plan, trouva, sur la normale passant par le corps sonore, une suite de nœuds et de ventres placés à égale distance les uns des autres; phénomène produit par le croisement des ondes incidentes et réfléchies, comme dans les tuyaux bouchés. La distance du timbre au mur et la nature de celui-ci n'ont pas d'influence sur la position des nœuds et des ventres; l'expérience a été faite sur des murs de briques, pierres, planches, lames de verre, membranes ou papiers tendus[1].

La distance de deux nœuds consécutifs doit donc être égale à la longueur de l'onde simple produite par le corps sonore; ce que l'expérience confirme; car, en prenant pour λ la distance de deux nœuds, la formule $n\lambda = v$ donne, pour la vitesse v du son, un nombre qui diffère à peine de 1^m, du nombre obtenu directement; ce qui confirme en même temps, d'une manière inattendue, l'exactitude de ce dernier nombre.

699. Analyse d'un mélange de sons. — Supposons que, au lieu d'un son unique, on en produise deux, à l'octave l'un de l'autre, par exemple. La longueur de l'onde d'un de ces sons sera double de celle de l'autre, de sorte que les nœuds de la plus petite onde coïncideront avec les ventres de la plus longue. Il en résulte que, si on met l'oreille à un nœud de l'un des sons, on entendra l'autre son seul. Si le rapport des ondes n'est pas aussi simple que pour l'octave, comme à un ventre de l'un des sons ne se trouvera pas un ventre de l'autre, le premier dominera et sera entendu plus distinctement que le second. N. Savart a pu ainsi, en changeant l'oreille de place, entendre successivement et séparément les harmoniques d'un corps sonore, comme une corde tendue. Il a de même pu analyser les mélanges de sons qui forment les bruits continus, comme le bruit de la mer, du vent, d'une chute d'eau. Il suffit pour cela d'éloigner peu à peu l'oreille jusqu'à une distance de 3 mètres environ, d'un mur uni, sur lequel ces sons se réfléchissent; on distingue, pour chaque distance, un des sons plus facilement que les autres. Les sons aigus dominent, quand l'oreille est près de la surface réfléchissante, et les sons graves, quand elle en est éloignée. Le bruit de la mer, analysé par ce moyen, fournit des sons d'une intensité remarquable. Si l'on froisse un morceau de papier sec dans la main, en l'approchant peu à peu d'un mur, on entend, pour chaque distance de l'oreille, un son dominant d'autant plus aigu que le papier est plus rapproché du mur. Ces résultats rendent vraisemblable ce que l'on rapporte de certains échos qui répondent dans un ton différent de celui du son direct (606).

Inflexion du son. — Dans les expériences dont nous venons de parler, N. Savart trouva toujours la distance entre le premier nœud et la surface

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LXXI, p. 20.

réfléchissante, plus courte que l'onde simple. Il cherchait la position des nœuds et des ventres au moyen d'une oreille tournée vers la surface réfléchissante, l'autre étant bouchée. Seebeck a expliqué cette anomalie, en remarquant que le son direct doit s'infléchir et faire le tour de la tête, pour entrer dans l'oreille libre et s'y combiner avec le son réfléchi[1]; et pour éviter cette cause de perturbation, il remplaça l'oreille par le pendule acoustique (565), avec lequel l'anomalie disparut.

700. Flammes sensibles. — Pour déceler la présence des vibrations dans l'air, on peut, au lieu du pendule, acoustique, employer les *flammes sensibles*, découvertes en 1848 par M. Lecomte, en voyant, dans une salle de concert aux États-Unis, la flamme des becs de gaz éprouver des mouvements brusques coïncidant avec l'émission de certains sons. En étudiant ensuite ce phénomène, il constata que cet effet ne se produit que lorsque la pression du gaz est telle que la flamme soit près de ronfler[2]. M. Barret et M. Tyndall ont fait beaucoup d'expériences à ce sujet, en variant la forme des becs. La figure 528 représente, en P, la flamme d'un bec dit chauve-souris, qui, amenée à être près de ronfler, par augmentation de la pression d'un petit gazomètre qui fournit le gaz, prend la forme R quand on fait entendre le son d'un sifflet. Un bec à un seul trou peut donner des effets inverses suivant les circonstances : ainsi, par un coup de sifflet, une flamme longue, étroite et fumeuse peut se raccourcir et devenir brillante en se bifurquant, ou de brillante, courte et bifurquée, devenir effilée et fumeuse.

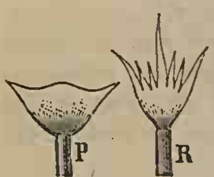


Fig. 528.

Voici comment M. Tyndall explique la sensibilité des flammes : le gaz, en traversant le tube qui précède le bec, entre en vibration par frottement quand la pression est suffisante (677). Si cette pression est un peu trop faible, les vibrations de sons voisins se communiquant à la colonne de gaz intérieure, remplacent un petit excès de pression; cette colonne vibre et la flamme change de forme, comme cela a lieu également quand elle se met à ronfler sous une pression convenable. Il est facile de saisir l'analogie qui existe entre ce phénomène et celui que présente la veine liquide soumise à l'action de sons voisins (264). On peut aussi le rapprocher des observations de M. Schaffgotsch sur l'*harmonica chimique* (570).

Il résulte de l'explication qui précède que tous les sons ne peuvent être propres à agiter la flamme; il faut que leurs vibrations soient en rapport avec celles du gaz sortant. Une flamme étroite de 50^{cm} de longueur, insensible à des sons intenses assez graves et qui, sous une légère augmentation de pression, ronfle et se réduit à 20^{cm}, éprouve la même transformation sous l'influence de sons

[1] *Annales de Poggendorff*, 1843, 6e livraison; et *Revue scientifique*, t. XV, p. 284.
[2] *Philosophical-Magazine*, 4e série, t. XV, p. 235, et XXXIII, p. 216.
[3] *Le Son*, par J. Tyndall, trad. de M. l'abbé Moigno, p. 247.

aigus très-faibles, comme le bruit d'une montre, le choc de deux clefs. Elle s'affaisse plus ou moins et danse avec entrain, auprès d'une boîte à musique. Tout ce qui peut gêner les vibrations du gaz dans l'intérieur du tube de sortie, comme la fermeture partielle d'un robinet rapproché du bec, empêche les phénomènes de se produire, ainsi que l'a constaté M. Tyndall. Les flammes d'une bougie, d'une lampe, ne sont pas sensibles, mais elles peuvent le devenir quand elles sont traversées par un courant d'air sortant d'un tube dans lequel ce gaz tend à vibrer.

La préparation d'une flamme sensible est assez délicate et exige une pression supérieure à celle que l'on donne ordinairement au gaz de l'éclairage public. M. Govi a imaginé, en 1870, la méthode suivante, sûre et facile, qui n'exige qu'une pression de 10 à 12^{mm} d'eau. Le gaz sortant verticalement d'un tube effilé dont l'orifice a 1^{mm} environ de diamètre, est intercepté par une toile métallique dont les mailles ont environ un millimètre carré. On allume le gaz au-dessus de la toile, et l'on soulève peu à peu celle-ci, jusqu'à ce que la flamme s'affaisse en s'étalant et perdant son éclat. Si alors on abaisse très-peu la toile, la flamme reprend subitement son éclat et se trouve avoir sa plus grande sensibilité. Sous l'influence du moindre son, elle s'affaisse en présentant des couches de diverses nuances, et fait entendre un bruissement particulier, dont l'intensité augmente quand on l'enveloppe d'un tube appuyé sur la toile, comme l'a fait M. Geyser, qui, de son côté, a appliqué les toiles métalliques à la production de flammes sensibles.

701. Gaz sensibles. — L'état d'incandescence du jet de gaz n'est pas nécessaire pour qu'il s'agite sous l'influence d'un son; la flamme ne fait que rendre visibles ses mouvements. Un gaz froid rendu visible par de la fumée de tabac, la précipitation de sel ammoniac, et sortant sous forme d'un jet vertical qui s'épanouit à son sommet en se mêlant à l'atmosphère, est d'une sensibilité extrême, et se raccourcit plus ou moins, en se couronnant d'un petit nuage de forme variée, pour certains sons moins aigus que ceux qui agissent sur les flammes.

M. Govi opère sur un jet transparent d'un gaz autre que l'air, lancé verticalement, et dont il projette sur un écran l'ombre amplifiée, en le faisant traverser par un faisceau de rayons solaires, rendu divergent au moyen de lentilles. Sous l'influence d'un son produit même assez loin, la partie limpide de l'image projetée de la veine gazeuse se raccourcit, comme pour les veines liquides (264). M. Lissajous augmente la visibilité du jet, qu'il éclaire au moyen de la lumière Drummond, en imprégnant le gaz d'une essence, comme la benzine, l'essence de citron, qui en augmente la réfrangibilité.

702. Applications de la résonnance des colonnes d'air. — La propriété des colonnes d'air à grande section de résonner sous l'influence de sons plus ou moins variés, en les renforçant, va nous donner l'explication des effets de divers instruments destinés à étendre la portée de la voix et de l'ouïe, et dont on avait autrefois attribué l'efficacité à la réflexion des rayons sonores.

703. Porte-voix. — Le porte-voix est un instrument au moyen duquel on peut se faire entendre au loin. Il est formé d'un tube, ordinairement un peu conique, terminé par un pavillon P (*fig.* 529), et muni d'une embouchure *o* qui peut entourer la bouche sans gêner les mouvements des lèvres. On s'en sert habituellement en mer pour commander au milieu du bruit des flots et du vent. D'après un ouvrage attribué à Aristote et cité par Kircher, le porte-voix était connu d'Alexandre le Grand; cependant, on en attribue souvent l'invention à Samuel Morland, en 1770. On a voulu expliquer l'effet du porte-voix par des réflexions successives qu'éprouveraient les rayons sonores sur les parois intérieures, et qui les rapprocheraient de plus en plus de la direction de l'axe de l'instrument. En partant de cette idée, Cassegrain lui donna une forme hyperbolique, et Conyers et Hase, une forme parabolique, mais parvenir sans à en augmenter les effets. C'est que l'explication par la réflexion n'est pas fondée[1]. En effet, le pavillon a une influence considérable, et il devrait être inutile d'après cette théorie. La forme conique devrait être, au contraire, indispensable, et un

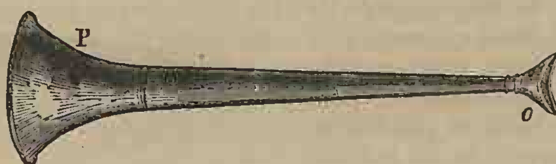


Fig. 529.

tube cylindrique muni d'un pavillon, renforce autant qu'un tube conique. Hassenfratz a constaté qu'un porte-voix ne perd pas de ses qualités quand on le tapisse de drap intérieurement. Nous avons, en outre, reconnu que certains sons ne sont pas renforcés : par exemple, les sons trop aigus, et même certains sons compris dans les limites de ceux qui sont facilement renforcés. Enfin, le renforcement n'a pas lieu seulement dans la direction de l'axe de l'instrument, mais encore dans toutes les directions, qu'il soit muni ou non de son pavillon. En effet, si l'on parle dans un porte-voix, à une distance de quelques centaines de mètres d'un mur élevé, on entend un écho sensiblement de même force, quand le pavillon est tourné du côté du mur, ou du côté opposé.

L'effet du porte-voix n'est donc pas dû à la réflexion des rayons sonores sur ses parois, mais simplement à la résonnance de la colonne d'air qu'il contient : l'instrument se comporte comme un tuyau d'orgue dont la voix ébranlerait la colonne d'air. Quant à l'influence considérable du pavillon, elle est la même ici que dans les instruments à vent, et, comme pour ceux-ci, elle n'a pas encore été expliquée d'une manière satisfaisante.

704. Cornet acoustique. — Cet instrument est destiné à suppléer au défaut

[1] *Mémoires de l'Académie des Sciences de Toulouse*, 6e série, t. II, p. 410, et t. III, p. 389.

de sensibilité de l'oreille en renforçant les sons. Il consiste en un tube conique évasé (*fig.* 530), que l'on contourne souvent de diverses façons, et dont le sommet *o* est ouvert et s'enfonce dans le conduit de l'oreille. On a encore attribué l'effet de cet instrument à la réflexion des rayons sonores, qui convergeraient vers l'orifice *o*, ce qui, cependant, ne peut avoir lieu à cause de la forme conique, et l'on a cherché à remplir cette condition en remplaçant le cône par un paraboloïde ayant son foyer en *o;* mais l'effet ne fut pas sensiblement augmenté. De plus, la nature des parois, l'état de leur surface intérieure, qui peut être garnie de drap, les courbures compliquées qu'on donne souvent à l'intrument, n'ont pas d'influence sur son efficacité. La réflexion ne peut donc ici jouer de rôle.

Le renforcement produit est dû à deux causes. D'abord, l'ouverture extérieure étant plus grande que celle qui s'engage dans l'oreille, les compressions qui arrivent à l'ouverture extérieure se transmettent à des tranches de plus en plus petites, et, par conséquent, avec des intensités croissantes. Les choses se passent comme dans une série de billes élastiques de moins en moins grosses; si on laisse tomber d'une certaine distance la plus grosse sur la suivante, la plus petite sera lancée à une distance plus grande. On peut encore donner une image de ce qui se passe dans le cornet, en soulevant brusquement un vase plein d'eau, dans lequel plonge en partie un entonnoir renversé; on voit le liquide jaillir par le col à une hauteur d'autant plus grande que le mouvement imprimé au vase est plus rapide.

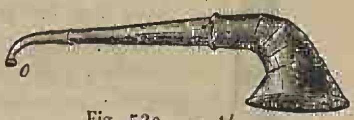


Fig. 530. — $^1/_4$.

Mais si cette influence de la décroissance des tranches est incontestable, elle est loin d'être la plus importante. En effet, en étudiant les propriétés du cornet acoustique, nous avons reconnu qu'il renforce spécialement un certain son dont le *ton* dépend des dimensions de l'instrument. Si l'on fait entendre ce son sur un piano, l'oreille, armée du cornet, est énergiquement impressionnée. Au milieu d'un bruit confus, ce même son, plus renforcé que tous les autres, les domine fortement. Il est évident que ces divers effets sont dus aux vibrations excitées dans la colonne d'air intérieure par celles, de rapidité convenable, des sons extérieurs. C'est donc surtout à la résonnance de cette colonne qu'est due l'efficacité du cornet acoustique.

Il résulte de là qu'un cornet est plus ou moins efficace, suivant le ton de la voix de la personne que l'on veut entendre. Pour être dans de bonnes conditions, il devra donc se composer de plusieurs parties pouvant rentrer les unes dans les autres, de manière qu'on puisse, par tâtonnement, l'accorder au ton de la voix de celui qui parle : le raccourcir pour les voix de femme ou d'enfant, et l'allonger pour les voix d'homme. C'est ce que l'on peut faire facilement au moyen du *cornet analyseur* (633), qui constitue, par conséquent, un cornet acoustique complet, pouvant s'accorder aux différentes voix, si on le construit sous des dimensions convenables.

Nous avons déjà indiqué (633) quelques applications du cornet analyseur. Il peut servir également à faire saisir, pendant l'exécution d'un morceau de musique, le passage d'une note spéciale, comme la *tonique*, la *dominante;* il suffit de disposer d'avance l'instrument de manière qu'il renforce spécialement cette note. On peut encore, au moyen de deux instruments semblables engagés dans les deux oreilles, renforcer, au milieu d'un bruit fort et continu, un son différent pour chaque oreille, et faire une foule d'expériences sur l'audition bi-auriculaire.

705. Mélodi-aphone. — Au lieu de modifier la résonnance du cornet en en faisant varier la longueur, on peut procéder en changeant l'état de la colonne d'air, comme dans les instruments à vent, en ouvrant ou fermant des trous, soit avec les doigts, soit au moyen de clefs. Si ces trous sont disposés de manière à ce que les sons successivement renforcés correspondent à la gamme, on pourra, en adaptant l'instrument à l'oreille, et ouvrant et fermant convenablement les trous, trier, pour ainsi dire, les sons d'un air parmi tous ceux qui composent un bruit continu, et l'on arrivera à ce résultat singulier d'entendre une mélodie qui n'existe pas, au moyen d'un instrument qui ne produit pas de sons. C'est pour cela que nous avons nommé l'appareil ainsi modifié *mélodion aphone* ou *mélodi-aphone*. La figure 531 représente un de ces instruments percé de trois trous, et laissant entendre l'accord parfait majeur quand on les ouvre l'un après l'autre, pendant que l'orifice *o* est engagé dans l'oreille.

Fig. 531. — 1/5.

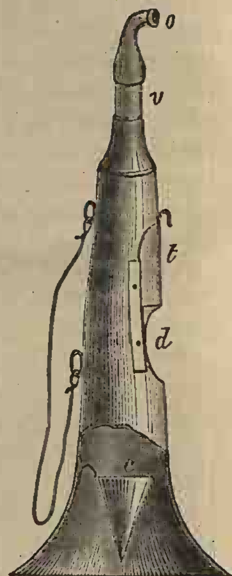


Fig. 532. — 1/12.

706. Acoustèle [1]. — Dans les instruments que nous venons de décrire, il n'y a, à peu près, qu'un son qui soit fortement renforcé, surtout si le tube est étroit. Dans l'appareil de la figure 532, nous nous sommes proposé de renforcer fortement tous les sons compris entre des limites étendues, en lui donnant de grandes dimensions et surtout un grand diamètre. A l'origine du pavillon est fixé un cône *c*, laissant un espace assez grand autour de sa base tournée en dedans, et qui est destiné à augmenter le renforcement, par réflexion intérieure des ondes sur sa base, et à favoriser l'audition des sons graves sans donner de trop grandes dimensions à l'appareil. Une ou plusieurs ouvertures *d* peuvent être fermées plus ou moins au moyen de clefs, ou mieux de plaques à

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences*, etc., *de Toulouse*, 7e série, t. III, p. 418 (1871).

coulisse *t*. Le corps de l'instrument est réuni à la pièce qui porte l'orifice *o* par un gros tube de caoutchouc plus ou moins long, *v*.

Si l'on engage l'orifice *o* dans le conduit de l'oreille, on entend, près d'une grande ville, un bruit intense produit par les mille sons qui se croisent dans l'air, et parmi lesquels l'oreille arrive peu à peu à distinguer les plus caractérisés, comme le roulement des voitures, le son des cloches, des trompettes, des tambours, etc., même quand ces sons viennent de centres très-éloignés. C'est pour cela que nous avons nommé *Acoustèle* (ἀκούω, τῆλε) cet instrument, qui joue ainsi, à certains égards, par rapport à l'oreille, le rôle du télescope par rapport à l'œil. Au moyen de l'acoustèle, qui peut se faire en métal, en carton, en gutta-percha, on peut saisir tous les détails d'un concert exécuté au loin ou dans une salle fermée dont on est séparé par des murs, être averti de l'arrivée d'un train de chemin de fer qui est encore éloigné de plusieurs kilomètres; entendre de très-loin la voix parlée; reconnaître, surtout la nuit, la marche d'une troupe à pied ou à cheval, le bruit du canon, de la fusillade, produit à de très-grandes distances, etc.

V. Tuyaux à anche.

707. Pour ébranler les colonnes d'air, on emploie souvent, dans les jeux d'orgue, des lames élastiques nommées *anches*. On en distingue de deux espèces, les *anches battantes* et les *anches libres*.

Anche battante. — Un tuyau AB (*fig*. 533), nommé porte-vent, reçoit le vent par l'extrémité B. Son extrémité opposée est fermée par un bouchon percé A, représenté sur une plus grande échelle en A′, et auquel est adaptée une pièce *ab* de bois ou de métal, creusée suivant sa longueur et nommée *rigole*. Une *languette* de laiton *l*, fixée au bouchon *a*, peut fermer la rigole en s'appliquant sur ses bords, dont elle se tient naturellement un peu écartée. On peut faire varier la longueur de la partie libre de la languette au moyen d'une tige de fer recourbée *rr′*, nommée *rasette*, que l'on enfonce plus ou moins à travers le bouchon.

Quand on fait arriver le vent, l'air s'échappe d'abord par la rigole en glissant sous la languette, sa vitesse s'accélère, la languette est poussée contre la rigole, et le courant d'air s'arrête. La languette s'écarte alors par son élasticité, l'air s'écoule de nouveau, et quand sa vitesse est devenue suffisante, le passage est de nouveau fermé, et ainsi de suite, comme dans la soupape du bélier hydraulique (256), et l'air sort par intermittences par l'ouverture du bouchon A.

Cette anche se nomme *anche battante;* le son en est criard, ce qui est dû, en partie, au choc de la languette sur les bords de la rigole. Pour atténuer cet inconvénient, on garnit les bords de la gouttière d'une bande de peau molle qui amortit les chocs.

Anche libre. — M. Grenié a imaginé l'*anche libre*, que l'on attribue aussi à Sébastien Erard, et qui donne des sons doux et agréables. La rigole est remplacée par une petite caisse rectangulaire *mn* (*fig.* 534), dont une des faces, en laiton, porte une large fente, ou *fenêtre*, à travers laquelle la languette *l* peut passer en en rasant les bords, de manière à pouvoir s'infléchir en dedans aussi bien qu'en dehors. Pressée par le courant d'air, la languette rentre en dedans, l'air s'échappe, d'où résulte une diminution momentanée dans la pression ; la languette revient alors par son élasticité, et passe en dehors, en vertu de sa vitesse acquise. Elle retourne ensuite sur ses pas, et le courant d'air qui s'est rétabli la pousse de nouveau en dedans, en perpétuant ainsi son mouvement vibratoire. Ce système d'anches est connu des Chinois depuis plus de 4,000 ans, et employé dans l'instrument nommé *chin*.

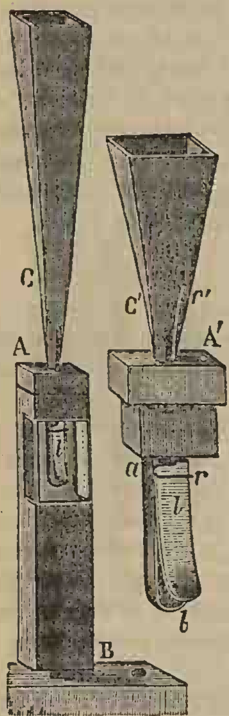


Fig. 533.

708. Théorie de l'anche. — On attribuait autrefois le son produit par les anches, aux chocs imprimés à l'air par la languette. Mais il résulte des expériences de Cagnard de Latour que le son est dû à la sortie périodique de l'air ; car, lorsqu'on fait vibrer des anches battantes ou des anches libres, au moyen d'un archet, il n'y a pas de son produit ; tandis que la plus légère insufflation le fait éclater, et d'autant plus intense que le courant d'air est plus fort. La languette ne fait donc qu'intercepter et établir le passage de l'air, et le son est engendré de la même manière que dans la sirène (623).

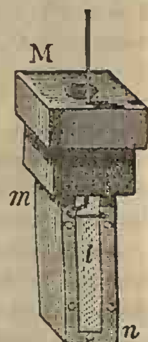


Fig. 534.

La rapidité du mouvement vibratoire d'une *anche battante* dépend, jusqu'à un certain point, de la vitesse du courant d'air ; le son monte quand on augmente la force du vent, parce que la languette est poussée plus rapidement vers la rigole. Il n'en est pas de même des *anches libres;* aussi les emploie-t-on exclusivement dans les *orgues expressifs*, où l'intensité du son est réglée par la pression exercée sur les soufflets. La rapidité des vibrations dépend surtout de la longueur de la languette, de son épaisseur et de la substance dont elle est faite.

La colonne d'air renfermée dans le porte-vent doit vibrer à l'unisson de la languette, mais il faut pour cela que ses dimensions soient convenables. Il y a cependant assez de latitude, à cause de la section assez grande du porte-vent, qui fait qu'il peut renforcer un certain nombre de sons voisins (696). En même emps, ses vibrations réagissent sur celles que produirait l'anche isolée, de manière que le son produit n'est ni celui de l'anche seule, ni celui de la colonne d'air seule, mais un son intermédiaire. L'influence des deux espèces de vibrations est telle que, si la différence entre leur rapidité est trop grande, la languette refuse de vibrer. On peut lui rendre cette faculté, en donnant de la flexibilité à une partie de la paroi du porte-vent; par exemple, en y pratiquant une large ouverture que l'on ferme avec un morceau de peau peu tendue. On peut alors faire monter ou descendre le son, en déplaçant la rasette, sans qu'il cesse d'être renforcé par la colonne d'air, et l'on peut empêcher certains sons de se produire, en appuyant sur la peau, pour l'empêcher de vibrer.

M. Webber a prouvé, par l'expérience, l'action mutuelle de la languette et de la colonne d'air du porte-vent dont il faisait varier la longueur. Savart a répété ces expériences dans des limites plus étendues, et a rectifié quelques-uns des résultats du physicien allemand. Il a reconnu que, le tuyau donnant d'abord, quand sa longueur est L, le même son que la languette seule, ce même son se reproduit quand la longueur est 3L, 5L, 7L,..... et le son produit est le 1er, le 3e, le 5e..... harmonique de la colonne ainsi formée; ce qui se conçoit facilement. Pour les dimensions un peu différentes de celles-ci, le son est à peu près celui qui correspond à la colonne entière, et quand on en augmente graduellement la longueur, le son baisse peu à peu, pour passer tout à coup au son primitif de la lame seule.

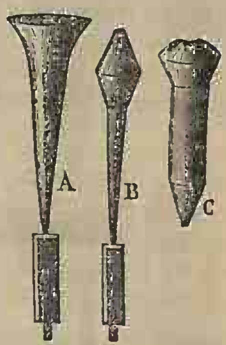


Fig. 535.

709. Pour donner de l'ampleur au son des anches, on adapte à l'ouverture supérieure, des tuyaux de formes variées C, C' (*fig.* 533), nommés *cornets d'harmonie*. La colonne d'air renfermée dans les cornets ne modifie que peu la hauteur du son. Le porte-vent se nomme alors *pied* du tuyau à anche.

C'est avec des anches qu'on imite, dans les orgues, les sons du cor, de la trompette, du hautbois, de la voix humaine, en donnant une forme convenable aux cornets d'harmonie. La figure 535 en montre quelques exemples A, B, C; le système C imite la voix humaine. On donne au porte-vent à peu près les dimensions qui conviennent le mieux au nombre de vibrations de la languette, et on accorde avec la rasette.

VI. Des instruments à vent.

710. Dans les instruments à vent, l'air est ébranlé par des embouchures de flûte ou par des anches, auxquelles se rattachent les embouchures dites *à bocal*.

Instruments à embouchure de flûte. — Parmi ces instruments, nous citerons la *flûte traversière*, le *fifre*, le *syrinx* ou *flûte de Pan*, le *flageolet*. Dans ce dernier, l'embouchure est faite comme celle d'un tuyau à bouche; dans les autres, les lèvres servent de porte-vent, et le bord de l'ouverture dans laquelle on souffle sert de biseau. Dans la flûte (*fig.* 536), l'air est lancé dans une direction transversale à la longueur, comme l'indique la flèche *o*, ce qui a une influence marquée sur la qualité du son. En effet, Savart a constaté que des tuyaux d'orgue rectangulaires, embouchés transversalement, donnent de plus beaux sons que lorsqu'ils sont embouchés à la manière ordinaire. Les parois de la flûte participent un peu aux vibrations. On fait des flûtes en buis, en ébène, en ivoire, en cristal, dont les timbres sont un peu différents.

Quand tous les trous de la flûte sont bouchés, on obtient successivement, comme dans les tuyaux ouverts, les harmoniques du son fondamental, en faisant varier la distance des lèvres au bord du trou ovale *o*, *o'* qui sert de biseau, et en modifiant la force du vent. Le son fondamental est plus grave que ne le comporterait la distance de l'embouchure à l'extrémité *c*, à cause du renflement du tube en *ab*, du prolongement conique fermé *ao*, et de la forme légèrement conique de la partie *bc*.

Pour obtenir les sons intermédiaires entre les harmoniques, on ouvre des trous pratiqués en dehors des ventres, ce qui fait monter le son. Indépen-

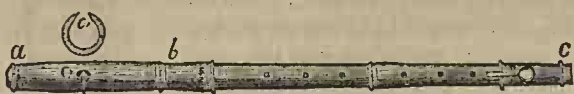


Fig. 536.

damment de leur position, la grandeur des trous a une influence marquée. Biot et Hamel l'ont prouvé par l'expérience suivante : ayant obtenu le son fondamental d'un tuyau à bouche en carton, ils ont pratiqué une ouverture à l'endroit du nœud, et en l'agrandissant peu à peu circulairement, ils ont pu obtenir tous les sons de la gamme jusqu'à l'octave, qui se développa quand l'ouverture eut atteint toute la circonférence. Bohm, de Genève, a notablement agrandi les trous de la flûte, pensant que le son serait alors le même que si le tuyau était ouvert à l'endroit du trou. Ce qui précède prouve qu'il ne peut en être ainsi, à moins que la forme un peu conique de la flûte ne modifie sensiblement les résultats. Du reste, tout ce qui est relatif à l'influence des trous dans les instruments à vent est assez obscur, quel que soit le système d'embouchure employé.

711. Instruments à anche. — On peut les diviser en instruments à anche proprement dite, ou *à bec*, et instruments *à bocal*. Parmi les premiers, nous citerons la *clarinette*, qui est munie d'une anche battante, formée d'une lame de roseau que l'on fait vibrer par le souffle. On fait varier le ton en limitant plus ou moins la longueur de la partie vibrante, par la pression des lèvres, qui remplacent ici la rasette des tuyaux d'orgue. La colonne d'air tend à vibrer à l'unisson de l'anche; mais il y a toujours l'influence de cette colonne; si bien que le son sort beaucoup plus facilement que si le bec était séparé du reste de l'instrument. Il en est de même dans le *hautbois*, le *basson;* mais ici le bec est formé de deux lames minces et élastiques, entre lesquelles on souffle, et que l'on presse avec les lèvres en des points plus ou moins éloignés de l'extrémité libre. Tous ces instruments portent des trous, qui ont la même destination que dans la flûte.

Fig. 537.

Dans les instruments *à bocal*, ce sont les lèvres de l'artiste qui vibrent dans un cône creux, ou dans un hémisphère (*fig.* 537), terminés par un tube, qui s'adapte au corps de l'instrument. Ces vibrations des lèvres peuvent s'observer en employant une embouchure de verre. En rapprochant et tendant plus ou moins les lèvres, on en fait varier le nombre de vibrations, et la colonne d'air vibre à l'unisson. Cette coïncidence des vibrations est facile à obtenir, à cause de l'influence de cette dernière colonne sur le mouvement vibratoire des lèvres. Si l'embouchure a un grand diamètre, on fera sortir plus facilement les sons graves. Parmi les instruments à bocal, nous citerons le *cor*, la *trompette*, le *clairon*, le *trombone*, l'*ophicléide*. Le tube, ordinairement de laiton, s'élargit de plus en plus, et se termine par une partie qui va en s'évasant brusquement, nommée le *pavillon* P (*fig.* 538). Cette disposition, connue depuis l'antiquité la plus reculée, puisqu'on la trouve chez les anciens Hébreux, a une grande influence sur l'éclat du son. Il suffit, pour le reconnaître, d'adapter une embouchure à bocal à un tuyau de gutta-percha ou de caoutchouc (*fig.* 538). On n'en peut tirer que des sons sourds; mais si l'on adapte à l'extrémité, un pavillon de carton ou de gutta-percha, le son retentit avec un timbre métallique; ce qui montre que c'est à la présence du pavillon que les instruments de cuivre doivent leur qualité particulière, plutôt qu'à la nature de leurs parois. Du reste, la substance du tube n'a que peu d'influence sur la sonorité. On peut même l'envelopper d'une couche épaisse de plâtre. Si l'on vient à courber le tube de caoutchouc, le son reste encore le même, seulement il est un peu plus sourd, et d'autant plus que les courbures sont plus prononcées.

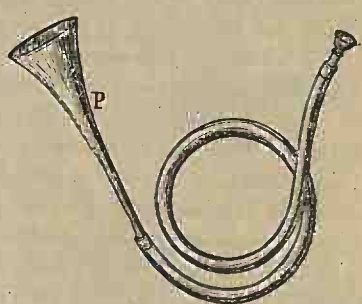


Fig. 538.

Le cor donne les harmoniques d'un tuyau ouvert, 1, 2, 3, 4, 5... On peut modifier ceux de ces sons qui n'appartiennent pas à la gamme chromatique, et obtenir des sons intermédiaires, en obstruant plus ou moins, avec la main, l'ouverture du pavillon, ce qui fait baisser le son, comme nous l'avons vu (694).

Dans le *trombonne*, on allonge et raccourcit le tuyau, au moyen d'une partie mobile à branches rectilignes parallèles, que l'on enfonce plus ou moins dans deux autres portions aussi rectilignes et parallèles. C'est le seul instrument à vent à sons continus. Dans le *cornet à pistons*, on pousse des espèces de tiroirs tubulaires qui établissent ou interceptent la communication avec certaines parties annexées au tube, pour donner à la colonne d'air une longueur plus ou moins grande. Enfin, dans l'*ophicléide*, la *trompette à clefs*, on modifie le son, au moyen de trous que l'on ferme à volonté, soit avec les doigts, soit avec des clefs. Un artiste habile peut, du reste, modifier un peu les sons de l'instrument, en forçant la colonne d'air à vibrer comme ses lèvres, dont il fixe le nombre de vibrations, par une contraction bien arrêtée. Ce résultat est possible à cause de la flexibilité des parois, qui sont toujours assez minces, et de la grande section du tube près du pavillon.

712. DE L'ORGUE. — L'orgue est le plus vaste des instruments à vent, ou plutôt c'est la réunion d'une multitude d'instruments, qu'on peut faire parler ensemble ou séparément, de manière à multiplier les effets, et à combiner les accords les plus compliqués. On a voulu faire remonter l'invention de cet immense appareil à l'antiquité la plus reculée. Jubal, d'après la Bible, est le père des joueurs d'orgue et de cythare ; il en est aussi question dans le livre de Job ; mais il résulte d'un passage du psaume 136, qu'il ne s'agissait que d'instruments portatifs. Pindare paraît mieux désigner l'orgue, quand il dit : « les sons s'échappent à travers un mince airain, ou des roseaux..... » Autrefois, on distinguait l'orgue hydraulique, inventé par Ctésibius ; Suétone en cite un qui excita l'admiration de Néron ; on en construisit aussi en Angleterre, dans le neuvième siècle et en France, dans le douzième. Mais on ne sait pas au juste en quoi consistait cette espèce d'orgue ; on pense que le vent était fourni par des espèces de trompes (259) ; d'autres fois la vapeur d'eau remplaçait le vent, comme dans le sifflet des locomotives. Il en était ainsi de l'orgue de Compiègne, envoyé, en 757, à Pépin le Bref par Constantin Copronyme, qui était mis en jeu par « l'air né de la violence de l'eau chauffée ». Saint Augustin, au quatrième siècle, cite l'orgue à soufflet, et Tertullien, au onzième siècle, l'appelle un admirable instrument. On s'en servait dans les cirques, pendant les combats des athlètes et des gladiateurs. Il paraît n'avoir été introduit dans les églises que dans le courant du huitième siècle. Du reste, jusqu'au treizième siècle, l'orgue n'était qu'une immense et grossière machine ; les touches étaient de larges palettes qu'on ne pouvait déplacer qu'à coups de poing. Dans celui de l'abbaye de Westminster à Londres, il n'y avait pas moins de 180 soufflets et il fallait disposer de 70 hommes pour le faire mouvoir.

On distingue dans un orgue, cinq parties principales : 1° les *jeux*, formés de séries de tuyaux de même espèce et de même timbre. Ces tuyaux sont *à bouche* ou *à anche*, et donnent le son fondamental ; 2° le *sommier*, qui porte les tuyaux et contient les soupapes destinées à y laisser entrer le vent ; 3° le *clavier*, dont l'organiste fait mouvoir les touches ; 4° les *abrégés*, systèmes de leviers destinés à transmettre le mouvement des touches aux soupapes des sommiers ; 5° la *soufflerie*. — Les quatre premières parties se voient dans la figure 539 ; AA' est le *sommier*, surmonté d'une partie des jeux de tuyaux; C est une partie du *clavier*, au-dessus duquel on voit les *abrégés* en $nn'l'l$.

715. Sommier. — Le *sommier* se compose d'une caisse plate horizontale AA' (*fig.* 539), divisée par des *barres* de bois, en compartiments étroits et allongés, nommés *gravures*. Une de ces barres se voit en $A'g$, et les extrémités des autres, en As; les côtés de la caisse étant supposés enlevés. Au-dessous, se trouve une autre caisse $ll'l$ nommée *laye*, communiquant par le porte-vent V avec les soufflets, et renfermant les soupapes, s, qui, lorsqu'elles

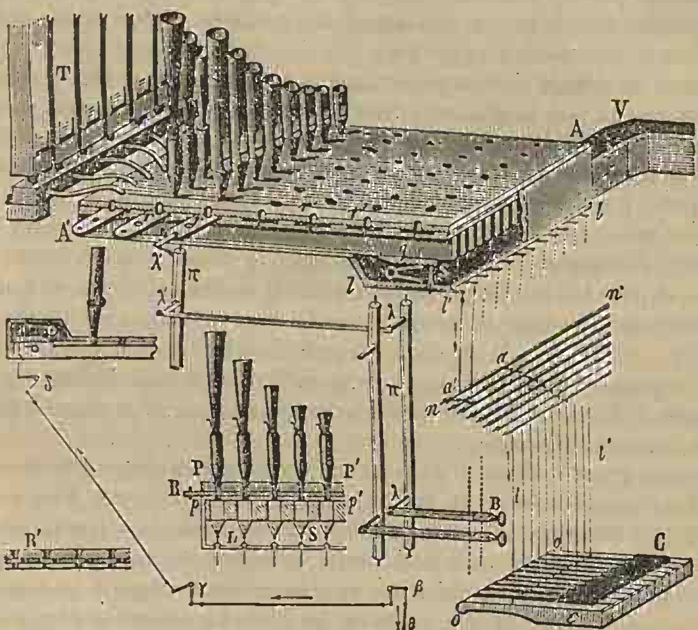


Fig. 539.

sont ouvertes, laissent passer le vent dans les gravures correspondantes. On voit en P'PRL la coupe transversale des gravures, des soupapes, et de la laye, LS. Les soupapes sont ainsi tout près des tuyaux, afin que le vent s'introduise immédiatement dans ces tuyaux, sans éprouver le retard qui résulterait d'un long parcours.

Les gravures sont recouvertes d'un double plancher $PP'pp'$ collé et cloué sur les *barres*, et percé de trous en rangées régulières, dans lesquels sont implantés les tuyaux. Entre les deux planchers, sont fixées, perpendiculairement aux barres, des bandes de bois, qui laissent entre elles des espaces rectangulaires, comme on le voit en r', r'. Dans ces espaces, peuvent glisser d'autres bandes r, r, R, nommées *registres*, prenant bien juste et portant des trous disposés comme ceux du double plancher. Quand on tire le registre de manière que ses trous correspondent exactement à ceux du double plancher, comme on le voit en R, l'air des gravures passe dans les tuyaux implantés au-dessus du registre. Mais si on le pousse de manière que ses trous ne correspondent plus à ceux du plancher, comme en R′, les tuyaux ne reçoivent plus le vent. L'invention des registres ne remonte pas au delà de Henri IV.

Au-dessus de chaque registre est un *jeu*, ou série de tuyaux formant la gamme chromatique. En ouvrant une soupape, on fera parler les tuyaux placés sur la gravure qui reçoit le vent, et appartenant aux jeux dont le registre est ouvert. Pour ouvrir un registre, l'organiste n'a qu'à tirer une pommette B, placée à côté du clavier, et dont le mouvement se transmet au registre r, par l'intermédiaire de bras λ, λ, λ', λ', adaptés aux *pilotes tournants* π, π. En repoussant la pommette, on ferme le registre.

