

Inw. A. 26416

DIE
GESETZE UND ELEMENTE DES
WISSENSCHAFTLICHEN DENKENS

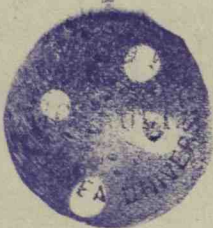
EIN LEHRBUCH DER ERKENNTNISTHEORIE
IN GRUNDZÜGEN

VON

DR. G. HEYMANS

PROFESSOR DER PHILOSOPHIE AN DER UNIVERSITÄT GRONINGEN

VIERTE
DURCHGESEHENE AUFLAGE



1 9 2 3

LEIPZIG / VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

165(021)(045.8)=3

51849



BIBLIOTECA CENTRALA
A
UNIVERSITAȚII
DIN
BUCUREȘTI

Nº Curent. 51440 Format

Nº Inventar. A.26416 Anul

Secția Depozit III Raftul

CONTROL 1953

Biblioteca Centrală Universitară
"Carol I" București
Cota.....51440

PC 58/10

Die 1. Auflage erschien 1894
(in Leiden)

Die 2. Auflage erschien 1908

Die 3. Auflage erschien 1915

Die 4. Auflage erschien 1923

*

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung, vorbehalten.

B.C.U. "Carol I" - Bucuresti



C51849

Vorwort.

Der Zweck des vorliegenden Buches ist ein doppelter: für den Nichtphilosophen soll es ein Lehrbuch der Erkenntnistheorie, für den Philosophen aber eine durch Beispiele erläuterte Abhandlung über die Methode in dieser Wissenschaft sein. Das Bestreben, beides in einem Buche zu vereinen, wurzelt in meiner Überzeugung, daß eben jene empirische Forschungs- und Beweismethode, deren gutes Recht in der Philosophie ich den Fachgenossen gegenüber zu verteidigen wünsche, sich auch als Darstellungsmethode ganz besonders demjenigen empfiehlt, der wissenschaftlich gebildete Menschen in die Philosophie einzuführen hat. Freilich glaube ich mit der Ansicht, daß die Erkenntnistheorie dem Wesen nach eine empirische Wissenschaft sei, nicht etwas wesentlich Neues vorgebracht, sondern nur theoretisch begründet zu haben, was in der Praxis doch schon Gemeingut aller ist. Oft sogar kam es mir vor, als ob ich nur „le secret de tout le monde“ ausspräche. Denn sämtliche erkenntnistheoretische Untersuchungen der Gegenwart beschäftigen sich doch eben mit Problemen, welche aus den gegebenen Erscheinungen des Denkens hervorgehen, und versuchen dieselben durch gegebene oder hypothetisch vermutete Tatsachen des Denkens zu lösen. Es erschien mir wünschenswert, diesen Sachverhalt auch in der Form einmal voll und klar zum Ausdruck zu bringen.

Mit der Bestimmung des vorliegenden Buches, an erster Stelle ein Lehrbuch zu sein, hängt aber verschiedenes zusammen.

Erstens, daß es mir vor allem am Herzen liegen mußte, auf die Bedeutung der Probleme, deren massives, von aller Willkür unabhängiges Gegebensein noch so oft verkannt wird, das volle Licht fallen zu lassen. Der Dozent der Philosophie ist eben darin gegen andere im Nachteil, daß er die „Verwunderung über das Gegebene“, aus welcher alles wissenschaftliche Interesse hervorgeht, nicht voraussetzen darf, sondern erst erwecken muß. Ich habe mich in dieser Sache lieber dem Vorwurf allzu großer Ausführlichkeit, als dem Vorwurf ungenügender Klarheit ausgesetzt.

Was zweitens die Lösungen der Probleme betrifft, habe ich mich bestrebt nur dasjenige zu geben, was sich beweisen, oder doch in hohem Grade wahrscheinlich machen läßt. Offene Fragen offen zu lassen, habe ich mich nicht gescheut; Ver-

mutungen und Aussichten auf bloß mögliche Lösungen entweder zurückgehalten, oder ausdrücklich als solche markiert. Allerdings können auch über die Frage, ob ein gegebener Beweis stichhaltig ist, die Meinungen wieder geteilt sein; ich habe mich nur bemühen können, durch möglichst vollständige Angabe der Begründungen dem Leser die Kontrolle zu erleichtern.

Drittens habe ich geglaubt, in der Erörterung und Wiederlegung entgegengesetzter Ansichten mich auf solche Erklärungsversuche beschränken zu müssen, welche ich als in weiteren wissenschaftlichen Kreisen bekannt voraussetzen dürfte; während ich umgekehrt diejenigen Theorien, welche man nur durch philosophische Fachstudien kennenlernt, unberücksichtigt gelassen habe. Nur für eine Frage: diejenige nach dem Verhältnisse zwischen Erkenntnistheorie und Psychologie, habe ich ihrer grundlegenden Bedeutung wegen eine Ausnahme machen zu müssen geglaubt.

Endlich: die Literaturangaben gehören ausschließlich dem „Lehrbuche“ an. Das heißt: dieselben beanspruchen nicht alles Wichtige, selbst nicht alles Wichtigste, aus der einschlägigen Literatur hervorzuheben; sondern dieselben wollen nur dem Anfänger, der sich über die hier behandelten Fragen genauer zu orientieren wünscht, das Suchen erleichtern. Es sind ja auch hier nur die ersten Schritte, welche der Führung bedürfen.