714. Clavier et abrégés. — Les touches du clavier sont disposées, dans leur partie extérieure, comme celles d'un piano. Quand on les abaisse, elles tournent autour d'un axe oo, et tirent les *vergettes* de bois tt', qui font ouvrir les soupapes du sommier. Considérons, par exemple, la touche c; en l'abaissant, on tire la vergette t et le levier a, qui fait tourner le *rouleau* nn'. Ce rouleau porte un petit bras, a', qui tiré alors, par l'intermédiaire d'une autre vergette, abaisse le levier ll' et, par suite, la soupape s, à laquelle il est lié. Ce système de vergettes et de rouleau se nomme un *abrégé*, parce qu'il réduit l'espace occupé par les soupapes, et le ramène à la largeur du clavier, qui est quelquefois jusqu'à 12 fois moins étendu que le sommier.

Dans les grandes orgues, il y a plusieurs sommiers ayant chacun leur clavier. Ces claviers sont échelonnés en gradins, les uns derrière les autres. Pour communiquer le mouvement des touches aux soupapes des sommiers éloignés, comme ceux qui soutiennent les tuyaux de la montre, on emploie des systèmes d'abrégés plus compliqués, dont la disposition ressemble beaucoup au système de *mouvement* de sonnettes des appartements; seulement les fils de fer sont remplacés par des vergettes de bois, qui ne se dilatent pas comme eux, et peuvent agir en poussant aussi bien qu'en tirant. On voit en $\beta\gamma\delta$ un système semblable qui agit en poussant sur la soupape σ, quand on tire la vergette 0. On emploie jusqu'à *cinq* claviers qui correspondent à autant de sommiers principaux, recevant, de différents soufflets, de l'air comprimé à divers degrés. Le sommier qui porte les tuyaux qui donnent les sons les plus éclatants, constitue le *grand orgue;* les autres sont le *positif*, dont les sons sont plus faibles, le *récit* qui sert aux solos, et l'*écho*. Le *récit* est souvent renfermé dans une *boîte d'expression*, sorte de chambre dont une des parois est fermée par des lames de bois en jalousies, que l'organiste peut entre-bâiller plus ou moins en appuyant sur une pédale, de manière à permettre aux sons de se répandre aux dehors avec plus ou moins de facilité.

Il y a, enfin, un clavier de *pédales* placé sous les pieds de l'organiste et qui correspond aux tuyaux les plus graves. Les plus gros tuyaux, et particulièrement ceux de la montre, ne pouvant trouver place dans la largeur du sommier à cause de leur grand diamètre, on les place sur un support à part, comme on le voit en T, où des tubes de plomb, écartés en éventail, leur apportent le vent des gravures du sommier voisin.

Levier pneumatique. — Les plus gros tuyaux ayant besoin de beaucoup de vent, sont servis par un soufflet plus puissant que les autres. Les soupapes supportent alors une forte pression, que l'organiste ne peut vaincre qu'avec des efforts qui nuisent à la liberté de son jeu. Il en est encore ainsi quand une même touche doit ouvrir plusieurs soupapes, pour faire parler des jeux appartenant à différents sommiers. Pour parer à cet inconvénient, on emploie diverses dispositions dans lesquelles le vent est chargé d'exercer l'effort nécessaire. Nous citerons, comme très-souvent employé, le *levier pneumatique* de M. Barker, dont on voit une coupe dans la figure 540. Le vent d'un soufflet de force moyenne arrive dans la laye *s*, dont les soupapes sont en relation avec les touches du clavier par des abrégés dont *t* est la dernière vergette. Au-dessus est une gravure *r*, *g*, fermée

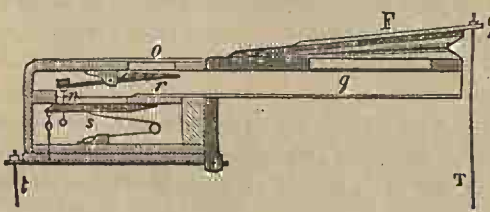


Fig. 540.

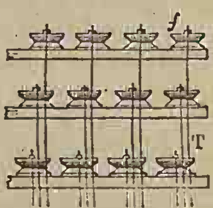


Fig. 541.

en dessus par un petit soufflet F, de 36^{cm} de longueur sur 7 de largeur. En *r* est une soupape liée à la soupape *s* par une tige *n*, et laissant béante une large ouverture *o*. Quand on ouvre la soupape *s*, elle fait fermer la soupape *r*, le vent se précipite de *s* en *g*, et soulève le soufflet F, auquel est fixée une vergette T, reliée à toutes les soupapes à ouvrir simultanément. Quand la soupape *s* se referme, *r* s'ouvre, l'air comprimé en *g*F s'échappe, F*q* retombe, et les tuyaux se taisent. Ces mouvements du soufflet F se font avec une rapidité et une précision surprenantes. On voit (*fig.* 541) l'ensemble d'un pareil système; chaque petit soufflet, *f*, tire par une vergette, T, les diverses soupapes qu'il doit soulever quand on appuie sur une même touche du clavier.

715. Nomenclature des jeux[1]. — Un jeu est composé d'une rangée de tuyaux de même espèce, placés sur le même registre, et donnant la gamme chromatique (646). Il comprend de 2 à 4 octaves, suivant le rôle qu'il doit remplir; par exemple, il peut être destiné à jouer les *dessus*, ou les basses, ou les uns et les autres. Un jeu est *simple*, quand chaque trou du registre ne fait

[1] V. L'*Art du facteur d'orgues*, par le bénédictin dom Bédos de Celles, 1766.

sonner qu'un seul tuyau; il est *composé*, quand chaque trou donne le vent à plusieurs tuyaux à la fois. On divise les jeux en *jeux à bouche* et *jeux d'anche*.

Jeux à bouche. — Les tuyaux de ces jeux sont faits de bois, d'étain, ou d'un alliage de plomb et d'étain nommé *étoffe*. Ils sont dits de *grosse taille*, quand le diamètre est environ $\frac{1}{6}$ de la longueur, de *moyenne taille* quand le rapport est $\frac{1}{8}$, de *menue taille* quand ce rapport est $\frac{1}{12}$.

Les jeux à bouche se désignent par la longueur du plus long tuyau, s'il est ouvert, ou par le double, s'il est bouché. Le jeu le plus grave sert à définir l'orgue; ainsi, l'appareil dont le jeu le plus grave est de 16 pieds, se nomme *orgue de* 16 *pied*, même quand les plus longs tuyaux du jeu manquent.

Les jeux à bouche se divisent en jeux *de fond* ou *d'octave*, qui sont accordés à l'octave les uns des autres, et jeux *de mutation*, qui sont accordés à la tierce, à la quarte ou à la quinte des jeux de fond.

On compte généralement 18 espèces de jeux à bouche. Parmi les jeux de fond, nous citerons le 32 *pieds* ouvert; le *bourdon de* 32 *pieds;* et le 16 *pieds* ouvert, qui se font en étain ou en bois; le 8 *pieds* ouvert, en étain, qui se rapproche le plus, par la hauteur du ton, de la voix, et des instruments de musique; le *prestant*, de 4 pieds, ouvert, en étain, sur lequel on accorde les autres jeux, à cause de son ton moyen; la *doublette*, de 2 pieds, en étain, donnant la double octave du 8 pieds. Tous ces jeux sont de moyenne taille.

Parmi les *jeux de mutation*, nous citerons la *grosse tierce*, en étoffe, ouvert, sonnant à la tierce du prestant; le *nazard*, en étoffe ou en bois, ouvert ou à cheminée, donnant la quinte du prestant; la *tierce*, donnant la tierce de la doublette; le *larigot*, en étain, ouvert, à la quinte de la doublette, c'est le jeu le plus aigu; tous ces jeux sont de grosse taille. La *fourniture*, jeu composé de 3 à 7 tuyaux de menue taille à chaque trou du registre, tuyaux accordés à la quinte et à l'octave les uns des autres; la *cymbale*, analogue à la fourniture, avec laquelle elle forme le plein jeu; le *cornet*, de grosse taille, ouvert, en étoffe, jeu composé, à 5 tuyaux, donnant les harmoniques (647).

Jeux d'anche. — Ce sont les plus éclatants; on les fait d'étain fin. Les principaux sont : la *bombarde*, la *trompette*, le *clairon*, qui sont à l'unisson du 16 pieds, du 8 pieds, et du 4 pieds ouverts, et dont les anches sont surmontées d'un long tuyau conique; le *cromorne*, surmonté d'un tuyau cylindrique; la *voix humaine*, à tuyau très-court, et dont la forme varie beaucoup; le *hautbois*, à tuyau conique; la *musette*, à tuyau en cône renversé. Ces quatre derniers jeux sont à l'unisson du 8 pieds ouvert, comme la trompette.

Ajoutons que les conditions que nous venons de donner peuvent varier, pour certains jeux, suivant l'idée et le goût des facteurs.

§ 2. — VIBRATIONS DES LIQUIDES

I. Vibrations des liquides sortant par des ajutages courts.

716. Chladni pensait que les liquides, à cause de leur faible compressibilité, n'étaient pas susceptibles de vibrer par eux-mêmes, et qu'ils ne pouvaient que propager les vibrations qui leur étaient communiquées; mais cette opinion est erronée; nous avons vu que la sirène donne des sons dans l'eau (623). On peut aussi faire résonner un tuyau à bouche plongé dans un liquide, en prenant certaines précautions indiquées plus loin.

717. Vibrations par des ajutages courts. — Considérons un tube vertical rempli d'eau, de 6 à 8^{cm} de diamètre, fermé à sa partie inférieure par une plaque percée d'un orifice cylindrique dont le diamètre est égal à peu près à l'épaisseur de la plaque. Le liquide produira, en sortant, un son musical dont l'intensité diminuera à mesure que le niveau baissera, et finira par devenir nul, ou du moins confus et très-faible. Le son reprendra ensuite de la force, et arrivera à un maximum d'intensité, puis diminuera encore, et ainsi de suite jusqu'à ce que le tube soit vide. De part et d'autre d'un minimum d'intensité, le son est différent; il est plus grave pour les charges plus faibles, et le passage d'un son à l'autre se fait brusquement. Le bruissement, qui se produit pendant chaque minimum, est un mélange du son précédent et du son plus grave qui doit lui succéder dans le renforcement suivant. Pendant les renforcements, la veine liquide se gonfle comme si elle s'ouvrait, et elle se rétrécit quand l'intensité diminue. — Ces faits ont été découverts par F. Savart et publiés après sa mort, d'après un manuscrit, malheureusement, incomplet [1]. Les lois énoncées dans ce travail sont les suivantes :

1° Les nombres de vibrations, pour chaque renforcement du son, sont entre eux comme les racines carrées des charges. Si l'on incline d'abord le tube, pour le redresser ensuite peu à peu, afin de conserver une charge constante, le son se maintient au même ton. 2° Les nombres de vibrations sont en raison inverse des diamètres des orifices. Ce sont les mêmes lois que pour les vibrations de la veine sortant d'un orifice en mince paroi (264, 2°).

Hauteur de l'ajutage. — Pour que le son soit sensible, il faut que la hauteur de l'ajutage diffère peu de son diamètre; ce qui explique qu'un phénomène aussi facile à produire n'eût pas encore été découvert. Quand la hauteur de l'ajutage est supérieure au double, ou inférieure à la moitié de son diamètre, le son ne s'entend plus. Dans le premier cas, on ne distingue qu'un léger bruissement pour les charges très-faibles; et, dans le second, le liquide ne mouille

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris*, tome XXXVII, p. 208.

pas l'ajutage et sort comme en mince paroi, à cause de la contraction de la veine. Dans les deux cas, le nombre de renforcements du son est plus petit que lorsque la hauteur est égale au diamètre, et le son se développe sous une pression d'autant plus faible que ces deux dimensions diffèrent davantage.

Le son monte quand l'ajutage devient plus court, autant qu'on peut en juger avec les sons faibles des ajutages à hauteur et largeur inégales, et le nombre de vibrations paraît à peu près en raison inverse de la hauteur.

Si l'on plonge l'ajutage dans l'eau quand il est très-court, pour éviter la contraction de la veine, on obtient encore un son quand sa hauteur n'est que le sixième de son diamètre. Il y a donc toujours son produit, même quand les bords de l'orifice sont tranchants, car nous avons vu que la veine vibre dans ce cas; seulement le son est trop faible pour être perçu.

Influence du réservoir. — Le diamètre du tube-réservoir n'a pas d'influence notable sur le nombre de vibrations, seulement le nombre de renforcements est plus grand pour les tubes les plus gros. — Si le tube est adapté au fond d'un vase plus large à niveau constant, le son éclate avec une intensité remarquable, surtout quand ce vase est peu profond et d'un grand diamètre; et, quand l'orifice n'a pas plus de 5 ou 6^{mm} de diamètre, le son reste le même qu'en l'absence de ce vase. Mais si l'ajutage est plus large, ou si le tube de verre est court par rapport au vase placé au-dessus, le son est changé; ce qui prouve que les vibrations à l'orifice dépendent en partie des mouvements du liquide dans le tube, mouvements qui sont modifiés par le passage du liquide, du vase supérieur dans le tube plus étroit. En effet, il doit y avoir là une contraction qui diminue la vitesse, et produit le même effet qu'une diminution de charge. Savart a confirmé cette manière de voir, en rétrécissant l'ouverture supérieure du tube; ce qui faisait baisser le son.

II. Calcul de la vitesse du son dans les liquides.

718. Les tuyaux à bouche donnent des sons purs, et les harmoniques sortent facilement, quand on les fait parler avec un liquide dans lequel ils sont plongés. Wertheim a tiré parti de cette propriété pour mesurer la vitesse du son dans divers liquides, en employant une méthode de correction qu'il avait appliquée à la vitesse du son dans l'air (688), et en se servant de tuyaux composés de plusieurs parties pouvant être séparées ou réunies afin de calculer l'erreur produite par l'embouchure et par l'excès de la longueur de l'onde sur celle du tuyau. Voici en quoi consiste cette méthode[1].

Soient L_1 et L_2 les longueurs différentes de deux tuyaux ayant la même embouchure; n_1 et n_2 les nombres de vibrations simples de leurs sons fondamentaux, sons plus graves que ne l'indique la théorie de Bernouilli; v_1 et v_2

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXI, p. 19.

les vitesses, trop petites, du son que l'on déduit de ces quantités; on aura, en supposant les tuyaux ouverts,

$$v_1 = L_1 n_1, \quad v_2 = L_2 n_2,$$

Soient x et y les corrections, exprimées en longueur du tuyau, que doivent subir les valeurs v_1 et v_2, et qui sont nécessitées par le mode d'embouchure et par le déplacement de la surface nodale située vers le milieu, pour le son fondamental. Supposons $L_1 < L_2$; la somme des corrections sera

$$x + y = \frac{v_2 - v_1}{n_1 - n_2}. \qquad [1]$$

L'expérience montre que cette somme est toujours positive, comme on pouvait le prévoir, car n_1 est plus grand que n_2, et v_1 plus petit que v_2; la longueur de l'onde différant plus de L_1 que de L_2 qui est plus grand que L_1 (685).

Si les mêmes tuyaux sont bouchés, en appelant n'_1 et n'_2 leurs nombres de vibrations, et v'_1, v'_2 les vitesses déduites de leurs longueurs, on aura

$$x = \frac{v'_1 - v'_2}{(2n'_1 - n'_2)}, \qquad [2]$$

On pourra, au moyen des formules [1] et [2], trouver la valeur de chaque correction. C'est en opérant ainsi, que Wertheim a pu obtenir (688) pour la vitesse du son dans l'air, un nombre ne différant que de 0,01, de celui que

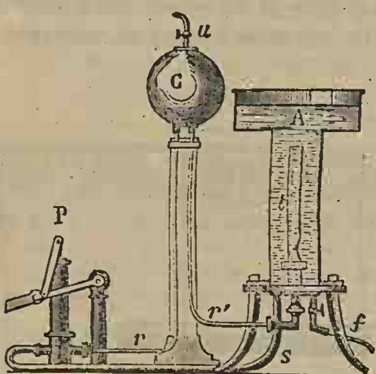
Fig. 542.

donne l'expérience directe. La formule [2] ne peut servir pour les liquides, les tuyaux bouchés n'ayant pu y produire de sons purs; mais il suffit de connaître la somme des corrections, donnée par la formule [1].

719. Mode d'expérience. — Pour obtenir des sons purs, dans les liquides, il faut des précautions et des soins multipliés. Wertheim formait les deux lèvres de l'embouchure par deux plaques *a*, *c* (*fig.* 542), fixées au moyen de brides *b*, *b*, ce qui permet de les disposer, par tâtonnement avant de les souder. L'expérience montre que la bouche doit être plus étroite et moins longue que pour l'air, la lumière plus large, et la nappe qui s'en échappe, plus inclinée vers l'intérieur du tuyau. Il est bon de ne pas souder la lèvre inférieure, afin de pouvoir modifier l'embouchure suivant la nature et la température du liquide, et surtout s'attacher à éviter les sifflements dans la lumière et les vibrations des lèvres ou des parois du tuyau.

Après avoir reconnu sur l'eau, dans un appareil de grandes dimensions, que le son produit par le tuyau est indépendant de sa position dans le liquide, et de la masse de ce dernier, Wertheim a imaginé un appareil plus petit (*fig.* 543) qui lui a permis d'opérer sur des quantités beaucoup plus faibles de liquide. A est un réservoir de zinc, très-large à sa partie supérieure. Le tuyau sonore t est vissé en dedans, à un orifice placé au fond, et reçoit, par le tube r' le liquide venant du réservoir A lui-même. Ce liquide est aspiré par la pompe P, à travers le tube s, refoulé par le tube r dans le réservoir à air comprimé C, et de là dans le tuyau sonore t, par le tube r'. Le tube u, adapté au réservoir d'air, communique avec un manomètre, ou avec un autre réservoir d'air comprimé, qui permet de prolonger le son plus longtemps.

Une cause d'erreur importante vient de ce que le son fondamental n'est pas rigoureusement constant, mais varie, entre certaines limites, avec la vitesse du courant. Alors, on calcule le son fondamental au moyen des harmoniques; mais on trouve ce son d'autant plus aigu que l'harmonique est plus élevé, comme pour les gaz (685), quoique à un moins haut degré. Pour éviter cet inconvénient, on a eu soin, dans les expériences faites sur deux tuyaux de longueur différente, d'employer la même embouchure et la même pression. On a reconnu aussi que, en général, les pressions sont entre elles comme les carrés des numéros d'ordre des sons qui leur correspondent dans la série des harmoniques; ce qui a lieu aussi pour les gaz. Quand les deux longueurs sont très-différentes, les valeurs du son fondamental, calculées d'après les premiers harmoniques, diffèrent assez peu pour qu'il soit inutile d'observer les pressions.



Fi . 543.

720. Discordance entre la vitesse trouvée et la vitesse obtenue directement. — Par cette méthode, Wertheim a trouvé, pour l'eau à la température de 15°, la vitesse 1173^m, moyenne de résultats nombreux, qui n'en diffèrent, en général, que d'une dizaine de mètres.

Cette vitesse est notablement inférieure au nombre 1435^m trouvé directement par Colladon et Sturm (600). Mais Wertheim a prouvé, dans son Mémoire sur l'élasticité des solides (507), que la vitesse du son dans une masse solide indéfinie est à sa vitesse dans une colonne cylindrique de la même substance, comme $\sqrt{3}$ est à $\sqrt{2}$, et il croyait qu'il devait en être de même dans les liquides. Or, si l'on multiplie la vitesse 1173^m, obtenue dans une colonne d'eau, par $\sqrt{\frac{3}{2}}$, on trouve, pour la température de 15°, le nombre 1437^m, qui diffère à peine de celui qu'ont trouvé Colladon et Sturm à 8°,1. La loi de Wertheim paraîtrait donc vraie pour les liquides comme pour les solides. Mais nous verrons plus loin (748) des expériences qui doivent faire abandonner cette manière de voir, qui est, en outre, en contradiction avec les principes de l'hydrostatique et de l'hydrodynamique.

Quoi qu'il en soit, pour reconnaître si la même relation s'appliquait à tous les liquides, Wertheim avait calculé leur compressibilité en partant de la vitesse du son, et l'avait comparée à la compressibilité donnée directement par l'expérience.

721. Calcul de la compressibilité des liquides. — La compressibilité c d'un liquide se calcule au moyen de la vitesse du son dans une colonne, en partant de la formule de Laplace (599) :

$$v^2 = \frac{0,76\,\Delta\,g}{cd}, \qquad \text{d'où} \qquad c = \frac{g \times 0,76 \times \Delta}{d \, . \, v^2}, \qquad [1]$$

dans laquelle Δ et d sont les densités du mercure et du liquide, et v la vitesse du son dans une masse illimitée de liquide, qui serait liée à sa vitesse v' dans une colonne cylindrique, par la relation $v = v'\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Voici le tableau des résultats qu'avait trouvés Wertheim :

NOM DES LIQUIDES	TEMPÉRATURE	DENSITÉ	VITESSE DU SON		COMPRESSIBILITÉ	
			dans une colonne.	dans une masse illimitée.	donnée par l'expérience	calculée.
Eau de Seine	15°	0,9996	1173m,4	1437m,1	477	491
Id.	60	0,9841	1408,2	1724,7	»	346
Eau de mer (artificielle)	20	1,0264	1187	1453,8	436	467
Dissol. de chlor. de sodium.	18	1,1920	1275	1561,6	257	349
Id. de sulfate de soude.	20	1,1089	1245,2	1525,1	»	393
Id. de carbon. de soude.	22,2	1,1828	1301,8	1594,4	297	337
Id. de nitrate de soude.	20,9	1,2066	1363,5	1669,9	295	301
Id. de chlor. de calcium.	22,5	1,4322	1616,3	1979,6	206	181
Alcool à 36°	20,5	0,8362	1049,9	1285,9	»	733
Alcool absolu	23	0,7960	947	1159,8	904	947
Essence de térébenthine	24	0,8622	989,8	1212,3	714	800
Ether sulfurique	0	0,7529	946,3	1159	1110	1002

Les compressibilités inscrites dans la dernière colonne sont généralement d'accord avec les nombres de l'avant-dernière colonne, trouvés par M. Grassi (348), quoique les liquides ne soient pas toujours pris aux mêmes températures. Il en résulterait que l'on peut, au moyen de la formule [1], calculer la vitesse du son dans un liquide, en partant de sa compressibilité donnée par l'expérience. On voit aussi que la vitesse du son dans l'eau augmente avec la température, comme dans les gaz, et que les sels dissous y rendent la vitesse plus grande, surtout le chlorure de calcium, comme nous l'avons dit, nous aurons à revenir sur ce sujet (748).

3. — VIBRATIONS TRANSVERSALES DES SOLIDES

I. Manière de produire les vibrations transversales.

722. Les corps solides peuvent vibrer *transversalement, longitudinalement*, et par *torsion* (560). Les vibrations transversales sont celles dans lesquelles les molécules se déplacent dans une direction perpendiculaire à une des grandes dimensions du corps, dont les parties éprouvent alors des flexions alternatives de part et d'autre de leur position d'équilibre. Nous allons d'abord nous occuper de ce genre de vibrations.

Le corps vibrant transversalement peut être *élastique par lui-même*, comme les verges rigides, les plaques; ou *élastique par tension*, comme les cordes, les membranes. Il peut avoir une dimension très-grande par rapport aux deux autres, comme les cordes, les verges; une des dimensions seulement peut être très-petite par rapport aux deux autres, comme dans les plaques, les cloches, les membranes. Nous examinerons successivement ces différents cas.

723, Manières d'exciter les vibrations transversales. — La méthode générale consiste à agir sur un des points du corps solide de manière à produire une flexion, puis à l'abandonner à lui-même. L'élasticité fait revenir la partie déplacée à sa position d'équilibre, qu'elle dépasse en vertu de la vitesse acquise, et à laquelle elle finit par s'arrêter, après avoir accompli un certain nombre de vibrations d'amplitude décroissante. On produit ce résultat, soit en exerçant une pression que l'on fait cesser tout à coup, comme lorsqu'on *pince* une corde; soit par un choc, comme lorsqu'on frappe une cloche, un tambour; soit enfin au moyen d'un *archet*, instrument que l'on peut toujours employer, excepté dans le cas des membranes tendues par tout leur contour. On peut encore faire vibrer transversalement les corps, en leur communiquant les vibrations d'un autre corps, soit par contact, soit par l'intermédiaire d'un milieu élastique.

724. De l'archet. — L'archet consiste en un faisceau de crins tendus sur une baguette de bois, et enduits de colophane, résine fine qui leur donne la propriété d'adhérer aux corps sur lesquels on les frotte. L'action de l'archet ne paraît pas avoir été étudiée avant D. Bernouilli, qui la comparait à celle que produirait une suite de dents équidistantes, attaquant le corps sonore à des intervalles égaux au temps d'une vibration simple, ou à un multiple de ce temps. Mais alors le son devrait dépendre de la vitesse de l'archet, et devenir nul pour certaines vitesses; ce qui est contraire à l'expérience.

L'archet agit comme une suite rapide de chocs légers. Supposons, par exemple, qu'on le frotte sur une corde tendue; il entraîne cette corde et la fléchit dans le sens de son mouvement. Bientôt la force élastique, développée par l'allongement qu'elle a subi, lui fait vaincre son adhérence à l'archet, et elle vibre jusqu'au moment où, l'adhérence se reproduisant, elle reçoit une nouvelle impulsion dans le sens du mouvement de l'archet, qu'elle quitte un instant après, et ainsi de suite. Ces impulsions se succèdent très-rapidement; leur nombre n'a pas d'influence sur le ton, et les choses se passent comme si l'on frappait la corde très-rapidement avec le doigt; il suffit, ce qui a toujours lieu, que les chocs soient moins rapprochés que les vibrations[1]. Plus la pression de l'archet sur la corde est énergique, plus l'amplitude des vibrations est grande, et le son intense. Mais si cette pression devient trop forte, la corde est gênée dans ses mouvements en sens inverse de l'archet, et le son est un peu plus grave. Enfin, si l'on appuie très-fortement, il n'y a plus de son; mais il se produit des ressauts irréguliers, parce que la corde n'a plus la liberté de vibrer suivant son élasticité. Plus le mouvement est lent, la corde grosse, et la pression forte, plus ces secousses sont faciles à observer. Tous ces effets s'observent facilement aussi sur une verge élastique, fixée par une de ses extrémités.

II. Vibrations des cordes.

725. Pour faire vibrer une corde tendue, on l'écarte de la ligne droite, ce qui l'allonge et développe l'élasticité de tension; on l'abandonne ensuite, elle revient à sa position d'équilibre, la dépasse et finit par s'y arrêter après avoir accompli un certain nombre de vibrations. C'est, le plus souvent, au moyen de l'archet que l'on fait vibrer les cordes; on emploie aussi la percussion, comme dans le piano.

La rapidité des vibrations d'une corde dépend de sa longueur, de son poids et de sa tension. Les lois qui lient ces quatre quantités ont beaucoup occupé les géomètres. Le problème a été d'abord traité par Taylor, et après avoir suscité des discussions animées entre les plus grands mathématiciens du dernier siècle, parmi lesquels Jean et Daniel Bernouilli, d'Alembert, Euler, il a enfin été complétement résolu par Lagrange.

726. Lois des cordes vibrantes. — Ces lois sont comprises dans la formule suivante, qui suppose la corde parfaitement flexible :

$$[1] \qquad n=\sqrt{\frac{gP}{lp}}, \qquad \text{ou} \qquad n=\frac{1}{rl}\sqrt{\frac{P}{\pi\delta}}; \qquad [2]$$

n représente le nombre de vibrations accomplies en une seconde par la corde, P le poids qui la tend, l sa longueur, et p son poids. En remplaçant cette dernière quantité par sa valeur $p=\pi r^2 g l \delta$; δ étant la densité et r le rayon de la corde cylindrique, on obtient la formule [2]. Elle montre que :

[1] Duhamel a prouvé par l'analyse, et vérifié par l'expérience, que, si l'archet marche indéfiniment avec une vitesse plus grande que celle qui anime la corde, celle-ci finit par s'arrêter dans la position autour de laquelle elle vibrait, et cesse de résonner.

1° *Le nombre de vibrations est en raison inverse de la longueur de la corde ;*
2° *En raison inverse de son diamètre ;*
3° *Proportionnel à la racine carrée de la tension ;*
4° *En raison inverse de la racine carrée de la densité.*

La formule [1] montre que, la densité et le diamètre variant de manière que le poids de la corde ne change pas, le nombre de vibrations reste le même.

Mersenne a démontré la première loi de la manière suivante : considérons le point I appartenant à une corde AGB (*fig.* 544) dérangée de sa position d'équilibre; ce point tend à venir en H, dans le même temps que met le point G à venir en F. Si maintenant le point I appartient à la corde FIB, moitié de AGB, la tension produite par la flexion restant la même, ce point est sollicité vers la position H avec la même force qui sollicitait le point G vers la position F; et comme l'espace HI est moitié de FG, le point I mettra, pour arriver à la position d'équilibre, la moitié du temps que met le point G. Cela suppose que l'angle FBG est le même dans les deux cordes; mais la démonstration n'en est pas moins générale, puisque la durée des oscillations est indépendante de l'amplitude (560).

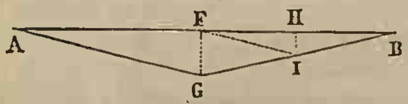


Fig. 544.

La seconde et la quatrième loi nous expliquent les effets des *cordes filées*, c'est-à-dire recouvertes d'un fil métallique qui, augmentant leur diamètre et leur densité moyenne, rend le son plus grave, sans diminuer leur flexibilité.

727. Vérifications par l'expérience. — Pour vérifier la première loi, on place un chevalet au milieu, aux deux tiers, aux trois quarts..... de la corde d'un sonomètre (642), et la plus grande de ses deux parties donne l'*octave*, la *quinte*, la *tierce majeure*, c'est-à-dire des nombres de vibrations qui sont 2, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ de celui de la corde entière. Mersenne a aussi vérifié cette loi, sur des cordes assez longues pour qu'il pût en compter directement les vibrations.

Pour vérifier les autres lois, on tend, avec des poids égaux, deux cordes métalliques de même longueur et de même substance, dont les diamètres sont doubles l'un de l'autre, et l'on voit que la plus grosse donne l'octave grave de la plus fine. Si l'on tend deux cordes identiques avec des poids qui soient entre eux comme 1 est à 4, la plus tendue donne l'octave aiguë de l'autre. Enfin, si l'on prend deux cordes égales et également tendues, l'une en boyau, l'autre en laiton, substances dont les densités sont comme 1 est à 9, la corde à boyau donnera un nombre de vibrations triple de celui de l'autre corde, c'est-à-dire l'octave de la quinte du son de cette dernière.

Le sonomètre différentiel de Marloye (642) est surtout commode pour ces sortes d'expériences; après avoir mis une des cordes, tendue au moyen d'une cheville, à l'unisson d'une autre corde, on change les conditions de celle-ci, et l'on compare le son nouveau qu'elle engendre à celui de la première corde, qui n'a pas été dérangée.

Bandes minces. — Au lieu de cordes cylindriques, on peut tendre des bandes minces membraneuses ou métalliques; mais comme l'archet produirait des effets de torsion, on les fait vibrer en les frappant avec un petit marteau de liége à manche de baleine. Mersenne a reconnu que ces bandes suivent, comme les cordes cylindriques, les lois données par la formule [1].

728. Désaccord avec la théorie. — Lorsqu'on fait les expériences avec soin, on reconnaît que les nombres de vibrations des cordes ou des bandes diffèrent un peu de ceux qu'indique la théorie. Ainsi, le plus aigu des deux sons que l'on compare est toujours un peu trop bas; de $\frac{1}{4}$ de ton environ pour chaque moitié de la corde quand elle est partagée en deux parties égales. Plus les cordes sont grosses et courtes, plus l'erreur est prononcée; elle peut aller à $\frac{1}{2}$ ton pour la loi des diamètres, quand ils sont doubles l'un de l'autre. Mersenne, dès 1736, avait reconnu que cette loi ne se vérifiait pas exactement.

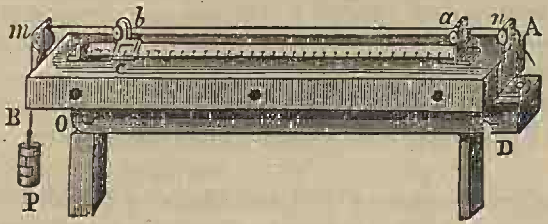


Fig. 545.

On a voulu expliquer ce désaccord par le défaut de fixité des points d'attache de la corde, dont les vibrations se communiquent aux corps sur lesquels elle est tendue, de sorte que les vibrations de ceux-ci réagiraient sur celles de la corde et en modifieraient la durée. Pour la loi des tensions, le poids ne transmet pas intégralement son effort, à cause du frottement de la poulie. F. Savart a cherché à se mettre à l'abri de ces diverses influences; il a construit un monocorde qui peut se placer verticalement, pour éviter le frottement de la poulie; la pièce de bois OD (*fig.* 545) qui supporte la caisse, pouvant tourner autour de la charnière O. La partie vibrante de la corde, *ab*, est limitée par des pinces à vis *a*, *b*, dont une, *b*, est portée par un chevalet mobile *c*, qui glisse le long d'une règle divisée.

F. Savart tendit ensuite la corde sur une forte poutre verticale placée contre un mur, et la fixa dans des étaux très-lourds, afin qu'elle ne pût communiquer ses vibrations. Malgré toutes ces précautions, le désaccord subsista. Savart conclut de là qu'il provient de ce que la corde n'est pas parfaitement flexible, comme le suppose la théorie, et présente une certaine rigidité qui se fait sentir surtout près des extrémités fixes, de manière que, au lieu de former une *trochoïde*, *amb* (*fig.* 546), qui coupe la droite *ab* aux points *a* et *b*, comme Taylor l'a déduit de la théorie, elle forme une courbe *am'b* tangente en *a* et *b* à cette droite, et la rapidité des vibrations est ainsi augmentée par l'élasticité de flexion, et d'autant plus que la corde est plus courte et plus grosse. Les résultats de la théorie sont donc la limite vers laquelle tendent ceux de l'expérience, à mesure que la rigidité devient moins sensible.

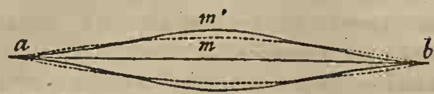


Fig. 546.

729. Effets de la rigidité. — N. Savart est parvenu à apprécier par l'expérience les effets de la rigidité des cordes [1]. Dans l'appareil dont il a fait usage (*fig.* 547), la partie vibrante, *ac*, de la corde est limitée par deux pinces qui font partie d'une pièce de fer très-épaisse, *aic*, serrée dans l'étau *e*. La corde est tendue verticalement par des poids; et comme elle doit l'être jusqu'à se rompre, pour diminuer l'effort aux points d'attache où elle est affaiblie par les plis du nœud, on lui fait embrasser des cylindres de bois mou, *o*, *o'*, recouverts d'une peau sur laquelle le frottement retient la corde; ce qui fait que les points d'attache ne supportent qu'une partie de la charge.

La longueur de la partie vibrante était de $8^{cm},05$; comme elle reste la même dans toutes les expériences, la formule [1] (726) peut s'écrire

$$[3] \quad n = c\sqrt{\frac{P}{p}}, \quad \text{en posant} \quad c = \sqrt{\frac{g}{l}} = 11{,}039. \quad [4]$$

P : *p* est la tension rapportée à l'unité de poids, ou de section, de la corde. La formule [3] donne le nombre de vibrations théorique. Remplaçons $\sqrt{P:p}$ successivement par les valeurs 0, m, $2m$, $3m$,... il faudra faire P égal à

$$0, \quad m^2p, \quad 4m^2p, \quad 9m^2p.....$$

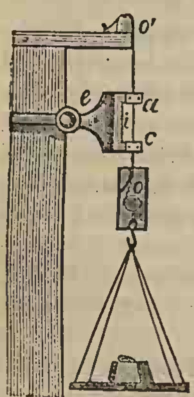


Fig. 547.

m étant un nombre arbitraire. En chargeant la corde successivement de poids égaux à ces valeurs de P, on obtient les nombres de vibrations correspondants, N, et on les compare à ceux que donne la formule [3]. Pour rendre les résultats plus faciles à saisir, N. Savart a porté les valeurs de $\sqrt{P:p}$ sur l'axe *ox* (*fig.* 548), à l'échelle de 1^{mm} pour 5 unités, et les nombres de vibrations, N, sur les ordonnées, à l'échelle de 1^{mm} pour 100 vibrations. Il a obtenu ainsi la courbe *ab*. La formule [3] représente la ligne droite *oc*, dont on détermine un point *n* en faisant, par exemple, $m = \sqrt{P:p} = 200$. La différence entre les résultats théoriques et ceux de l'expérience est représentée par la différence des ordonnées de la courbe *ab* et de la droite *oc*.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. VI, p. 5.

On voit que le nombre de vibrations N donné par l'expérience est toujours plus grand que le nombre *n* que donne la théorie; mais en même temps, les ordonnées de la courbe *ab* croissant moins rapidement que celles de la droite *oc*, on voit que le son produit est plus grave, *par rapport à celui qui sert de point de départ*, que la théorie ne l'indique, comme l'expérience le montre (727).

Quand la tension est nulle, on a $n = 0$, d'où $N = oa$. Alors, la corde vibre par son élasticité seule, comme le ferait une verge rigide cylindrique fixée par ses deux extrémités; et comme, dans ces sortes de verges, les vibrations sont proportionnelles aux diamètres, on voit que les différences entre les ordonnées de la courbe et celles de la droite seront d'autant plus prononcées que la corde sera plus grosse. Pour un fil de cuivre, dont la partie vibrante *ac* (*fig.* 547) pesait $0^{gr},5178$, *oa* (*fig.* 548) représentait 900 vibrations.

En désignant par *v* la valeur *oa* que prend N quand la tension est nulle, on trouve que les nombres N, et *v* satisfont à la relation.

$$[5] \qquad N^2 = n^2 + v^2,$$

relation qui convient à une hyperbole rapportée à ses axes, dont *oc* est une asymptote, et *oa* le demi-axe transverse. En comparant les valeurs données par cette relation avec celles que fournit l'expérience directe, on trouve que la différence ne s'élève guère qu'à une vibration pour cent. Ce résultat a été vérifié sur des fils de cuivre, laiton, fer, acier, plomb[1].

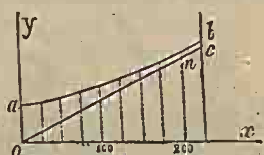


Fig. 548.

Il résulte de la relation [5], que le nombre de vibrations d'une corde se compose de deux éléments : l'un, *n*, est le nombre de vibrations théorique, c'est-à-dire celui que donnerait une corde *parfaitement flexible;* l'autre, *v*, indépendant de la tension, est celui qu'elle donnerait en vibrant sous l'influence de sa rigidité seule; et le nombre de vibrations résultant, N, est tel que son carré est égal à la somme des carrés des deux quantités *n* et *v*, de même que le carré de la résultante de deux forces concourantes rectangulaires est égal à la somme de leurs carrés.

L'influence de la rigidité étant représentée, dans la valeur de N^2, par le carré, v^2, d'une quantité constante, on voit que, plus n^2 sera grand ou la tension considérable, moins l'influence de la rigidité sera sensible. Aussi, N. Savart a-t-il remarqué que les sons sortent plus facilement et sont plus purs et plus intenses, quand la tension approche de celle qui produirait la rupture. Les cordes à boyau, dont la rigidité est très-faible, donnent des sons plus doux que les

[1] Pour ce dernier métal, le son produit, quand il n'y avait pas de tension, n'étant pas perceptible, la valeur de *v* a été tirée de la relation [5], après qu'on y eut remplacé N par une des valeurs données par l'observation, et *n* par sa valeur correspondante, calculée au moyen de a formule théorique.

cordes métalliques, v^2 étant très-petit par rapport à n^2, pour la même tension.

Duhamel a retrouvé, par la théorie, les résultats obtenus par N. Savart. Donnons au poids P, dans la formule $n = c\sqrt{P : p}$, ou $n^2 = c^2 (P : p)$ une valeur P′ telle que le nombre de vibrations soit égal à v qui correspond à une tension nulle ; nous aurons $v^2 = c^2 (P' : p)$, d'où $P' = pv^2 : c^2$. Si maintenant nous ajoutons cette charge P′ à la corde *flexible*, elle sera dans le même cas que la corde rigide, puisque l'effet de la rigidité sera remplacé par celui de la tension supplémentaire produite par le poids P′. Nous pourrons donc calculer le nombre N de vibrations d'une corde rigide, en remplaçant, dans la formule [3], le poids tendeur P, par $P + P'$, et nous aurons

$$N^2 = c^2\left(\frac{P}{p} + \frac{P'}{p}\right) = n^2 + v^2, \qquad \text{ou} \qquad N = \sqrt{\frac{g}{lp}(P + P')},$$

en remplaçant c par sa valeur [4].

La théorie des cordes vibrantes se trouve ainsi complétée et confirmée, par l'indication du rôle que joue la rigidité.

730. Nœuds de vibration. — Une corde vibrante peut se partager en un certain nombre de parties égales an, nn', $b'b$ (*fig.* 549), séparées par des nœuds, et d'autant plus facilement qu'elle est plus fine et plus longue. Les mouvements sont, au même instant, en sens inverse de part et d'autre d'un nœud, qui, sans cela, ne pourrait être en repos. Pour produire cette subdivision de la corde, on fait entendre à côté, le son qu'engendrerait une des parties égales que l'on veut obtenir. La corde, ébranlée par communication à travers l'air, répète le même son ; et, si on la garnit d'avance de petites bandes de papier pliées, ou d'anneaux de fil, on les voit sauter dans les parties vibrantes, et rester en repos sur les nœuds. On peut ainsi faire que la corde se divise en 2, 3, 4, 5..... parties égales, et donne, par conséquent, les harmoniques du son fondamental. Cette jolie expérience a été faite pour la première fois, en 1678, par William Noble et Thomas Pigot, à Oxfort, puis répandue par Wallis.

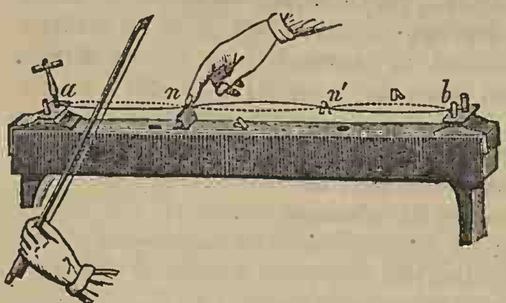


Fig. 549.

Une autre méthode, due à Sauveur, consiste à partager la corde, de manière que la plus grande partie nb (*fig.* 549) contienne un nombre entier de fois la plus petite an, soit au moyen du chevalet n, soit en la touchant légèrement avec le doigt, ou même seulement avec une barbe de plume. Si l'on passe l'archet vers le milieu de la plus petite l'autre vibre en se partageant en parties, séparées par des nœuds et égales à la première ; ce que l'on reconnaît au moyen d'anneaux de fil ou de papier. Sauveur pouvait faire entendre ainsi jusqu'au 128ᵉ harmonique ; alors la partie la plus longue contenait 128 fois la plus petite. C'est par un moyen semblable, en appuyant légèrement le doigt à l'endroit d'un nœud, qu'on fait rendre aux cordes du violon et du violoncelle, ces sons flûtés qui ont tant de charme pour l'oreille.

La transmission du mouvement vibratoire, d'une partie de la corde à l'autre,

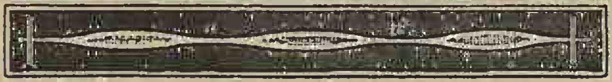


Fig. 550.

s'explique par un mouvement de bascule qui se fait au point touché, à cause de la rigidité, de manière que, si la corde s'abaisse d'un côté, elle s'élève nécessairement du côté opposé, qui doit alors vibrer à l'unisson.

Monocorde noir de Savart. — On distingue les subdivisions de la corde, au moyen d'une table noire AB (*fig.* 550), sur laquelle est tendue une grosse corde blanche filée. Si on la touche légèrement en un point, *n*, où doit se former un nœud, et qu'on l'attaque vivement avec l'archet, à côté de ce point, la corde présente l'apparence de plusieurs fuseaux séparés par des nœuds, dont le nombre dépend de la position du point touché.

Les corps légers placés sur une corde vibrant faiblement, glissent en sautant, et se rendent sur les nœuds. Mais si ces corps sont denses et ne peuvent quitter la corde fortement ébranlée, ils se portent aux ventres. C'est ce que M. E. Gripon a constaté au moyen de fils de verre creux, qu'il faisait vibrer par la méthode du diapason dont nous allons parler. Une bulle de mercure introduite dans le canal intérieur du fil fin se rend au ventre, retenue aux limites de l'amplitude par son inertie, et glissant ensuite sous l'influence de la composante tangentielle de la force qui la presse de dedans en dehors.

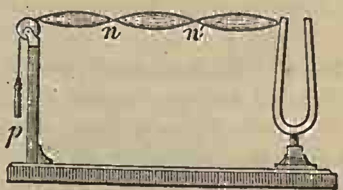


Fig. 551.

731. Expériences de M. Melde. — M. Melde obtient la subdivision des cordes, sur une grande échelle, par un moyen qui permet de vérifier les lois de leurs vibrations devant un nombreux auditoire. La corde est fixée par un bout à l'une des branches d'un diapason (*fig.* 551) et tendue horizontalement par un poids *p* ou par une cheville sur laquelle elle s'enroule. Si, pendant que le diapason vibre, on tend la corde graduellement, on la voit tout-à-coup vibrer et s'étaler dans un plan vertical en formant un large fuseau. Si l'on détend la corde peu à peu, les vibrations cessent, pour se reproduire quand la tension est 4 fois plus faible, ce qui rend les vibrations 2 fois plus lentes (726); mais alors il y a deux fuseaux séparés par un nœud. Sous une tension 9 fois moindre on obtient 3 fuseaux avec deux nœuds intermédiaires (*fig.* 551); et ainsi de suite. — M. Tyndall rend le phénomène très-brillant en employant un fil de platine qu'il fait rougir au moyen d'un courant électrique. On remarque que près des nœuds le fuseau est plus éclatant qu'aux ventres où le fil est refroidi par son passage à travers une plus grande masse d'air.

Les vibrations de la corde sont synchrones avec celles du diapason, et peuvent servir à vérifier, par la vue et sans le secours de l'oreille, les lois des cordes vibrantes, en employant divers diapasons dont les nombres de vibrations sont connus, et des cordes de longueur, épaisseur, densité et tension différentes. On peut aussi en s'appuyant sur la 4e loi (726), comparer les densités des corps susceptibles d'être tirés en fils.

Duhamel a soumis au calcul les mouvements d'une corde liée ainsi à un diapason. Il a reconnu que cette corde est animée de deux sortes de vibrations; les unes *synchrones* à celles du diapason, les autres qui sont les *vibrations propres* que produirait la corde fixée à la manière ordinaire par ses deux extrémités. Dans les expériences faites par Duhamel pour vérifier ce résultat, celles-ci, plus lentes que celles du diapason, n'ont pu se produire d'une manière permanente. Cependant, M. E. Gripon[1] a montré qu'elles se manifestent facilement quand le mouvement synchrone donne un nœud très-rapproché du diapason. Par exemple, il suspend verticalement à un diapason donnant 256 vibrations simples, un fil de cuivre de $\frac{1}{10}^{mm}$ de diamètre, tendu par un poids de 20 à 30gr. Ce fil est pincé vers son extrémité inférieure par un chevalet mobile, que l'on place de manière que, dans le mouvement synchrone, il se reproduise trois nœuds intermédiaires dont le plus haut est assez rapproché du diapason quand il est faiblement attaqué par l'archet. Si l'on augmente l'amplitude des vibrations, les nœuds se déplacent, le plus élevé vient au point d'attache, et l'on a trois fuseaux égaux. Si l'amplitude augmente encore, on obtient deux fuseaux, puis un seul, et l'on voit que la corde se comporte alors comme une corde ordinaire à extrémités fixes.

M. Gripon a fait vibrer des cordes dans divers liquides, par le même moyen. Mais alors les fuseaux sont étroits et il est difficile de bien distinguer les nœuds. En faisant passer un courant électrique dans le liquide, entre la corde et un fil de métal qui lui est parallèle, celle-ci se couvre de petites bulles gazeuses provenant de la décomposition de l'eau, et qui sont lancées dans le liquide en décrivant des ellipses plus ou moins allongées et d'amplitude d'autant plus grande qu'elles sont plus éloignées des nœuds, qui deviennent ainsi faciles à distinguer.

732. Résonnance multiple. — C'est un fait qui était connu d'Aristote, que les sons musicaux sont accompagnés d'autres plus aigus. Ce phénomène, désigné sous le nom de *résonnance multiple*, a été découvert sur les cordes vibrantes. Quand on fait rendre à une corde un son pur et intense, on entend, indépen-

[1] *Journal de physique*, de M. d'Alméida, t. III, p. 84.

damment de ce son fondamental, l'octave de la quinte, la double octave de la tierce, et, avec un peu d'attention, l'octave et la double octave. Mersenne entendait aussi la 17^e, la 19^e et la 22^e. Avec des cordes d'acier très-fines, on peut entendre ainsi jusqu'à 18 sons. Ce sont précisément les harmoniques 2, 3, 4, 5, 6, 7 du son principal, dont ils forment le timbre, et nous avons vu (633), comment on peut les isoler et les entendre séparément.

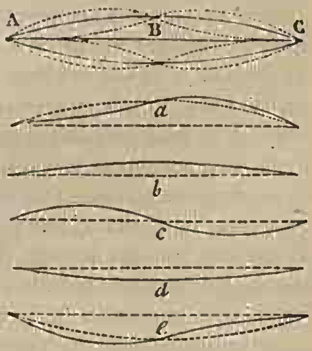


Fig. 552.

Pour expliquer la production simultanée des sons harmoniques par une même corde, on admet que, pendant qu'elle vibre dans son ensemble, elle se subdivise en parties égales qui vibrent en même temps, en donnant des sons plus aigus dépendant de leur longueur. Par exemple, pour le premier harmonique, la corde se partage en deux parties égales et prend successivement les inflexions *a, b, c, d, e* (*fig*. 552), chaque moitié accomplissant deux vibrations pendant que l'ensemble n'en fait qu'une. Cette explication, qui s'appuie sur le principe de la coexistence des petites oscillations, et à laquelle conduit l'analyse mathématique, peut être vérifiée directement, au moyen du monocorde noir de Savart. Il suffit, pour cela, d'attaquer la corde, avec l'archet, près du milieu; on aperçoit alors un fuseau blanc présentant un étranglement au milieu, et quatre petits fuseaux plus blancs, *aa* (*fig*. 553), provenant du passage plus fréquent de la corde par les positions où elle se rapproche des limites de ses excursions, et où le mouvement de l'ensemble se ralentit. Si l'on attaque la corde, près de la limite du tiers, du quart, du cinquième..., on voit deux, trois, quatre... étranglements, dans chacun desquels on distingue des fuseaux, plus blancs près des limites d'excursion. Si l'on opère avec un bon sonomètre, on entend, dans ces divers cas, le 1^{er}, le 2^e, le 3^e... harmonique.

Young montre la superposition des vibrations en éclairant vivement un point

Fig. 553.

de la corde, point qui décrit une courbe fermée de formes très-variées, dont on voit quelques exemples dans la figure 554. Parmi ces courbes, il en est une, *a*, où l'on distingue de petites sinuosités correspondant à des vibrations superposées à celles du son fondamental. La formation des courbes montre aussi que le plan de vibration de la corde change à chaque instant; ce que l'on reconnaît aussi en voyant le renflement qu'elle présente paraître changer d'épaisseur par intermittences, ou en garnissant la corde de petits anneaux de papier, que l'on voit tourner vivement pendant qu'elle vibre.

On doit à Delezenne une remarque curieuse : si l'on passe l'archet sur le milieu d'une corde, on n'obtient qu'un bruissement désagréable, au lieu d'un son musical. Marloye a montré qu'il en est de même quand l'archet est placé au tiers, au quart..., c'est-à-dire sur un des points de division qui correspondent aux harmoniques. Pour expliquer ce fait, Duhamel suppose que, lorsqu'une corde vibre, le premier harmonique tend à se produire, ce que l'archet empêche quand il est au milieu, parce qu'il est assez large pour que ses deux moitiés tirent la corde dans le même sens, de chaque côté du nœud. Il confirme cette explication en opérant avec deux archets posés sur les deux moitiés de la corde : quand on les fait marcher dans le même sens, la corde ne peut résonner, tandis que, s'ils marchent en sens contraire, le son fondamental se développe, avec le premier harmonique. Comme la corde refuse de résonner quand l'archet frotte sur un nœud quelconque, il semble qu'il y ait un harmonique obligé, sans lequel le son fondamental ne pourrait sortir et qui dépend du nœud attaqué.

Fig. 554.

Cependant M. Antoine a reconnu qu'on peut obtenir un son pur en passant l'archet au milieu d'une corde; mais alors ce n'est pas le son fondamental, mais un harmonique impair, pour lequel il y a un ventre au milieu. Dans ce cas, les nœuds sont immobiles. On peut obtenir ainsi beaucoup d'harmoniques impairs.

La résonnance multiple n'est pas un phénomène particulier aux cordes, car on l'observe dans les tuyaux d'orgue, les verges, les cloches, etc.

733. Des instruments à cordes. — Tous les instruments à cordes sont *composés*, c'est-à-dire que le son y est renforcé par des lames élastiques, des masses d'air, auxquelles les cordes communiquent leur mouvement vibratoire. Sans cela, les sons seraient très-faibles, les cordes ne frappant l'air que par une surface très-étroite. On fait vibrer les cordes des instruments, soit au moyen de l'archet, comme pour le violon, la basse; soit en les pinçant, comme pour la harpe, la guitare; soit enfin par percussion.

Dans le piano, on emploie la percussion. Le son est d'autant plus agréable que les harmoniques sont plus distincts, et ils sont d'autant plus intenses que le marteau est plus dur et qu'il s'écarte plus rapidement après avoir frappé. Le point frappé n'est pas indifférent; parmi les harmoniques, le 6e et le 7e sont dissonnants (647); il faut donc les empêcher de se produire, ce que l'on obtient en frappant la corde à une distance de l'une des extrémités égale au septième ou au neuvième de sa longueur, là où se montrerait un nœud du sixième ou du huitième harmonique.

734. Du violon. — Cet admirable instrument fournit, sous de faibles dimensions, des sons d'une variété, d'une douceur et d'un éclat surprenants. Il se prête, sous l'action de l'archet, à tous les genres d'expression, et son timbre imite celui de la voix humaine. On a voulu en faire remonter l'invention aux temps les plus reculés; mais, si les anciens paraissent avoir employé l'archet à faire résonner les cordes de la lyre, ce n'est qu'au neuvième ou dixième siècle qu'on a construit des instruments rappelant la forme du violon actuel, et au seizième siècle qu'on lui a donné la forme, les proportions et les qualités qui lui ont mérité d'être appelé le roi des orchestres.

Le violon se compose d'une caisse AB (*fig.* 555), formée de deux tables bombées, réunies par des lames de bois nommées *éclisses*, qui en suivent les contours. La table supérieure, en sapin, est renforcée par une barre de bois, collée longitudinalement en dedans, du côté A*h*. La table inférieure ou *fond* est en bois dur. Les 4 cordes sont fixées, d'une part en C, à la caisse, par l'intermédiaire de la *queue* ou *cordier*, *q*, d'autre part à des chevilles adaptées à l'extrémité du manche et destinées à les tendre.

Quand on fait vibrer une corde, entière ou raccourcie par la pression des doigts, le mouvement vibratoire est communiqué, par le chevalet, à la table supérieure,

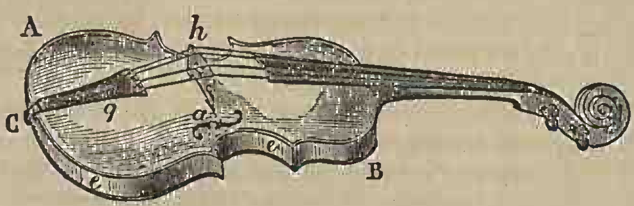


Fig. 555.

et à l'air de la caisse, dont les vibrations se propagent au dehors par deux fentes en forme de *f*. Les vibrations du chevalet et de la table se constatent au moyen du sable.

La masse d'air peut répondre à des nombres de vibrations très-différents, à cause de sa grande largeur (696). Mais il y a un son qu'elle renforce le plus facilement; ce qui fait dire qu'un violon est en *ut*, en *sol*, etc., quand l'*ut* ou le *sol* sont plus renforcés que les autres notes, dans l'état de tension que l'on donne ordinairement aux cordes. On reconnaît facilement ce son dans le bruissement que l'on produit en soufflant sur le bord d'une des fentes.

Pour prouver l'influence de la masse d'air intérieure, Savart pratiqua des ouvertures dans les éclisses, et vit que le son était d'autant plus maigre, que ces ouvertures étaient plus grandes. Ayant remplacé les éclisses par de simples petites colonnes de bois, il n'obtint plus qu'un son très-faible, auquel il rendit son intensité première en fermant l'espace latéral avec une bande bien tendue de papier épais. L'air de la caisse forme, du reste, un système avec les tables, de manière que les vibrations de ces trois corps soient toujours à l'unisson. Pour le reconnaître, on fait vibrer l'air seul, en soufflant sur le bord d'une des fentes en *f*, puis on fait vibrer les tables, en y collant, au moyen de cire à cacheter, une tige de verre que l'on frotte longitudinalement avec du drap mouillé, ce qui la fait vibrer, ainsi que la table; le son est le même que celui de l'air de la caisse. Si l'on diminue modérément l'épaisseur d'une des tables, l'unisson entre les tables et la masse d'air subsiste encore.

En examinant ainsi différents violons construits par Stradivarius et Guarnérius, Savart a reconnu que la masse d'air donne à peu près l'*ut* de 510 vibrations simples, c'est-à-dire le premier *ut* du violon. Il a reconnu aussi que les deux tables séparées, attaquées avec l'archet, après avoir été fixées par un point où se croisent deux lignes nodales, ne doivent pas donner l'unisson, et il trouva une différence d'*un ton* entre les sons produits par ces deux tables. Si l'on était plus près de l'unisson, il se produirait des battements désagréables; si la distance était de plus d'un ton, les tables éprouveraient trop de difficulté pour se mettre à l'unisson. Du reste, celle du fond ne doit vibrer que faiblement, car elle représente le fond d'un tuyau bouché. Quand on la fait en sapin, le son est sourd et faible; cependant, quand le fond vibre un peu, le son gagne en qualité. La table supérieure, au contraire, doit être très-élastique, mince et légère; on la fait en sapin, dont l'élasticité de flexion suivant les fibres est celle de l'acier et du verre. On a fait des violons de verre, d'acier, de laiton, qui n'ont donné que de mauvais résultats, à cause de la trop grande masse des tables.

On a supposé que tout ce qui interrompt les fibres de la table supérieure, comme les courbures données à son contour et à sa surface, ainsi que la forme en *f* des fentes, ne pouvait que nuire aux qualités de l'instrument. M. Chanot, en 1817, a construit un violon sans échancrures, dont la barre occupait le milieu, et dont les fentes étaient rectilignes et placées tout près des bords de la table. Les qualités de cet instrument étaient telles que, comparé à un bon *stradivarius*, les membres d'une commission de l'Académie des beaux-arts ne savaient lequel des deux violons ils entendaient quand l'exécutant leur était caché. F. Savart a aussi construit un violon à fentes droites, dont les tables étaient planes et qui avait la forme d'un trapèze, comme celui de la figure 556, et qui lui a donné d'aussi excellents résultats.

Ame. — Une pièce très-importante du violon est l'*âme*, petite colonne de bois, *a*, engagée entre la table et le fond, et placée derrière le pied du chevalet et un peu à côté, sous la corde fine. Si on la plaçait sous la grosse corde, les sons seraient faibles. Il suffit, du reste, de très-peu déplacer l'âme pour modifier notablement la sonorité de l'instrument. Quand on enlève l'âme, le son est pauvre, et celui que rend la masse d'air intérieure devient plus grave. L'âme n'agit pas comme conducteur du son, car Savart a reconnu qu'on peut la mettre en dehors, en l'appuyant à une espèce d'arcade dont on colle les pieds de chaque côté du violon. On peut aussi la remplacer par une vis, qui prend son écrou dans cette arcade, et que l'on serre plus ou moins contre la table, soit par dessus, soit par dessous. Dans ce dernier cas, l'arcade est du côté du fond, que l'on perce pour laisser passer la vis; l'effet de l'âme se produit dans ces divers cas. Il en est de même quand le pied droit du chevalet repose sur l'extrémité de la vis sans toucher la table, qui est percée en cet endroit, et quand on la remplace par la pression d'un poids convenable appuyé sur cette table. Savart ayant fait vibrer les cordes normalement aux tables, en faisant passer l'archet par des ouvertures qu'il y avait pratiquées, a trouvé que l'âme devient alors inutile[1]. — La figure 556 représente un violon trapézoïde, au moyen duquel on fait facilement ces expériences, en passant l'archet par les ouvertures des deux tables, *c*. Au moyen du cadre *ad*, à vis *v*, on peut exercer des pressions vers la région du chevalet, et produire ainsi l'effet de l'âme. Enfin, le manche se démonte et peut être ajusté sur le côté, en *m'*, et les cordes en *m'b'*, et alors l'âme est inutile. Savart avait conclu de là que cette petite colonne avait pour effet de rendre normales les vibrations de la table supérieure.

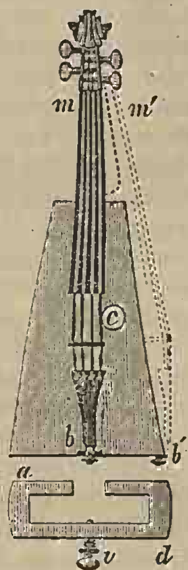


Fig. 556.

Dans cette explication, on ne conçoit pas pourquoi l'âme doit être sous un pied du chevalet, et non au milieu. Une seconde colonne sous l'autre pied devrait augmenter l'effet, tandis qu'elle rend le violon sourd. Les éclisses ne devraient-elles pas, d'ailleurs, produire le même effet que l'âme? Il nous semble dès lors que l'on doit en expliquer l'effet de la manière suivante : l'âme, ou les pressions extérieures par lesquelles on la remplace, a pour effet de donner au pied du chevalet un point d'appui autour duquel il vibre en battant sur la table, de son autre pied. Si l'un des pieds n'était pas ainsi rendu fixe, il se relèverait pendant que l'autre s'abaisserait, les cordes n'agissant pas normalement à la table, puisque l'archet les ébranle tangentiellement. Lorsque l'archet est dirigé normalement aux tables, cet inconvénient n'existe plus, et, en effet, l'âme n'est plus nécessaire. Cette explication est confirmée par l'expérience suivante : Si l'on gêne les mouvements du chevalet autour de son pied droit, en appuyant latéralement un corps dur sur le côté opposé, les sons deviennent aussitôt très-faibles. Ce résultat ne peut être attribué à ce qu'on diminue la pression du pied gauche sur la table, car il reste le même, quoiqu'un peu moins prononcé, quand on appuie sur l'angle de gauche du chevalet.

Il résulte aussi de cette explication que le chevalet doit s'appuyer par deux points éloignés; s'il touchait la table par un côté tout entier, le son serait sourd; s'il était trop pesant, il vibrerait faiblement, et le son transmis serait peu intense; c'est ce qui arrive quand on le charge d'une *sourdine*. Dans tous les cas, cette communication à la table, des vibrations des cordes à travers le chevalet, fait que

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XII, p. 225.

ces vibrations sont bientôt anéanties, ce que l'on reconnaît quand on fait vibrer la corde en la pinçant. Dans la guitare, où il n'y a pas de chevalet, les sons se prolongent davantage, mais ils sont faibles, les tables ne recevant les vibrations que par les points d'attache, où l'ébranlement a lieu dans une direction parallèle à leur surface. Dans la harpe, le son est plus intense, parce que les cordes sont attachées obliquement à la caisse.

Conclusion. — D'après ce qui précède, nous pensons qu'on peut résumer comme il suit la théorie du violon et des instruments, comme l'*alto* et le *violoncelle*, qui n'en diffèrent essentiellement que par leurs dimensions. La sonorité de l'instrument vient surtout de la résonnance de l'air de la caisse, dont la forme bombée et les contours compliqués favorisent la tendance de cette masse d'air à répondre à toutes les vibrations des cordes. La flexibilité partielle de la table supérieure concourt aussi à ce résultat; cette table se comportant comme la peau tendue sur le porte-vent d'un tuyau à anche (708). Les vibrations séparées ou simultanées des cordes, sont communiquées à la table par le pied gauche du chevalet; et cette table doit pouvoir vibrer à l'unisson de toutes ces vibrations, en se subdivisant en parties vibrantes d'autant plus nombreuses que les sons sont plus aigus. Or les diverses courbures de son contour, son partage en plusieurs surfaces partiellement séparées par le resserrement des échancrures et par les sinuosités des fentes, ne peuvent qu'aider à cette subdivision. Les bons résultats obtenus en simplifiant la forme de l'instrument et en donnant une forme rectiligne aux fentes, ne sont pas une objection à cette manière de voir, puisque les facteurs célèbres d'autrefois et les bons facteurs d'aujourd'hui obtiennent les mêmes résultats en laissant à l'instrument la forme plus compliquée qu'on lui donne habituellement.

Quant à la douceur et au moelleux des sons du violon, on doit les attribuer à l'absence de rigidité des cordes à boyau, dont les vibrations s'accomplissent dès lors d'une manière plus nette (729), et qui peuvent, à cause de leur grande flexibilité, donner facilement et avec intensité les premiers harmoniques. Des cordes de métal, plus rigides, ne produisent que des sons aigres et durs.

III. Vibrations transversales des verges élastiques.

735. Nous entendons par *verge élastique* un corps rigide dont deux dimensions sont très-petites par rapport à la troisième; de sorte que la courbure qu'il prend en vibrant peut être représentée par une ligne. Nous nous occuperons d'abord des verges élastiques *droites*, de même section dans toute leur longueur.

I. VERGES DROITES. — Il y a plusieurs cas à examiner : 1° la verge peut être libre à ses deux extrémités; 2° fixée aux deux bouts; 3° fixée par un bout seulement; 4° appuyée à un bout et libre à l'autre; 5° fixée par un bout et appuyée à l'autre; 6° appuyée par les deux bouts.

Indépendamment du son fondamental, une verge peut produire des sons plus aigus, en se partageant en parties vibrantes, séparées par des nœuds ou par des lignes nodales perpendiculaires à sa longueur, dont on reconnaît la position en jetant du sable sur la verge horizontale, ou au moyen d'anneaux de papier.

Lois. — Le problème des verges élastiques a beaucoup occupé les géomètres; Euler est le premier qui l'ait résolu. Les lois du phénomène, pour les verges à section rectangulaire, sont renfermées dans la formule suivante :

$$N=\frac{n^2e}{l^2}\sqrt{\frac{gr}{\delta}}.$$

N est le nombre de vibrations simples par seconde, e l'épaisseur de la verge, comptée dans le plan du mouvement; l sa longueur, δ sa densité, et r sa rigidité; et enfin n une constante qui dépend de la manière dont la verge est soutenue et du nombre de nœuds qui s'y forment. — Cette formule montre que :

1° *Les nombres de vibrations sont indépendants de la largeur;* 2° *proportionnels à l'épaisseur;* 3° *en raison inverse du carré de la longueur;* 4° *en raison inverse de la racine carrée de la densité.*

De ces lois on en déduit une cinquième remarquée par Savart : *Les nombres de vibrations de deux verges de même substance et de formes semblables sont en raison inverse des dimensions homologues.* En effet, en appelant N et N′ les nombres de vibrations des deux verges, ayant pour longueurs l et l', et pour épaisseurs e et e', on a, d'après la formule

$$N:N'=\frac{e}{l^2}:\frac{e'}{l'^2},\quad \text{d'où}\quad N:N'=l':l;$$

car, les verges étant semblables, on a aussi $e:e'=l:l'$.

La première loi pouvait se prévoir, tout se passant de la même manière dans toutes les sections perpendiculaires à la largeur; aussi les lignes nodales sont-elles perpendiculaires à la longueur. Bernouilli et Riccati ont vérifié ces lois par l'expérience : par exemple, ils ont trouvé que deux verges à section rectangulaire, identiques, sauf que l'une est deux fois plus épaisse que l'autre, donnent l'octave. Si, avec la même épaisseur, l'une est deux fois plus courte que l'autre, elle en donne la double octave aiguë.

736. Subdivision des verges. — Une même verge peut donner différents sons, en se subdivisant en plusieurs parties séparées par des nœuds, dont le nombre dépend de la manière dont la verge est soutenue.

1° Verge libre aux deux bouts. — Pour obtenir les harmoniques d'une verge libre aux deux bouts, Savart recommande de la tenir entre les doigts à l'endroit d'un nœud, et de passer l'archet sur un ventre. Dans ce cas, il y a au moins deux nœuds, d'après Euler, ce qui divise la verge en trois parties inégales, dont les deux extrêmes sont moindres que la moitié de celle du milieu NN′

(*fig.* 557). Il peut y avoir ensuite 3, 4, 5 nœuds..... Quant aux sons produits, nous y reviendrons à part (737)[1].

La position des nœuds a été déterminée par M. Lissajous[2]. Cette position est constante pour une même lame appuyée en deux points sur des prismes triangulaires de liége, qui se sont trouvés parfois à plus de 1^{cm} des nœuds correspondants, sans en changer la position. Il y a un rapport constant entre la distance de deux nœuds et celle qui sépare l'extrémité de la verge du nœud voisin, quel que soit l'harmonique considéré, et ce rapport est indépendant de la nature et des dimensions de la lame. Les expériences ont été faites sur des verges de laiton, cuivre et acier.

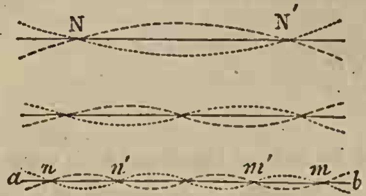


Fig. 557.

M. Lissajous, en résolvant les équations données par Euler, après les avoir simplifiées par la suppression des termes négligeables, a trouvé la confirmation des lois que l'expérience lui avait fournies. Soit D la distance de deux nœuds consécutifs, n le nombre des nœuds, l la longueur de la lame libre aux deux bouts, S_1 les distances, an, bm (*fig.* 557), de chaque extrémité au nœud voisin, et S_2, les distances an', bm', au second nœud, on aura

$$[1]\quad D = \frac{2l}{2n-1}, \quad S_2 = \frac{5l}{2(2n-1)}, \quad [2] \qquad S_1 = \frac{0{,}6608 \,.\, l}{2n-1}. \quad [3]$$

Ces formules montrent que : 1° les nœuds intermédiaires sont équidistants; 2° la distance entre les deux premiers nœuds est à peu près 0,92 de la distance entre les deux nœuds intermédiaires qui suivent, car on a $(S_1 - S_2) : D = 0{,}9196$; 3° le rapport entre les distances à l'extrémité, du premier et du second nœud, est $S_1 : S_2 = 0{,}26432$; 4° la distance du premier nœud à l'extrémité est à peu près le tiers de D; car on a $S_1 : D = 0{,}3304$. Tous ces résultats sont d'accord avec l'expérience. — M. Strehlke a traité, de son côté, le cas d'une verge libre aux deux bouts, et les résultats auxquels il est parvenu confirment entièrement les lois trouvées par M. Lissajous.

2° **Verges fixées aux deux bouts.** — Ordinairement, la verge est fixée dans deux étaux, sur un banc de fonte; mais la pression des étaux modifiant l'élasticité aux points serrés, M. Lissajous a soudé chaque extrémité de la verge plate, entre deux masses rectangulaires de laiton, posées sur un banc dont elles étaient séparées par du drap.

[1] Savart a pu réaliser le cas d'un seul nœud au milieu, mais alors le son est indéterminé et dépend de la manière de conduire l'archet.

[2] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXX, p. 385 (1850).

La lame vibre alors facilement, et les nœuds occupent la même place que sur une lame libre de même longueur, sauf les deux nœuds extrêmes qui sont placés aux extrémités mêmes de la lame. Les formules [1] et [2] peuvent donc s'appliquer ici.

3° **Verge fixée par une de ses extrémités.** — La verge peut présenter 0, 1, 2, 3... nœuds (*fig.* 558), que l'on obtient en passant l'archet sur un ventre et touchant l'un des nœuds du système que l'on veut obtenir. La pression de l'étau, dans lequel on serre ordinairement la verge, faisant monter le son, ce qui provient de ce que les vibrations s'étendent un peu en dedans de l'étau, et d'autant moins loin que la pression est plus grande et la lame plus épaisse, M. Lissajous assujettit l'extrémité de la lame par soudure, comme pour les verges fixées par les deux bouts.

Le même physicien a reconnu que la position des nœuds reste encore la même que dans les deux premiers cas, le premier nœud du côté de l'extrémité fixe se confondant avec elle. La formule [1] est donc encore applicable, les deux dernières ne s'appliquant qu'à l'extrémité libre. On voit que les trois cas examinés se ramènent à celui de la lame libre aux deux bouts.


Fig. 558.

4° et 5° Quand la lame a une de ses extrémités appuyée, et l'autre libre ou fixe, on peut assimiler l'extrémité appuyée à un des nœuds intermédiaires, et considérer la lame comme la moitié d'une lame de longueur double, libre ou fixée par ses deux bouts, dans laquelle le nombre de nœuds serait $2n - 1$. Cette manière de voir est confirmée par l'analyse. En remplaçant donc l par $2l$, et n par $2n - 1$, on aura, pour les formules qui correspondent à ces deux cas,

$$D = \frac{4l}{4n - 3}, \qquad S_2 = \frac{5l}{4n - 3}, \qquad S_1 = \frac{1{,}3216 . l}{4n - 3},$$

dont les deux dernières ne s'appliquent qu'au cas où l'un des bouts est libre. Ces formules ont donné à M. Lissajous des résultats conformes à ceux de l'expérience. Dans le cas d'une extrémité libre, les expériences sont difficiles, à cause de la nécessité de donner à l'extrémité appuyée toute liberté de mouvement autour d'une droite située au milieu de l'épaisseur, sans cependant lui permettre de vibrer. Aussi M. Lissajous n'a-t-il pu aller que jusqu'à 6 nœuds, avec une lame ainsi soutenue.

6° Euler a traité complétement le cas d'une lame appuyée par ses deux extrémités, et il a reconnu que les nœuds sont tous équidistants, ce que Chladni a vérifié ; et ce qui se conçoit tout de suite, en regardant les extrémités appuyées comme des nœuds intermédiaires. On a donc $D = \frac{l}{n - 1}$.

737. Harmoniques des verges élastiques. — Euler a donné à ce sujet des lois numériques vérifiées par Chladni, et que M. Lissajous a pu simplifier et rassembler dans une formule générale, en mettant au nombre des nœuds les extrémités fixes des verges. Dans les trois premiers cas, où il n'y a pas d'extrémité appuyée, on trouve alors que les sons produits sont les mêmes, *pour le même nombre de nœuds*, quelle que soit la disposition des extrémités. De plus, les nombres de vibrations sont entre eux comme les carrés de la série des nombres impairs 3, 5, 7..., $2n-1$, quand il y a 2, 3, 4..., n nœuds. Pour le 3e et le 4e cas, où l'une des extrémités est appuyée, les nombres de vibrations sont entre eux comme les carrés de la série des nombres 5, 9, 13, 17..., $4n-3$. Enfin, quand les deux extrémités sont appuyées, les nombres de vibrations sont entre eux comme les carrés de la série des nombres entiers 1, 2, 3..., $n-1$, le nombre des nœuds étant toujours 2, 3, 4..., n.

Si l'on compare les sons qui correspondent à deux nœuds dans les différents cas, on trouve avec Chladni que, pour les trois premiers cas, ce son est représenté par 9, pour les deux suivants par $\frac{25}{4}$, et pour le dernier, par 4; ou en représentant par 1 le son dans le dernier cas, par $\frac{9}{4}$, $\frac{25}{16}$ et 1. Nous aurons donc, pour les sons correspondants à un même nombre n de nœuds,

$$[1] \qquad \frac{(2n-1)^2}{4}, \qquad \frac{(4n-3)^2}{16}, \qquad (n-1)^2.$$

La première formule convient aux trois premiers cas, pour lesquels on a pour la distance de deux nœuds intermédiaires, $D = \frac{2l}{2n-1}$ (736); la seconde, aux deux cas où l'une des extrémités est appuyée, et pour lesquels on a $D = \frac{4l}{4n-3}$; et la troisième, au cas où les deux extrémités sont appuyées, pour lequel on a $D = \frac{l}{n-1}$. En portant dans les formules [1] les valeurs de n tirées de celles qui donnent la valeur de D, on trouve, dans tous les cas, pour le nombre N de vibrations,

$$[2] \qquad N = \frac{l^2}{D^2}.$$

Si nous faisons $D = l$, ce qui correspond au cas d'une lame appuyée aux deux extrémités et donnant le son fondamental, nous aurons $N = 1$. Nous voyons donc que, *lorsqu'une lame fait entendre un harmonique assez élevé, les parties comprises entre les nœuds vibrent comme des lames de même longueur dont les extrémités seraient appuyées, et le nombre de vibrations est en raison inverse du carré de la distance des nœuds.*

Ce résultat n'est plus vrai pour les premiers nœuds parce qu'ils sont influencés par les extrémités. Quand on a affaire aux premiers harmoniques, l'influence des extrémités se fait sentir jusqu'au milieu de la lame, et la formule [2] peut donner des résultats un peu en désaccord avec l'expérience. Nous ajouterons que plusieurs harmoniques peuvent s'entendre simultanément. Ce phénomène de *résonnance multiple* s'explique comme pour les cordes.

Le calcul montre que la courbe que forme la lame en vibrant, entre deux nœuds suffisamment éloignés des extrémités, est représentée approximativement par une *sinusoïde;* c'est la *courbe élastique* des géomètres.

738. Kaléidophone. — Une verge cylindrique ou prismatique fixée par un bout, ne vibre pas généralement dans un seul plan, mais ce plan change d'un instant à l'autre, comme pour les cordes (727). Wheatstone, en 1827, a mis ce fait en évidence au moyen de son *kaléidophone.* Cet instrument consiste en une verge, vissée sur un socle, et dont l'extrémité libre porte une petite boule polie, sur laquelle la lumière forme un point brillant. Quand la verge vibre, on voit ce point dessiner des courbes variées et mobiles dont on voit quelques exemples sur la figure 559. Quand la verge donne des harmoniques, la courbe présente des sinuosités secondaires qui indiquent la superposition des vibrations.

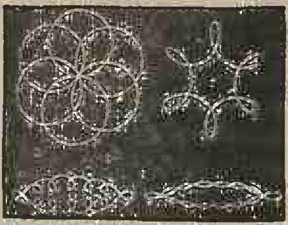


Fig. 559.

On peut remplacer le globule brillant par un petit miroir perpendiculaire à la verge, et regarder dans ce miroir l'image d'un corps bien éclairé, que l'on voit décrire des courbes. Si l'on fait tomber un pinceau de rayons lumineux sur le miroir, le pinceau réfléchi reçu sur un écran y dessine les courbes. Enfin, si l'on fait réfléchir ce pinceau successivement sur les miroirs de deux verges perpendiculaires l'une à l'autre, et assez larges pour vibrer chacune dans un seul plan, on peut étudier, par une méthode optique analogue à celle de M. Lissajous (668), les effets de la combinaison de deux mouvements vibratoires.

739. Instruments à verges droites. — On n'emploie que des verges libres aux deux bouts, ou fixées à une extrémité et libres à l'autre, et on leur fait produire le son fondamental. Parmi les instruments à verges libres, nous citerons *le glasschorde;* il est formé de bandes de verre de même épaisseur, et dont les carrés des longueurs sont en raison inverse des nombres de vibrations des sons de la gamme. Ces lames sont soutenues par deux cordons tendus horizontalement, sur lesquels elles s'appuient par les deux lignes nodales du son fondamental. Elles sont renfermées dans une caisse renforçante, présentant une large fente à travers laquelle on les frappe avec un marteau de liége. — Le *claque-bois* des sauvages, ou *harmonica de Saint-Domingue,* est disposé d'une manière analogue; seulement les lames sont en bois, et il n'y a pas de caisse renforçante. Les sons de cet instrument sont très-brefs, comme celui que produirait un choc. Il en est de même du *xylophone,* dans lequel des bandes de bois sont posées sur des bourrelets étendus sur une table. On peut employer aussi des bandes d'ardoise, de marbre, etc.