Soviel über den Inhalt des Buches. Für die sprachliche Form bitte ich als Ausländer um Nachsicht. Ich bin mir vollkommen bewußt, nicht immer den zutreffenden Ausdruck für meine Gedanken gefunden zu haben, und kann nur hoffen, daß man das Buch besser lesen wird, als ich es geschrieben habe.

Leiden, März 1890.

G. Heymans.

In der zweiten Auflage haben besonders die §§ 10, 18, 91 und 97 bedeutendere Erweiterungen oder Veränderungen erfahren; in der dritten ist die Einleitung vollständig umgearbeitet worden, um den Gegensatz meines Standpunktes zu demjenigen der Positivisten, welcher (merkwürdigerweise) bisweilen verkannt worden war, von Anfang an deutlicher hervortreten zu lassen. Für die vorliegende vierte Auflage habe ich das Buch sorgfältig durchgesehen, jedoch nur an wenigen Stellen (§§ 34, 55, 56) inhaltlich etwas verändert oder ergänzt.

H.

Inhalt.

Einleitung.	Seite
1. Die Aufgabe der Erkenntnistheorie	1
2. Die Tatsachenfrage	5
3. Die Rechtsfrage	10
4. Die Rechtsfrage. Fortsetzung	17
5. Erkenntnistheorie und Psychologie	21
6. Gibt es allgemeinemenschliche Denkgesetze?	28
7. Die Denkgesetze im Leben und in der Wissenschaft	32
8. Einfache und zusammengesetzte Urteile	34
9. Näheres über die Methode der Untersuchung	38
10. Verhältnis der Erkenntnistheorie zu anderen Wissenschaften	42
11. Einteilung des Buches	45

Allgemeiner Teil.

I. Die allgemeinen Verbindungsgesetze (formale Logik).

Die Tatsachen des logischen Denkens.

12. Die Urteile und ihre Klassifikation	46
13. Die Urteile und ihre Klassifikation. Fortsetzung	52
14. Die Aristotelischen Denkgesetze; die Methode der Untersuchung	57
15. Ergebnisse	59
16. Die Gesetze des Folgerns und der unmittelbare Schluß	64
17. Die Grundgesetze des logischen Denkens	68
18. Realgesetze und Normen des Denkens	69

Die Erklärung der Tatsachen.

19. Das Problem der Geltung der logischen Gesetze für die gegebene Welt	77
20. Die empiristische Theorie	79
21. Die geometrische Theorie	90
22. Die Lösung des Problems	94
23. Die apodiktische Gewißheit der logischen Gesetze	99

II. Die Elemente.

24. Die letzten Gründe in den Spezialwissenschaften	104
25. Lücken in der Beweisführung der Spezialwissenschaften	105
26. Synthetische Urteile apriori	108
27. Synthetische Urteile apriori: Fortsetzung	113
28. Synthetische Urteile apriori: Schluß	116

 Spezieller Teil.
I. Die mathematischen Wissenschaften.**I. Die Arithmetik.***Die Tatsachen des arithmetischen Denkens.*

29. Der apriorische Charakter der Arithmetik	123
30. Die arithmetischen Elementarurteile	127
31. Die arithmetischen Elementarurteile: Fortsetzung	129

Die Erklärung der Tatsachen.

32. Die empiristische Theorie	132
33. Geometrische und chronometrische Theorien	139
34. Die Grundlage der Arithmetik: das Zählen	141
35. Die Bedeutung der arithmetischen Formeln	146
36. Die Anwendung auf die Wirklichkeit	151
37. Ergebnisse	154
38. Die Erweiterung der Zahlenreihe	155
39. Die Erweiterung der Zahlenreihe: Fortsetzung	157

II. Die Geometrie.*Die Tatsachen des geometrischen Denkens.*

40. Die geometrischen Axiome	162
41. Der wesentliche Inhalt unseres räumlichen Wissens. Einleitende Bemerkungen	168
42. Die Versuche Legendres und Lobatschewskys über die erkenntnistheoretische Natur des Parallelenaxioms	169
43. Die Untersuchungen Riemanns und Helmholtz': Die Methode	171
44. Die Untersuchungen Helmholtz'	172
45. Die Untersuchungen Riemanns	176
46. Das Gesamtergebnis der Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen	177

Die Erklärung der Tatsachen.

47. Die empiristische Theorie	183
48. Die empiristische Theorie: Fortsetzung	185
49. Die Hypothese Kants	192

50. Einwürfe gegen die Hypothese Kants auf Grund der Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen	199
51. Einwürfe gegen die Hypothese Kants auf Grund der Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen: Fortsetzung	200
52. Einwürfe gegen die Hypothese Kants auf Grund der Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen: Schluß	203
53. Der psychologische Ursprung der Raumvorstellung	207
54. Der Raum des Bewegungssinnes: die Hypothese Riehls	214
55. Die Geometrie des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls	222
56. Die Geometrie des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls: Fortsetzung	234
57. Der Raum als die Form der Bewegungsempfindungen	237
58. Der Raum als die Form der Bewegungsempfindungen: Fortsetzung	239
59. Die „physische Geometrie“	242

III. Die Kinematik.

60. Allgemeine Bemerkungen	248
61. Die synthetisch-apriorische Natur des chronometrischen Wissens	249
62. Die Hypothese Kants	250
63. Die Hypothese Kants: Fortsetzung	254

II. Die Naturwissenschaften.

I. Das naturwissenschaftliche Denken im allgemeinen.

Die Tatsachen des naturwissenschaftlichen Denkens.