Parmi les instruments à verges fixées à une extrémité et libres à l'autre, nous citerons d'abord le *violon de fer*, qui consiste en une caisse annulaire sur laquelle sont implantées des verges de fer de différentes longueurs, de manière à donner la gamme. On tient l'instrument à la main par une poignée fixée en dessous, et en le faisant tourner, on présente les verges à un archet avec lequel on les met en vibration. On accorde cet instrument au moyen d'anneaux métalliques qui glissent à frottement dur sur chaque verge et que l'on rapproche de l'extrémité libre quand on veut faire baisser le son. — Les *boîtes à musique* contiennent de petites lames d'acier ou de laiton donnant les différents sons de la gamme chromatique, et qui sont ébranlées par des chevilles distribuées, dans un ordre convenable, sur un cylindre mû par un mouvement d'horlogerie. — Les *orgues expressifs*, les *harmonium*, les *accordéons* doivent les sons qu'ils engendrent à des anches libres placées au fond de compartiments qui communiquent d'un côté avec un soufflet et de l'autre avec l'extérieur, par une ouverture fermée par une soupape qu'on lève en appuyant sur une touche. Dans quelques-uns de ces instruments l'impulsion de la touche, en même temps qu'elle ouvre la soupape, fait frapper sur la base de l'anche un marteau dont le choc la fait vibrer instantanément, ce qui fait disparaître une certaine mollesse qu'on reprochait aux sons, à cause du temps que mettait le vent à ébranler la languette. Pour accorder ces lames, on diminue avec la lime leur épaisseur à l'extrémité libre, quand on veut faire monter le son, et près de la partie fixe, ce qui diminue la rigidité, quand on veut le faire baisser.

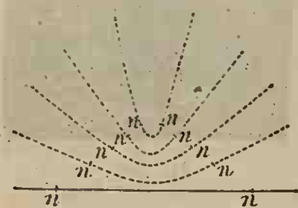


Fig. 560.

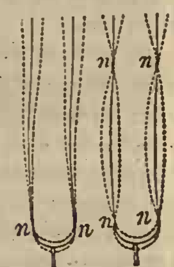


Fig. 561.

740. VERGES COURBES. — Les sons qu'engendrent les verges courbes dépendent de leur forme et de leur courbure. L'influence de cette dernière se reconnaît surtout dans les diapasons en fourchette, à section rectangulaire; ils vibrent à peu près comme les verges libres aux deux bouts, et présentent au moins deux nœuds, mais ces nœuds se rapprochent d'autant plus que la courbure est plus prononcée (*fig.* 560). On fait vibrer le diapason, soit en faisant passer entre ses branches un cylindre qui les force à s'écarter, soit au moyen de l'archet.

Quand on choisit convenablement la position de l'archet, on obtient des harmoniques correspondant à 2, 4, 5, 6.... nœuds (*fig.* 561). Le système de trois nœuds n'existe pas. D'après Chladni, les nombres de vibrations des deux premiers sons sont entre eux comme 2^2 à 5^2; et les autres, y compris le second, comme la série des nombres 3^2, 4^2, 5^2...

Les deux branches d'un diapason, vibrant en sens contraire, il y a *interférence* partielle (609), et le son est très-faible. On le renforce en appuyant sur un corps élastique une petite tige qui se trouve au milieu de la courbure ou *talon*, et qui communique à ce corps les vibrations du ventre qui se forme en cet endroit (*fig.* 561).

Marloye a imaginé de fixer le diapason sur une caisse AB (*fig.* 562), ouverte à un bout, et qui contient une colonne d'air capable de donner le même nombre de vibrations. Le son est alors singulièrement renforcé. Celui d'un diapason donnant ut_3, ou 512 vibrations simples par seconde, produit l'effet d'un tuyau d'orgue. Un diapason de bronze donnant ut_2, ou 256 vibrations, rappelle le son d'une cloche (*fig.* 562). Marloye a construit un diapason sonnant ut_1, ou 128 vibrations, qui donne un son très-intense et d'une grande beauté. Cet instrument pèse plus de 22 kilog. sans sa caisse; pour l'ébranler, on emploie un archet de grandes dimensions, dont les crins sont remplacés par une bande de peau de buffle. Nous avons cité plus haut (661) un diapason encore plus fort, sonnant ut_{-1}, construit par M. Kœnig.

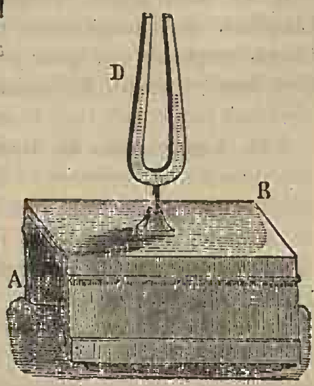


Fig. 562.

Les différents modes de vibrations d'un même diapason peuvent exister simultanément. On le montre avec le diapason en ut_2, en passant l'archet alternativement près de l'extrémité et vers le milieu; on entend distinctement le son fondamental et le premier harmonique. On peut prouver aussi la coexistence des deux modes de vibrations qui leur correspondent, par la méthode graphique.

741. Lois des vibrations des diapasons. — M. E. Mercadier a cherché ces lois, dans le cas d'un diapason dont les branches ont une section rectangulaire[1]. Ce diapason était animé par un électro-aimant, et ses vibrations étaient enregistrées sur un cylindre tournant, à côté des oscillations d'un pendule, d'après une disposition dont nous avons déjà vu un exemple (594). Les dimensions de l'instrument étaient changées au moyen de la lime. Sa largeur étant comptée perpendiculairement au plan des branches, et l'épaisseur, parallèlement à ce plan. On est arrivé aux lois suivantes :

1° *Le nombre de vibrations est indépendant de la largeur;*

2° *Ce nombre est proportionnel à l'épaisseur*, en supposant que toutes les sections soient égales, même dans la partie courbe;

3° *Ce nombre est en raison inverse du carré de la longueur, augmentée d'une petite quantité qui n'en dépasse pas le centième*, en prenant pour longueur la projection des branches sur la ligne médiane qui partage l'instrument en deux parties égales.

[1] *Journal de Physique* de M. d'Alméida, t. V, p. 201.

Les lois des vibrations d'un diapason prismatique sont donc représentées par la formule suivante, semblable à celle des verges droites (735) :

$$n = k \frac{e}{(l+y)^2}, \quad \text{ou} \quad n = k \frac{e}{(1{,}012\ l)^2},$$

n est le nombre de vibrations, e l'épaisseur, l la longueur de la projection sur la médiane, y la longueur totale des deux branches développées, et k une constante, qui, pour l'acier, a été trouvée égale à 818 270. — Trois diapasons d'épaisseur et de largeur différentes ont donné des résultats ne différant de ceux que donne la formule que de 1 à 2 centièmes, malgré les incertitudes provenant de la qualité de l'acier, du degré de trempe, de la manière de le forger, etc.

M. Mercadier a aussi constaté l'augmentation de durée des vibrations avec l'amplitude et la température. Celle-ci agit surtout en modifiant l'élasticité. Quand l'amplitude ne dépasse pas 3 ou 4 millimètres, et que la température se tient dans les limites des variations de celle de l'atmosphère, le nombre de vibrations par seconde reste le même à 0,0001 près.

741. Applications du diapason. — Nous avons eu souvent à citer des expériences dans lesquelles on fait usage du diapason. Il sert habituellement à garder le *la normal*, pour accorder les instruments de musique. Pour le mettre lui-même au ton demandé, on lime les extrémités des branches quand on veut faire monter le son, et l'intérieur de la courbure du talon, quand on veut le faire baisser.

M. Kœnig a imaginé un *diapason à sons variables*, dont on peut modifier le ton pendant qu'il vibre. Ce diapason, monté sur caisse, est foré dans toute sa longueur, et le canal communique avec un tube horizontal, adapté perpendiculairement au talon, rempli de mercure, et dans lequel se meut un piston. Quand on enfonce ou qu'on retire ce piston, le mercure s'élève ou descend dans les branches, et le son baisse ou monte. Les vibrations simples, dont le nombre peut varier ainsi, de 366 à 392, sont entretenues par un *électro-aimant* placé entre les branches (592), et dans lequel le courant électrique est interrompu par le diapason lui-même, armé d'une pointe qui vient frapper, à chaque vibration double, une lame métallique par laquelle passe le courant; de manière que les interruptions sont toujours d'accord avec les vibrations.

M. Niaude-Breguet a appliqué le diapason aux horloges, pour régulariser leur mouvement, à la place du pendule. L'échappement entretient alors les vibrations; et l'aiguille de la roue de rencontre, dans sa marche par saccades, marque les centièmes de seconde, si le diapason fait 100 vibrations simples par seconde; si bien qu'elle semble marcher d'un mouvement continu.

Deux diapasons à l'unisson, montés sur leur caisse renforçante, se font vibrer mutuellement, à une distance de 20^m et plus. M. Mayer s'est appuyé sur cette propriété pour montrer l'influence du déplacement du corps sonore sur la longueur de l'onde. L'un des diapasons, qui sont à l'unisson, étant fixe, on met l'autre en vibration, et, le tenant à la main, on s'approche rapidement du premier, qui reste silencieux, si l'on a soin d'étouffer les vibrations du diapason mobile dès qu'on s'arrête. Si ce dernier fait 2 vibrations *de moins* que l'autre, et qu'on l'en approche et l'en éloigne alternativement avec rapidité, de toute la longueur du bras, en l'appuyant sur sa caisse renforçante seulement pendant le premier mouvement, le diapason fixe vibre ; et cela a lieu pendant le mouvement de recul, si le diapason mobile donne 2 vibrations *de plus* que l'autre. Si les deux diapasons, ébranlés ensemble, produisent des battements, on en compte un de moins ou un de plus par seconde, en faisant les mêmes mouvements.

743. Anneaux. Triangle. — Les lois des vibrations des verges s'appliquent aux anneaux circulaires rigides, en remplaçant la longueur par la circonférence de l'anneau. Les nombres de vibrations sont donc *réciproques aux carrés des circonférences*, ou *des diamètres*. Il doit nécessairement y avoir un nombre pair de nœuds, pour que les mouvements soient en sens inverse de part et d'autre de chacun d'eux. D'après Chladni, il y en a au moins quatre, et les nombres de vibrations qui correspondent à 4, 6, 8, 10.... nœuds, sont entre eux comme la série des nombres 3^2, 5^2, 7^2, 9^2...

L'instrument connu sous le nom de *triangle* doit ses principales qualités sonores aux harmoniques. Il est formé d'une verge à peu près cylindrique, d'acier non trempé, pliée en forme de triangle équilatéral, dont un des angles est ouvert, de manière que les extrémités soient libres. On le tient suspendu par une de ces extrémités, et l'on frappe près de l'autre, au moyen d'une baguette d'acier. Les sons multiples se produisent alors. L'archet ne fait sortir que les sons les plus aigus.

IV. Vibrations des plaques.

744. Les *plaques* sont des corps rigides dont deux dimensions sont très-grandes par rapport à la troisième, que l'on prend pour épaisseur. On les fait ordinairement en laiton, acier, verre, etc. Pour faire vibrer une plaque, on la fixe ou on l'appuie par un ou plusieurs points, et l'on passe l'archet sur le bord. Quand on veut la fixer par son centre de figure, on la serre entre l'extrémité garnie de liége d'une vis *a* (*fig.* 563) et un cône de liége, *c*; ou bien on l'assujettit par un clou à vis sur un support vertical (*fig.* 566). Pendant qu'une plaque résonne, elle se divise en parties vibrantes séparées par des lignes de repos ou *lignes nodales*. Chladni a imaginé, pour les mettre en évidence, de jeter du sable sur la plaque placée horizontalement. Le sable saute sur les parties vibrantes, et finit par s'arrêter sur les lignes de repos, après une suite de petits bonds qui l'en rapprochent de plus en plus ; il forme ainsi des dessins variés, que l'on nomme *figures acoustiques* (*fig.* 564). Le mouvement a toujours lieu en sens contraire, au même instant, de chaque côté d'une ligne nodale. Il en résulte que, si la plaque est divisée par des nodales partant du centre de figure, il y en a nécessairement un nombre pair, comme pour les anneaux (743). Une même plaque peut donner successivement plusieurs sons, et les parties vibrantes sont d'autant plus petites et, par conséquent, les lignes nodales d'autant plus compliquées que le son est plus aigu. On fait sortir les sons aigus, en fixant certains

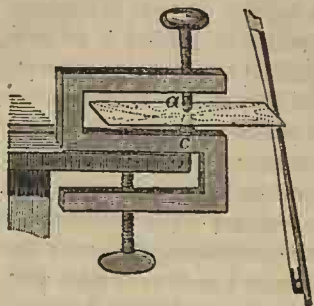


Fig. 563.

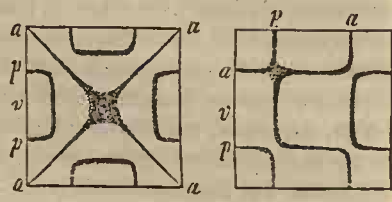


Fig. 564.

points, par lesquels passe nécessairement une ligne nodale. Pour obtenir les nodales des plaques carrées de la figure 564, on fixe les points a et p, et l'on applique l'archet, en v.

745. Effets des poussières fines. — Si l'on mêle au sable jeté sur une plaque, une poussière très-fine, comme de la poudre de lycopode, cette poussière se rend sur les ventres de vibration, en formant des amas ou des lignes régulières, animées d'un mouvement continuel de tourbillon. Savart avait d'abord attribué ce phénomène, qui était connu de Chladni, à des subdivisions secondaires de la plaque, produisant la *résonnance multiple* et donnant des *nodales secondaires*. Mais Faraday a prouvé que ce phénomène est dû à de petits tourbillons d'air, provoqués par le mouvement vibratoire même, et qui, se rencontrant sur les ventres, y entraînent la poussière[1]. Aussi, une feuille d'or, placée sur un ventre, est-elle soulevée en forme d'ampoule, de manière à se maintenir quelquefois à plusieurs millimètres au-dessus de la plaque. En arrêtant les tourbillons d'air, au moyen d'écrans, on change la forme et la position des amas de poussière. Dans le vide, cette poussière se rend sur les mêmes lignes nodales que le sable.

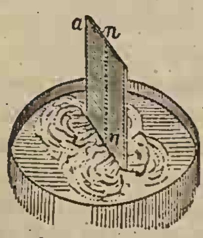


Fig. 565.

Pour en faire l'expérience, Faraday suspendait la plaque sous un récipient, à une mince tige de verre collée en son milieu au moyen de cire d'Espagne, et passant à travers une tubulure garnie de cuirs gras. Il faisait vibrer la plaque en frottant la partie extérieure de la tige avec du drap mouillé.

Faraday a aussi opéré dans l'eau; le sable, les poudres de cuivre et même de platine, entraînées par les tourbillons, se portaient sur les ventres. On peut montrer ces tourbillons, au moyen d'une large lame *an* (*fig.* 565), qui plonge

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XLIX, p. 46.

verticalement dans l'eau, et que l'on fait vibrer de manière qu'il y ait une ligne nodale verticale *nn*. En répandant de la poudre de lycopode sur l'eau, on voit, de chaque côté de la lame, deux tourbillons en spirale, dans lesquels le mouvement a lieu, de la circonférence au centre.

746. Mouvements produits par les corps en vibration[1]. — Aux tourbillons qu'éprouvent les fluides près des corps vibrants, se rattachent certains phénomènes curieux observés, en 1834, par M. J. Guyot. Si l'on approche un petit carré de papier fin suspendu à un fil non tordu, à une distance de 10 à 20^{mm} du ventre d'une cloche, d'une corde, d'une verge, en vibration, on voit ce papier se précipiter sur le corps vibrant, et s'appliquer sur sa surface, qu'il abandonne dès que les vibrations cessent. On peut, en en approchant une branche d'un diapason, soulever un morceau de papier de soie posé sur une toile métallique, pour que l'air puisse circuler de tous côtés. Ces effets sont d'autant plus marqués que le carré de papier est plus grand, jusqu'à une certaine limite, et que la surface vibrante est plus étendue. On peut les produire dans l'eau contenue dans une cloche de verre, en remplaçant le papier par une mince lame de métal.

M. Guthrie, sans connaître les expériences de M. J. Guyot, a fait, en 1869, des recherches sur le même sujet, et M. Schellbach, en 1870, a montré que, si les corps plus denses que le milieu agité par le corps vibrant se rapprochent de ce dernier, les corps moins denses s'en éloignent, comme sils étaient repoussés. Ainsi, des ballons s'avancent vers un diapason vibrant quand ils sont pleins d'air, et s'en écartent, quand ils contiennent du gaz hydrogène. Un petit carré de papier est poussé vers l'ouverture de la caisse d'un diapason vibrant, tandis qu'une flamme s'incline en s'en éloignant, et peut même être éteinte. Des fumées plus denses ou moins denses que l'air donnent des résultats analogues.

M. Dvorak a étudié spécialement les mouvements de l'air autour des corps vibrants, et a cherché à en déduire l'explication des attractions et répulsions apparentes qu'ils produisent[2]. Il montre qu'une verge vibrante refoule l'air, qui s'échappe latéralement en repoussant les corps légers, pendant que d'autre air se précipiterait vers la surface vibrante, pour remplacer le premier, quand cette surface se retire. — Parmi les expériences nouvelles décrites dans ce travail, nous citerons les deux suivantes : Un tube dont la colonne d'air peut donner l'unisson d'un diapason, est suspendu par des fils suivant le prolongement de la caisse de ce dernier. Dès que celui-ci vibre, le tube s'en éloigne vivement. — Deux tubes égaux placés sur le prolongement l'un de l'autre, s'approchent jusqu'au contact, quand un tuyau placé perpendiculairement entre eux de manière que son ouverture soit un peu en arrière de leur axe commun, vibre fortement en donnant l'unisson de la colonne d'air qu'ils contiennent.

Disons, en terminant, que les explications qu'on a tentées pour rendre compte, dans les divers cas, de la formation, de la direction et du mode d'action des

[1] *Annales de chimie et de physique*, 4e série, t. XXV, p. 199.
[2] *Journal de physique*, de M. Ch. d'Alméida, t. V, p. 122.

courants d'air autour des corps vibrants, laissent beaucoup à désirer. La question a cependant une grande importance, à cause du parti qu'on a voulu en tirer, dans la théorie mécanique, pour expliquer par les mouvements de l'éther l'attraction newtonienne, et l'attraction moléculaire (175).

547. Lois des vibrations des plaques. — On n'a pu, jusqu'à présent, résoudre par le calcul le problème des vibrations des plaques, que dans quelques cas particuliers; l'expérience seule a conduit aux lois qui suivent.

Quand deux plaques de même substance et de figure semblable produisent le son fondamental, ou un son plus élevé pour lequel les lignes nodales sont semblables, *les nombres de vibrations sont* 1° *en raison inverse des carrés des dimensions homologues;* 2° *proportionnels à l'épaisseur.* De ces deux lois on déduit que : si les épaisseurs sont proportionnelles aux autres dimensions, c'est-à-dire *si les plaques sont des solides semblables, les nombres de vibrations sont en raison inverse des côtés homologues.* En effet, d'après les deux premières lois, on a

$$n : n' = \frac{e}{l^2} : \frac{e'}{l'^2}; \qquad \text{d'où} \qquad n : n' = l' : l,$$

n, n' étant les nombres de vibrations des deux plaques, dont les épaisseurs sont e, e', et dont deux côtés homologues l, l', satisfont à la relation $e : e' = l : l'$.

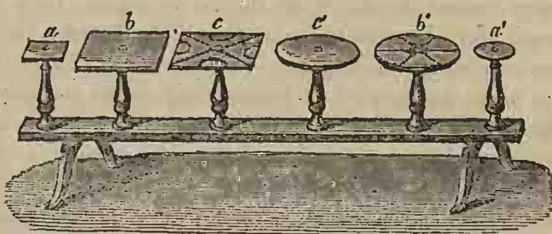


Fig. 566.

Banc des plaques. — Dans cet appareil (*fig.* 566) destiné à vérifier ces trois lois, les plaques a et c, ou a', c', fixées par leur centre de figure, sont de même épaisseur, mais leurs côtés sont entre eux comme 1 : 2; la plus petite donne la double octave de la plus grande. Les plaques c et b, ou c', b', sont de même grandeur, mais l'une a une épaisseur double de l'autre, et elle en donne l'octave aiguë. Enfin la plaque b ou b', dont toutes les dimensions sont doubles de celles de la plaque a, ou a', en donne l'octave grave.

748. Sons d'une même plaque. — La loi des sons successifs que peut engendrer *une même plaque* quand les nodales changent, n'est pas bien connue. Nous dirons seulement que le son le plus grave d'une plaque carrée fixée par son centre, donne deux lignes nodales passant par ce point et parallèles aux côtés. Quand les deux nodales forment les diagonales, le son est à la *quinte*. F. Savart a mesuré le nombre de vibrations correspondant aux principales figures données par une même plaque, comme Chladni l'avait fait antérieurement; mais il reconnut bientôt que les nombres obtenus ne méritaient aucune confiance, à cause de l'influence de l'hétérogénéité des plaques. Par exemple, des plaques circulaires de laiton exactement égales, étant mises à l'unisson pour un mode de division, ne se trouvent plus d'accord pour les autres modes. On ne peut donc espérer d'arriver à des résultats certains qu'en opérant sur des plaques plus homogènes que celles qu'on a pu employer jusqu'à présent.

749. DES FIGURES ACOUSTIQUES. — Chladni, auquel on doit la découverte des figures acoustiques, a montré comment les figures simples peuvent se superposer sur une même plaque par la coexistence de vibrations correspondant à des modes de subdivision différents[1].

Wheatstone a donné la théorie de la formation des figures simples, dans le cas des plaques rectangulaires[2]. Il établit que ces plaques peuvent vibrer, comme des verges plates, ou bandes plus ou moins larges, en donnant des nodales parallèles entre elles, inclinées sur un des côtés; et comme les conditions sont les mêmes pour un second système de nodales parallèles, également inclinées, mais en sens inverse, par rapport au même côté, on a deux systèmes de nodales parallèles correspondant évidemment au même son, et qui peuvent exister simultanément. Dans le cas d'une plaque carrée, il y a deux systèmes semblables pour chacun des deux côtés perpendiculaires entre eux, et, par conséquent, quatre systèmes correspondant au même son. Ces quatre systèmes se réduisent évidemment à deux quand les nodales sont parallèles aux diagonales, ou perpendiculaires aux côtés. Quand ces systèmes se produisent en même temps, partout où les vitesses de vibrations sont, au même instant, de même sens, elles s'ajoutent; et les lignes nodales passent par les points où ces vitesses sont égales et de sens contraire.

F. Savart a fait un grand travail expérimental sur les figures acoustiques[3]. Il a d'abord constaté qu'une même plaque peut fournir une infinité de figures différentes, paraissant passer des unes aux autres d'une manière continue. Il en est ainsi, par exemple, des figures *a*, *b*, *c*, *d*, E, *f*, *g*, *h* (*fig.* 567). Pour faire l'expérience, on fixe la plaque carrée, par son centre; on appuie deux doigts près du bord, en plaçant l'archet entre eux, puis, les faisant glisser et maintenant entre eux un écart convenable, on voit la figure *a*, formée par le sable, passer graduellement à la figure *b* et aux suivantes. On parvient même à faire tourner plusieurs fois la figure sur la plaque.

On peut passer d'une figure à une autre, par plusieurs routes différentes; d'où l'on doit conclure qu'un même son peut être accompagné de lignes nodales

[1] *Traité d'acoustique*, par Chladni, Paris, 1809, p. 120.
[2] *Transactions philosophiques de l'institut royal de Londres*, 1833.
[3] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LXXIII (1840), p. 225.

différentes, ce que l'expérience confirme. Savart croyait que le passage d'un son à un autre se faisait d'une manière continue; une même plaque pouvant ainsi produire une infinité de sons différents. Mais il n'y a que certaines figures qui puissent être conservées et soient accompagnées de sons purs. Les autres ne sont que des figures de passage, ne pouvant être maintenues, pas plus que le son qui les accompagne. Une même plaque ne peut donc réellement produire qu'un certain nombre de sons déterminés, auxquels correspondent aussi des figures déterminées; un même son pouvant correspondre à des nodales différentes, mais une figure donnée correspondant toujours au même son; ce qui est d'accord avec les résultats de l'analyse mathématique.

750. Plaques carrées. — Chladni rapportait les lignes nodales des plaques carrées à des systèmes de droites parallèles aux côtés, formant, en se coupant, des figures régulières. Quand cette régularité n'existait pas, il admettait que les irrégularités, qu'il nommait *distorsions*, étaient des anomalies accidentelles. Ainsi, les systèmes *c* et *d* (*fig.* 567) n'étaient pour lui que le système E, dans

Fig. 567.

lequel il s'était produit des distorsions. S'il rencontrait des lignes courbes, ou des diagonales, il les ramenait ainsi à des droites parallèles aux côtés.

F. Savart a combattu cette manière de voir. Les plaques sur lesquelles il a expérimenté étaient en laiton, travaillées avec soin, et avaient de 30 à 50^{cm} de côté, et de 1 à 3^{mm} d'épaisseur. Pour les figures compliquées, les plus minces sont préférables. On obtient ces figures, en fixant certains points, que l'on appuie sur quatre cônes de liége collés aux extrémités de deux règles croisées en forme d'X, dont on peut faire varier l'angle. Si ces quatre points fixes ne suffisent pas, on en détermine d'autres, en appuyant les extrémités d'une espèce de compas de bois, ou simplement les doigts, sur les points que l'on veut empêcher de vibrer. L'endroit attaqué par l'archet a aussi une grande influence.

Afin de comparer avec facilité les figures obtenues sur une même plaque, Savart a imaginé d'en conserver le dessin. Pour cela, il remplace le sable par une poudre formée de tournesol en pain, pulvérisé, puis humecté d'eau gommée, desséché, pulvérisé de nouveau, et enfin passé au tamis, pour en séparer la poussière trop fine et les grains trop gros. Une fois la figure acoustique formée avec cette espèce de sable, Savart appuyait sur elle une feuille de papier humectée d'eau gommée, la pressait avec un tampon, puis avec un corps dur, pour écraser les grains de tournesol et les faire adhérer au papier. Il a pu, par ce moyen, relever plusieurs centaines de figures données par une seule plaque, dont on voit une partie dans la figure 568. On a indiqué par un petit trait parallèle au côté de la plaque, le point où est appliqué l'archet; par des traits perpendiculaires aux côtés, les points appuyés; et par des croix, les points pressés par le compas de bois. Aujourd'hui, grâce à la photographie, on peut se contenter d'appliquer une feuille de papier mouillé sur du sable coloré, et photographier la figure avant que le papier soit sec.

Un premier fait établi par Savart, c'est que jamais on n'obtient de droites régulières parallèles aux côtés; il y a toujours des *distorsions*. On peut cependant obtenir, dans certains cas, un peu de régularité, en fixant un grand nombre de points; mais alors le son sort mal, et si l'on abandonne les points fixes surnuméraires, le son éclate, en même temps que les distorsions se reproduisent. Jamais les lignes ne se rencontrent, comme on le voit (*fig*. 568), chacune d'elles circulant à travers les autres sans les couper. Ce que Chladni appelait le cas normal est donc impossible à réaliser. C'est une limite dont les figures peuvent approcher plus ou moins sans jamais pouvoir l'atteindre. Par exemple, le système *a* (*fig*. 567) peut devenir *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, *h*, mais jamais E. Du reste, les distorsions restant les mêmes sur des plaques égales de différentes substances, on ne peut les attribuer à des défauts accidentels de structure.

En comparant un très-grand nombre de figures relevées sur une même plaque carrée, Savart a pu les diviser en figures *élémentaires* et figures *composées*. Les premières sont formées, les unes par des lignes parallèles aux côtés et en même nombre dans les deux sens; on en voit un certain nombre dans la première série horizontale du tableau (*fig*. 568); les autres, par des lignes parallèles aux diagonales, en nombre égal ou inégal dans les deux sens; on les voit dans la première colonne verticale. Les directions des lignes, dans les figures simples, sont celles de *la plus petite et de la plus grande résistance à la flexion*, cette dernière ayant lieu suivant la diagonale comme charnière.

Les figures *composées* sont des combinaisons de figures simples; chacune d'elles se voit, dans le tableau, à la rencontre des colonnes horizontale et verticale qui commencent par les figures élémentaires dont elle est la combinaison. Les parties ponctuées correspondent à la figure élémentaire formée de parallèles aux diagonales. Les chiffres placés au-dessus de chaque figure, indiquent, suivant la notation de Chladni, celui de gauche le nombre de lignes horizontales de la figure simple supérieure, et celui de droite le nombre de ses lignes verticales joint au nombre des parallèles aux diagonales de la figure composante qui est à gauche. Enfin, le chiffre placé à gauche de chaque série horizontale indique la différence entre les chiffres qui se trouvent au-dessus de chaque figure, c'est-à-dire entre le nombre des lignes horizontales et celui des lignes verticales et diagonales, qui sont combinées.

Les figures du tableau se produisent facilement, sont stables, le son en est pur, et on peut en déterminer le nombre de vibrations; ce sont des types. Beaucoup d'autres, obtenues également par Savart, ne sont que des figures de passage. On voit (*fig*. 568), que : 1° quand il y a une ou deux diagonales dans une des figures simples, elles se retrouvent dans la figure composée; 2° lorsqu'une

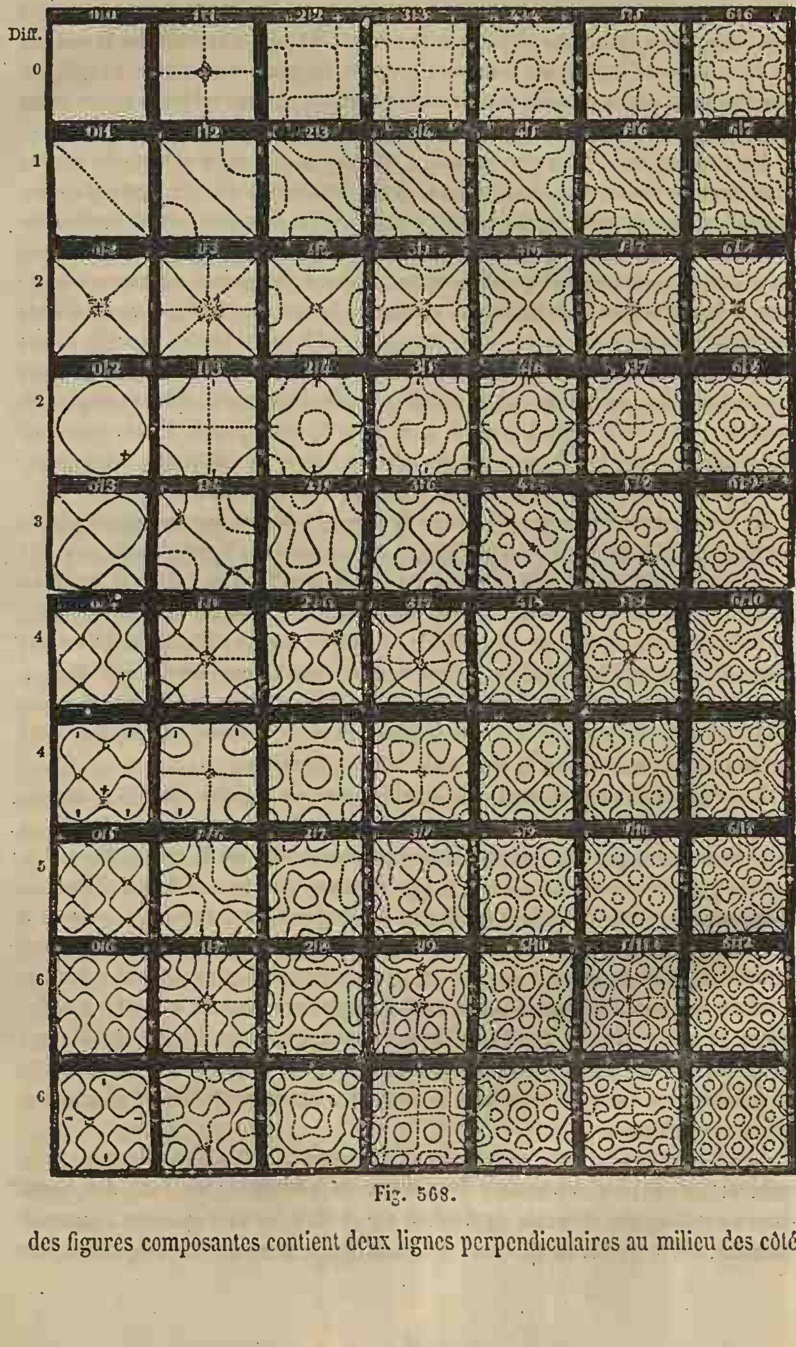


Fig. 568.

des figures composantes contient deux lignes perpendiculaires au milieu des côtés du carré, ces lignes se retrouvent dans la figure composée, toutes les fois que l'autre figure simple ne contient pas de diagonale, ou en contient deux ; 3° quand le nombre des lignes dans un sens est double du nombre de lignes dans l'autre sens, comme dans 2|4, 3|6, etc., la figure est composée de carrés dont les côtés sont parallèles aux diagonales, et dans chacun desquels il y a un cercle, qui provient de la figure simple formée de parallèles aux côtés; 4° quand il y a 3 fois plus de lignes dans un sens que dans l'autre, comme 2|6, 3|9, etc., il y a encore des cercles renfermés dans des carrés, mais les côtés de ces carrés sont parallèles à ceux de la plaque.

731. Plaques polygonales. — Les figures acoustiques des plaques dont le contour est un polygone régulier sont aussi, *simples* ou *composées*. Les figures simples sont formées par des lignes parallèles aux directions de plus grande et

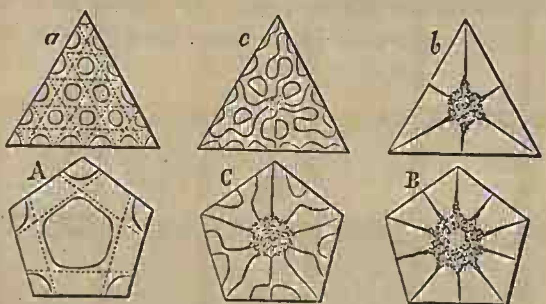


Fig. 569.

de plus faible résistance à la flexion; directions qui sont parallèles ou perpendiculaires aux côtés. Les figures composées proviennent toujours de la réunion de deux figures simples, sans addition de lignes étrangères, de manière qu'on peut aussi les coordonner dans un tableau à double entrée. Comme exemple, nous donnons deux figures simples *a*, *b* (*fig.* 569) d'une plaque triangulaire, avec la figure *c* résultant de leur combinaison; et deux figures simples A, B d'un pentagone, avec leur figure composée C. Les droites ponctuées indiquent les directions générales des lignes, quand ces directions sont difficiles à reconnaître.

732. Plaques circulaires et elliptiques. — Chladni a reconnu qu'une plaque circulaire donne deux systèmes de figures *élémentaires* : le premier formé de diamètres, toujours en nombre pair, et le second de circonférences concentriques. Ces figures peuvent se combiner pour former des figures composées. On obtient le système concentrique, et, en général, une figure qui ne passe pas par le centre, en ébranlant la plaque en ce point. Pour cela, on y pratique un trou circulaire, de 3 ou 4^{mm} de diamètre, dont on frotte le bord, poli et arrondi, au moyen d'une mèche de crins enduite de colophane, que l'on tient par les deux bouts, pendant que la plaque est fixée par un point d'une ligne de repos. On peut encore engager dans le trou, à frottement dur, un cylindre de bois, que l'on frotte avec un morceau de drap enduit de colophane, pendant que la plaque est soutenue par trois cônes de liége, formant un triangle équilatéral.

Quand la plaque a de grandes dimensions, on peut obtenir des figures compliquées telles que A, B, C (*fig.* 570). Il arrive souvent alors qu'il y a plus de rayons près du contour que vers le centre, comme en C. On voit aussi qu'il y a des lignes circulaires dans la partie centrale seulement; ce qui provient de ce que la partie centrale et le contour correspondent à deux modes de division différents, dont les nombres de vibrations sont souvent à l'unisson, mais peuvent aussi être différents, et donnent alors des harmoniques du son engendré sur le contour. Il peut aussi exister trois modes de division, correspondant à des nombres de vibrations dans des rapports simples : la plaque est alors partagée près du centre en un petit nombre de parties vibrantes, et en un plus grand nombre dans la partie moyenne et surtout près du contour. Ces modes de division existent simultanément dans toute l'étendue de la plaque, comme on peut le reconnaître

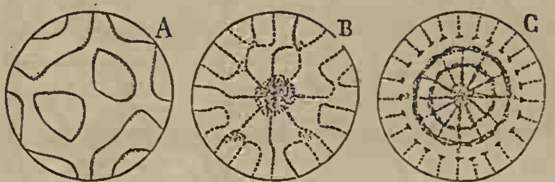


Fig. 570.

dans certains cas. Par exemple, les cercles d'une des figures simples peuvent se marquer près du contour, et sur l'autre figure, qui n'a que des rayons, par de petits amas de sable arrangés en série circulaire comme en C.

On peut entendre simultanément les sons qui correspondent aux divers modes de division, surtout si l'on a soin d'étouffer les plus intenses au moyen d'écrans convenablement placés. Cette *résonnance multiple* s'observe aussi sur les plaques carrées, ce que Duhamel a constaté directement sur une semblable plaque donnant le son fondamental et sa quinte : une pointe fixée près d'un angle traçait le son fondamental, une autre, placée vers le milieu du côté, inscrivait la quinte, et une troisième, fixée près du quart du côté, traçait une ligne sinueuse à dentelures secondaires indiquant la superposition des deux modes de vibrations.

C'est principalement dans le cas des plaques circulaires ébranlées par leur centre, que les géomètres sont parvenus à résoudre le problème des plaques vibrantes. Sophie Germain a, la première, donné une solution de ce problème; puis Poisson a publié une nouvelle théorie, dont Savart a vérifié les principaux résultats. M. Kirchoff, en 1848, a traité le même sujet; et enfin Wertheim, voulant soumettre à un nouveau contrôle les formules de l'équilibre et du mouvement des corps élastiques, a fait un travail à la fois mathématique et expérimental d'où est ressortie une fois de plus la supériorité des nouvelles formules[1]. Ainsi, il a pu calculer, au moyen de l'expérience qui lie le nombre de vibrations du son fondamental au coefficient d'élasticité, la valeur de ce dernier; et les résultats se sont toujours trouvés d'accord avec ceux qu'il a obtenus en étirant des bandes de même substance que les disques. De plus, les rapports des harmoniques ont été les mêmes que ceux que donne la formule, et les rapports des rayons des nodales circulaires, à peine inférieurs à ceux que donne la théorie. Les légères différences, ainsi qu'un peu trop d'acuité dans le son fondamental des plaques, peuvent provenir de ce qu'on néglige leur épaisseur, dans les calculs, et de ce qu'il existe au centre un trou par lequel on les fait vibrer.

Plaques elliptiques. — Les plaques elliptiques donnent deux systèmes de figures simples, les unes formées par des ellipses, avec ou sans le grand axe, les autres par des hyperboles, avec ou sans le petit axe du contour elliptique. Ce qu'il y a de remarquable, c'est que les ellipses et les hyperboles ont le même foyer que le contour de la plaque. Ces figures simples, en se combinant, forment des figures composées (*fig.* 571).

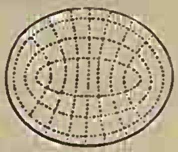


Fig. 571.

Savart s'est encore occupé des plaques rectangulaires et losanges qui lui ont donné des figures plus compliquées que les plaques carrées et circulaires.

753. Déplacement des nodales. — Quand on fait rendre à une plaque circulaire fixée par son centre, un son correspondant à des lignes nodales dirigées suivant le rayon, on peut, en déplaçant peu à peu l'archet, qui est toujours sur un ventre, changer la position de ces lignes et leur faire faire le tour de la plaque. Ce résultat pouvait se prévoir facilement. Mais Savart a découvert ce fait curieux, que le déplacement des nodales peut avoir lieu sur la plaque vibrante *abandonnée à elle-même*. En effet, si l'on enlève vivement l'archet, les lignes nodales oscillent de part et d'autre de leur position première, et si l'on donne des coups d'archet, pour entretenir le mouvement vibratoire, et toujours au même point, l'amplitude de ces oscillations augmente et peut devenir assez grande pour que les lignes nodales soient entraînées au delà du milieu de la distance qui les sépare dans leur position primitive. Alors, si l'on donne un nouveau coup d'archet, la ligne nodale franchit cette limite et va prendre la place de la ligne voisine; et si l'on continue, les lignes nodales font le tour de la plaque. Il est évident que les déplacements de ces lignes ne peuvent avoir lieu que sur des plaques symétriques autour d'un point, comme les plaques circulaires, où leur position n'a pas d'influence sur la hauteur du son.

Pour constater ce phénomène, on n'emploie plus le sable, dont la masse est trop grande, mais la poudre de lycopode, qui adhère un peu à la plaque et se place sur les ventres, en formant de petits amas (744). On voit une couronne

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXXI, p. 5.

(*fig.* 572), ressemblant à un petit nuage, qui tourne sur elle-même, soit dans un sens, soit dans l'autre. Quand il y a plusieurs nodales circulaires, il peut y avoir plusieurs couronnes tournant toutes dans le même sens avec des vitesses angulaires d'autant plus grandes qu'elles ont un plus petit rayon.

Comme, par ce moyen, on ne constate pas exactement la rapidité du mouvement des nodales, la poudre de lycopode restant en arrière, Savart fait tomber sur la plaque bien polie les rayons solaires qui, réfléchis, forment sur un écran, une image elliptique du disque. Quand celui-ci vibre, l'image se transforme en une espèce d'étoile, dont les pointes correspondent à chaque rayon nodal et oscillent ou tournent en même temps que ces rayons. Le mouvement peut être tellement rapide que les pointes ne se distinguent plus.

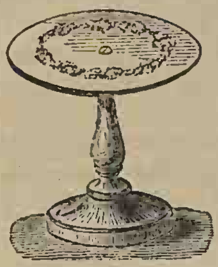


Fig. 572.

Quand les lignes nodales oscillent, on en est averti par des alternatives dans la force du son. Le maximum d'intensité correspond à l'instant où les lignes nodales atteignent la limite de leur amplitude d'un côté, et le minimum quand elles atteignent la limite opposée. Si l'on place verticalement au-dessus de la plaque, pendant que les nodales tournent, un tuyau donnant le même son fondamental, il y a renforcement prononcé toutes les fois qu'un ventre passe au-dessous de l'ouverture du tuyau.

Savart explique le mouvement des lignes nodales de la manière suivante : les plaques circulaires n'étant jamais parfaitement homogènes, il y a deux diamètres, correspondant l'un à la plus grande résistance à la flexion, l'autre à la plus petite, sur lesquels les lignes nodales se placent et restent immobiles, si le point

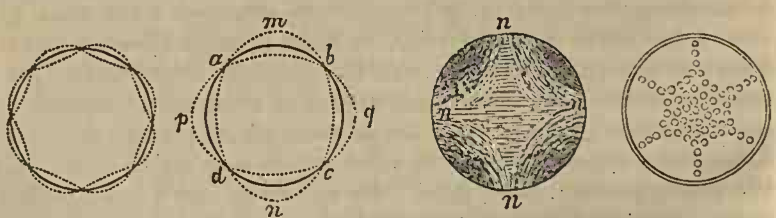


Fig. 573. Fig. 574. Fig. 575.

attaqué par l'archet est convenablement choisi. Mais si l'on ébranle le disque en un autre point, les flexions produites de chaque côté de l'archet ne sont pas égales, à cause de la différence d'élasticité, et les lignes de repos tendent à revenir à leur position première; elles oscillent autour de cette position, ou tournent, si l'amplitude est suffisamment grande.

734. VASES DE RÉVOLUTION. — Les vases de révolution se divisent en parties vibrantes séparées par des lignes nodales dirigées suivant les méridiens. Il y a quatre parties vibrantes, pour le son le plus grave, puis 6, 8..., toujours en nombre pair. La formation des lignes nodales s'explique facilement : si l'on frappe une cloche en *m* (*fig.* 573), elle s'aplatit au premier instant, et sa section s'allonge suivant *pq*. L'élasticité de flexion la fait alors revenir à sa forme d'équilibre, qu'elle dépasse en s'allongeant suivant *mn*; les points *a*, *b*, *c*, *d* ne changeant pas de position, et appartenant aux lignes nodales. On voit, à gauche de la figure, la courbure que prend une section quand il y a 8 nodales. Les différentes sections droites tendent à vibrer avec des vitesses différentes; mais comme elles sont liées les unes aux autres, il s'établit une compensation, comme dans le pendule composé.

On met en évidence les lignes nodales des vases de révolution, soit au moyen de petits pendules attachés aux parois, supposées verticales, soit en mettant de l'eau dans l'intérieur; pendant qu'elles vibrent, il se forme des rides nombreuses en avant des ventres, et l'eau est lancée en gouttelettes fines quand l'amplitude est grande (*fig.* 574). Si, comme l'a fait M. Melde, on remplace l'eau par l'éther ou l'alcool, les globules liquides lancés par les parois restent séparés de la surface par une couche d'air adhérente, et roulent en marquant les lignes nodales. La figure 575 représente cet effet, dans le cas où il se forme 6 nodales.

Timbres, cloches. — Les timbres et les cloches produisent souvent des alternatives de renforcement dues aux oscillations des nodales (753). Ordinairement, il y a deux axes d'élasticité à 45° l'un de l'autre, et faciles à trouver, et les sons qui correspondent aux deux couples de parties vibrantes diffèrent d'environ un dixième. De là des battements, que l'on peut éviter en frappant au milieu de l'espace qui sépare les deux axes d'élasticité. Les timbres et les cloches donnent un grand nombre d'harmoniques, qui se produisent facilement en même temps, et concourent essentiellement au genre de sonorité qu'on leur connaît. La plus grosse cloche connue est celle de Moscou, pesant 111,700 kilos. Il en existe même une autre de 253,900 kilos, fondue en 1736, mais dont le bord a été brisé avant qu'on ait pu s'en servir. Le bourdon de Notre-Dame de Paris pèse 13,000 kilos.

Les nombres de vibrations des timbres et des cloches de formes semblables sont en raison inverse des dimensions homologues; on peut donc former des gammes de ces instruments pour les carillons à musique, si répandus dans le nord.

Harmonica. — L'harmonica de Franklin consiste en une série de verres à pied, de différentes grandeurs, qu'on met en vibration en promenant les doigts mouillés, sur les bords. Les lignes nodales se déplacent et suivent les doigts, comme on peut le reconnaître en versant un peu d'eau dans l'intérieur du vase. On accorde ces vases en usant leurs bords, ou bien en y mettant plus ou moins d'eau. Les sons de l'harmonica sont pénétrants et vont à l'âme; mais ils sortent lentement, ce qui empêche de jouer des airs à mouvement vif.

755. Tamtam, cymbales. — Le *tamtam* ou *gong* des Chinois, est formé d'un disque de bronze entouré d'un bord relevé. Le métal, trempé, a été battu et écroui à coups de marteau (543); de manière que la plaque est douée d'une élasticité due, en partie, à l'état de compression maintenu par le rebord qui l'entoure. Pour tirer des sons de cet instrument, on le frappe à petits coups précipités, au moyen d'une baguette munie d'une tête garnie de peau, en allant de la circonférence au centre. On entend d'abord des sons multipliés qui éclatent ensuite comme par explosion, en produisant des effets étranges. Savart compare la production des sons dans le tamtam, à leur production dans une feuille de tôle, que l'on agite dans les théâtres pour imiter le tonnerre, et qui éprouve des flexions brusques déterminant des bruits intenses. Une lame de laiton bien écrouie engendre aussi plusieurs sons, quand on la frappe, mais elle ne produit plus de vibrations régulières ni de lignes nodales.

Les *cymbales* donnent, comme le tamtam, des sons très-divers, quand on les frappe l'une contre l'autre. Indépendamment de ces sons, dus aux vibrations irrégulières de la plaque métallique, il y en a un autre très-aigu, qui provient de la masse d'air renfermée dans la cavité hémisphérique qui se trouve au milieu de chaque cymbale. Si l'on colle du papier sur l'ouverture de cette cavité, ce son aigu disparaît.

V. Vibrations des membranes.

756. Les membranes ne peuvent vibrer que lorsqu'elles sont tendues; ordinairement, on les tend en les collant par leur contour sur un cadre. On les fait

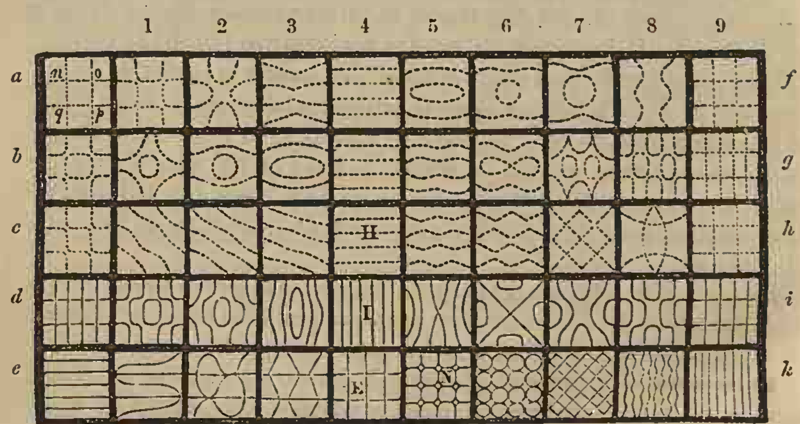


Fig. 576.

en papier, vessie, baudruche, caoutchouc soufflé, collodion. Pour les mettre en vibration, on produit un son à proximité, et le mouvement vibratoire du corps sonore se transmet à la membrane par l'intermédiaire de l'air. On peut encore fixer au milieu de la membrane, un crin ou une petite tige, que l'on frotte avec du drap enduit de colophane.

757. Membranes carrées. — D'après Savart, les membranes carrées se divisent comme les plaques de même forme, avec cette différence que, sur les membranes, les parties vibrantes voisines des bords sont égales aux autres, tandis qu'elles sont plus petites, sur les plaques.

En faisant vibrer une membrane carrée, au moyen d'un tuyau d'orgue dont il faisait varier le ton en y enfonçant un piston, le même physicien avait cru qu'elle pouvait répondre à une infinité de sons, passant des uns aux autres d'une manière continue, avec des lignes nodales correspondantes[1]. Par exemple, il a vu la figure *a* (*fig.* 576) passer graduellement aux formes 1, 2, 3, 4. De plus, on peut arriver à la figure 4 par différentes routes qui dépendent de la manière dont se fait la séparation aux angles *o*, *n*, *q*, *p*. Ainsi, au lieu de se séparer comme dans la membrane 1, les angles peuvent se séparer comme en *b* ou en *c*. On peut encore arriver à la figure 4 en partant de la figure 1, sans passer par les figures 2 et 3. L'influence du mode de séparation aux angles se voit nettement dans les séries *d*I, *i*I, qui, partant d'une même figure, *d* ou *i*, arrivent au même résultat I, mais par des routes différentes.

Savart avait conclu de là que, à un même nombre de vibrations peuvent correspondre plusieurs modes différents de division, ce qui a été confirmé depuis.

758. Nouvelles recherches sur les membranes. — Des recherches mathématiques de Poisson et de Lamé sur les vibrations des membranes carrées, ont conduit aux lois suivantes :

1° *Les membranes, comme les cordes, ne peuvent répondre qu'à certains sons séparés par des intervalles déterminés.* — 2° *A chaque son correspond un système de lignes nodales ayant pour types des parallèles aux côtés du carré, et que l'on désigne par la formule a|b; a* et *b* étant les nombres de lignes parallèles à deux côtés perpendiculaires l'un à l'autre. — 3° *Les lignes nodales qui correspondent à un même son forment un système de figures telles que l'on peut passer des unes aux autres par déformations continues, en variant le mode primitif d'ébranlement, sans que le son change; mais on ne peut jamais passer, d'une manière continue, des lignes d'un son à celles d'un autre son.* — 4° D'après cette théorie, les sons que peut rendre une membrane carrée sont, en désignant par *ut* le son fondamental, et marquant des signes + et — les sons plus hauts ou plus bas que la note indiquée :

ut,	*sol* ♯,	*ut* $_2$,	— *ré*,	+ *mi*,	— *sol*,	*sol*,
0|0	1|0	1|1	2|0	2|1	3|0	2|2
— *sol* ♯,	— *la* ♯,	+ *la* ♯,	*si*,	*ut* $_3$,	+ *ut*,	+ *ut* ♯.
3|1	3|2	4|0	4|1	3|3	4|2	5|0

La seconde et la quatrième ligne font connaître le système de nodales correspondant à chaque son.

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XXXII, p. 384.

Ces lois sont en contradiction avec les expériences de Savart (757); c'est que celles-ci sont erronées. En effet, MM. J. Bourget et Félix Bernard ont prouvé, par deux expériences décisives, qu'une membrane carrée ne peut répondre à tous les sons : 1° un tuyau à bouche donnant le son fondamental de la membrane, obtenu par le choc d'un petit marteau de liége, la fait vibrer vivement. Si alors on allonge un peu le tuyau, la membrane cesse de vibrer; 2° la membrane donnant un son de deux tons plus bas que le tuyau, on la tend en la chauffant, ce qui rend ses vibrations plus rapides, elle reste d'abord immobile pendant que le tuyau résonne; mais en se refroidissant elle se détend, et tout à coup elle résonne, pour s'arrêter un instant après, parce qu'elle continue de se détendre.

L'illusion de Savart provenait de ce qu'il employait la seconde et la troisième octave du son fondamental, pour lesquelles les sons successifs ne diffèrent que peu; et comme, après un léger trouble, des figures nouvelles succédaient aux précédentes, il a pu croire à une transformation continue, d'autant plus que, la membrane n'étant pas tout à fait dans les conditions supposées par la théorie, elle vibre encore pour des sons très-voisins de ceux auxquels elle doit répondre.

Une preuve de l'illusion dans laquelle est tombé Savart, c'est que certaines figures, non prévues par la théorie, et dont il a donné le dessin, paraissent impossibles; du moins, MM. Bourget et Bernard n'ont pu, malgré trois années d'expériences variées, les obtenir une seule fois. Telles sont, dans la ligne *ch* (*fig.* 576), les nodales 5, 6, 7, et dans la ligne *ek*, les nodales 3, 5, 6, 7.

Des expériences multipliées, faites avec des membranes carrées de différente espèce, papier sans fin, papier végétal verni, tendues sur des cadres de substances et de masses très-différentes, ont prouvé que l'ordre assigné par la théorie dans la succession des lignes nodales se vérifie par l'expérience, et que les transformations successives calculées pour un même son, concordent avec celles que donne l'observation, et ne dépendent que du changement dans l'état initial. Il n'y a que la loi des intervalles entre les sons possibles qui ne se vérifie pas bien. L'intervalle est toujours un peu plus grand que celui qu'assigne la théorie, et d'autant plus que la membrane est plus mince; ce qui tient en partie à la communication des vibrations au cadre, car quand la membrane vibre en totalité, le sable rejeté vers les bords n'arrive pas jusqu'au cadre, surtout dans les angles.

Une remarque importante, c'est que, pour obtenir des résultats satisfaisants, il faut que la membrane soit tendue bien également dans les deux sens, ce qui n'est pas facile à obtenir; sans cela les lignes parallèles aux deux directions des côtés tendent à se montrer dans des conditions différentes, et de nombreuses anomalies se manifestent. MM. Bourget et Bernard donnent un moyen de reconnaître si la tension est bien égale dans les deux sens : on produit un son qui donne, par exemple, le système 5|0. Les 5 lignes sont parallèles à l'un ou l'autre côté, suivant la manière dont la membrane est présentée au tuyau sonore, et un

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LX, p. 449.

léger changement de position fait passer ces lignes d'une direction à l'autre. Les deux dispositions des nodales sont donc très-peu stables; le sable se réunira alors en petits amas aux points qui restent en repos dans les deux cas, c'est-à-dire aux intersections des 5 lignes supposées tracées en même temps dans les deux directions. La formation de ces amas indique donc une membrane tendue régulièrement.

759. Membranes circulaires. — F. Savart, à la suite de nombreuses expériences faites sur des membranes circulaires, triangulaires, etc., était arrivé aux mêmes conclusions que pour les membranes carrées (757). Par exemple, il avait vu trois lignes diamétrales d'une membrane circulaire (*fig.* 577) se transformer en droites parallèles, puis passer à une diamètrale accompagnée d'une ligne circulaire. Mais il est bien probable que les membranes dont il s'est servi n'étaient pas régulièrement tendues. En effet, il résulte des recherches mathématiques et expérimentales publiées, en 1865, par M. Bourget, que les membranes circulaires ne peuvent donner que des nodales diamètrales ou circulaires, séparées ou combinées. A chacune des figures ainsi formées correspond un son

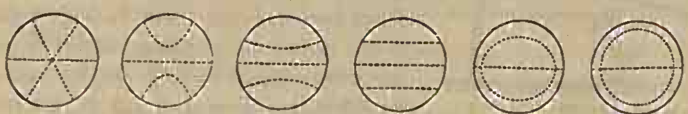


Fig. 577.

particulier qui s'est trouvé toujours un peu plus bas que ne l'indique la théorie; ce qui provient de l'influence du cadre, comme pour les membranes carrées (758). Le son le plus grave est donné par la membrane vibrant en totalité, et elle peut répondre à des sons déterminés de plus en plus aigus, et qui dépendent de sa tension, qu'on peut faire varier en la chauffant. Du reste, plusieurs sons peuvent être produits simultanément; nouvel exemple de la résonnance multiple.

760. Instruments à membranes, — Parmi les instruments à membranes tendues, nous citerons les *timbales* et les *tambours*. Dans les timbales, la membrane est tendue sur un hémisphère de cuivre, et l'on fait varier sa tension au moyen d'un cercle de fer, et de vis. — Dans le tambour, il y a deux membranes adaptées aux extrémités d'un cylindre de métal ou de bois, et que l'on tend au moyen de cerceaux et de cordes. La colonne d'air contenue dans ce cylindre, vibre comme la membrane frappée, et communique ses vibrations à celle qui est à l'opposé, laquelle doit être plus mince, pour avoir un son plus intense. Le *timbre* du tambour militaire est dû à deux cordes à boyau, tendues par une vis de rappel et appliquées sur cette seconde membrane qu'elles viennent battre, en produisant un bruit particulier, quand leur tension est convenable.

Mersenne a trouvé que le nombre de vibrations des tambours de forme semblable est en raison inverse des dimensions homologues. La colonne d'air qu'ils renferment satisfait à elle seule, comme nous l'avons vu, à cette loi (692).

§ 4. — VIBRATIONS LONGITUDINALES

I. Lois des vibrations longitudinales.

761. Les tiges rigides peuvent éprouver des vibrations par compression et dilatation, comme les colonnes d'air. Ces vibrations, ayant lieu ordinairement dans le sens de la longueur du corps, se nomment *vibrations longitudinales*. Pour produire cette espèce de vibration, on tient la tige par le milieu, et on la frotte avec du drap vieux enduit de colophane; un son aigu accompagne ces frictions, dans quelque sens qu'on les produise. Le frottement agit ici comme l'archet : les tranches attaquées sont pressées les unes contre les autres, puis reviennent par l'effet de l'élasticité, et éprouvent ainsi des vibrations qui se réfléchissent aux extrémités libres, comme dans les tuyaux ouverts, de manière à produire, par leur croisement, des nœuds et des ventres. Quand il s'agit de verges de verre, on les frotte avec les doigts ou avec du drap, mouillés d'eau légèrement acidulée par l'acide chlorhydrique. Quand on opère sur des barres de grandes dimensions, on fixe à l'extrémité, avec du mastic, un petit tube de verre, parallèment aux arêtes de la barre, et on le frotte avec du drap mouillé; les vibrations se communiquent à la barre avec facilité. Par ce moyen, imaginé par M. Blanc, on fait vibrer une poutre en frottant une tige de fer implantée dans son extrémité. — On peut aussi tenir la verge par son milieu et la frapper normalement sur une de ses bases, avec un marteau. Si la verge est de métal, le son produit est clair et net.

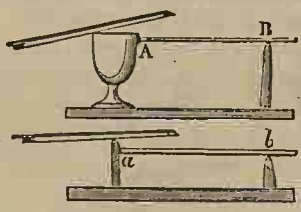


Fig. 578.

On peut encore faire vibrer longitudinalement des lames, en les fixant normalement, avec de la cire à cacheter, à une autre lame *a*, ou à un vase de révolution A, que l'on fait vibrer transversalement (*fig.* 578). Les vibrations transversales imprimées par l'archet aux points A et *a*, ébranlent longitudinalement les lames AB, *ab*. Ce moyen permet d'opérer sur de larges plaques.

762. Lois des vibrations longitudinales. — Ces lois sont les mêmes que pour les colonnes d'air :

1° *Les nombres de vibrations sont en raison inverse de la longueur*, pour les verges de même substance.

2° *La forme et la grandeur de la section sont sans influence*, pourvu que la longueur soit toujours très-grande par rapport aux autres dimensions. Cela se conçoit, le mouvement imprimé à la surface se transmettant aux couches intérieures, de manière que chaque tranche finit par éprouver partout le même mouvement, quelle que soit son étendue. Seulement, il faut agir plus longtemps et plus énergiquement, pour obtenir une même amplitude, quand la section de la verge est plus grande.

3° *Une même verge peut donner les harmoniques des tuyaux ouverts, quand elle est libre aux deux bouts; ceux des tuyaux bouchés, quand elle est fixée à une extrémité; et ceux des tuyaux bouchés aux deux bouts, quand elle est fixée par ses deux extrémités.* Les nœuds ont aussi la même position que dans les tuyaux sonores. Pour faire l'expérience, on tient la verge par un point où doit se trouver un nœud. Quand elle doit être fixée, il faut que l'étau ait une grande masse ; sans cela il vibrerait et altérerait les vibrations de la verge. Les nœuds se reconnaissent en ce qu'on peut les toucher sans modifier le son produit. Le doigt y ressent une impression provenant d'expansions et de contractions qui accompagnent le mouvement longitudinal, comme nous l'avons expliqué en parlant des colonnes d'air (686). Ces lois se vérifient avec des verges de bois, de métal, de verre.....; cylindriques, rectangulaires, etc.

Marloye a imaginé un instrument de musique fondé sur les lois des vibrations ongitudinales des verges; cet instrument consiste en un socle massif de bois, sur

Fig. 579.

lequel sont implantées 20 verges cylindriques de bois de sapin, donnant la gamme chromatique. On les fait vibrer en les frottant avec les doigts enduits de colophane. Les sons de cet instrument sont doux; on peut les soutenir et en graduer l'intensité; un artiste exercé pourrait en tirer un bon parti.

763. Les extrémités libres d'une verge vibrent fortement, comme l'air à l'extrémité ouverte d'un tuyau sonore. On met ce résultat en évidence en plaçant presque horizontalement une longue barre *ab* (*fig.* 579), fixée par le milieu *n*, dont on fait plonger, en partie, l'extrémité *a* dans de l'eau ou du mercure ; quand on la fait vibrer longitudinalement, le liquide est lancé à une grande distance. Une balle *b* soutenue par une tige de baleine, et appuyée sur l'extrémité de la barre, oscille vivement, et un petit pendule est lancé avec assez de force pour faire quelquefois un tour entier.

Savart a mesuré l'amplitude des déplacements de l'extrémité de la barre, au moyen d'un sphéromètre, dont il amenait la pointe contre cette extrémité en repos, puis à une distance telle qu'il entendit une suite de petits chocs pendant qu'il faisait vibrer cette barre, en tirant, pour ne pas la pousser vers le sphéromètre. Il a pu obtenir ainsi un allongement de $0^{mm},60$, sur une verge de laiton de $34^{mm},95$ de diamètre, et de $1^{m},4$ de longueur. Pour produire un pareil allongement par tension directe, il faudrait un poids de 1700 kilos. Une barre de laiton de deux mètres de longueur lui a donné un allongement de 4^{mm}. L'effort, relativement faible, au moyen duquel on ébranle les molécules, développe donc une force énorme. Ce phénomène s'explique par l'accroissement qu'éprouve l'amplitude sous des frictions réitérées ; de même qu'on peut communiquer à un pendule très-lourd un déplacement considérable, par de petites impulsions répétées à chaque oscillation, tandis qu'on ne pourrait l'écarter que très-peu de sa position d'équilibre, par une impulsion unique. Par des vibrations très-énergiques, on peut même amener la rupture d'une verge de verre, qui se divise alors en une multitude de petits anneaux (*fig.* 580), comme l'a vu le premier M. Saint-Ange.

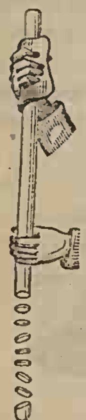


Fig. 580.

764. Relation entre les vibrations transversales et longitudinales. — Le son fondamental d'une verge vibrant longitudinalement est beaucoup plus aigu que celui qu'elle donne en vibrant transversalement. Le rapport entre les deux nombres de vibrations dépend de la forme de la verge ; il a été calculé par Poisson, dans le cas des verges cylindriques et rectangulaires. Soit L la longueur de la verge, e son épaisseur ou son diamètre, n' et n les nombres de vibrations du son le plus grave quand elle vibre longitudinalement, et transversalement, on a les relations

$$n' = n \cdot 2{,}05610 \frac{e}{L}, \qquad \text{et} \qquad n' = n \cdot 1{,}78063 \frac{e}{L},$$

dont la seconde correspond à la verge cylindrique, et dont le coefficient se déduit de celui de la première en multipliant celui-ci par $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Savart a vérifié ces formules par l'expérience.

765. Vibrations longitudinales des cordes. — Pour faire vibrer longitudinalement des cordes ou des bandes minces et flexibles, on les tend par un poids, et on les frotte longitudinalement avec le doigt enduit de colophane, ou avec le bout d'un archet. On trouve que le nombre de vibrations d'une même corde est indépendant de sa grosseur et de sa tension, et que les harmoniques qu'elle peut rendre sont les mêmes que ceux d'un tuyau bouché aux deux bouts. Les différents harmoniques s'obtiennent en plaçant un chevalet aux nœuds, qui sont aussi disposés comme dans les tuyaux bouchés aux deux bouts. Si l'on désigne par n' le nombre de vibrations *longitudinales* pour le son fondamental, par K le coefficient d'élasticité de la substance de la corde, par p son poids, et par l sa longueur ; enfin, par P le poids qui la tend, et par n le nombre de vibrations *transversales*, on aura

$$n' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{gK}{pl}}, \qquad \text{et} \qquad n' = n\sqrt{\frac{K}{P}}.$$

Comme K est très-grand par rapport à P, on voit que les vibrations longitudinales sont beaucoup plus rapides que les vibrations transversales.

766. Vitesse du son dans les solides. — La vitesse du son dans un milieu est liée à la longueur λ de l'onde et au nombre de vibrations n, par la formule $v = n\lambda$. Or la longueur l d'une verge donnant le son fondamental en vibrant longitudinalement, est égale à λ, d'où $v = nl$. Il suffit donc d'évaluer n par une des méthodes connues, pour obtenir la vitesse v.

Pour n'avoir pas à mesurer le nombre absolu de vibrations, Chladni donnait à la verge une longueur égale à la distance λ de deux nœuds consécutifs d'un tuyau d'orgue étroit. Il avait alors, pour la verge, $v = n\lambda$, et pour le tuyau, $v' = n'\lambda$, d'où $v = v'n : n'$; et il déduisait le rapport $n : n'$, de l'intervalle musical des deux sons. Chladni a trouvé ainsi, en prenant pour unité la vitesse du son dans l'air :

Fanon de baleine. . .	$6\frac{2}{3}$	Cuivre.	12	Saule, pin. . .	16
Étain.	$7\frac{1}{2}$	Poirier, hêtre, érable.	12 à 13	Verre.	$16\frac{2}{3}$
Argent.	9	Acajou.	$14\frac{1}{3}$	Fer, acier. . .	$16\frac{2}{3}$
Cuivre jaune. . . .	$10\frac{2}{3}$	Aluminium.	$15\frac{1}{3}$	Sapin.	$16\frac{2}{3}$ à 18

La longueur des verges de bois est prise dans le sens des fibres. Dans le bois de *noyer*, *if*, *chêne*, *prunier*, la vitesse est la même que dans le laiton; et dans

Fig. 581. — 1/20.

le bois d'*ébène*, *charme*, *orme*, *aulne*, *bouleau*, la même que dans l'acajou. Ces nombres, multipliés par 337^m, donnent la vitesse du son dans une file de molécules. Pour avoir cette vitesse dans un espace indéfini, rempli de substance homogène, il faut multiplier les résultats par $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (507).

La vitesse du son dans les corps solides dépend de la densité et de l'élasticité de l'échantillon sur lequel on opère. Pour les bois, elle dépend aussi de la régularité des fibres; quand elles sont contournées, le son produit par la verge peut être plus grave, quelquefois d'une tierce.

767. Méthode de M. Kundt. — M. Kundt obtient immédiatement le rapport des vitesses du son dans une verge et dans l'air, par une comparaison directe [1]. La verge, cylindrique, vv' (*fig.* 581), est engagée dans un long tube de verre dans lequel elle est fixée, par son milieu a, au moyen d'un bouchon serré. L'extrémité v est maintenue par un anneau de liége ne gênant pas ses vibrations. En p est un bouchon mobile qui permet de régler la longueur de la colonne

[1] *Le Son*, par J. Tyndall, trad. de M. l'abbé Moigno (1869), p. 221.

d'air. Le tube est saupoudré en dedans de poudre légère de lycopode, silice ou magnésie. Quand on fait vibrer longitudinalement la verge, la poudre se détache et tombe sur l'arête inférieure du tube placé horizontalement, et forme de petits tas sur les nœuds de la colonne d'air, qui donne un harmonique du son fondamental de la verge; la longueur de l'onde étant beaucoup plus grande dans celle-ci que dans le gaz. Les tas sont surtout nettement séparés quand la longueur de la colonne d'air est un multiple de la longueur d'onde dans la verge. Quand cela n'a pas lieu, la poudre forme des stries transversales entre les nœuds. La longueur L de la verge étant égale à la longueur de l'onde simple dans sa substance, s'il y a m segments vibrants dans la longueur l de la colonne d'air, il y en aurait $m\,\mathrm{L} : l$ dans une longueur égale à L, et cette quantité représente le rapport des vitesses du son dans la verge et dans l'air. — M. Kundt est arrivé ainsi, pour l'*acier*, le *verre*, le *cuivre* et le *laiton*, aux nombres 15,34; 15,25; 11,96; 10,87, qui diffèrent très-peu de ceux qu'a trouvés Wertheim dans des expériences que nous décrivons plus loin, malgré la différence de composition des matières employées.

En remplissant le tube *ab* de divers gaz, on peut, en comptant les segments formés, comparer les vitesses du son dans ces gaz à la vitesse dans l'air. M. Kundt, dans une expérience, a vu se former, dans l'*air*, l'*acide carbonique*, le *gaz d'éclairage* et l'*hydrogène*, 32, 40, 20 et 9 segments; d'où il a déduit, pour les rapports de la vitesse dans l'air aux vitesses dans les trois derniers gaz, les nombres $\frac{32}{40} = 0{,}8$; $\frac{32}{20} = 1{,}6$; $\frac{32}{9} = 3{,}56$. — On peut aussi, comme l'a fait d'abord M. Kundt, employer simplement un tube de verre fermé à ses deux extrémités; en le tenant par le milieu et lui faisant rendre, par des frictions longitudinales, le son fondamental, on déduit le rapport des vitesses du son dans le verre et dans le gaz qui remplit le tube, du nombre des segments vibrants, qui sont couverts de stries transversales, tandis que chaque nœud est marqué par un espace vide entouré d'une couronne ovale de poussière.

768. Application du tube de Kundt à la vitesse du son dans les liquides. — MM. Kundt et Lehmann ont opéré sur des liquides, en en remplissant le tube *ab* (*fig.* 581), et en employant de la limaille de fer, qui indique les nœuds de la colonne liquide, comme les poudres fines indiquent ceux des gaz. Ils ont obtenu ainsi, pour l'eau, des vitesses notablement inférieures au nombre 1437^{m} trouvé par Colladon et Sturm dans le lac de Genève (600), et qui dépendaient du diamètre et de l'épaisseur du tube. Voici quelques-unes de ces vitesses :

Diamètres intérieurs :	$28^{\mathrm{mm}},7$	34^{mm}	$23^{\mathrm{mm}},5$	$16^{\mathrm{mm}},5$	14^{mm}
Épaisseurs des parois :	$2^{\mathrm{mm}},2$	3	3	5	5
Vitesses obtenues :	1040^{m}	1227	1262	1360	1383

On voit que ces vitesses, sans atteindre celle qui a été trouvée par l'expérience

[1] *Journal de physique*, de M. d'Alméida, t. V, p. 159.

directe, sont d'autant plus grandes que le diamètre du tube est plus petit et l'épaisseur des parois, plus grande; ce qui autorise à penser que l'ébranlement notable communiqué aux parois du tube par les vibrations de l'eau, qui est plus de 770 fois plus dense que l'air, est une cause de diminution considérable dans la rapidité des vibrations, et par conséquent dans la vitesse calculée, d'après la formule $v = n\lambda$. Il en est de même d'un tuyau d'orgue, qui donne un son plus grave, quand les vibrations de la colonne d'air se communiquent à des parois très-minces (674).

Nous avons vu (720) comment Wertheim, en faisant résonner dans l'eau un tuyau à bouche, avait trouvé la vitesse du son dans ce liquide égale à 1173^{m}, nombre qui, multiplié par $\sqrt{3:2}$ donne 1437^{m}; d'où il avait conclu que, comme pour les solides, la vitesse du son dans une *colonne* liquide est à la vitesse dans une masse indéfinie, comme $\sqrt{2}$ est à $\sqrt{3}$. Mais les expériences que nous venons de rapporter sont opposées à cette manière de voir. Antérieurement, M. Helmholtz et M. André avaient attribué la faiblesse des résultats observés par Wertheim à la communication des vibrations aux parois des tuyaux, en rejetant ainsi une hypothèse contraire à tous les principes de la théorie des liquides. La coïncidence entre les compressibilités calculées par Wertheim et les résultats des expériences de M. Grassi (721) ne doit donc être considérée que comme fortuite, et peu concluante, à cause de la petitesse d'une partie des nombres sur lesquels repose la comparaison.

II. Nodales longitudinales et coexistence de vibrations transversales.

769. Caractère des lignes nodales. — Pendant qu'une verge, une plaque, etc., vibrent longitudinalement, si l'on jette du sable sur une face, supposée plane et horizontale, on le voit s'arranger suivant des lignes de repos. S'il s'agit de verges rondes ou de cordes, on reconnaît les nœuds au moyen d'anneaux de papier. Il y a entre ces lignes nodales et celles des vibrations transversales des différences notables signalées par F. Savart[1] : 1° les lignes nodales qui accompagnent les vibrations longitudinales ne limitent pas les longueurs d'onde dans lesquelles la verge se divise, car elles sont beaucoup plus nombreuses, et on peut les toucher presque partout sans modifier le son; 2° le sable ne s'y rend pas en sautant, mais en glissant sur la surface; 3° ces lignes ne se correspondent pas sur deux faces opposées, mais elles alternent, et les nœuds d'une face sont au milieu des espaces qui séparent ceux de l'autre face. Quand la verge est très-mince, ce résultat n'a lieu qu'à peu près. Savart trouve les lignes nodales en dessous, sans retourner la lame, au moyen d'un petit brin de fil de fer porté par deux autres qui sont flexibles, et sur lesquels le premier roule pour venir se placer sur les nodales dès que la lame le touche. Si l'on fait

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XIV, p. 113.

rendre le son 2 à la verge, en la serrant au tiers de sa longueur, on obtient un plus grand nombre de nodales. Ces lignes se dessinent généralement mal près des surfaces nodales des ondes dans la verge, et elles apparaissent d'abord près des extrémités libres. Des verges étroites de métal, de bois, donnent les mêmes résultats.

Les lignes nodales sont des droites transversales, quand la verge est étroite;

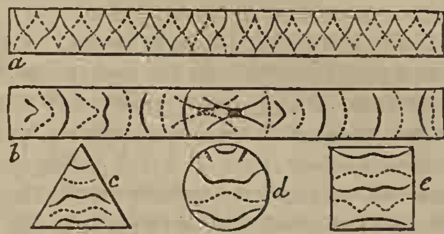


Fig. 582.

quand elle est plus large, elles deviennent courbes, en présentant toujours le même caractère d'alternance sur les deux faces. La figure 582 en présente plusieurs exemples : les lignes ponctuées appartiennent aux nodales de la face postérieure. Ces figures s'obtiennent en faisant vibrer longitudinalement les plaques *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, au moyen du vase de révolution (*fig*. 578), et en renversant l'appareil, pour voir les nodales de la face inférieure.

Verges carrées. — Sur les verges à section carrée, les nodales prennent des dispositions très-variées. Par exemple, sur la verge A (*fig*. 583), les arêtes *m*, *m* sont des lignes de repos séparant des parties animées de mouvements en sens inverse. Les deux autres arêtes sont, au contraire, en mouvement, comme on peut le reconnaître au moyen d'anneaux de papier, qui glissent vivement pour se rendre aux nœuds, vers lesquels le sable marche dans le sens indiqué par les flèches. Sur la verge *a*, les nodales forment une ligne brisée continue indiquée par un trait double.

Verges cylindriques. — Les nodales sont tantôt formées de nœuds alternes et semi-annulaires, réunis par deux nodales longitudinales A (*fig*. 584), tantôt elles dessinent une ligne rampante continue, une sorte d'hélice B, de même sens ou de sens contraire dans les deux moitiés. Dans les tubes, l'intérieur offre la même disposition que l'extérieur, mais avec alternance des spires. De part et d'autre d'une ligne de repos parallèle à l'axe, le sable est entraîné dans deux sens opposés; cela se voit facilement dans les tubes; quand le sable arrive sur une

Fig. 583.

ligne de repos, il forme un amas elliptique *o* (*fig.* 584) et tourne sur lui-même dans le sens indiqué par les flèches.

F. Savart a aussi étudié la disposition des lignes nodales sur les verges à section rectangulaire ou triangulaire, sur les cordes et sur les bandes flexibles.

Remarquons, enfin, que les verges vibrant longitudinalement peuvent ne pas donner de nodales; mais alors le son est très-faible et sort difficilement.

770. Origine des lignes nodales sur les bandes étroites. — F. Savart a reconnu que *les distances de deux nodales consécutives* (*placées sur deux faces opposées*) *sont* : 1° *indépendantes de la largeur;* 2° *proportionnelles à la racine carrée de l'épaisseur, ou au diamètre quand la verge est cylindrique;* 3° *proportionnelles à la racine carrée de la longueur*[1].