64. Das induktive Denken	261
65. Vollständige und unvollständige Induktion	265
66. Die Theorie Jevons'	271
67. Einleitendes über die Methode der Untersuchung	279
68. Die Arten der Induktion	282
69. Die kausale Induktion und die Millschen Gesetze	284
70. Das zweite und vierte der Gesetze Mills	290
71. Das erste, dritte und fünfte der Gesetze Mills	294
72. Die formalen Kausalprinzipien	304
73. Die außerkausale Induktion: die Koexistenzgesetze	308
74. Die weiteren Fälle außerkausaler Induktion	314
75. Die materialen Kausalprinzipien	318
76. Schlußbemerkungen	330

Die Erklärung der Tatsachen.

77. Die assoziationalistische Theorie	333
78. Die assoziationalistische Theorie: Fortsetzung	336
79. Die assoziationalistische Theorie: Schluß	341
80. Die anthropomorphistische Theorie	346

	Seite
81. Die Hamiltonsche Hypothese	350
82. Die Hamiltonsche Hypothese und die formalen Kausalprinzipien	353
83. Die Hamiltonsche Hypothese und die materialen Kausalprinzipien	359
84. Die Hamiltonsche Hypothese und der Sprachgebrauch	364
85. Die Hamiltonsche Hypothese und der physikalische Kraftbegriff	371
86. Das Bedürfnis einer weiteren Erklärung	377
 II. Die Mechanik.	
87. Einleitendes über die Tatsachen des mechanischen Denkens	383
88. Der Begriff der absoluten Bewegung	385
89. Der Begriff der absoluten Bewegung: Fortsetzung	390
90. Das Trägheitsprinzip: die Tatsachen	398
91. Das Trägheitsprinzip: die Erklärung der Tatsachen	402
92. Der mechanische Kraftbegriff und das Unabhängigkeitsprinzip	409
93. Das Prinzip der Wechselwirkung	416
94. Der Massenbegriff	418
95. Ergebnisse	421
 III. Die empirische Naturwissenschaft.	
96. Die Annahme einer Außenwelt und die mechanische Naturbe- trachtung: die Tatsachen	426
97. Die Annahme einer Außenwelt und die mechanische Naturbe- trachtung: die Erklärung der Tatsachen	433
Register	439

Einleitung¹⁾.

1. Die Aufgabe der Erkenntnistheorie. Gegenstand der Erkenntnistheorie ist das Erkennen. Was mit diesem Worte gemeint ist, weiß jeder; wünscht man eine scharfe Begriffsbestimmung, so ließe sich sagen: irgend etwas erkennen, heißt, Vorstellungen haben, welche mit diesem Etwas übereinstimmen, und welche als mit demselben übereinstimmend gedacht werden. Der betreffende Begriff findet demnach nur Anwendung, wo erstens Vorstellungen, und zweitens Gegenstände, auf welche diese Vorstellungen sich in der ange-deuteten Weise beziehen, vorliegen; es genügt aber ebensowenig die Übereinstimmung zwischen einer Vorstellung und etwas außerhalb derselben ohne das Denken dieser Übereinstimmung, wie das Denken der Übereinstimmung ohne die Übereinstimmung selbst, um Erkenntnis zu konstituieren. Wenn ich mir in der Phantasie ein Haus vorstelle, welches zufällig mit einem mir unbekanntem wirklichen Hause übereinstimmt, so kann man nicht sagen, daß ich dieses Haus erkenne; ebensowenig aber, wenn ich glaube, daß meine Vorstellung mit einem wirklichen Hause übereinstimmt, ohne daß dies tatsächlich der Fall wäre; vielmehr müssen, damit von Erkenntnis des Hauses geredet werden könne,

¹⁾ Literatur. Allgemeine Werke über Erkenntnistheorie: Kroman, Unsere Naturerkenntnis, Kopenhagen 1883; Liebmann, Zur Analysis der Wirklichkeit, Straßburg 1876; Riehl, Der philosophische Kritizismus und seine Bedeutung für die positive Wissenschaft, 2 Bde., Leipzig 1876—87; Cassirer, Substanzbegriff und Funktionsbegriff, Berlin 1910; Sigwart, Logik, 2 Bde., Tübingen 1873—78; Husserl, Logische Untersuchungen, Halle 1900; Ideen zu einer reinen Phänomenologie I, Halle 1913; Mach, Die Analyse der Empfindungen, Jena 1900; Erkenntnis und Irrtum, Leipzig 1905; James, Pragmatism, New-York 1907; Rickert, Der Gegenstand der Erkenntnis, Tübingen 1904. — Über die Methode: Windelband, Kritische oder genetische Methode? (Präludien, Freiburg i. B. 1884, S. 247—279); sowie mein Artikel: Erkenntnistheorie und Psychologie (Philosophische Monatshefte XXV, 1 u. 2).

diese beiden: die tatsächliche Übereinstimmung und das Denken der Übereinstimmung, notwendig zusammenkommen. In diesem Sinne wird, soviel ich sehe, das Wort sowohl im Leben wie in der Wissenschaft verwendet, und ich finde keinen Grund, denselben durch einen anderen zu ersetzen (3).

Es kann nun zunächst gefragt werden, was es denn an diesem Erkennen wissenschaftlich zu untersuchen gebe. Von jener Übereinstimmung zwischen Vorstellung und Gegenstand, auf welche sich alle Erkenntnis bezieht, scheine ich mich doch nur dadurch überzeugen zu können, daß ich die Vorstellung mit dem Gegenstande verglichen, oder gar direkt dem Gegenstande entnommen habe. Und so würde sich denn die Erkenntnistheorie damit begnügen müssen, festzustellen, daß alle Erkenntnis durch Vergleichung unserer Vorstellungen mit ihren Gegenständen zustande komme, also, kurz gesagt, auf „Erfahrung“ beruhe. Über diese dem natürlichen Denken geläufige „empiristische“ Auffassung haben wir vor allem einiges zu bemerken.

Ohne Zweifel ist der Gedanke, welcher derselben zugrunde liegt, an und für sich richtig. Wenn wir darüber nachdenken, was wir mit dem Worte Erkennen eigentlich meinen, so sehen wir gar nicht ein, wie es möglich sein sollte, von irgend einem Gegenstande wirklich etwas zu erkennen, außer sofern wir es der auf diesen Gegenstand sich beziehenden Erfahrung entnommen haben. Untersuchen wir aber nicht den abstrakten Begriff des Erkennens, sondern die tatsächlich im Leben und in der Wissenschaft vorliegende Erkenntnis, so finden wir zu unserem Erstaunen, daß dieselbe auf allen Gebieten unendlich mehr enthält, als die vorliegende Erfahrung gewährleisten zu können scheint. Zu demjenigen, was wir als nacktes Erfahrungsergebnis anerkennen, wird überall im Denken noch etwas hinzugetan; und zwar etwas von so eingreifender Bedeutung, daß ohne dasselbe die Wissenschaft ihr eigentümliches Gepräge vollständig verlieren müßte. Am leichtesten läßt sich dies nachweisen für die Sätze der Arithmetik und Geometrie: die absolute Genauigkeit, welche diese Sätze in Anspruch nehmen, läßt sich offenbar ebensowenig durch unsere doch immer nur approximativen Messungsmethoden verifizieren, wie die notwendige Geltung, welche wir denselben zuschreiben,

in der nur Tatsächliches bietenden Erfahrung gegeben sein kann. Aber der aufgestellte Satz behält auch für die Naturwissenschaft seine Gültigkeit. Nicht nur weil die Geologie Tatsachen bespricht, welche stattgefunden haben, als noch kein menschliches Auge da war, dieselben wahrzunehmen; nicht nur weil die kinetische Theorie der Gase den Atomen und Molekülen Abmessungen und Geschwindigkeiten zuschreibt, welche sich nicht nur der Wahrnehmung, sondern selbst der Vorstellung entziehen; — auch im einfachsten empirischen Gesetz, in der bloßen Konstatierung einer isolierten Tatsache, liegt schon vieles, was über die Erfahrung hinauszugehen scheint. Wir sehen, daß zwei Erscheinungen regelmäßig aufeinander folgen; wir behaupten aber, daß die eine Ursache der anderen sei: d. h. wir machen aus der bloß zeitlichen eine inhaltliche Beziehung, welche wir dennoch als sinnlich un wahrnehmbar und unvorstellbar anerkennen müssen. Aber noch weiter! Die Naturwissenschaft beschäftigt sich mit den Dingen der Außenwelt; kann ich aber je ein außer mir befindliches Ding unmittelbar wahrnehmen? Schon die Physiologie der Sinnesorgane gibt eine verneinende Antwort. Sie weist nach, daß überall und immer zwischen dem Auftreten des vorausgesetzten Dinges und der entsprechenden Empfindung höchst komplizierte Prozesse verlaufen, dergestalt, daß dasjenige, welches wir wahrnehmen, niemals das Ding selbst, sondern stets etwas ganz anderes ist, welches wir im besten Falle nur als die sehr entfernte Wirkung eines Geschehens außer uns, dessen Inhalt durch die Eigenschaften jenes Dinges für einen größeren oder geringeren Teil mitbestimmt wird, interpretieren können. Auch eine Berufung auf physikalische oder physiologische Theoreme, durch welche die Übereinstimmung zwischen Vorstellung und Ding verbürgt werde, kann nichts nützen. Denn erstens wäre mit dieser Berufung selbst anerkannt, daß nicht die direkte Vergleichung der Vorstellung mit dem Objekt, sondern eben jene physikalischen und physiologischen Schlußfolgerungen in letzter Instanz die Gewißheit begründen; zweitens aber enthielte dieselbe offenbar einen Zirkelschluß, insofern der Beweis für den Erkenntniswert der Sinneswahrnehmung Wissenschaften entnommen würde, welche selbst in ihrem ganzen Umfang auf der Voraussetzung dieses Erkenntniswertes sich stützen. Es bleibt demnach bei der in der Philosophie nicht eben neuen, jedenfalls aber von

der Physiologie glänzend bestätigten Einsicht, daß uns niemals die Dinge selbst, sondern stets nur unsere Empfindungen in der Wahrnehmung gegeben sind. Nur bei den Urteilen über eigene Empfindungen und Gemütszustände („ich sehe rot“, „ich empfinde Wärme“, u. d.), sowie über die Beziehungen zwischen denselben („das Rot ist dem Gelb mehr als dem Grün verwandt“, „die Empfindung großer Wärme ist derjenigen großer Kälte ähnlich“) läßt sich die Wahrheit des Urteils durch Vergleichung der Vorstellung mit ihrem Gegenstande bestätigen. Bei allen Urteilen über die Außenwelt aber (das Urteil: „es gibt eine Außenwelt“ eingeschlossen) scheint diese Vergleichung ein für allemal unmöglich zu sein.