Savart a conclu des lois qui précèdent que les lignes nodales sont dues à des vibrations transversales accompagnant le mouvement longitudinal, et isochrones avec lui. La première loi découle évidemment de cette supposition. Quant à la seconde, les vibrations longitudinales étant indépendantes de l'épaisseur, et la

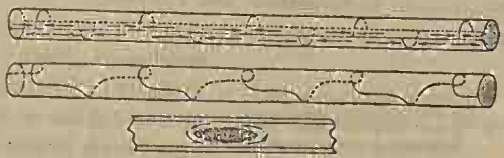


Fig. 584.

rapidité des vibrations transversales lui étant proportionnelle, pour que l'isochronisme soit conservé, il faut que la longueur des parties vibrant transversalement compense l'influence de l'épaisseur, et pour cela que cette longueur soit en raison directe de la racine carrée de l'épaisseur, les nombres de vibrations transversales étant en raison inverse des carrés des longueurs (735). Enfin, la troisième loi résulte de ce que les nombres de vibrations longitudinales sont en raison inverse des longueurs, tandis que ceux des vibrations transversales sont en raison inverse de leurs carrés; il faut donc, pour qu'il y ait isochronisme, que les parties vibrant transversalement augmentent proportionnellement à la racine carrée de la longueur de la verge.

Les longueurs des parties vibrantes des cordes tendues vibrant longitudinalement, *sont proportionnelles à la longueur et à la racine carrée de la tension*; ce qui s'accorde aussi avec un mouvement transversal isochrone des vibrations longitudinales. Cela est évident pour la loi des longueurs. Pour celle des tensions, le mouvement longitudinal étant indépendant de la tension, il suffit de rappeler que le nombre de vibrations transversales est en raison directe de la racine carrée de la tension (726). Pour vérifier ces lois, il faut employer des cordes de 2 ou

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. LXV, p. 337.

3 mètres de longueur, afin que la rigidité n'ait pas d'influence sensible sur les vibrations transversales.

Savart a confirmé la coexistence du mouvement transversal, au moyen d'expériences décisives : 1° ayant fait vibrer *transversalement* une verge ou une corde, en lui faisant dessiner les mêmes nodales que lorsqu'elle vibre longitudinalement, lignes qui se montrèrent à la fois sur les deux faces, il obtint un son à l'unisson du son longitudinal, ou en différant à peine; 2° une verge rectangulaire *ab* (*fig*. 585), dont la face inférieure plonge dans du mercure, étant mise en vibration en frottant la partie *bc*, rend le même son que dans l'air, et il se forme, près de ses faces, des rides transversales séparées par des points *n*, *n*, *n*, *n* correspondants aux nœuds des deux faces à la fois; ce qui montre que la longueur des parties vibrantes est bien égale à la moitié de la distance qui sépare deux nœuds voisins d'une même face.

Les lignes nodales courbes des plaques et des verges prismatiques ou cylindriques (*fig*. 582, 583, 584) proviennent de la coexistence de vibrations par torsion; nous y reviendrons en parlant des vibrations tournantes (777).

771. Explication de la formation des nodales. — Après avoir prouvé l'existence du mouvement transversal accompagnant le plus souvent le mouvement longitudinal, Savart a cherché à expliquer la formation des nodales et leur disposition alterne sur les deux faces des verges, en supposant que le mouvement transversal n'est composé que de demi-vibrations se fa sant, dans deux parties vibrantes voisines, d'un côté opposé de l'axe de la verge; mais, malgré les expériences ingénieuses par lesquelles il a cherché à appuyer cette explication, elle ne peut être acceptée aujourd'hui.

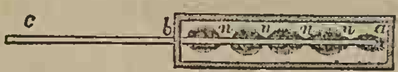


Fig. 585.

M. Terquem[1] a montré que le déplacement du sable est dû aux mouvements des molécules superficielles de la verge, oscillant dans des directions qui dépendent de la coexistence des deux mouvements, l'un parallèle à l'axe, produit par les vibrations longitudinales, l'autre perpendiculaire au premier, et provenant des vibrations transversales; idée déjà émise, mais sans développement, par A. Seebeck.

M. Terquem commence par prouver que, pour qu'il y ait des lignes nodales, il faut que la verge puisse, en vibrant transversalement, donner un harmonique à peu près à l'unisson du son longitudinal; et que, si l'on produit cet harmonique par vibrations transversales, les nodales se dessinent sensiblement dans les mêmes positions que pendant les vibrations longitudinales, seulement elles se montrent alors des deux côtés. Si la verge ne peut donner, en vibrant transversalement, un harmonique voisin du son longitudinal, il n'y a plus de lignes nodales pendant les vibrations longitudinales. Si alors on la raccourcit peu à peu, ce qui fait

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LVII, p. 129.

monter les harmoniques du mouvement transversal plus rapidement que le son longitudinal (les vibrations transversales variant en raison inverse du carré de la longueur (726), et les vibrations longitudinales, en raison inverse de la simple longueur), on finit par trouver un harmonique assez voisin du son longitudinal pour que les nodales se produisent.

Cela posé, pour expliquer l'alternance des nodales sur les faces opposées d'une verge, considérons, avec M. Terquem, un nœud transversal AB (*fig*. 586) placé en un point quelconque, autre que le milieu de la verge, dont les faces sont AC, BD. Soient o, o' deux molécules situées de part et d'autre du nœud, et se déplaçant, en un moment donné, dans le même sens oc, $o'c'$, en vertu du mouvement longitudinal, et en sens contraire oa, $o'a'$, en vertu du mouvement transversal. Ces molécules décriront, par suite de la composition des mouvements, des lignes or, $o'r'$ obliques à l'axe de la verge. Lors du mouvement longitudinal et du mouvement transversal en sens contraire, les molécules marcheront suivant os et $o's'$; elles oscilleront donc suivant rs, $r's'$.

Si nous supposons maintenant des grains de sable déposés sur la surface AC, ils recevront une impulsion oblique des molécules superficielles de la lame, pendant leur mouvement vers l'extérieur, et seront lancés dans des directions parallèles à or et à $o's'$; et comme l'amplitude des vibrations transversales est très-petite, le sable s'écartera à peine de la surface, et semblera glisser. Dans le mouvement de retour, les grains de sable resteront en place sur la surface qui se retire, sans en recevoir de nouvelle impulsion. On voit donc que le sable s'éloignera de A, sur la surface AC, tandis qu'il s'avancerait vers B, sur la face BD, si elle était en dessus. Au nœud suivant CD, le sable sera chassé vers le point C, d'un côté, tandis qu'il s'éloignera du point D, du côté opposé.

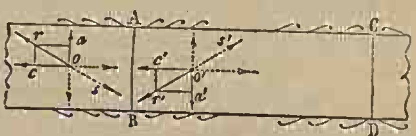


Fig. 586.

On voit que l'alternance des nœuds provient de la combinaison du mouvement longitudinal avec le mouvement transversal. Quand ce dernier existe seul, le sable est lancé normalement à la surface, et, à cause de la légère obliquité sur l'axe que prend cette dernière, il se rapproche de la ligne nodale à chaque petit bond qu'il fait, et de la même manière sur les faces opposées.

772. Disposition des nodales. — Il y a deux dispositions générales des lignes nodales, suivant que l'harmonique transversal le plus rapproché du son longitudinal correspond à un nombre pair ou impair de nœuds : 1° Si le nombre est *pair*, si, par exemple, il y a 14 nœuds, ce qu'on obtient facilement avec une verge de 1^m environ et de $6^{mm},14$ d'épaisseur, on a les dispositions AA, BB (*fig*. 587); les nœuds sont placés sur chaque face symétriquement par rapport au milieu n, et il y a deux nœuds consécutifs sur une des faces. Le nœud longitudinal n n'est marqué que sur la face opposée, et sa distance aux nœuds voisins 6 et 9, est égale à la distance des autres nœuds, multipliée par $\frac{3}{2}$. Du reste, M. Terquem ayant mesuré les distances des nœuds, les a trouvées égales à celles que donnent les formules de M. Lissajous pour les vibrations transversales (736).

Si le nombre de nodales de l'harmonique transversal est *impair*, on a les dispositions CC ou DD, dans lesquelles les nœuds extrêmes sont sur les faces opposées. Il y a quelquefois passage brusque de cette disposition à la première, pour une faible diminution de longueur de la verge.

On rend compte de tous ces résultats par le raisonnement ci-dessus (771), en remarquant que le mouvement longitudinal a lieu, au même instant, en sens opposé, dans les molécules situées de part et d'autre du nœud longitudinal n.

M. Terquem est arrivé à des résultats tout aussi satisfaisants en considérant le cas où il y a deux nœuds de vibrations longitudinales.

773. Actions réciproques des deux modes de vibrations. — De même

Fig. 587.

qu'un ébranlement longitudinal provoque des vibrations transversales, de même, si l'on produit directement un harmonique transversal, le son longitudinal se développe s'il diffère peu de cet harmonique. Si, la différence étant trop grande, le son longitudinal ne sort pas, on raccourcit peu à peu la verge, les deux sons se rapprochent, le mouvement longitudinal se produit, et l'alternance des nœuds se manifeste, d'abord aux extrémités, puis de proche en proche jusqu'au milieu. Il est à remarquer que les nœuds présentent alors une disposition inverse de celle qu'ils affectent quand on produit directement les vibrations longitudinales.

Quand, en continuant de raccourcir la verge, la différence des sons devient insensible à l'oreille, on a beaucoup de peine à produire directement l'un ou l'autre mode de vibration. Si l'on excite les vibrations longitudinales, le sable passe souvent des nœuds qu'il indique d'abord aux nœuds intermédiaires. Quand on arrive à l'unisson, le sable saute sans cesse d'un système de nœuds au système intermédiaire, en les dessinant quelquefois tous les deux, mais toujours confusément.

Des phénomènes analogues ont lieu quand on ébranle la verge transversalement. Il semble donc que l'un des mouvements ne peut exister sans l'autre; et suivant que l'un des sons est un peu plus haut ou plus bas que l'autre, le sable dessine sur la face supérieure, un système de nœuds, ou des nœuds intermédiaires; de manière que, dans le cas de l'unisson, il y a indécision dans les mouvements du sable. Il semble donc que les vibrations coexistantes sont la conséquence d'un défaut d'homogénéité, et que, si la verge était parfaitement homogène, le son longitudinal pourrait se produire seul. C'est, en effet, ce que F. Savart a constaté sur des bandes de glace, dont la structure était sensiblement homogène.

774. Son rauque. — F. Savart a remarqué que certaines verges, ébranlées longitudinalement avec énergie, produisent parfois un son rauque, à l'octave grave du son longitudinal, et d'un timbre particulier. Ce son correspond à des vibrations transversales d'une amplitude assez grande pour que la verge puisse se briser quand elle est de verre. Savart avait cherché à rattacher ce nouveau phénomène à sa théorie (771); mais M. Terquem en rend compte d'une manière toute naturelle en l'attribuant à un mouvement transversal donnant un harmonique sensiblement à l'octave grave du son longitudinal. En effet, le son rauque se produit toujours quand cet harmonique existe, et ne se produit plus quand il n'existe pas. Du reste, il ne sort que par intermittences, et le mouvement du sable est assez compliqué; ce qui tient à ce que les molécules de la verge, sollicitées par des vibrations d'inégale durée, parcourent, en oscillant, des courbes en forme de 8, semblables à celles que l'on obtient dans les expériences de M. Lissajous (668), quand les deux diapasons sont à l'octave.

§ 5. — VIBRATIONS TOURNANTES

775. Lois des vibrations tournantes. — Les vibrations tournantes ou par torsion, distinguées par Chladni, se développent dans une verge que l'on tient entre les doigts par le milieu, et que l'on frotte avec un archet perpendiculaire à sa longueur. Si la verge produit le son fondamental, le sable dessine sur sa surface supérieure une nodale longitudinale, qui la partage en deux parties égales, et de chaque côté de laquelle les mouvements alternatifs sont opposés. D'après l'expérience, les nombres de vibrations par torsion sont en raison inverse de la longueur et de la largeur, et proportionnels à l'épaisseur [1].

Fig. 588.

Une même verge peut produire différents sons, en se partageant en parties vibrantes séparées par des lignes nodales transversales, indépendamment de la nodale longitudinale. Si la verge est libre aux deux bouts, fixée aux deux bouts, ou fixée à un bout seulement, les lignes nodales transversales, et la série des harmoniques, sont les mêmes que dans le cas des vibrations longitudinales.

On peut, du reste, passer graduellement des modes de division qui correspondent aux vibrations tournantes à ceux qui correspondent aux vibrations transversales. Il suffit pour cela de déplacer peu à peu les doigts qui serrent la verge. On voit, dans la figure 588, un exemple de cette transformation continue des lignes nodales.

D'après Chladni, le son d'une verge cylindrique ou prismatique est plus grave d'une quinte que le son longitudinal de la même verge partagée de la même manière. Dans son travail sur l'élasticité de torsion (518), Wertheim[1] a trouvé, pour l'expression du rapport entre les nombres n' et n des vibrations tournantes et longitudinales d'une verge carrée ou cylindrique, la formule

$$[1] \quad \frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 1{,}6331 \,; \qquad \text{et} \qquad \frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{a^2 + b^2}{ab}, \quad [2]$$

pour une verge rectangulaire dont l'épaisseur et la largeur sont a et b.

776. Explication des lignes nodales. — M. Terquem explique la formation des lignes nodales dans les vibrations tournantes, par les impulsions obliques données au sable par les molécules superficielles des verges. Par exemple, supposons une verge plate, et soit ABCD (*fig.* 589) sa section droite; les déplacements par torsion des molécules o, o', déplacements perpendiculaires à oc, $o'c$, seront, en général, obliques aux faces latérales, excepté pour les molécules placées au milieu m de la largeur d'une face, où le mouvement sera tangentiel. Le sable sera donc lancé obliquement, pendant le mouvement à l'extérieur, des arêtes vers le milieu, où il s'arrêtera, les mouvements tangentiels alternatifs en m ne pouvant le soulever; de là la nodale longitudinale. Quant aux nodales transversales qui se produisent pour les harmoniques, elles sont dues à ce que les torsions alternatives sont de sens inverse, au même instant, de part et d'autre de ces lignes; les molécules superficielles y sont donc en repos. Du reste, ces lignes sont très-fines, et le sable y reste quand il s'y trouve, mais ne s'y transporte pas.

777. Coexistence des vibrations tournantes et longitudinales. — Quand on fait vibrer longitudinalement une lame assez large, elle se couvre de nodales courbes (*fig.* 582), qui s'expliquent par la coexistence de vibrations tournantes à peu près à l'unisson des vibrations longitudinales. M. Terquem, auquel on doit encore cette explication[2], remarque d'abord qu'il ne peut exister un harmonique par torsion, à l'unisson du son longitudinal, pour les verges carrées ou cylindriques; car, d'après la formule [1] (775), le rapport $n : n'$ des nombres de vibrations est indépendant de la longueur et des dimensions transversales, et, de plus, il est incommensurable. La formule [2], qui devient

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{2}{3c}} \cdot \frac{a^2 + b^2}{ab},$$

[1] *Annales de chimie et de physique,* 3e série, t. L, p. 258.

[2] *Annales de chimie et de physique,* 3e série, t. LVII, p. 168.

quand on y introduit un coefficient de correction c, à cause du désaccord qui existe, pour les vibrations tournantes, entre la théorie et l'expérience, montre que, dans le cas des verges rectangulaires, le rapport $n : n'$ peut devenir égal à l'unité, pour diverses valeurs de a et b. Alors la coexistence des vibrations tournantes détermine la formation de nodales alternant sur les deux faces.

Soit o (*fig.* 589) une molécule et ot la direction du mouvement, normal à oc, qu'elle reçoit par torsion à un instant donné. Le mouvement longitudinal ayant lieu au même instant suivant ol, la molécule se déplacera suivant or dans un plan perpendiculaire à oc, et lancera le sable à chaque mouvement en dehors, vers le nœud n. Le sable viendra aussi de A′ en n, le mouvement de torsion étant, dans cette partie de la verge, en sens inverse de ce qu'il est en An. En dessous, sur la face CD, le mouvement des molécules superficielles éloignera, au contraire, les grains de sable de la ligne nn' puisqu'il ne sera chassé que pendant le mouvement suivant $o''r$ parallèle et opposé à or, si l'on suppose les molécules o' et o'' placées symétriquement par rapport à c. On voit aussi que la molécule o' aura,

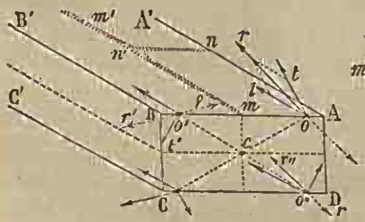


Fig. 589.

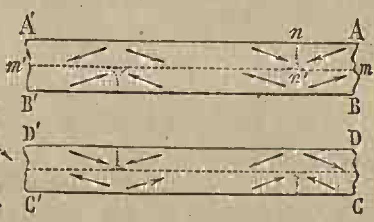


Fig. 590.

au moment considéré, un mouvement suivant r', en dedans et vers B′, la torsion se faisant suivant t'; de sorte que son mouvement ρ, en dehors, éloignera le sable, de B′. On voit représentées par des flèches (*fig.* 590), les projections des résultantes extérieures or, $o'\rho$, $o''r$, sur les deux faces de la lame, à un instant donné. Les nœuds sont disposés de la même manière que si les deux moitiés de la verge séparées par la ligne nodale médiane vibraient transversalement et en sens contraire. Quand on fait l'expérience, on voit le sable glisser en formant de chaque côté de la nodale médiane deux courants contraires séparés par une mince ligne de sable en repos. En même temps, on voit que les nœuds transversaux se réunissent au nœud longitudinal, par des parties courbes où le sable s'arrête, parce que les mouvements de torsion, très-faibles près des nodales transversales, et dirigés presque tangentiellement près de la nodale médiane, n'ont plus la force de chasser le sable.

Quand les lames sont très-larges et de formes diverses, l'alternance des lignes nodales s'explique toujours au moyen des mêmes principes, et les courbures bizarres qu'elles affectent se rattachent à la coexistence, avec les vibrations longitudinales, de vibrations transversales ou tournantes, ou des deux à la fois.

M. Terquem a conclu de l'ensemble des expériences nombreuses que nous venons de résumer, que, *si dans un corps solide, deux modes différents de vibration peuvent produire le même son, ils devront exister simultanément, quel que soit le mode d'ébranlement adopté.*

§ 6. — VIBRATIONS DES SOLIDES A TROIS DIMENSIONS COMPARABLES

778. Les corps solides, dont aucune des trois dimensions n'est petite par rapport aux autres, ne peuvent être, en général, mis en vibration que par des chocs, ou par communication des vibrations longitudinales imprimées à une tige fixée en un point de leur surface. Ces vibrations se font généralement par compression et expansion; mais elles peuvent aussi se produire par flexion et torsion. Il doit arriver aussi que les ondes réfléchies à la surface même du corps, s'entrecroisent dans son intérieur en formant des surfaces nodales, planes ou courbes, comme cela arrive, ainsi que nous l'avons vu, dans les masses d'air de forme quelconque (690). Il peut aussi se produire différents harmoniques, auxquels correspondent des systèmes nodaux différents. Ces harmoniques peuvent coexister, mais les sons engendrés sont de si courte durée qu'il est difficile de les distinguer, dans la plupart des cas.

Les corps élastiques, denses et homogènes, suspendus par un cordon qui les entoure à peu près sur une ligne nodale, donnent, quand on les frappe avec un corps dur, des sons clairs et d'une pureté remarquable. Des silex pyromaques, non fissurés par des chocs, sont dans ce cas. En en formant une série choisie de manière à donner la gamme chromatique, on a construit un instrument de musique pouvant servir à jouer des airs avec une grande netteté, et produisant des effets d'autant plus singuliers que les corps qui le composent sont plus informes et plus irréguliers.

779. Loi générale. — *Les nombres de vibrations du son fondamental des masses de même substance homogène et de formes semblables sont en raison inverse des dimensions homologues.* Nous avons déjà vu cette loi ressortir de la combinaison de deux autres lois, dans les verges élastiques (735) et dans les plaques vibrantes (747). Ainsi, deux sphères de même substance, suspendues par des fils, et dont les diamètres sont doubles l'un de l'autre, donnent l'octave quand on les frappe avec un marteau. Deux cubes, deux cylindres semblables, etc., peuvent servir de même à constater cette loi, que les masses gazeuses nous ont également présentée (692), et qui, ayant lieu très-probablement aussi pour les liquides, doit être considérée comme l'expression la plus générale des lois du mouvement vibratoire.

§ 7. — ÉTUDE DE L'ÉLASTICITÉ PAR LES VIBRATIONS

I. Élasticité des solides homogènes.

780. Les vibrations des corps solides dépendant de leur élasticité, on pourra reconnaître les modifications qu'éprouve cette propriété, au moyen des changements dans les sons engendrés par ces corps. Par exemple, Savart a pu reconnaître que du soufre coulé en forme de plaque, change de structure pendant longtemps; car le son que produit la plaque, monte pendant plusieurs mois. Des verges, sur les faces desquelles il avait dessiné des lignes nodales, en présentaient d'autres disposées autrement, quelques semaines, quelques mois, quelques années après; ce qui atteste un changement de structure. L'influence de l'écrouissage et du recuit peut aussi se reconnaître par le même moyen. Le même physicien a vu des bandes qui présentaient des lignes nodales disposées en accolades (*fig.* 582) ne plus présenter qu'un système de lignes droites, par l'effet d'un léger changement de température, ce qui montre l'influence de la chaleur sur l'élasticité, dans des circonstances où les méthodes directes n'auraient pu la faire reconnaître.

781. Expériences de Wertheim. — Nous avons trouvé, pour les solides, les trois formules

$$v=\sqrt{\frac{g}{l}},\ (601),\qquad n'=\frac{v}{\lambda};\qquad \text{et}\qquad n'=n\,.\,2{,}05610\,\frac{c}{L},\ (764).$$

dans lesquelles v est la vitesse du son, l le coefficient d'élasticité[1], n le nombre de vibrations transversales, et n' le nombre de vibrations longitudinales d'une verge dont c et L sont l'épaisseur et la longueur. On pourra donc, en partant du nombre de vibrations longitudinales ou transversales d'une verge, calculer son coefficient d'élasticité, et la vitesse du son dans une colonne de cette substance. C'est ce qu'a fait Wertheim, dans le travail dont nous avons parlé à propos des allongements des verges (502).

Appareil. — Pour évaluer le nombre de vibrations transversales d'une verge fixée par une extrémité, Wertheim compare ce nombre à celui que donne un diapason faisant 256 vibrations par seconde, au moyen de l'appareil (*fig.* 592). D est un disque vertical de verre, garni de noir de fumée, et qu'un mouvement d'horlogerie à poids, P, fait tourner régulièrement. Ce mécanisme peut glisser perpendiculairement au disque, entre deux coulisses, dont une se voit en *c*. La verge V est serrée dans un étau, par son milieu, ce qui diminue l'influence de

[1] C'est-à-dire l'allongement d'une barre ayant pour longueur l'unité, et soumise à un effort de tension égal à son propre poids (501).

la compression, et porte à son extrémité un léger style en fil de laiton qui trace ses vibrations sur le noir de fumée du disque, à côté de celles du diapason chronoscopique *d*.

Après avoir mis la verge V en vibration, on abaisse la pédale N*o*; le cordon C′ fait alors avancer le disque, en faisant tourner un rouleau *r*, sur lequel s'enroule une corde attachée au système du disque. Le déplacement est limité, par les vis *v*, *v*, de manière que le disque touche légèrement les styles de la verge et du diapason. En même temps, le cordon C agit, par l'intermédiaire d'un levier coudé, sur le levier *l*, dont il dégage rapidement l'extrémité, des branches du diapason, qui est ainsi mis en vibration. Quand le disque a fait à peu près un tour entier, on abandonne la pédale, et l'appareil rétrograde par l'effet du contre-poids P′. On trouve alors, sur le noir de fumée, deux dessins concentriques; l'un, *d*, produit par le diapason (*fig.* 591), l'autre, *p*, par la verge. On enlève alors

Fig. 591.

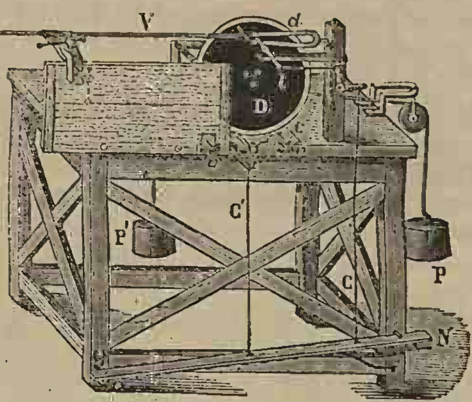


Fig. 592.

le disque, et l'on compte les nombres de vibrations compris entre deux rayons que l'on trace sur le noir de fumée, et qui passent par deux sommets de la courbe tracée par les vibrations de la verge.

Pour obtenir les vibrations longitudinales, Wertheim remarque qu'elles sont toujours accompagnées de vibrations transversales. Il fait dessiner les deux genres de vibrations sur une bande de verre couverte de noir de fumée, et que l'on fait mouvoir à la main, en appuyant très-légèrement sur le style que porte la verge. On peut alors compter, sur le dessin formé, *a* (*fig.* 591), le nombre de vibrations longitudinales accomplies pendant une vibration transversale, dont la durée a été déterminée au moyen du plateau mobile. Wertheim comptait les traits qui marquent les vibrations, au moyen d'un microscope à réticule. Le tableau qui suit renferme une partie des résultats qu'il a obtenus. La vitesse du son dans l'air est prise pour unité, et le coefficient d'élasticité est ici le nombre de kilogrammes capables de doubler la longueur d'une barre ayant pour section 1^{mm} carré.

MÉTAUX	COEFFICIENT D'ÉLASTICITÉ D'APRÈS			VITESSE DU SON D'APRÈS		
	les vibrat. longitud.	les vibrat. transv.	l'allongement.	les vibrat. longitud.	les vibrat. transv.	l'allongement.
Plomb coulé.. ..	1993,4	1985,2	1775,0	3,974	3,966	3,561
Étain coulé......	4643,0	4172,0	»	7,465	7,076	»
Cadmium étiré...	6090,3	5424,0	»	7,903	7,456	»
— recuit..	4241,0	5313,0	»	6,651	7,444	»
Or étiré........	8599,0	8644,6	8131,5	6,424	6,441	6,247
— recuit.	6372,0	5989,0	5584,6	5,603	5,432	5,245
Argent étiré.....	7576,0	7820,4	7357,7	8,057	8,186	7,940
— recuit. ...	7242,0	7533,0	7140,5	7,903	8,060	7,847
Zinc étiré.......	9555,0	8793,6	8734,5	11,007	10,560	10,524
— recuit......	9292,0	9641,0	»	10,814	11,016	»
Palladium étiré...	»	12395	11759	»	10,066	9,804
— recuit..	»	11281	9789	»	9,450	8,803
Cuivre étiré.	12536	12513	12449	11,167	11,157	11,128
— recuit.....	12540	11833	10519	11,167	10,847	10,703
Platine en fil.....	17165	17153	17044	8,467	8,456	8,437
— recuit	15611	15355	15518	8,111	8,045	8,087
Fer du Berry étiré.	19903	18547	20869	15,108	14,584	15,472
— recuit.	19925	19410	20794	15,108	14,913	15,433
Acier fondu étiré..	19823	18247	19549	15,108	14,495	15,003
— recuit.	19828	18811	19561	15,108	14,716	15,006
Verre à glaces....	6844	»	6183	15,707	»	»

Les coefficients d'élasticité donnés par les vibrations sont tous un peu supérieurs à ceux que donnent les allongements. Wertheim avait d'abord expliqué cette différence par de la chaleur dégagée par la compression, pendant les vibrations ; mais, après avoir introduit des modifications importantes dans les formules du mouvement vibratoire des solides, il reconnut que cette chaleur dégagée n'a pas d'influence dans ce cas.

782. Vérification des formules mathématiques, par les vibrations. — Nous avons vu que Wertheim a établi que la variation de l'unité de volume d'une barre pressée par tous les points de sa surface est égale à l'allongement qu'elle subit quand elle est tirée dans le sens de sa longueur seulement (507) ; ce qui renverse une conséquence des calculs établis antérieurement pour exprimer les lois de l'équilibre et du mouvement des corps élastiques. Wertheim a alors modifié ces formules et a cherché à vérifier par l'expérience celles qu'il leur a substituées; les vibrations donnent un moyen de contrôle qu'il n'a pas négligé d'employer. Ainsi, il résulte des formules de Poisson que le nombre n de vibrations longitudinales, correspondant au son le plus grave que produit une verge cylindrique encastrée par son milieu et libre aux deux bouts, est lié au nombre n' de *vibrations tournantes* de la même verge, par la relation $\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{5}{2}} = 1,5811$. D'après les formules de Wertheim, ce rapport est $\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 1,6330$. L'expérience a donné, pour l'acier fondu, le fer et le laiton, les nombres 1,6364, 1,6350, 1,6212, dont la moyenne est 1,6309; ce qui confirme les nouvelles formules. Dans ces expériences, Wertheim avait soin d'envelopper la verge d'une bande de drap, pour empêcher que l'étau ne participât aux vibrations tournantes, ce qui aurait fait baisser le son. Nous avons fait connaître un autre moyen de vérification, dans lequel on emploie les vibrations des plaques circulaires (752).

II. Élasticité dans les corps non homogènes.

783. Dans les corps non homogènes, comme certains cristaux, l'élasticité n'est pas la même dans différentes directions, ainsi que l'attestent les divers clivages (487). Les substances organiques à structure fibreuse sont dans le même cas. F. Savart a eu l'idée d'étudier la distribution de l'élasticité dans ces corps, au moyen des vibrations de plaques circulaires taillées dans leur masse, suivant différentes directions [1].

Il a d'abord constaté qu'une plaque circulaire homogène fixée par son centre, donne deux lignes nodales diamétrales, perpendiculaires l'une à l'autre, et dont la position variable dépend de celle du point attaqué par l'archet. Si la lame est elliptique, ou si on l'affaiblit dans une direction, au moyen de traits de scie parallèles pénétrant dans l'épaisseur, les nodales ont une position fixe, l'une d'elles étant parallèle aux traits de scie. De plus, il y a un autre système de nodales formé de courbes affectant la forme de branches d'hyperbole, dont l'axe non transversé se confond avec le trait de scie qui passe par le centre, ou avec le petit axe de l'ellipse, c'est-à-dire avec la direction de la plus grande résistance à la flexion [2]. De plus, le son qui accompagne ces lignes hyperboliques est plus grave que celui qui correspond aux nodales diamétrales. Toutes les fois qu'un disque est formé d'une matière non homogène, il offre ainsi deux systèmes de lignes nodales, accompagnés de deux sons différents.

784. Élasticité du bois. — Les premières expériences ont été faites par

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XL, p. 113.

[2] On nomme ainsi la ligne d'intersection de la lame avec le plan parallèlement auquel il faut produire la flexion pour avoir la plus grande résistance.

Wheatstone sur des plaques carrées dont deux côtés étaient parallèles à la direction des fibres du bois. Après avoir constaté que ces plaques ne peuvent donner les nodales en diagonale, parce qu'elles ne donnent pas le même son avec les deux nodales parallèles successivement aux deux côtés perpendiculaires (749), Wheatstone a pu obtenir ces diagonales sur des plaques rectangulaires, dont les deux côtés étaient dans un rapport tel qu'elles donnaient sensiblement le même son avec les mêmes nodales parallèles à ces côtés; les fibres étant parallèles au plus grand côté.

F. Savart a fait beaucoup d'expériences sur des disques de bois. Il a prouvé d'abord que le bois d'un tronc d'arbre présente trois axes d'élasticité rectangulaires, c'est-à-dire trois directions suivant lesquelles la résistance à la flexion est différente. Ayant taillé trois baguettes égales, la première, suivant AX (*fig*. 594) dans le plan ZX des couches ligneuses du tronc et parallèle à son axe; la seconde, suivant AZ, perpendiculaire à la première et dans le même plan; et, enfin, la troisième, suivant AY, perpendiculaire aux couches, Savart reconnut, en les faisant vibrer transversalement, que ces baguettes ne donnent pas le même son, et que le son le plus aigu, et, par conséquent, l'axe de plus grande élasticité, correspond à la première baguette, et celui de la plus petite élasticité à la seconde. Les différences dépendent de l'espèce du bois.

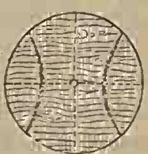


Fig. 593.

Cela posé, des disques taillés perpendiculairement à l'axe de l'arbre, de manière que cet axe passe par leur centre, donnent deux diamétrales dont la position est à peu près indifférente. Mais ceux que l'on prend obliquement à l'axe donnent deux systèmes de lignes nodales; l'un formé de deux diamétrales fixes dirigées suivant l'axe de plus grande et de plus petite résistance à la flexion, et l'autre formé d'une hyperbole (*fig*. 593) dont l'axe transverse est dirigé suivant l'axe de plus petite élasticité, et dont les branches sont d'autant plus ouvertes que la lame a été prise plus près de la position parallèle à l'axe de l'arbre. Ces deux systèmes peuvent passer de l'un à l'autre d'une manière continue, quand on change la position du point ébranlé, excepté pour la lame passant par l'axe de la tige, pour laquelle les nodales sont fixes.

Ayant ensuite préparé un cube DZX (*fig*. 594), dont une des faces ZX, parallèle aux couches ligneuses, était assez petite pour que ces couches pussent être regardées comme planes, et ayant taillé dans ce cube des disques suivant différentes directions, Savart est arrivé aux résultats suivants :

1° Des lames prises autour de l'axe de moyenne élasticité AY (*fig*. 594) donnent deux systèmes de lignes nodales. Le premier, tracé en lignes pleines sur la figure, est formé de deux diamétrales rectangulaires, dont une *ay* est constamment parallèle à AY, et le son correspondant monte à mesure que la lame fait un angle plus petit avec le plan XY. Le second système est formé d'hyperboles, dont la courbure est de plus en plus prononcée à mesure que la lame s'approche du plan XY; parce que, l'axe de moyenne élasticité *ay* restant le même, la ligne *cd*, parallèle à AZ qui est l'axe de moindre élasticité, se transforme graduellement en celui de plus grande élasticité. Il y a évidemment une inclinaison de la lame, pour laquelle les élasticités suivant *ay* et *cd* sont égales, et alors l'hyperbole se transforme en deux diamétrales rectangulaires (*fig.* 594). Si la lame est encore plus inclinée, l'hyperbole reparaît, mais après avoir changé d'axe transverse, comme on pouvait le prévoir, et il y a ainsi passage continu d'un axe transverse à l'autre. Les trois disques (*fig.* 594) sont des plaques de bois de hêtre formant des angles de 90°, 45° et 22° avec la face XY. Les sons correspondants aux deux systèmes de lignes sont indiqués sur la figure.

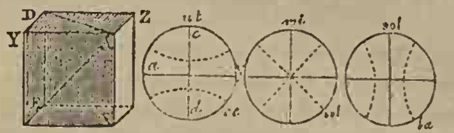


Fig. 594.

2° Des lames prises autour de l'axe AZ de moindre élasticité, donnent les deux systèmes de nodales. Les courbes ont constamment pour axe transverse l'axe de moindre élasticité ; elles sont d'autant plus ouvertes que la lame fait un plus grand angle avec la face ZY, et les sons montent en passant de *ut* à *sol* ♯ pour les diamétrales, et de *ré* à *fa* ♯ pour le système hyperbolique.

3° Des plaques prises autour de la diagonale AD d'une des faces, donnent deux systèmes d'hyperboles et deux sons différents, excepté quand la plaque fait un angle nul, ou de 90°, avec le plan AYDZ ; alors il y a deux diamétrales. Les nodales de la figure 595 correspondent aux angles de 90°, 45°, 12°, 0°. La ligne *ad* est parallèle à la diagonale AD. Enfin, des plaques prises autour de la diagonale AE du cube, donnent aussi deux systèmes d'hyperboles, excepté dans deux positions.

En général, il n'y a de diamétrales rectangulaires que dans le cas où l'un des axes d'élasticité est dans la plaque ; le son est le plus aigu quand elle contient l'axe de plus grande élasticité, et le plus grave quand elle lui est perpendiculaire.

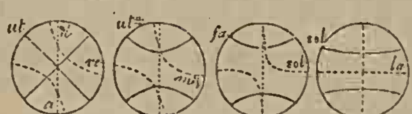


Fig. 595.

785. Élasticité dans les cristaux. — En faisant vibrer des plaques prises dans certains cristaux, Savart a pu constater des élasticités inégales dans différentes directions. Ces expériences qui lui ont été suggérées par une remarque de Biot, ont été faites principalement sur le cristal de roche, qui se présente souvent en cristaux volumineux en forme de prisme à six pans terminé par des pyramides à six faces. La forme primitive (487) de ce cristal est un rhomboèdre dont les faces sont parallèles à trois facettes non adjacentes de la pyramide, et parallèlement auxquelles le cristal devrait être clivé pour donner la forme primitive. La cohésion et l'élasticité ne sont donc pas les mêmes dans les tranches parallèles à ces trois facettes et dans celles qui sont parallèles aux trois autres. Savart a opéré sur des lames de 5 à 6^{cm} de diamètre et de $2^{mm},2$ environ d'épaisseur, et est arrivé aux résultats suivants[1] :

1° Les disques pris perpendiculairement à l'axe du cristal présentent deux systèmes de diamétrales rectangulaires fixes; mais, comme les sons qui leur correspondent diffèrent à peine, et qu'il est difficile de trouver de gros cristaux sans défauts, on doit admettre que l'élasticité est la même suivant tous les diamètres de la plaque.

2° **Lames parallèles à l'axe.** — Quand les disques sont taillés parallèlement aux faces du prisme, ils donnent les deux systèmes de nodales : l'axe non transverse du système hyperbolique est parallèle à l'axe du cristal, et forme une des deux diamétrales de l'autre système. Les deux sons produits ont été *fa* et *ré* ♯. Les choses se passent ici comme avec une substance à fibres parallèles, dont le disque contiendrait un des axes d'élasticité.

3° Si la lame, parallèle à l'axe, est perpendiculaire à deux faces latérales, elle donne deux systèmes d'hyperboles (*fig.* 596) qui paraissent identiques, mais correspondent cependant à des sons différents, *ré* et *fa* ♯, pour toutes les lames. De plus, si l'on mène un plan perpendiculaire au disque, passant par la bissectrice de l'angle des axes transverses des hyperboles, ce plan se trouve parallèle à une des facettes de la pyramide qui termine le cristal. Trois de ces facettes sont dans le même cas, et elles alternent avec celles qui ne jouissent pas de la même propriété. Ces dernières jouent donc, comme nous l'avons déjà remarqué, un rôle moins important que les trois autres. Le mode de division de la plaque est, ici, celui d'une lame qui ne contient aucun des axes d'élasticité.

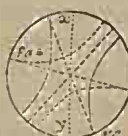


Fig. 596.

Les lames parallèles à l'axe et non perpendiculaires ou parallèles aux faces du prisme, donnent des résultats intermédiaires à ceux que nous venons de voir, pour la position des nodales et pour les sons produits.

On voit, d'après ce qui précède, que toutes les lames passant par l'axe ne présentent pas les mêmes propriétés, quand on étudie leur structure par les vibrations; tandis qu'elles ne manifestent aucunes différences dans les phénomènes lumineux, comme nous le verrons en optique.

4° **Lames prises autour d'une arête de la base.** — Ces lames donnent généralement une hyperbole, dont l'un des axes est constamment la projection de l'axe du cristal sur la lame, et toujours un système de diamétrales rectangulaires dont une se confond avec cette projection. Parmi ces lames, il faut remarquer : 1° celle qui est perpendiculaire à l'axe; 2° celle qui, faisant un angle de 51° avec l'axe, est perpendiculaire à la facette pyramidale qui s'appuie sur l'arête de la base autour de laquelle les lames sont prises, et qui donne deux systèmes de diamétrales fixes; 3° les deux lames qui font un angle de 38° de part et d'autre de l'axe, et sont parallèles à deux facettes opposées de la pyramide :

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XL, p. 113.

pour l'une, le son le plus grave correspond aux nodales hyperboliques; c'est l'inverse, pour l'autre. Or une de ces facettes est parallèle à une face du rhomboèdre primitif. Ce résultat a lieu aussi pour le spath ferrugineux, qui peut se cliver, et la lame qui donne le son le plus grave pour les diamétrales, est parallèle aux plans de clivage. La bissectrice des axes transverses (*fig.* 596) est aussi parallèle à cette direction, et l'on comprend pourquoi trois faces non adjacentes de la pyramide terminale jouissent de propriétés particulières. Les nodales de la série des lames dont nous venons de parler, sont analogues à celles que donnent des lames prises autour de l'axe de moyenne élasticité dans le bois.