Aus dieser Sachlage ergeben sich nun naturgemäß zwei Fragen, welche man kurz als die Tatsachenfrage und die Rechtsfrage innerhalb der Erkenntnistheorie bezeichnen kann. Die erstere lautet so: wenn nach obigem die Erfahrungsdaten im Denken nicht bloß aufbewahrt, sondern auch in weitem Umfange verarbeitet werden, nach welchen Gesetzen findet dann diese Verarbeitung statt? was ist an derselben erklärungsbedürftig, und wie läßt sich dafür eine Erklärung geben? Die zweite dagegen so: wenn all dasjenige, welches wir Erkenntnis nennen, nicht durch Vergleichung unserer Vorstellungen mit ihren Gegenständen, sondern vielmehr durch eine Verarbeitung der Erfahrungsdaten nach Gesetzen des Denkens zustande kommt, inwiefern sind wir dann noch berechtigt, dieser Erkenntnis Wahrheit beizulegen, also dieselbe als wirkliche Erkenntnis gelten zu lassen? Diese beiden Fragen scheinen zunächst völlig unabhängig voneinander zu sein: wenn wir wissen, durch welche Ursachen (vielleicht durch Tradition, oder durch einen Fehlschluß) irgendeine Überzeugung zustande gekommen ist, so lehrt uns dies noch nichts über ihren Wahrheitsgehalt, und ebensowenig läßt sich aus der feststehenden Wahrheit eines Satzes ableiten, in welcher Weise irgend eine Person zur Erkenntnis dieser Wahrheit gelangt ist. Und in der Tat begegnen wir häufig der Behauptung, daß die Psychologie (der die Beantwortung der Tatsachenfrage anheimfalle) und die Erkenntnistheorie (welche sich auf die Rechtsfrage zu beschränken habe) nichts miteinander zu schaffen haben. Die

Frage, ob es sich wirklich so verhält, ist von grundlegender Bedeutung für die innerhalb der Erkenntnistheorie zu befolgende Methode; wir werden demnach nicht unterlassen dürfen, dieselbe scharf ins Auge zu fassen.

2. Die Tatsachenfrage. Erkenntnisse sind uns zunächst als etwas im Bewußtsein, also als psychische Tatsachen, gegeben, und sie kommen hier, wie oben bemerkt wurde, vielfach als das Produkt einer weitgehenden Verarbeitung der ursprünglichen Daten zustande. Daß gesetzmäßig wirkende Ursachen diesen Prozeß bedingen, ist von vornherein mindestens sehr wahrscheinlich; nicht nur weil wir bis jetzt auf jedem Gebiete die kausale Betrachtung anwendbar gefunden haben, sondern auch auf Grund der vorliegenden Tatsachen selbst. Schon die einfache Überlegung, daß es so etwas wie Beweise gibt, legt eine kausale Auffassung des Denkprozesses nahe. Denn was heißt es eigentlich: etwas beweisen? Was tut eigentlich der Mann der Wissenschaft, wenn er mir die Wahrheit irgend eines Satzes beweisen will? Er versucht durch Worte und Zeichen, durch Hinweisung auf wahrnehmbare und durch Erzählung wahrgenommener Tatsachen, in meinem Bewußtsein solche Vorstellungen und Gedanken in solcher Gruppierung hervorzurufen, daß sich daraus mit Notwendigkeit die Überzeugung von der Wahrheit des zu beweisenden Satzes bei mir entwickelt. Diese Notwendigkeit empfinde ich sehr lebhaft: ich kann ebensowenig ohne Beweis jene Überzeugung willkürlich in mir hervorzaubern, wie ich dieselbe willkürlich unterdrücken kann, nachdem ich einmal den Beweis verstanden habe. Ob ich jenen Beweis anhören, jenen Vorstellungen und Gedanken den Zutritt zu meinem Bewußtsein gestatten werde, das kann von meinem Willen abhängen; wie aber der Beweis, wenn einmal in mein Bewußtsein aufgenommen, wirkt, ob er dort eine Überzeugung und welche Überzeugung er dort zustande bringt, das ist von meinem Willen durchaus unabhängig. Offenbar muß demnach zwischen Beweis und Überzeugung, beide als Bewußtseinserscheinungen betrachtet, ein ursächliches Verhältnis angenommen werden. Man wird nun vielleicht sagen, ein wirklicher Beweis sei doch noch etwas mehr als eine Ursache von Überzeugung, und das mag auch zugestanden werden: jedenfalls ist aber der Beweis auch eine Ursache

von Überzeugung, und eben als solche kommt er in dem jetzt vorliegenden Zusammenhange in Betracht. Man wird vielleicht auch bezweifeln, ob wir hier mit Recht von einem ursächlichen Verhältnis reden, da der Beweis doch nicht, wie eine richtige Ursache ihre Wirkung, überall und immer die zugehörige Überzeugung zustande bringt. Aber dieser Einwand läßt sich leicht durch den Hinweis auf analoge Verhältnisse auf anderen Gebieten entkräften. Wenn ich den Hahn eines geladenen Gewehres losdrücke, so wird jeder diese Handlung die Ursache des nachfolgenden Schusses nennen: dennoch kann der Schuß ausbleiben, wenn etwa das Pulver feucht oder der Mechanismus des Gewehres in Unordnung geraten ist. Ähnlich wie dort müssen auch hier gewisse Bedingungen erfüllt sein, wenn die Ursache ihre Wirkung hervorbringen soll: eine gewisse Spannung der Aufmerksamkeit, Klarheit und Beweglichkeit der Vorstellungen, und vielleicht noch andere. Hier ebensowenig wie dort wird aber dadurch die Anwendbarkeit der kausalen Betrachtung ausgeschlossen¹⁾.

Wir dürfen also hoffen, durch sorgfältige Sammlung und Vergleichung des vorliegenden Tatsachenmaterials und durch gewissenhafte Anwendung induktiver Methoden in der gleichen Weise und im gleichen Sinne die Gesetze des auf Wahrheit gerichteten Denkens ermitteln zu können, wie wir sonst etwa die Gesetze der Elektrizität oder die Gesetze der Assoziation zu ermitteln versuchen. Gesetzt nun aber, jenes Ziel wäre erreicht, so wäre damit unsere kausale Untersuchung noch keineswegs zu Ende. Denn wie in allen anderen kausalen Wissenschaften, hat sich auch hier der Feststellung von Gesetzen die Erklärung derselben anzuschließen. Hier wie dort kann der Inhalt der ermittelten Gesetze ein solcher sein, welcher, so wie er vorliegt, als rätselhaft erscheint; für die Wissenschaft bedeutet aber jedes Rätsel die Pflicht, eine Lösung für dasselbe zu suchen. Daß nun die zu ermittelnden Gesetze des Denkens uns solche Rätsel bieten werden, scheint wohl sicher, wenn wir uns erinnern, was im

¹⁾ Die Begriffe der Ursache, der Wirkung und der Bedingung sollen später, bei der Behandlung des Kausalitätsproblems, näher erörtert werden. Hier kam es nur darauf an, die Analogie zwischen dem Denkprozeß und anderen, der kausalen Betrachtung anerkanntermaßen unterworfenen Prozessen ans Licht treten zu lassen.

vorigen Paragraphen durch einige Beispiele erläutert wurde: daß nämlich die tatsächlich existierende Wissenschaft, sowie bereits das natürliche Denken, überall unendlich mehr behauptet, als in der ihr zugrunde liegenden Erfahrung enthalten ist. Das scheint aber zu heißen, daß wir manches mit Zuversicht für wahr halten, ohne daß im Gegebenen irgendwie genügende Gründe für dieses Fürwahrhalten zu finden seien. Und eben dieses muß uns, wenn wir uns recht in die Sache hinein-denken, rätselhaft und unverständlich vorkommen. Um das einzusehen, brauchen wir nur ein paar besondere Fälle miteinander zu vergleichen. Wir erinnern uns etwa, daß wir, eine bestimmte Farbe wahrnehmend, dieselbe für rot erklärt haben; das erscheint uns auch sehr natürlich, denn wir haben ja die wahrgenommene Farbe mit der Vorstellung, welche das Wort rot bei uns hervorruft, verglichen und dieselben für identisch befunden. Nun erinnern wir uns aber weiter, daß wir, irgend ein Dreieck betrachtend, die Summe seiner Winkel zwei Rechten gleichgestellt und für diese Behauptung absolute Exaktheit beansprucht haben: dieser zweite Fall muß uns offenbar weniger selbstverständlich erscheinen als der erstere. „Das ist doch merkwürdig,“ müssen wir uns sagen, „daß wir, die wir doch unter Wahrheit Übereinstimmung zwischen Vorstellung und Gegenstand verstehen, und die wir ganz wohl wissen, daß sämtliche Messungsmethoden, über welche wir verfügen, ungenau und fehlbar sind, dennoch über gegebene Verhältnisse Überzeugungen besitzen, welche absolute Genauigkeit in Anspruch nehmen.“ Und wir werden diese Tatsache nicht, wie jene, ruhig hinnehmen können, sondern uns genötigt finden, eine Erklärung für dieselbe zu suchen.