5° **Lames perpendiculaires au plan de deux arêtes opposées du prisme.** — Dans ce cas, on obtient généralement deux systèmes hyperboliques. A partir des deux diamétrales de la lame perpendiculaire à l'axe, l'hyperbole d'un des systèmes apparaît, et ses sommets s'écartent de plus en plus, jusqu'à ce que la lame fasse un angle de 51° avec l'axe; dès lors les sommets se rapprochent, jusque vers 20° où les branches deviennent des diamétrales. Le son, qui a monté jusque-là, de *ré* à *la*, commence alors à baisser, en même temps que l'hyperbole reparaît, en prenant une position à 90° de celle qu'elle avait d'abord, jusqu'à ce que la lame soit parallèle à l'axe, auquel cas on a la disposition (*fig.* 596), et le son *fa* ♯. Dans l'autre système, les sommets des branches s'écartent d'abord, puis se rapprochent et se changent en diamétrales pour l'angle de 51°. Jusque là le son baisse, de *ré* à *ut;* l'hyperbole reparaît ensuite, mais à 90° de sa première position, et les sommets des deux branches s'écartent, jusqu'à ce que la lame fasse avec l'axe un angle de 25° à peu près; alors les deux systèmes hyperboliques paraissent égaux, quoique accompagnés de sons différents. Vers l'angle de 20°, on a deux diamétrales comme pour l'autre système, puis les sommets s'écartent de nouveau. Depuis 51°, le son va en montant de *ut* à *ré*.

786. En comparant ces résultats à ceux que donnent les disques de bois, Savart a admis, dans les cristaux prismatiques de cristal de roche, trois systèmes égaux d'axes d'élasticité, et non un seul comme dans le bois, parce que les phénomènes se reproduisent constamment dans trois positions différentes, qui sont en rapport avec les faces du rhomboèdre primitif. Les directions des trois axes de chacun de ces systèmes sont : pour les axes de plus grande élasticité, les trois petites diagonales des faces du rhomboèdre; pour ceux de moyenne élasticité, les trois grandes diagonales perpendiculaires aux premières. L'axe de moindre élasticité de chaque système est compris dans le plan diagonal qui passe par l'axe moyen, et est perpendiculaire à cet axe; il fait un angle de 57° 40′ 13″ avec l'axe de plus grande élasticité.

Les cristaux de chaux carbonatée donnent les mêmes résultats : seulement la petite diagonale des faces du rhomboèdre est parallèle à la direction de l'axe de moindre élasticité, tandis que, dans le quartz, elle est parallèle à l'axe de plus grande élasticité[1]. De plus, la facilité avec laquelle la chaux carbonatée se laisse

[1] Cette différence explique les résultats suivants : 1° quand on chauffe la chaux carbonatée,

cliver, permet d'expliquer pourquoi les lames prises autour d'une des arêtes de la base du prisme présentent toutes un système de diamétrales rectangulaires (785,4°) : on peut souvent cliver le rhomboèdre parallèlement à ses plans diagonaux, plans qui se coupent perpendiculairement entre eux et qui, considérés deux à deux, coupent chaque face losange suivant les deux diagonales; de sorte qu'un plan qui tournerait autour de la grande diagonale serait constamment perpendiculaire au plan diagonal qui passe par la petite. La structure d'une lame taillée dans ce plan sera différente suivant deux directions perpendiculaires prises dans son plan : d'où la production des nodales diamétrales rectangulaires. On peut conclure de là que le cristal de roche possède, comme la chaux carbonatée, des plans de clivage parallèles aux plans diagonaux de son rhomboèdre primitif. Ces découvertes de Savart font reconnaître, dans la structure des cristaux à rhomboèdre primitif, des particularités qui ne sont pas indiquées par la manière dont se comporte la lumière qui les traverse. Nous aurons à revenir sur ces faits dans l'optique.

787. Corps à cristallisation confuse. — Le même moyen d'investigation a été appliqué par Savart[1] à des corps à cristallisation confuse, comme les métaux. Il a reconnu que des lames métalliques circulaires, prises dans de grandes masses, en feuilles laminées ou coulées en moule, présentent toujours des systèmes fixes, tantôt de diamétrales, tantôt d'hyperboles. Du reste, des plaques prises parallèlement, ou les unes à côté des autres dans le même plan, ne donnent pas les mêmes résultats; il n'y a donc pas de régularité de structure. Plus les plaques sont petites, plus les sons qui correspondent aux deux systèmes de nodales, sont différents. Quand on donne de petits coups au moule dans lequel une plaque se solidifie, elle est plus homogène, et les diamétrales peuvent prendre une position quelconque; ce qui montre que les différences d'élasticité proviennent de groupes de cristaux rudimentaires, dont les chocs empêchent la formation.

Dans les métaux laminés, comme les feuilles de zinc, on trouve deux systèmes, l'un de diamétrales, l'autre à hyperbole, affectant l'un et l'autre des positions constantes, sur les différentes lames que l'on peut tailler dans une même feuille; comme si l'on avait affaire à un corps à trois axes d'élasticité, dont un serait contenu dans la lame. Souvent la différence des sons, plus grande que pour une plaque de chêne ou de hêtre, montre que la résistance à la flexion dans diverses directions peut différer davantage dans certains métaux que dans le bois.

On observe des phénomènes analogues dans le verre, le soufre, la résine, le plâtre, l'ardoise, etc. Savart n'a rencontré que la cire d'Espagne qui soit bien homogène; la poudre rouge de cinabre qui y est mélangée, empêchant les particules de gomme laque de s'arranger régulièrement.

la dilatation fait diminuer les angles dièdres du sommet, tandis qu'elle les fait augmenter dans le cristal de roche; 2° ces deux cristaux produisent la double réfraction de la lumière, mais le premier est *répulsif* et le second *attractif*. (V. l'optique.)

[1] *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XLI, p. 61.

§ 8. — COMMUNICATION DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES

788. Communication à une masse solide ou liquide indéfinie. — Quand un ébranlement de très-peu d'étendue se communique à une masse solide homogène, il se produit généralement deux ondes sphériques; dans l'une, le mouvement vibratoire s'accomplit dans une direction perpendiculaire à la surface de l'onde ou dans la direction de la propagation : c'est l'*onde longitudinale*, celle qui produit le son. Dans l'autre, le mouvement vibratoire a lieu parallèlement à la surface de l'onde ou perpendiculairement à la direction de la propagation : on la nomme *onde transversale*. L'existence de cette dernière onde, supposée par Fresnel, a été démontrée, au moyen de l'analyse mathématique, par Cauchy. Poisson et Navier ont démontré que chacune de ces ondes peut exister seule, quand le mode d'ébranlement remplit certaines conditions. Il résulte aussi de leurs formules que l'onde longitudinale se propage plus vite que la transversale et que le rapport de leurs vitesses est égal à $\sqrt{3}$. Mais Wertheim, après avoir modifié les équations qui représentent l'état d'équilibre ou de mouvement des corps solides, a trouvé que la vitesse de l'onde longitudinale est *double* de la vitesse de l'onde transversale.

Observations dans les tremblements de terre. — Pour vérifier ce résultat par l'expérience, il faudrait pouvoir opérer sur une immense étendue d'eau ou de matière solide, et produire un ébranlement assez intense pour que les deux ondes soient sensibles à une grande distance. Wertheim trouve ces conditions réalisées dans les grands tremblements de terre partant d'un centre volcanique. D'après Young, un tremblement de terre se manifeste par une onde très-forte propagée par le sol. Or, on remarque souvent, dans ces effrayants phénomènes, deux mouvements successifs, l'un dans le sens horizontal, l'autre dans le sens vertical, séparés par un temps plus ou moins long, et qui correspondent, l'un à l'onde longitudinale, l'autre à l'onde transversale. S'il part du même centre plusieurs ébranlements successifs, il pourra se faire que l'onde longitudinale du second rencontre l'onde transversale du précédent, et dans toute la zone où cette coïncidence aura lieu, les bouleversements seront bien plus intenses qu'en des lieux plus voisins du centre d'ébranlement; comme cela a été souvent observé.

Wertheim attribue à l'onde transversale un son à l'octave grave du son fondamental, qu'il a observé dans ses recherches sur la vitesse du son dans les liquides (718).

789. Communication des vibrations entre plusieurs solides contigus. — F. Savart, après une multitude d'expériences[1], a énoncé la loi suivante : *Quand les corps ne présentent pas de surfaces courbes, le mouvement vibratoire se transmet parallèlement à la direction de l'ébranlement.* Voici les principales

[1] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XIV, p. 113; et XXV, pp. 138 et 225.

expériences faites à ce sujet. Des bandes, des disques de verre ou de bois (*fig.* 597 et 598), sont réunis par du mastic. Si l'on imprime des vibrations *transversales* ou *longitudinales* à la bande V, les bandes *u*, *u'*, *u''*, *u'''* éprouvent des vibrations *longitudinales* ou *transversales*, et les bandes *v*, *v'*, *v''*, *v'''*, ou les disques *d*, *d'*, *d''*, *d'''*, en reçoivent de *transversales* ou de *longitudinales*. En même

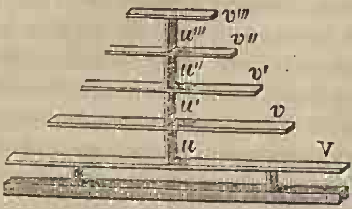


Fig. 597.

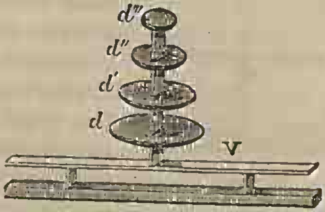


Fig. 598.

temps, les nombres de vibrations de toutes les parties sont les mêmes, comme si elles ne constituaient qu'un seul corps. On reconnait le mode de vibrations des lames, par les mouvements du sable et par la position des lignes nodales sur les deux faces. La production des vibrations longitudinales, au moyen des appareils (*fig.* 578), montre aussi la transmission du mouvement vibratoire dans la direction de l'ébranlement.

Dans l'appareil (*fig.* 599), les vibrations transversales imprimées à la corde *ab*, communiquent au disque D des vibrations tangentielles, toujours parallèles à l'archet; ce que l'on reconnaît au mouvement du sable, qui glisse sur la surface et forme des lignes de repos disposées différemment sur les deux faces.

L'appareil (*fig.* 600) dans lequel la lame *ll'* est un peu pressée à ses deux extrémités par les deux cordes *c*, *c'*, identiques et également tendues, montre encore mieux ce résultat : si l'on passe l'archet perpendiculairement sur l'une des cordes, la lame *ll'* vibre tangentiellement, et parallèlement à l'archet. Quand ce dernier présente les directions *d*, *d' d''*, par rapport à la lame, L, L', L'', les lignes nodales se placent perpendiculairement à ces directions, et le sable glisse, pour s'y rendre, dans le sens des flèches. On peut produire les mêmes effets sur une membrane tendue sur un anneau de bois *tt* (*fig.* 601), en faisant vibrer transversalement la verge *v*, qui traverse la membrane et est implantée dans le support *ab*. La membrane vibre alors tangentiellement dans la direction de l'archet, et les lignes tracées par le sable sont différentes sur les deux faces, comme on peut le voir en renversant l'appareil.

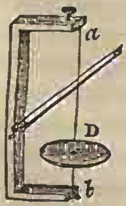


Fig. 599.

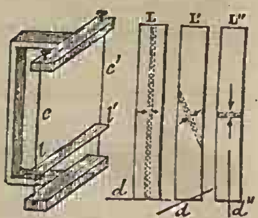


Fig. 600.

Si l'on imprime des vibrations longitudinales à la corde *a* ou *c* des appareils (*fig.* 599 et 600), les lames D, *ll'* éprouvent des vibrations transversales; il en est de même de la membrane (*fig.* 601), quand on fait vibrer longitudinalement la tige *v*.

On voit bien, dans l'expérience qui suit, le changement continu de direction des vibrations, pendant que l'archet qui ébranle la corde *ab* (*fig.* 602), tourne autour de cette corde à laquelle il reste toujours perpendiculaire. Quand l'archet est normal aux grandes faces de la lame *la*, celle-ci présente des lignes nodales transversales *n*, *n*, *n*, qui sont les mêmes sur les deux faces. Mais quand l'archet fait un angle de plus en plus petit avec ces faces, les lignes nodales changent de forme. Par exemple, quand l'angle est de 45°, 20°, 0°, elles se présentent comme en *l'*, *l''*, *l'''*. Les nodales de la face inférieure sont figurées par des lignes ponctuées, et le sable se meut dans le sens indiqué par les flèches. Pour montrer les changements de direction des mouvements vibratoires dont la lame *la* est le siége, quand on change la position de l'archet, Savart fixe à l'extrémité *a* une petite plaque perpendiculaire, sur laquelle il répand du sable après avoir placé l'appareil verticalement. Le sable glisse toujours dans une direction parallèle à l'archet.

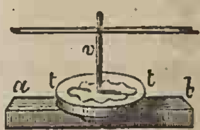


Fig. 601.

Les résultats qui précèdent sont encore les mêmes quand, au lieu d'une seule lame *la* (*fig.* 602), on en réunit plusieurs, superposées comme dans la figure 597, et fixées par l'extrémité de l'une d'elles au support *l* (*fig.* 602), ou bien libres aux deux bouts.

Au moyen de l'appareil *a' b'* (*fig.* 602), dans lequel la lame *d*L est fixée par son milieu avec de la cire, perpendiculairement à la corde *a' b'*, on peut suivre le passage des vibrations longitudinales aux vibrations transversales, quand l'archet, d'abord parallèle à la lame, lui devient peu à peu perpendiculaire. En même temps, le son augmente notablement d'intensité. Les lignes nodales alternent d'abord sur les deux faces; quand les vibrations deviennent transversales, leur nombre devient double, et elles occupent les mêmes positions; de sorte qu'on dirait que les nœuds qui correspondent aux vibrations longitudinales ne font que traverser l'épaisseur de la lame, pour venir se marquer du côté opposé, lorsqu'on passe aux vibrations transversales.

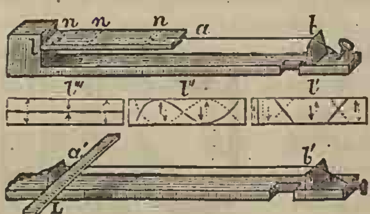


Fig. 602.

Cas des surfaces courbes. — La propagation du mouvement vibratoire parallèlement à la direction de l'ébranlement ne se vérifie plus dans toutes les parties des corps quand ils présentent des courbures, comme les vases de révolution, dont les bords vibrent, en chaque ventre, suivant les rayons de la section droite. Mais ces mouvements de flexion n'empêchent pas les molécules d'éprouver des déplacements dans la direction de l'ébranlement. En effet, dans un vase cylindrique comme un verre à boire, on voit le sable glisser, dans la direction de l'archet, sur le fond où les mouvements de flexion qui cachent l'effet principal n'existent plus. Les flexions ne sont, du reste, qu'un effet résultant, provenant de la combinaison des mouvements moléculaires qui animent les différents points du vase. Il en est de même dans un diapason dont on fait vibrer longitudinalement le pied : la partie courbe, comprise entre deux nœuds, vibre transversalement, et les molécules s'y déplacent dans la direction de l'axe de la tige; mais les extrémités des branches éprouvent des mouvements de totalité dans une direction perpendiculaire à cet axe.

790. Influence mutuelle des solides élastiques. — Les différentes parties d'un système de corps solides fixés les uns aux autres, vibrent à l'unisson; le son de celles qui tendent à vibrer rapidement, baissant et celui des parties qui tendent à vibrer lentement montant. F. Savart a constaté cette influence mutuelle des corps contigus, par l'inspection des lignes nodales, qui sont plus écartées dans les lames qui vibrent longitudinalement, et plus rapprochées dans celles qui vibrent transversalement, que si ces lames étaient isolées. Cette influence fait aussi que les vibrations sont isochrones dans les parties de grandeur différente qui sont animées d'un même mode de vibrations, comme dans les figures 597 et 598. Il se fait ici une compensation, comme dans un pendule composé, dont tous les points oscillent dans le même temps, quoique situés à des distances différentes de l'axe de suspension.

Chronomètres invariables de Bréguet. — Deux chronomètres fixés à une même plaque de métal, réagissent l'un sur l'autre de manière à être toujours d'accord. Les causes d'irrégularité ne se faisant pas sentir aux mêmes instants dans les deux instruments, on conçoit que leur marche commune doit être plus régulière que s'ils étaient isolés. C'est par la plaque métallique qui les réunit qu'ils réagissent, et non par l'air, car Arago a constaté que leur accord n'était pas altéré dans le vide, quoique leur marche commune s'accélérât de 20^s par jour.

791. Influence mutuelle de deux pendules. — Nous avons eu plusieurs fois à citer des résultats de l'influence mutuelle de deux corps vibrants, en communication par des corps élastiques; cette influence se manifeste d'une manière frappante sur deux horloges à pendule appuyées contre un même support. Ellicot ayant appuyé sur une même barre de bois deux horloges bien renfermées, et ayant fait osciller le pendule de l'une d'elles, vit celui de l'autre horloge se mettre peu à peu en mouvement et la faire marcher. Le dernier pendule pouvait aussi mettre le premier en mouvement, mais jamais au point de faire marcher les rouages, ce que Ellicot attribuait à l'inégalité de longueur des pendules. Leur ayant fait décrire de grands arcs, il vit que l'amplitude de l'un augmentait, tandis que l'amplitude de l'autre diminuait; puis l'inverse avait lieu, et ainsi de suite alternativement. En même temps, les deux horloges qui, isolées, différaient de $1^m\ 36^s$ en 24 heures, étaient tout à fait d'accord. Dans ce cas, les pendules ne marchent pas parallèlement, mais toujours en sens contraire. Ellicot ayant séparé l'une des horloges de la barre qui la supportait, vit chaque horloge reprendre son mouvement particulier.

F. Savart a repris ces expériences avec plus de détails[1]; les deux pendules étaient suspendus par des couteaux aux extrémités d'une verge horizontale d'acier, soutenue en son milieu par une barre verticale de même substance, fixée dans un étau très-lourd. Voici les principaux résultats observés.

Pendules égaux. — Les pendules égaux étant lancés *en sens contraire* avec des amplitudes égales, la durée de l'oscillation est la même que s'ils étaient isolés. Si, au contraire, on les lance *dans le même sens,* cette durée est augmentée, et d'autant plus que la barre verticale est plus longue et plus mince, et les pendules, plus courts et plus lourds; et leurs oscillations sont isochrones avec celles de la barre. Si l'un des pendules est en repos, il se met en marche peu à peu, et l'autre s'arrête graduellement, puis se remet en mouvement, et le premier s'arrête, et ainsi de suite. Le nombre des oscillations comprises dans chacune de ces périodes est d'autant plus grand que la barre verticale et la verge horizontale sont plus courtes et plus épaisses, et les pendules, plus longs et moins lourds.

Pendules inégaux. — Deux pendules inégaux peuvent avoir une marche isochrone, et avec une différence de longueur d'autant plus grande qu'ils sont plus longs et plus lourds, et que leur support est plus flexible. Si on les lance en sens contraire, en les écartant d'un même nombre de degrés, l'amplitude des oscillations isochrones devient alternativement plus grande et plus petite pour chacun d'eux, et l'amplitude maximum du pendule le plus court est plus grande que celle qu'on lui avait donnée au moment du départ. La durée des oscillations est intermédiaire entre les durées des pendules marchant isolément. La verge verticale fait en même temps des oscillations qui sont plus prononcées quand le plus long des pendules atteint son amplitude maximum, et moins prononcées quand les amplitudes des deux pendules sont égales.

Si les pendules sont lancés dans le même sens, les maximum et les minimum se produisent encore, mais c'est le pendule le plus long qui présente ses amplitudes maximum plus grandes que celles du moment du départ. De plus, les oscillations communes sont plus lentes que celles que ferait le pendule le plus long, s'il était seul et suspendu à un axe fixe.

Quand les pendules diffèrent assez pour ne pouvoir être isochrones, il y a encore des minimum et des maximum alternes d'amplitude, et le pendule le plus long finit par s'arrêter, quand on les a lancés en sens inverse; tandis que cela a lieu pour le pendule le plus court, quand on les a lancés dans le même sens. Le pendule arrêté n'éprouve que des mouvements dans le sens vertical, dus aux oscillations de la verge. Ces dernières sont les plus prononcées et sont accompagnées de secousses quand les pendules vont dans le même sens, ce qui a lieu un peu après et un peu avant l'amplitude minimum du plus long.

[1] *Leçons de Savart,* publiées par Masson; *l'Institut,* 7e année, p. 436.

Enfin, quand un seul des pendules inégaux est lancé, ses oscillations successives ne sont pas d'égale durée; le pendule en repos se met en mouvement, puis le premier s'arrête, si la différence de longueur est assez petite pour que les pendules soient isochrones. Si c'est le plus court qui est lancé, les phénomènes ont beaucoup d'analogie avec ceux que présentent les pendules lancés en sens contraire, et si c'est le pendule le plus long qui est seul mis en mouvement, il y a une grande analogie avec ce qui se passe quand ils sont lancés dans le même sens. Dans ce dernier cas, les oscillations de la verge sont très-grandes après les arrêts du pendule le plus long; et dans le premier, elles sont très-grandes et avec secousse à la fin, lorsque les pendules vont dans le même sens avec des amplitudes égales.

792. Cas des corps vibrants. — Deux verges élastiques de 1^m de longueur, fixées à la place des pendules dont nous venons de parler, produisent les mêmes phénomènes quand elles sont égales ou inégales, lancées dans le même sens ou en sens contraire. Par exemple, si une seule est ébranlée, l'autre se met en mouvement, et la première s'arrête, puis elle reprend peu à peu ses oscillations, pendant que l'amplitude de la seconde diminue.

Les mêmes phénomènes peuvent se produire quand les vibrations sont assez rapides pour engendrer des sons : ainsi, deux cordes *à l'unisson*, tendues sur un sonomètre, ou mieux sur une contre-basse, s'arrêtent alternativement quand on en ébranle d'abord une seule, et l'on entend *un battement* au moment où l'une atteignant son maximum d'amplitude, l'autre s'arrête. Deux corps à l'unisson peuvent donc donner des battements d'une nouvelle espèce. Si les cordes donnent séparément des sons très-peu différents, elles pourront être à l'unisson si on les fait vibrer en même temps avec un archet, et l'on n'entendra pas de battements[1], Mais si la différence est plus grande, il y aura des alternatives de maximum et de minimum dans les amplitudes, et l'on entendra des battements d'autant plus rapprochés que la différence sera plus grande; ils se produisent quand l'une des cordes étant arrivée à son maximum d'amplitude, l'autre en est à son minimum. En serrant le chevalet dans un étau, on ralentit les battements, ce qui complète l'analogie, en montrant que ce chevalet se comporte comme la verge qui soutient les pendules. — Citons encore le cas de deux tuyaux à anche à porte-vent vitré faisant entendre des battements; on voit les languettes éprouver des variations d'amplitude, l'une ayant son maximum et l'autre son minimum au moment d'un battement.

793. Transmission des vibrations d'un solide à un fluide. — Quand un corps solide vibre plongé dans un liquide, il lui communique son mouvement vibratoire, qui peut être différent de ce qu'il serait dans l'air. Quand il s'agit de vibrations longitudinales, le nombre de vibrations n'est pas modifié; mais quand

[1] Il résulte de là qu'il ne faut pas placer trop près l'un de l'autre deux diapasons, deux cordes qu'on veut accorder; l'unisson pourrait se produire sans battement, par leur influence mutuelle, quoiqu'il y eût une petite différence dans les sons produits, si les deux corps vibrants étaient suffisamment éloignés l'un de l'autre.

il s'agit de vibrations transversales, le son baisse, et d'autant plus que les parties vibrantes du corps solide sont plus étendues. Par exemple, une plaque métallique plongée dans l'eau, et ébranlée au moyen d'une tige fixée à son centre, peut donner un son plus bas d'une tierce mineure que dans l'air. Si le mouvement vibratoire est oblique à la surface du solide, l'influence du liquide est moindre, comme on pouvait le prévoir.

Un liquide versé dans un vase fait baisser le son. F. Savart ayant opéré avec des tubes remplis de liquide, a vu le son baisser d'autant plus que le liquide était plus dense. Ainsi, un tube rempli de *mercure, eau, alcool, éther, air*, ébranlé transversalement avec l'archet, a donné les sons mi_2, mi_3, fa_3; fa_3 ♯, sol_3. Quand l'ébranlement est énergique, une partie du liquide est lancée à une grande distance hors du tube placé verticalement; ce qui tient à l'aplatissement qui accompagne les flexions, et diminue sensiblement la capacité du tube, près des limites de ses excursions (515).

C'est à l'air que les corps vibrants transmettent le plus souvent leurs vibrations, et ce milieu est trop peu dense pour en modifier sensiblement la durée. L'air sert souvent aussi d'intermédiaire pour transmettre les sons d'un corps à un autre, par exemple à une membrane; il est le véhicule habituel du son. Nous avons cité plusieurs fois des exemples de cette transmission, quand toutefois le corps qui reçoit les vibrations est susceptible de prendre l'unisson du son communiqué, et que sa distance n'est pas trop petite, comme nous allons le voir.

794. Réactions réciproques de deux corps à l'unisson. — Quand deux corps capables de donner le même nombre de vibrations se touchent par des parties vibrantes, ou sont très-rapprochés l'un de l'autre, l'intensité et la hauteur du son commun qu'ils produisent sont modifiées, et ils peuvent même se faire taire mutuellement. Par exemple, quand la colonne d'air et le tube d'un appareil de Kundt (767) donnent séparément l'unisson, ils refusent de résonner, comme M. Bourget l'a aussi reconnu par le calcul. Une impossibilité semblable se manifeste quand on cherche à faire vibrer une corde au moyen d'un diapason (731) qui donne séparément l'unisson de la corde. — M. Helmholtz ayant appuyé sur une corde tendue, le pied d'un diapason dont elle donne exactement un des harmoniques, a vu cette corde rester silencieuse, si ce n'est quand le contact avait lieu sur un nœud de la corde, ou très-près de ce nœud; mais, dans ce dernier cas, la corde ne vibre pas à l'unisson du diapason, car on entend des battements. — Nous avons vu aussi (773) comment les deux mouvements, transversal et longitudinal, qui coexistent dans une verge élastique, se troublent mutuellement quand ils sont exactement à l'unisson.

795. Influence réciproque des vibrations d'une membrane et d'une colonne d'air. — M. E. Gripon est arrivé sur ce sujet à des résultats très-remarquables.

Si l'on approche peu à peu de l'ouverture de la caisse d'un diapason vibrant, une mince membrane en donnant l'unisson, et munie d'un petit pendule, elle vibre de plus en plus fortement jusqu'à ce que la distance ne soit plus que de

10^{cm} environ; alors le son s'affaiblit, puis s'éteint, ou du moins devient extrêmement faible, pour reparaître dès qu'on enlève la membrane. On peut conclure de cette dernière circonstance que la membrane agit sur l'air de la caisse; ce que M. Gripon vérifie en introduisant dans cette caisse le bout d'un tube de caoutchouc, dont l'autre bout est appliqué sur l'oreille; on n'entend rien tant que la membrane est très-rapprochée.

Au lieu d'un diapason, dont le son est invariable, M. Gripon a employé ensuite un tuyau ouvert pouvant s'allonger plus ou moins, et embouché par tout son contour, sur lequel le vent d'une soufflerie à régulateur Cavaillé-Coll (624) est lancé par une fente circulaire mobile. Pour chaque longueur du tuyau et chaque position de la fente, le son peut varier entre certaines limites.

Quand on approche peu à peu de l'ouverture d'un semblable tuyau en vibration, une membrane à l'unisson, elle vibre de plus en plus fortement tant que la distance dépasse 7 à 12^{cm}; plus près, le son, qui s'affaiblit un peu, *monte* graduellement, et quand cette distance n'est plus que de 2 à 3^{mm}, le nombre de vibrations commun à la membrane et au tuyau est de $n \cdot 1{,}03$ à $n \cdot 1{,}06$ par seconde, au lieu de n que donnerait le tuyau isolé. Alors, le petit pendule indique que la membrane vibre fortement; mais si l'on arrête les vibrations, le son disparait. Il en est de même si l'embouchure est réglée de manière que le son du tuyau ne puisse monter. Une membrane de collodion, de $0^{mm},01$ d'épaisseur, produit très-bien tous ces effets.

Si l'embouchure est réglée de manière à convenir à des sons plus graves ou à des sons plus aigus que le son normal, sous l'influence de la membrane, la colonne d'air réagit sur la veine qui s'échappe de la lumière, la force à vibrer à son unisson, en donnant un son plus haut que celui qu'elle donnerait isolément. Cette réaction se produit surtout quand le ton de la membrane seule est plus aigu que celui du tuyau.

Quand la différence de ton est faible, la membrane vibre en approchant du tuyau, dont le son devient plus grave et s'affaiblit peu à peu; et, pour une distance variable, qui peut être de 12^{cm}, le son s'éteint, si l'embouchure est convenablement disposée, puis il reparaît, mais plus aigu que le son primitif.

Si le son ne disparaît pas complètement, il y a une distance pour laquelle les deux sons se remplacent par intermittences irrégulières, et peuvent même se produire simultanément en donnant des battements très-rapprochés. Une légère augmentation dans la force du vent fait sortir de préférence le son aigu.

Si, cette force restant constante, on continue d'approcher la membrane, le son aigu monte et augmente d'intensité; mais on peut toujours faire reparaître le son grave, en diminuant la pression du vent, même quand la distance n'est plus que de 2 à 3^{mm}.

796. Influence d'une lame d'air sur une membrane. — Si, pendant qu'une membrane placée à une petite distance de la caisse d'un diapason, en

[1] *Annales de chimie et de physique*, 5e série, t. III, p. 343.

éteint le son, on approche un écran de bois parallèlement derrière cette membrane, le son reparaît, la membrane vibre et, pour une certaine distance, le son devient aussi intense que si elle était enlevée. La lame d'air comprise entre la membrane et l'écran vibre alors à l'unisson du diapason; car, si, celui-ci étant en repos, on approche de cette lame d'air un second diapason à l'unisson du premier, et en vibration, le son qu'il rend est renforcé par la lame d'air, qui communique ses vibrations à la membrane et au premier diapason; ces résultats ne se produisent plus, si l'on change quelque chose aux distances de la membrane, de l'écran et de l'ouverture de la caisse.

Une caisse de diapason, substituée à la planchette, produit le même effet qu'elle, pourvu que la masse d'air contenue réponde à un son plus aigu que celui du diapason.

M. Gripon a ensuite procédé, en faisant simplement vibrer la membrane par l'approche d'un diapason, dont le ton doit être plus grave que le sien si l'on veut qu'elle puisse vibrer et en renforcer le son. Si alors on approche une planchette de la membrane, le son qu'elle rend s'abaisse, et, pour une certaine distance, elle cesse de vibrer, et le renforcement ne se produit plus.

797. Corps qui étouffent les sons. — Quand un corps communique ses vibrations à un autre, ce n'est qu'aux dépens de la durée de ses propres vibrations. Par exemple, un diapason tenu à la main vibre bien plus longtemps que lorsqu'on l'appuie sur une table élastique pour renforcer le son.

Si le corps auquel se communiquent les vibrations n'est pas élastique et présente une masse assez grande, il anéantit les vibrations du premier, sans les remplacer par les siennes, et l'on dit qu'il a *étouffé* le son. C'est ce qui a lieu quand on remplit une cloche avec des corps mous quoique très-légers, comme de la ouate. Ces corps ne peuvent vibrer régulièrement, à cause de l'irrégularité de leur élasticité, et les mouvements qu'ils reçoivent se mettant aussitôt en désaccord avec ceux du corps vibrant, les contrarient et les détruisent. C'est ainsi qu'on peut lancer un pendule en le frappant légèrement à des intervalles convenables, tandis que, au contraire, on l'arrête si on le frappe au hasard pendant qu'il oscille. On peut renverser un mur en le tirant régulièrement à des intervalles égaux à la durée des oscillations très-petites qu'on lui a imprimées par une première secousse, tandis qu'on ne peut arriver au même résultat par des efforts beaucoup plus grands, mais irrégulièrement exercés. Les étouffoirs de certains instruments de musique, la main avec laquelle on arrête les vibrations des corps sonores, produisent cet effet à cause de leur faible élasticité et de l'irrégularité de leur structure. Un liquide mousseux, ou dans lequel il se dégage un gaz par quelque réaction chimique, comme dans la préparation du gaz hydrogène, empêche le vase qui le contient de vibrer, à cause de l'irrégularité d'élasticité de la masse hétérogène ainsi formée. Par les temps de brouillard, les sons ne parviennent pas aussi loin que dans une atmosphère pure.

§ 9. — ORGANE DE L'OUIE ET ORGANE VOCAL

I. Organe de l'ouïe.

798. Description de l'oreille. — L'organe de l'ouïe, chez l'homme, se compose de trois parties : *l'oreille externe*, *l'oreille moyenne* et *l'oreille interne*. Les deux dernières sont creusées dans le *rocher*, TR (*fig.* 603), prolongement osseux de l'os temporal TT, qui s'enfonce dans l'intérieur du crâne.

L'oreille externe se compose de deux parties : 1° le *pavillon* P, lame arrondie, à surface irrégulièrement contournée, formée de fibres et de cartilages, et détachée de la tête dans la plus grande partie de son étendue. On y remarque une espèce d'entonnoir demi-ovale *c*, placé en avant et nommé *conque;* 2° le conduit *auditif externe*, *a*, qui s'enfonce au fond de la conque et se recourbe un peu en haut et en avant; il est formé d'un tube en partie osseux et en partie cartilagineux.

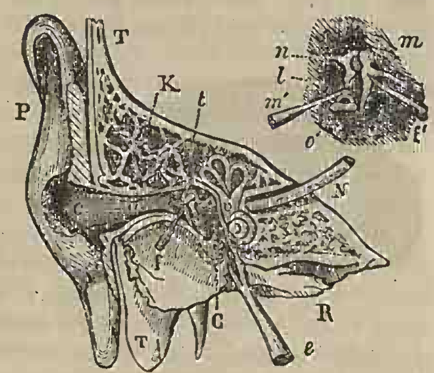


Fig. 603. — $^3/_4$.

L'oreille moyenne consiste dans la *caisse*, ou *tympan*, C, cavité osseuse, de forme à peu près hémisphérique, remplie d'air, et séparée de l'oreille externe par une membrane très-délicate *t*, nommée *membrane du tympan*. Cette membrane, un peu concave en dehors, est tendue obliquement sur un contour osseux, au fond du conduit auditif. La caisse est percée de quatre ouvertures : une d'elles communique avec un canal *e* en partie membraneux, nommé *trompe d'Eustache*, qui débouche dans la partie postérieure des fosses nasales, et sert à faire communiquer l'air de la caisse avec l'atmosphère. Deux autres, la *fenêtre ovale* et la *fenêtre ronde*, sont placées à l'opposé de la membrane du tympan et sont fermées par une membrane très-mince. Enfin, une quatrième ouverture, placée en haut, établit une communication entre la caisse et de grandes cellules K creusées dans la partie supérieure du rocher.

Dans la caisse, se trouvent quatre petits os, formant la *chaîne des osselets;* ils sont représentés à part, en *mno*, de grandeur réelle, et dans leurs positions relatives. Le premier est le *marteau m*, dont une des branches est engagée dans la membrane du tympan, et peut la pousser, dans l'un ou l'autre sens, sous l'influence de petits muscles, tels que *f*, *f'*. Les autres sont l'*enclume n*, l'*os* *lenticulaire l*, et l'*étrier o*. Ce dernier est muni d'un petit muscle *m'* qui l'appuie sur la membrane qui ferme la fenêtre ovale, membrane à laquelle sa base est adhérente.

L'*oreille interne* ou *labyrinthe*, est la partie la plus importante de l'organe auditif; elle se compose de plusieurs cavités creusées dans le rocher, qui sont : 1° le *vestibule v* (*fig.* 603), qui communique avec la caisse par la fenêtre ovale; 2° les *canaux semi-circulaires*, au nombre de trois, de forme arrondie, renflés à l'une de leurs extrémités, et débouchant dans le vestibule; 3° le *limaçon*, sorte de canal conique enroulé en spirale autour d'une colonne osseuse (*fig.* 604), de manière à faire deux tours et demi. Ce canal est partagé en deux par une cloison longitudinale ou *rampe cc*, osseuse près de la colonne, membraneuse du côté extérieur, et interrompue au sommet, de manière que les deux parties communiquent entre elles. L'une d'elles est, en outre, en communication avec le vestibule; et l'autre, avec la caisse, par la fenêtre ronde. Le labyrinthe renferme un sac membraneux qui s'enfonce dans presque toutes ses parties, et forme ce que l'on appelle le *labyrinthe membraneux*. La membrane est séparée des parois osseuses, dans les canaux semi-circulaires et dans le vestibule, par un liquide aqueux nommé *lymphe de Cotugno;* et l'intérieur du labyrinthe membraneux est rempli d'un liquide gélatineux, désigné par Breschet sous le nom de *vitrine auditive*, et dans lequel flottent des corpuscules calcaires nommés *otolithes*, *sable acoustique*. C'est dans ce liquide que viennent se ramifier les fibres d'un nerf spécial[1], nommé *nerf acoustique* N (*fig.* 603), qui pénètre dans le labyrinthe par un canal osseux, le *conduit auditif interne*, et se partage en quatre branches. Une d'elles entre dans le vestibule, deux autres dans les ampoules des canaux semi-circulaires, et la quatrième dans le limaçon; celle-ci est le prolongement du tronc. Les filaments qui s'en détachent pénètrent par la colonne axiale et à travers la partie osseuse de la rampe, entre les deux membranes superposées qui limitent les surfaces de la partie membraneuse, où ils se terminent par des fibres très-fines disposées d'une manière particulière (*Organes de Corti*), qui ont été découvertes il y a une dizaine d'années par le marquis de Corti.

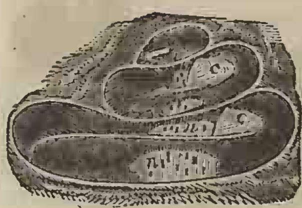


Fig. 604.

Le vestibule et les canaux sont les parties les plus importantes de l'organe de l'ouïe; ce sont elles qui disparaissent les dernières, quand on suit la dégradation continue de l'organe de l'ouïe dans l'échelle des animaux[2].

[1] Nerf de la huitième paire, partant de la moëlle allongée, près du corps restiforme.

[2] On remarque que le vestibule et les canaux sont d'autant plus développés que le reste de l'appareil auditif est plus imparfait, comme cela se voit surtout chez les poissons, qui manquent des autres parties de cet appareil.

799. Mécanisme de l'audition. — Les vibrations de l'air se communiquent à la membrane du tympan, qui les transmet, par l'intermédiaire de la chaîne des osselets, à la membrane qui ferme la fenêtre ovale, et, par l'air de la caisse, à celle qui ferme la fenêtre ronde. Le liquide qui remplit le labyrinthe et baigne ces membranes, entre donc lui-même en vibrations, ainsi que les fibres du nerf acoustique qui flottent dans ce liquide ; et de l'ébranlement de ces fibres résulte la sensation de son.

F. Savart a mis en évidence les vibrations de la membrane du tympan, en jetant du sable sur une semblable membrane fraîchement extraite d'un cadavre ; il a vu le sable fin s'agiter et s'arranger en lignes nodales. La membrane du tympan concentre sur la chaîne des osselets les vibrations qu'elle reçoit dans toute son étendue, et les transmet d'autant plus intenses qu'elle présente plus de surface. Aussi, G. Cuvier a-t-il remarqué que l'ouïe est plus fine quand cette membrane est plus oblique, et par suite plus étendue[1].

Cette théorie fort élégante et fort simple suppose que, comme l'admettait Savart (757), une même membrane peut répondre à tous les sons compris entre certaines limites. Mais nous avons vu qu'il n'en est pas ainsi (758). Pour répondre à cette objection, remarquons que la membrane tympanique est une membrane à *tension variable ;* les muscles du marteau agissant pour modifier cette tension en appuyant plus ou moins cet osselet sur la membrane, et cela instinctivement, de même que l'œil se dispose différemment pour voir nettement, suivant la distance et la couleur des objets. Du reste, cette influence de la tension sur la perception des sons plus ou moins aigus peut se prouver par diverses expériences. En voici une due à Wollaston : Si l'on éternue, ou si, en se bouchant le nez et fermant la bouche, on pousse l'air des poumons, dans la caisse, par la trompe d'Eustache, la membrane tympanique est tendue de dedans en dehors, et les sons graves ne sont plus qu'à peine perceptibles. L'état de compression de l'air de la caisse persiste quelque temps, ce qui indique que la trompe d'Eustache, en partie membraneuse, peut être obstruée par l'affaissement de ses parois. En contractant les muscles du pharynx, comme pour avaler, il se produit des tractions en divers sens qui ouvrent la trompe, et la surdité partielle disparaît subitement. On peut aussi diminuer la pression dans la caisse, en aspirant fortement pendant que la bouche et les narines sont fermées ; la membrane du tympan est alors trop tendue de dehors en dedans, et les effets sont les mêmes. On peut conclure de là que la trompe d'Eustache sert à maintenir l'égalité de pression entre l'air de la caisse et l'air extérieur.

Quant à l'action des muscles du marteau sur la membrane du tympan pendant qu'on *écoute*, elle nous paraît démontrée par une observation que nous avons faite fréquemment : lorsqu'on manie dans le silence des objets très-petits, et qu'on en laisse tomber un par mégarde, on entend un son aigu et bref, dû

[1] Les poissons à squelette osseux n'ont pas de communication entre l'oreille interne et l'extérieur ; les sons arrivent à leur organe auditif à travers les os du crâne.

très-probablement au mouvement brusque du marteau, provoqué par l'attente du bruit qui accompagne ordinairement la chute d'un corps. Du reste, les mouvements de ces muscles sont volontaires. Fabrice d'Aquapendente pouvait agir à volonté sur le marteau, de manière à produire un bruit dans son oreille. Muller possédait la même faculté, de manière qu'un observateur, en approchant son oreille de la sienne, entendait une espèce de craquement dû au mouvement brusque des osselets.

Le rôle des muscles du marteau se trouve donc ainsi naturellement expliqué ; ils sont destinés à faire varier, suivant le degré d'acuité des sons, la tension de la membrane du tympan, de manière qu'elle puisse répondre à tous les sons, du moins entre certaines limites. Déjà Bichat avait avancé que le marteau agit sur la membrane pendant qu'on prête l'oreille ; M. Longet pense qu'il est destiné à tenir la membrane dans un état de tension convenable, malgré les variations d'humidité de l'air. Mais nous voyons que le rôle des muscles du marteau est beaucoup plus important qu'on ne l'avait pensé.

800. Théorie physique de l'audition. — En partant des faits qui précèdent, nous pensons que l'on peut établir ainsi la théorie de l'audition. Quand on *entend* sans *écouter*, le marteau est inerte, la membrane du tympan n'a pas de tension déterminée, et les vibrations qu'elle transmet à l'air de la caisse, et de là à la membrane de la fenêtre ronde, sont vagues et incertaines ; c'est ainsi que l'on *entend sans écouter*, comme lorsque l'attention est occupée ailleurs, ou pendant le sommeil. Quand on *écoute*, le marteau agit sur la membrane du tympan, en règle la tension, et les vibrations de cette membrane se transmettent à la chaîne des osselets et de là à la fenêtre ovale. Ce ne serait que dans ce cas que l'on pourrait apprécier les sons, quoiqu'on puisse avoir une idée vague de leurs qualités quand on n'*écoute pas*, à cause de la communication qui existe entre toutes les parties de l'oreille interne (798). Du reste, la membrane du tympan peut se subdiviser et répondre à plusieurs sons simultanés, comme le fait la membrane du phonautographe (629), et le liquide du labyrinthe reproduit ces vibrations superposées, par résonnance multiple. En résumé, on *entend* avec le limaçon, par l'air de la caisse et par la fenêtre ronde, et on *écoute* par la chaîne des osselets, le vestibule et les canaux semi-circulaires. Ce qui confirme cette manière de voir, c'est que l'ablation du limaçon ne modifie pas sensiblement la faculté d'apprécier les sons. De plus, M. Michel a reconnu, dans l'oreille interne d'un sourd de naissance, que le développement des canaux était incomplet, tandis que le reste de l'appareil auditif paraissait à l'état normal. Enfin, Flourens a reconnu que la destruction des canaux semi-circulaires rend l'ouïe confuse. Les oiseaux chanteurs, auxquels on peut apprendre des airs, et que l'on peut même dresser à chanter en partie, par exemple les moqueurs de l'Amérique, n'ont qu'un limaçon incomplet, et cependant ils paraissent apprécier les sons au point de vue musical.

Si l'on saisit bien ainsi l'ensemble du phénomène de l'audition, il n'est pas aussi facile de rendre compte du rôle spécial des diverses parties de l'appareil auditif.

Rôle de l'oreille externe. — On a supposé que le pavillon était destiné à réfléchir les rayons sonores dans l'axe du conduit auditif, quelle que fût leur direction. D'après Boerhaave, les inégalités que l'on remarque sur sa surface présenteraient une courbure parabolique dont le foyer correspondrait au conduit auditif. D'après Buchanam, l'ouïe est d'autant plus fine que le pavillon est plus écarté du crâne, l'angle pouvant varier de 10° à 45° environ. On remarque aussi qu'en soulevant la partie postérieure du pavillon on entend mieux, de même qu'en ajoutant à l'étendue de sa surface, au moyen de la main. Savart, après avoir constaté que les cartilages du pavillon sont susceptibles de vibrer et de transmettre directement leurs vibrations à la membrane du tympan, remarque que les circonvolutions du pavillon présentent toujours quelque partie normale à la direction des rayons sonores, pour en recevoir les vibrations; et Muller a reconnu qu'un corps vibrant appuyé sur le pavillon produit une impression de son plus forte que lorsqu'il est appuyé sur toute autre des parties de la tête, qui peuvent aussi, comme nous l'avons vu, transmettre les vibrations (567).

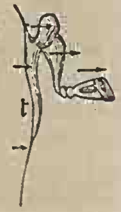


Fig. 605.

Mais il faut convenir que ces explications sont bien vagues et bien peu satisfaisantes, et si chez beaucoup de mammifères (*ânes*, *chats*, *lapins*) l'oreille externe, très-développée, joue le rôle de *cornet acoustique* (704), chez l'homme on ne voit rien de semblable, et le pavillon semble n'être qu'un appareil peu utile, comme certains appendices qu'on voit souvent chez les animaux, qu'ils ne font que gêner, et pour lesquels ils ne sont tout au plus qu'un simple ornement. Du reste, l'oreille externe est la partie la moins importante de l'organe auditif; son ablation ne fait perdre que peu de chose à la finesse de l'ouïe, et l'on remarque que c'est elle qui manque le plus souvent chez les animaux [1].

Rôle de l'oreille moyenne. — La membrane du tympan concentre sur la chaîne des osselets les vibrations qu'elle reçoit dans toute son étendue. L'irrégularité de forme de cette chaîne (*fig.* 605) n'empêche pas les vibrations de se transmettre, en conservant leur direction, d'après la loi de la transmission des mouvements vibratoires (789). Il suffit, ce qui a lieu, que le pied de l'étrier soit parallèle à la membrane du tympan *t*. Quant à l'utilité des angles que font entre eux les osselets, Savart pensait qu'ils sont destinés à amortir, par les flexions qui en résultent, les chocs trop brusques qui pourraient déchirer la membrane de la fenêtre ovale; par exemple, dans le cas des coups de canon, dont l'onde est capable de briser les vitres. Les osselets jouent alors le rôle des ressorts des voitures, qui amortissent les chocs des roues sur les pavés. M. Longet remarque que la flexibilité de la chaîne des osselets permet au marteau de s'avancer vers la membrane du tympan, sans arracher l'étrier de la fenêtre ovale.

[1] Les mammifères sont les seuls animaux qui aient une oreille externe, encore manque-t-elle chez quelques-uns (baleines, phoques). Le conduit auditif, qui existe encore chez les oiseaux, manque généralement chez les reptiles. Les poissons ne possèdent que l'oreille interne.

J. Muller a fait une expérience qui montre combien la transmission du son par une colonne solide, comme la chaîne des osselets, est plus complète que par l'air. Le son d'un tuyau à bouche *t* (*fig.* 606), fermé par une membrane *m* représentant celle du tympan, se transmet à la membrane *r* par l'air de la caisse C, et à celle qui ferme l'ouverture *o*, par la tige de bois *b* terminée par un petit plateau collé à cette membrane. L'appareil est enfoncé dans de l'eau qui reçoit les vibrations des membranes *r* et *o*, et les transmet à l'oreille, au moyen d'un tube conducteur dont une extrémité s'engage dans le conduit auditif, pendant que l'autre plonge dans le liquide.

801. Rôle des diverses parties de l'oreille interne. — C'est dans l'oreille interne que se trouvent les filaments nerveux dont l'ébranlement détermine la sensation du son. Mais, si l'on voit assez bien comment les vibrations extérieures se transmettent au liquide qui remplit le labyrinthe, liquide qui peut répondre à des sons très-variés, isolés ou mélangés, ce que favorise sa forme compliquée, on ne voit pas comment peut se faire l'appréciation du ton et la séparation, dans la sensation, des sons superposés.

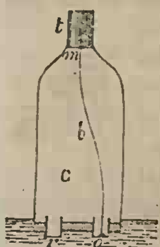


Fig. 606.

La découverte des fibres de Corti, dernières subdivisions de la branche du nerf acoustique qui pénètre dans le limaçon (798), a suggéré à M. Helmholtz une hypothèse qui a réuni de nombreux suffrages [1]. Ces fibres, renfermées dans l'espace microscopique qui sépare les deux membranes superficielles de la rampe, s'y courbent d'une manière assez compliquée et sont entremêlées de cellules sphéroïdales et de filaments plus résistants. Chacune de ces fibres serait propre à répondre, suivant ses dimensions, à des vibrations d'une rapidité déterminée. On en compte plus de 3,000, allant en diminuant de dimensions, à mesure qu'elles se rapprochent du sommet du limaçon (*fig.* 604); ce qui fait environ 400 par octave, ou 33 par demi-ton. Il y en a donc plus qu'il n'en faudrait pour répondre à toutes les vibrations comprises dans la série des sons perceptibles; et la perception de ceux qui sont mélangés, par exemple pour constituer le timbre, serait la conséquence de l'analyse du mélange, par les fibres recueillant chacune le son qui convient à ses dimensions.

Il résulterait de cette hypothèse remarquable que le limaçon devrait être la partie de l'oreille interne la plus importante pour la faculté d'apprécier la hauteur des sons. Or, il n'en est pas ainsi, car l'ablation du limaçon ne diminue pas sensiblement cette faculté (800). La surdité pour les sons aigus seulement, ne peut être un argument à invoquer, les sons très-aigus étant généralement d'une faible amplitude. Il faudrait observer des surdités partielles relatives à des sons placés entre d'autres plus graves et plus aigus pouvant être perçus. Enfin, les expériences de V. Hensen sur des crustacés (palémons, mysis), qui s'agitent dans

[1] *Théorie physiologique de la musique*, traduction de M. Guéroult, p. 172.

l'eau, pendant que des sons intenses font vibrer, parmi un grand nombre de crins extérieurs, ceux qui sont en rapport avec la rapidité des vibrations, ne peuvent donner lieu à une comparaison probante. Ces crins pourraient être, tout au plus, assimilés à la membrane du tympan ou aux osselets, qui reçoivent d'abord les vibrations du milieu extérieur, plutôt qu'aux fibres de Corti. Ne peut-on admettre, d'ailleurs, que ces filaments nerveux, mous et sans élasticité, transmettent au cerveau le sentiment des vibrations rapides ou lentes qu'ils reçoivent du milieu dont ils font pour ainsi dire partie, et auquel ils obéissent, en reproduisant les vibrations multiples qui peuvent coexister dans ce milieu?

802. Rapport du jugement avec la sensation. — L'impression se produit dans l'organe même, où se trouvent les filaments nerveux ébranlés. Nous pouvons ensuite rapporter cette impression à son origine, par un jugement que l'expérience nous a appris à établir avec une certaine certitude; c'est-à-dire que nous pouvons apprécier la direction suivant laquelle le son nous arrive, et la distance à laquelle nous sommes du centre phonique.

Direction. — Autenrieth et Kerner, considérant que les trois canaux sont perpendiculaires entre eux et répondent ainsi aux trois dimensions de l'étendue, pensaient qu'ils étaient destinés à indiquer la direction du son; mais s'il en était ainsi, on devrait se tromper sur cette direction quand on est couché ou qu'on incline seulement la tête; ce qui n'a pas lieu. Le concours des deux oreilles joue ici un rôle évident.

Quand les deux oreilles sont affectées avec la même force, l'expérience nous a appris que le son vient dans une direction normale à la face. C'est alors que l'impression est à son maximum. Quand le son vient par derrière, les impressions sont encore égales sur les deux oreilles, mais moindres que lorsqu'il vient en face, à cause de la direction des pavillons, dont la conque ne peut plus recevoir directement les ondes. Quand une oreille est plus impressionnée que l'autre, l'éducation de l'organe nous a appris que le son vient du côté de l'oreille la plus vivement affectée. Les expériences des échos nous montrent ce résultat d'une manière frappante. Entre deux murs, le son arrivant latéralement paraît provenir de celui sur lequel il se réfléchit, tandis que son origine est du côté opposé. Dans les expériences du croisement des ondes (697), le son paraît venir tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, suivant celle des deux oreilles qui se trouve le plus près d'un ventre. On a avancé que la direction des mouvements vibratoires par rapport à la surface de la membrane du tympan ou par rapport à la chaîne des osselets et aux parties du labyrinthe, était pour quelque chose dans l'appréciation de la direction des rayons sonores; cependant, comme l'expérience montre que la conservation de la direction des ébranlements n'a plus lieu pour les surfaces courbes (663), il nous paraît plus probable que le jugement de la direction des ondes dépend seulement de la manière différente dont sont impressionnées les deux oreilles, et aussi de la direction suivant laquelle ces ondes rencontrent le pavillon. Il faudrait observer à cet égard si l'absence de pavillon rend plus difficile le jugement de la direction.

Distance. — Quand un son vient de loin, il est faible. On pourra donc juger de la distance du centre phonique par l'intensité de l'impression; mais seulement dans le cas de sons dont l'intensité est à peu près constante; par exemple, l'explosion d'un canon, d'un pistolet, les sons de la trompette. Dans tout autre cas, l'intensité seule ne pourra suffire, puisque des sons forts peuvent venir de très-loin, et des sons faibles, de très-près. Pour expliquer le jugement de la distance, remarquons d'abord qu'il n'y a pas de *sons simples*, tous sont accompagnés d'autres sons plus faibles : harmoniques, vibrations communiquées, bruits divers. Or ces sons plus faibles disparaissent à mesure qu'on s'éloigne du centre phonique, et le son principal, dépouillé de cet accompagnement habituel, paraît plus dur, plus sourd. Il en est de même quand on entend à travers un mur, et, dans ce cas, le son paraît venir de très-loin, si l'on ignore la présence du mur. On est averti de l'approche d'une voiture qu'on ne voit pas, par l'audition successive de sons divers : bruit de chaînes, chocs, craquements, qui se mêlent au bruit principal. Dans un vaste édifice, dans certaines vallées étroites où il y a résonnance, nous ne pouvons plus juger des distances, les sons n'étant plus dépouillés de sons concomitants. Il en est de même quand il s'agit d'un son inusité, comme du cri de certains animaux, pour le voyageur qui vient pour la première fois dans un pays. Les ventriloques produisent l'illusion que tout le monde connaît, en étouffant leur voix, de manière à ne laisser entendre que le son principal. Souvent ils parlent en aspirant, et le son est sourd et étouffé, comme s'il avait dû traverser des masses solides, ou comme s'il venait de loin. En imitant les inflexions de voix que l'on emploie quand on veut se faire entendre au loin, et en désignant le côté d'où ils veulent que les sons semblent provenir, ils complètent l'illusion en se faisant aider de l'imagination du spectateur.

II. Organe de la voix.

803. Appareil vocal. — Cet appareil, chez l'homme, est composé du *larynx* et des cavités qui se trouvent immédiatement au-dessus : l'arrière-bouche, la bouche, les fosses nasales. Il est mis en jeu au moyen de l'air chassé des poumons à travers la *trachée-artère*, tube formé d'anneaux cartilagineux superposés et réunis par des membranes qui ferment le tube dans sa partie postérieure, où les anneaux sont ouverts dans une longueur de $\frac{1}{5}$ environ de leur contour. Au-dessus de la trachée-artère se trouve le *larynx*, boîte cartilagineuse, formant en avant du cou la saillie nommée *pomme d'Adam*. C'est dans le larynx que se produit la voix; car les personnes dont la trachée-artère a été percée par accident au-dessous du larynx, ne peuvent émettre de sons, l'air s'échappant par l'ouverture; et, dès qu'on la ferme avec un tampon, la voix reparaît. Quand l'ouverture est au-dessus du larynx, l'émission des sons n'est plus empêchée. Enfin, en soufflant dans un larynx fraîchement extrait du cadavre, on peut lui faire rendre des sons.

804. Description du larynx. — Le larynx, soutenu à sa partie supérieure par un petit os en forme de fer à cheval, nommé *os hyoïde i, ii* (*fig.* 607), est formé de plusieurs cartilages : 1° le *cartilage thyroïde*, placé en avant formant la pomme d'Adam, et réuni à l'os hyoïde par une membrane *m*. 2° Au-dessous, le *cartilage cricoïde r, r*, de forme annulaire. 3° Les deux cartilages *aryténoïdes a*, en forme de pyramides courbes, articulés par la base, en arrière, au bord supérieur du cricoïde. Ces divers cartilages peuvent être déplacés les uns par rapport aux autres dans une certaine étendue, et d'une manière arrêtée, au moyen de muscles spéciaux. Il nous reste encore à signaler l'*épiglotte*, espèce de soupape cartilagineuse *e*, en forme de fente verticale qui garnit l'ouverture par laquelle le larynx communique avec le *pharynx*, sorte d'entonnoir continuant l'arrière-bouche et aboutissant à l'estomac. L'épiglotte est destinée à fermer le larynx pendant qu'on avale les aliments, afin de les empêcher d'y pénétrer, ce qui produirait la suffocation.

On remarque dans l'intérieur du larynx deux replis latéraux *c, c*, formés d'un

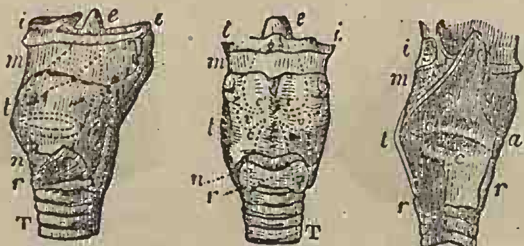


Fig. 607[1]. — $^1/_3$.

tissu jaune élastique analogue à celui des artères. Ces replis, dirigés un peu obliquement d'avant en arrière, sont les *ligaments inférieurs de la glotte*, ou *cordes vocales*. Ils laissent entre eux une fente appelée *ouverture de la glotte*. Au-dessus sont deux autres replis *c′, c′*, nommés *ligaments supérieurs de la glotte*. L'espace *v* compris entre les quatre ligaments constitue le *ventricule de la glotte*. Les cordes vocales *c, c* sont fixées par leur partie postérieure aux cartilages aryténoïdes, qui, par leurs mouvements, peuvent modifier leur tension ainsi que la largeur de la fente qui les sépare. On voit (*fig.* 608) une coupe transversale faite à travers le ventricule du larynx de l'homme. Le ventricule, *v*, ne s'étend pas jusqu'à l'extrémité de la fente de la glotte, qui se compose ainsi de deux parties, 1 et 2, dont une, 1, peut être fermée par le rapprochement des aryténoïdes *a*. La figure 609 est une coupe du larynx de la femme.

805. Mécanisme de la voix. — On a voulu comparer l'organe vocal à un instrument de musique. Les uns, comme Aristote, Galien, chez les anciens, et

[1] Larynx dépouillé de ses muscles extérieurs : 1° vu de profil; 2° vu par devant; 3° coupe médiane par un plan vertical dirigé d'avant en arrière.

Dodart, en 1700, en ont fait un instrument à vent; d'autres, et particulièrement Ferrein, y ont vu un instrument à cordes, dans lequel l'air ferait fonction d'archet. Le fait est que le larynx est un appareil spécial qu'on ne peut comparer à aucun instrument connu. Pour en expliquer le jeu, on admet généralement que les cordes vocales vibrent, comme des espèces d'anches membraneuses, sous l'influence du courant gazeux venant des poumons. Le mouvement vibratoire s'explique ici comme celui des anches libres (707), et la sortie intermittente de l'air produit le son (708). Le ton dépend de la tension, de la largeur et de la longueur de l'ouverture de la glotte, qui sont déterminées par les déplacements volontaires des cartilages aryténoïdes. G. Cuvier compare le jeu des cordes vocales à celui des lèvres qui vibrent dans une embouchure de cor, avec une vitesse qui dépend de la tension et du degré d'écartement qu'on leur donne (598).

Cette théorie satisfaisante, en germe dans les Mémoires de Dodart, a surtout été développée par J. Muller, et a provoqué une multitude d'expériences. D'abord,

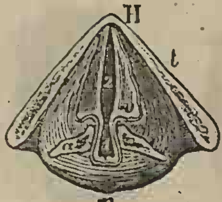


Fig. 608 [1].

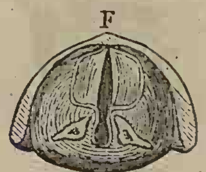


Fig. 609.

pour montrer que les sons naissent dans les cordes vocales, Magendie, M. Longet... ont enlevé, sur des animaux, l'épiglotte, les ligaments supérieurs de la glotte, et même la partie supérieure des cartilages aryténoïdes, et la production des sons n'a pas été empêchée [2]. Au contraire, l'altération des cordes vocales, ou la lésion des nerfs qui animent les muscles servant à les tendre, empêche cette production. Enfin, en soufflant dans un larynx humain séparé du cadavre, on voit vibrer les cordes vocales.

Quand on respire sans émettre de sons, l'air passe principalement par la partie postérieure de la glotte, 1 (*fig.* 608), partie qui est fermée pendant la production du son, par le rapprochement des aryténoïdes, ce qui n'empêche pas l'émission des sons d'être possible quand elle est un peu ouverte. Mayo a vu, chez un homme qui s'était coupé la gorge immédiatement au-dessus des cordes vocales, que la glotte était linéaire, quand il voulait parler, et triangulaire, c'est-à-dire élargie à la partie postérieure, quand il ne faisait que respirer. Magendie et Malgaigne ont

[1] Coupe horizontale à travers la glotte du larynx de l'homme : *t* cartilage thyroïde; *r* cartilage cricoïde; *a* cartilage arythénoïde; *v* ventricule de la glotte.

[2] Chez les animaux ruminants, il n'y a ni ligaments supérieurs ni ventricule de la glotte, ce qui ne les empêche pas d'émettre des sons.

observé le même fait chez des animaux. Avec un larynx séparé du cadavre, les sons sortent difficilement, quand la partie postérieure est ouverte. Cependant, quand on tend les ligaments et qu'on rétrécit un peu la partie postérieure, les sons peuvent encore se produire.

Laryngoscope. — On peut étudier les mouvements des diverses parties du larynx, au moyen du *laryngoscope*, imaginé ou du moins rendu pratique par le chanteur Manuel Garcia en 1855. Cet instrument consiste en deux miroirs inclinés : 1° le *miroir guttural*, carré de 1 à 3^{cm} de côté, incliné de 120° sur un long manche que l'observateur enfonce au fond de la bouche du sujet, et dans lequel il voit, par réflexion, l'intérieur du pharynx et du larynx; 2° le *miroir réflecteur* fixé obliquement à la tête de l'observateur, et qui renvoie sur le miroir guttural les rayons du soleil ou d'une lampe, rayons que ce dernier miroir réfléchit de haut en bas dans le gosier, de manière à en éclairer l'intérieur.

806. Usage des parties supérieures de l'appareil vocal. — M. Longet a prouvé que le ventricule de la glotte est aussi une partie importante de l'organe vocal; car, l'ayant supprimé sur des chiens, il a reconnu que les sons ne sortaient plus qu'avec difficulté. Ayant alors enfoncé jusqu'aux cordes vocales, des tuyaux de même diamètre que le larynx, et de longueur convenable pour que l'air y pût vibrer à l'unisson des vibrations du larynx, à l'instant, les sons naturels se sont produits. Le ventricule fonctionne donc comme un tuyau renforçant, dont les ligaments supérieurs modifient les dimensions, en se rapprochant plus ou moins. Il se comporte comme le tuyau d'une clarinette ou d'un cor, sans lequel l'embouchure de ces instruments ne peut que difficilement résonner et être amenée au ton voulu. En même temps, le larynx, en se déplaçant, modifie la capacité comprise entre l'épiglotte et les ligaments supérieurs, comme on peut le reconnaître en mettant le doigt sur la pomme d'Adam; on la sent monter pour les sons aigus, et descendre pour les sons graves. Les fosses nasales et la cavité de la bouche renforcent aussi les sons et jouent le rôle des cornets d'harmonie des tuyaux à anche. Pour les sons aigus, la langue en se rapprochant de la voûte du palais, diminue la cavité buccale, tandis qu'elle s'abaisse pour les sons graves, comme il est facile de s'en assurer en chantant devant une glace. En même temps, le voile du palais s'avance en avant pour agrandir la cavité du pharynx quand on émet des sons graves, et recule en se relevant, pour les sons aigus, et ses piliers se rapprochent l'un de l'autre. Quand on ouvre plus ou moins la bouche, le ton peut ne pas changer, mais c'est que, alors, la langue s'abaisse quand l'ouverture est plus large, et se relève dans le cas contraire.

Fig. 610 [1].

[1] *c*, cartilage cricoïde; *ba*, chevalet antérieur; *oa*, chevalet postérieur mobile autour du point *o*; *v*, vis qui peut pousser le chevalet antérieur en avant.

807. Divers physiciens et physiologistes, parmi lesquels Biot, Malgaigne, Cagnard de Latour, J. Muller, ont essayé d'imiter les sons de la voix humaine, au moyen de glottes artificielles construites avec des bandes de caoutchouc, ou faites avec le tissu jaune des artères. Ces bandes sont tendues à l'extrémité d'un tube, de manière à laisser entre elles une fente plus ou moins large. La figure 610 représente un larynx artificiel en caoutchouc, construit par Muller. On peut tendre à volonté les bords de la fente supérieure, au moyen des pinces *a*, *a*, pour faire monter ou baisser le son. Les sons de cet appareil ressemblent assez à ceux de la voix humaine, surtout quand on le surmonte de tuyaux renforçants de forme convenable; ce qui confirme la théorie que nous venons d'exposer.

808. Particularités de la voix. — Étendue. — La voix d'un même individu embrasse ordinairement deux à trois octaves. Voici le tableau des intervalles que peut embrasser généralement la voix des divers chanteurs, en prenant pour ut_1, l'*ut* grave du violoncelle, ou 130,5 vibrations simples par seconde d'après le diapason normal (649).

SOPRANO

81,5 vib. s. ALTO

mi_1 . . . ut_2 . . . fa_2 . . . ut_3 . . . fa_3 . . . ut_4 . fa_4 . . . ut_5

BASSE-TAILLE 2088 v. s.

TÉNOR

Les voix de *basse-taille* et de *ténor* appartiennent aux hommes, et celles d'*alto* et de *soprano*, aux femmes et aux enfants. On voit que l'échelle entière de la voix humaine comprend à peu près quatre octaves. Il y a des chanteurs qui, exceptionnellement, descendent jusqu'à ut_1, et même à si_1 (116 vibr. par seconde), et d'autres qui montent au-delà de ut_5 (2088 vib.). Les voix de femmes sont plus aiguës que celle des hommes, à cause des moindres dimensions du larynx; la fente de la glotte de l'homme étant à peu près double de celle de la femme et des enfants. Vers l'âge de dix-huit à vingt ans, le larynx de ces derniers acquiert rapidement des dimensions doubles et la voix descend environ d'une octave; on dit qu'elle *mue*.

Timbre de la voix. — C'est le timbre surtout qui distingue la voix des divers individus. Le timbre est dû, en partie, aux cavités supérieures au larynx; car toute altération dans leurs dimensions, modifie le timbre. Par exemple, si l'on comprime les fosses nasales, ou si elles sont obstruées, comme dans le coryza, la voix prend un timbre particulier; on dit que l'on parle du nez. Dans ce cas, les fosses nasales résonnent comme une chambre séparée. On peut produire aussi le nasonnement avec les narines ouvertes; alors le larynx s'élève et la langue se rapproche de la voûte du palais. Le timbre dépend encore de la résistance plus ou moins grande des parois du larynx. Quand les cartilages en sont épais et en partie ossifiés, la voix est forte et ferme. Chez les femmes, dont les cartilages sont plus flexibles, la voix est plus douce, et a quelque chose d'indécis qui en augmente le charme. Les tuyaux à anche munis d'une large ouverture fermée par une peau flexible (708) engendrent aussi des sons plus doux que lorsque les parois sont entièrement rigides.

Voix de fausset. — On nomme ainsi une voix grêle et un peu aigre dont les chanteurs se servent pour les sons aigus. On a cru d'abord que la voix de fausset formait la continuation de la voix de poitrine; mais Manuel Garcia a montré qu'elles sont distinctes l'une de l'autre; car des chanteurs peuvent produire un certain nombre de notes avec l'une ou l'autre, à volonté. Pendant la voix de fausset, le bord antérieur du cartilage cricoïde s'élève notablement, et les ligaments supérieurs se rapprochent et se tendent fortement. La forme de la cavité du larynx est donc changée, ce qui suffit pour motiver une différence de timbre; de même que deux anches à l'unisson diffèrent par le timbre, quand elles sont montées sur des porte-vent de forme différente.

Intensité. — L'intensité de la voix dépend de la force du courant d'air, des dimensions du larynx, de la fermeté de ses cartilages, et enfin de l'appareil renforçant formé par les cavités du pharynx, de la bouche et des fosses nasales. Plus ces cavités sont vastes et leurs ouvertures extérieures larges, plus la voix a de sonorité. Quelques chanteurs se font enlever les amygdales, sortes de glandes qui rétrécissent l'isthme du gosier, pour augmenter l'éclat de leur voix. Les poumons et la poitrine vibrent aussi pendant l'émission des sons, et leurs vibrations concourent à en augmenter l'intensité.

809. Parole. — Aux sons produits dans le larynx, nous pouvons joindre, sans en changer le ton, certaines modifications qui constituent la *voix articulée* ou la *parole*, et qui prennent naissance dans les cavités qui surmontent le larynx. En effet, on peut *prononcer* sans produire de sons véritables; par exemple, quand on parle à voix basse, auquel cas on n'entend qu'un bruissement, produit par le passage de l'air à travers les cavités buccales, et semblable à celui qu'on entend quand on souffle sur le bord d'un vase. Comme le dit Mersenne, la voix n'est que la matière de la parole.

Les sons articulés se divisent en *voyelles*, qui peuvent se prolonger autant que la respiration le permet, et correspondent à une situation fixe de tout l'appareil vocal; et en *consonnes* qui ne peuvent en général être soutenues qu'un moment, et sont dues à des mouvements rapides, pendant lesquels cet appareil se dispose pour former une voyelle. Il y a des consonnes que l'on peut soutenir, comme les sifflantes S, F, J, Z, Ch, mais sans émettre en même temps de son proprement dit. L' R fait exception; on peut le soutenir en l'accompagnant d'un son musical, mais sans désigner de voyelle particulière.

La prononciation dépend de la position et des mouvements du pharynx, du voile du palais, de la langue et des lèvres. La langue paraît jouer ici le rôle le plus important; cependant, d'autres parties peuvent la suppléer jusqu'à un certain point, car on cite des personnes privées de langue qui prononçaient nettement.

On est parvenu à imiter la parole au moyen d'instruments spéciaux. Si l'on pose la main étendue sur un cornet d'harmonie un peu court surmontant un tuyau à anche (709), on distingue l'articulation de l'M et la syllabe MAN, quand on la soulève brusquement. Si l'on répète deux fois de suite le même mouvement, on entend le tuyau dire : *Man Man*. Mersenne cite un orgue qui prononçait les voyelles et les consonnes. Kempelen a construit, en 1791, une *machine parlante*, à laquelle il faisait prononcer, par l'action d'un courant d'air, des mots et de courtes phrases ; mais, d'après les contemporains, les résultats étaient très-défectueux. M. Wilis et Wheatstone ont aussi imaginé des instruments produisant des effets analogues.

D'autres essais ont été faits depuis, et, tout récemment, M. Faber, de Vienne, a fait connaître un appareil à tuyaux et à soufflet, articulant assez nettement des mots, quand on appuie sur des touches d'un clavier choisies convenablement. Cette *machine* parlante donne des résultats meilleurs que celles qui l'ont précédée, mais la prononciation laisse toujours un peu à désirer.

810. Cause du timbre des voyelles. — Le timbre des voyelles est produit par des sons concomitants plus ou moins intenses qui accompagnent le son principal. Chaque voyelle a les siens, et ces sons additionnels sont des harmoniques produits dans le larynx, et dont la résonnance de la bouche renforce une partie, d'après le volume et la forme de la masse d'air qu'elle contient. M. Donders a prouvé, le premier, que cette résonnance n'est pas la même pour les différentes voyelles ; Wheatstone a établi la théorie remarquable qui précède, et enfin M. Helmholtz a développé cette théorie, et l'a appuyée de nombreuses expériences en déterminant les sons additionnels qui caractérisent chaque voyelle ; ce que M. Donders a fait aussi de son côté.

M. Helmholtz a procédé principalement par deux méthodes différentes qui se contrôlent mutuellement :

1° Pour reproduire le timbre des voyelles, M. Helmholtz s'est servi de l'appareil composé de 8 diapasons à résonnateurs, que nous avons décrit à propos du timbre du son (635). Sept de ces diapasons donnent les harmoniques du plus grave, qui fait 244 vibrations simples par seconde ; ce qui correspond à si_1, en adoptant le nouveau *la* normal (649). Les harmoniques sont donc

1	2	3	4	5	6	7		8
si_1	si_2	fa_3	si_3	$ré_4$	fa_4	$la\sharp_4$	et	si_4

dont les deux extrêmes représentent à peu près les limites ordinaires de la voix humaine.

Quand, les diapasons étant maintenus en vibration par le courant électrique, les huit résonnateurs sont fermés, on n'entend qu'un léger murmure ; mais dès qu'on ouvre un des résonnateurs, le son du diapason correspondant se fait entendre énergiquement. Voici les résultats obtenus, au moyen de cet appareil, sur le timbre des voyelles chantées.

A s'obtient en ajoutant au son fondamental, les sons 3, 5, 6 et 7, le son 3 étant assez faible. En supprimant ce dernier, la voyelle prend un ton nasal.

É résulte de la combinaison des sons 1, 2 et 3, le son 2 étant plus faible que 3. On peut aussi y joindre 4 et 5 très-faibles.

E s'obtient en combinant les sons 1, 3, 5, le son 3 étant assez faible.

I résulte de la combinaison de 1 faible, avec 2, 3 très-faible, 4 très-fort, et 5 un peu moins fort. Les sons 3 et 5 ne sont pas indispensables.

O s'obtient au moyen des sons 1 et 2, à peu près de même intensité. En y joignant les harmoniques 3 et 4 très-faibles, le résultat est encore meilleur.

U se produit en combinant les sons 1 et 3.

OU est donné à peu près par un tuyau; mais on le rend encore mieux en y ajoutant le son 3 très-faible.

EU s'obtient au moyen des sons 1, 2, 3, à peu près de même force.

2° Pour reconnaître directement la présence des harmoniques caractéristiques, dans les voyelles émises par la voix, M. Helmholtz se sert de *résonnateurs* de différentes grandeurs, donnant la série des 20 premiers harmoniques de ut_1, de ut_2 à ut_5, et applique à l'oreille celui qui renforce le son dont il veut vérifier la présence. Le cornet analyseur (633) se prête facilement à ces sortes d'expériences.

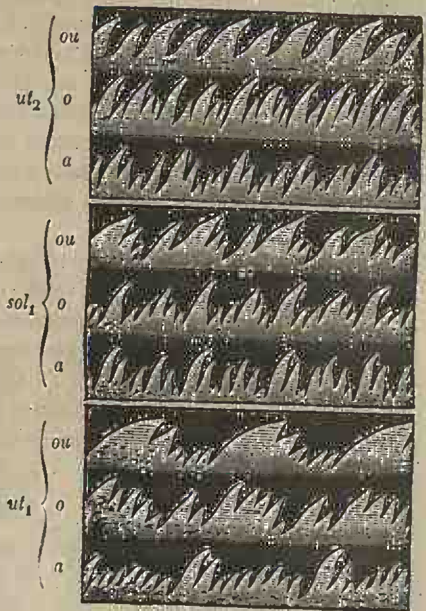


Fig. 614.

Un autre moyen consiste à placer devant la bouche ouverte et prononçant une voyelle à voix basse, un diapason qui donne un des harmoniques caractéristiques de cette voyelle; cet harmonique est aussitôt renforcé par la masse d'air qui remplit les cavités buccales. — Enfin, si l'on chante sur une voyelle, près d'un piano dont on a levé les étouffoirs, on entend certaines cordes résonner, et la résonnance reproduit le timbre de la voyelle.

Remarquons que les résultats précédents correspondent à la prononciation allemande, les voyelles n'ayant pas exactement le même timbre dans différentes langues, ni même chez certains individus, dont la voix peut présenter un *accent* particulier.

811. Méthode des flammes manométriques. — L'appareil à résonnateurs et à flammes manométriques de M. Kœnig (*fig.* 489, p. 582) permet de distinguer avec facilité les sons qui accompagnent et caractérisent une voyelle. Les flammes qui correspondent aux résonnateurs renforçant un des sons existant dans la voyelle émise donnent, dans le miroir tournant, des séries d'images séparées, tandis que les autres flammes forment des bandes continues.

Si l'on fait entendre une voyelle dans l'entonnoir qui termine le tube aboutissant à la capsule manométrique *c* (*fig.* 487, p. 581), dans laquelle les sons mélangés agissent sur une même flamme, on voit, dans le miroir tournant, une série de groupes d'images formés de la superposition des flammes qui correspondent à chacun des sons coexistant dans la voyelle. La figure 611 représente l'aspect des images données par la flamme, sous l'influence des voyelles OU, O, A, chantées successivement sur les notes ut_2, sol_1 et ut_1. On voit que les groupes sont d'autant plus compliqués, pour une même voyelle, que la note sur laquelle elle est chantée est plus basse. Les harmoniques qui peuvent manifester leur présence dans l'image de la flamme, sont donc d'autant plus nombreux que le son est plus grave, comme on l'a observé également en étudiant le timbre des sons musicaux (634).

Les *flammes sensibles* (700) peuvent aussi mettre en évidence la présence de certains sons concomitants dans une voyelle chantée. Une flamme longue et mince sortant par un seul orifice, reste indifférente ou s'affaisse plus ou moins pendant l'émission d'une voyelle, ou sous l'influence de la consonne qui la précède. M. Tyndall cite une longue flamme, qu'il appelle *flamme aux voyelles*, et qui était tellement sensible aux consonnes sifflantes, qu'elle s'affaissait quand on les faisait entendre dans son voisinage, au point qu'elle devenait presque invisible.

FIN DU PREMIER VOLUME

TABLE DES MATIÈRES

DU PREMIER VOLUME

LIVRE II

DES CORPS CONSIDÉRÉS SÉPARÉMENT

SOUS LES TROIS ÉTATS

LIVRE III

DES CORPS EN VIBRATION

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES

Toulouse, typographie Paul Privat, rue Tripière, 9. — 155