Es kann vielleicht nützlich sein, über die eigentliche Bedeutung dieses Erklärungsbedürfnisses uns an anderen, weiter vorgeschrittenen und daher zu festeren Formen gelangten Wissenschaften zu orientieren. Im allgemeinen entstehen in der theoretischen Wissenschaft Probleme, so oft gegebene Erscheinungen mit allgemeinen Sätzen, welche uns evident erscheinen, in Widerspruch geraten; wir empfinden dann das Bedürfnis, diese Erscheinungen zu erklären, d. h. jenen Widerspruch aufzuheben. Dies kann aber offenbar in zweifacher Weise geschehen: entweder so, daß der evident scheinende Satz als ein Irrtum erkannt und verworfen wird, oder auch so, daß wir zu einer solchen Auffassung

der jenen Erscheinungen zugrunde liegenden Wirklichkeit gelangen, daß dieselben jetzt in den allgemeinen Satz passen. Einzelne Beispiele mögen diesen Sachverhalt verdeutlichen. — Wenn ein in schräger Richtung teilweise unter Wasser getauchter Stab von dem sehenden Auge als gebrochen, von der tastenden Hand als gerade wahrgenommen wird, so sind uns diese Erscheinungen zunächst unverständlich, weil sie dem logischen Identitätsprinzip zu widersprechen scheinen; die Theorie der Lichtbrechung macht es aber möglich, die Ausnahme der Regel unterzuordnen. Wenn die Mischung von 1 Liter Alkohol und 1 Liter Wasser weniger als 2 Liter ergibt, so scheint der arithmetische Satz, der $1 + 1 = 2$ setzt, eine Ausnahme zu erleiden; durch die Annahme der Porosität der Körper wird aber der Widerspruch aufgehoben. Wenn eine im magnetischen Meridian ruhende Magnetnadel durch einen derselben parallel laufenden elektrischen Strom in Bewegung versetzt wird, so scheint diese Bewegung dem Satze, daß ein symmetrisches Kräftesystem Gleichgewicht ergeben muß, zu widersprechen; aber durch die Theorie von Ampère wird die Übereinstimmung zwischen beiden wiederhergestellt. Wenn man findet, daß die Bewegung eines fallenden Körpers nach Richtung und Beschleunigung von der Stellung der Erde abhängt, so scheint diese Tatsache mit der alten Regel: *corpus non agit ubi non est*, unvereinbar; demzufolge wird dann auch von einigen diese Regel als unrichtig verworfen, während andere immer aufs neue versuchen, die gegebenen Erscheinungen so zu ergänzen oder zu deuten, daß sie sich derselben wieder unterordnen. — Das nämliche gilt, soweit ich sehen kann, für die ganze theoretische Wissenschaft. Überall entstehen die Probleme aus dem Widerspruch zwischen einer als gewiß vorausgesetzten Regel und gegebenen Erscheinungen; und überall werden dieselben dadurch gelöst, daß in einer oder der anderen Weise der Widerspruch aufgehoben und die Harmonie in dem Systeme unserer Überzeugungen wiederhergestellt wird.

Machen wir jetzt die Anwendung auf den vorliegenden Fall. Die Erscheinungen des wissenschaftlichen Denkens, welche wir im vorigen Paragraphen kennen gelernt haben, sind uns darum unverständlich und undenkbar, weil wir, jeder für sich, fest davon überzeugt sind, daß wir vernünftige, nach zureichenden Gründen urteilende Wesen sind. Mit dieser festen Über-

zeugung scheint eben die Tatsache, daß unser Wissen von irgend welchem Gegenstande weit mehr umfaßt, als wir von diesem Gegenstande wahrgenommen haben, absolut unvereinbar zu sein. Wir können nicht umhin zu fragen: wo in aller Welt stammt denn dieses über die Erfahrung hinausgehende Wissen her? — wie kommen wir dazu, dreist und zuversichtlich zu behaupten, daß einem Gegenstande A die Eigenschaften a , b und c zukommen, wenn wir nur die Eigenschaften a und b an demselben wahrgenommen haben? Offenbar ist dieses Problem, seinem allgemeinen Charakter nach, mit den früher erörterten Problemen vollkommen identisch; und es bedarf, in dem nämlichen Sinne wie diese, einer Erklärung. Auch könnte diese Erklärung, genau so wie dort, in doppelter Weise stattfinden. Denn es könnte erstens sein, daß jene allgemeine Voraussetzung unrichtig wäre, daß nicht all unser Wissen aus zureichenden Gründen hervorgehe, sondern daß auch aus Ursachen, welche nicht als zureichende Gründe gelten können, etwa vermittels Assoziationswirkungen, Gewißheit entstehen könnte. Zweitens aber wäre es denkbar, daß sich die vorliegenden Tatsachen in einer Weise ergänzen oder deuten ließen, welche dennoch Zurückführung jenes rätselhaften Wissens auf zureichende Gründe gestattete; etwa durch die Auffindung bisher verborgener, dem bewußten Denken zugrunde liegender Daten; oder durch den Nachweis, daß der wesentliche Inhalt unserer wissenschaftlichen Überzeugungen ein anderer ist, als wir geglaubt hatten. In welcher Weise für jedes einzelne Problem die Erklärung stattfinden muß, kann natürlich nur die spezielle Untersuchung entscheiden; und zwar wird die Methode dieser Untersuchung keine andere als die in sämtlichen kausalen Wissenschaften übliche induktiv-empirische sein können. Denn es sind Tatsachen des Denkens (über das zur Begründung derselben angeführte Erfahrungsmaterial hinausgehende Überzeugungen), welche das Erklärungsbedürfnis wachgerufen haben; um über die Zulässigkeit einer versuchten Erklärung urteilen zu können, müssen wir dieselbe mit diesen Tatsachen vergleichen; und damit diese Vergleichung in entscheidender Weise stattfinden könne, muß uns eine erschöpfende und genaue Kenntnis dieser Tatsachen zu Gebote stehen. Wir werden also für jede Gruppe von Denkerscheinungen damit anfangen müssen, diese Erscheinungen, so wie sie tatsächlich vor-

liegen, möglichst genau und vollständig kennen zu lernen; wobei wir die zur Begründung irgend welcher Überzeugung angeführten Daten ausschließlich als die Ursachen derselben und die Überzeugung selbst als die Wirkung dieser Daten (beide als Bewußtseinserscheinungen betrachtet) aufzufassen haben. Erst wenn dieses geschehen ist, können Inkongruenzen zwischen den bekannten Daten und den darauf sich gründenden Überzeugungen mit Sicherheit festgestellt, und kann für diese Inkongruenzen eine Erklärung gesucht werden.

3. Die Rechtsfrage. Jetzt betrachten wir die Sache von der anderen Seite: statt nach dem Ursprung unserer tatsächlich gegebenen Überzeugungen fragen wir nach der Möglichkeit echter, zuverlässiger Erkenntnis. Dabei gehen wir wieder von der Tatsache aus, daß uns schließlich nichts weiter gegeben ist, als unsere Empfindungen und sonstige Bewußtseinsinhalte, und die Gesetzlichkeit des Denkens, nach welcher wir dieselben umarbeiten. Läßt sich aus diesem Materiale etwas aufbauen, welches wirklich Erkenntnis zu heißen verdient?

Man kann ruhig sagen, daß der Zweifel an die Möglichkeit solcher Erkenntnis die ganze Geschichte der neuesten Philosophie, vom Zusammenbruch der idealistischen Systeme um 1830 bis auf unsere Zeit, durchgängig beherrscht. Die für uns erkennbare Welt, so lautet während dieser ganzen Periode die Parole, ist nur Erscheinung; es mag eine „Welt-an-sich“ dahinterstecken oder nicht dahinterstecken, jedenfalls ist dieselbe unserer Erkenntnis ein für allemal unzugänglich. Und so zeigt denn diese ganze Periode, von Comte bis auf Mach, Rickert und James, ein entschieden skeptizistisches Gepräge, welches nur dadurch, daß man bekannten Namen eine völlig veränderte Bedeutung unterlegt, künstlich verdeckt werden kann. Über die wichtigsten erkenntnistheoretischen Lehren, von welchen diese Charakteristik gilt, mag hier kurz einiges bemerkt werden.

Zuerst kommt der Positivismus in Betracht, welcher (im Anschluß an Hume und Berkeley) die Wissenschaft auf die „reine“ Erfahrung beschränken, und alles, was sich als subjektive, im Denken entstandene Zutat erkennen läßt, aus derselben

entfernen will. Wird dieser Gedanke konsequent durchgeführt, so ergibt sich die Forderung, alles und jedes Hypothetische von der Wissenschaft auszuschließen, und in der Tat ist diese Forderung wiederholt und mit Entschiedenheit aufgestellt worden. Aber es ist klar, daß dieselbe zur völligen Aufhebung alles dessen, was wir Wissenschaft und Erkenntnis nennen, führen müßte. Hypothesen, also Ergänzungen des Gegebenen, mittels deren wir uns dasselbe verständlich zu machen versuchen, sind nicht nur allgemeine wissenschaftliche Theorien, sondern auch besondere Annahmen über einzelne zurzeit nicht wahrgenommene Tatsachen: genau so wenig wie etwa der Lichtäther, sind mir die zurzeit außerhalb meines Gesichtsfeldes fallenden Dinge gegeben; in genau der nämlichen Weise wie jener zur Erklärung der Lichterscheinungen, werden diese zur Erklärung der sich unter günstigen Umständen stets wieder einstellenden Wahrnehmungen zum Gegebenen hinzugedacht. Ist jene Hypothese unerlaubt, so müssen es aus dem nämlichen Grunde auch diese sein. Will man aber auf alles Hypothetische verzichten, um wenigstens die Gesetze des Geschehens übrigbehalten zu können, so zeigt sich, daß auch diese überall die Gültigkeit von Hypothesen voraussetzen. Daß in den bis dahin wahrgenommenen Fällen zwei bestimmte Erscheinungen sich regelmäßig nacheinander dargeboten haben, mag die Erfahrung gelehrt haben; wenn wir nun aber annehmen, erwarten oder auch nur vermuten, daß in den nichtwahrgenommenen und künftigen Fällen die nämliche Regelmäßigkeit vorgelegen hat und vorliegen wird, so ist dies nur möglich kraft der hypothetischen, den Umkreis des Gegebenen überschreitenden Annahme einer ursächlichen Beziehung zwischen jenen Erscheinungen. Und so verhält sich die Sache überall. Der Positivist dürfte, wenn er konsequent sein wollte, weder von Gesetzen noch von Dingen reden; er müßte sich mit einem bloßen Referate über die isolierten Empfindungen, welche sich ihm dargeboten haben, begnügen. Das stünde aber offenbar mit dem vollständigen Aufgeben alles dessen, was wir Wissenschaft nennen, gleich. — Wollen nun die Positivisten dieser Notwendigkeit entgehen und dennoch ihren Prinzipie treu bleiben, so steht ihnen nur der vielbetretene Ausweg offen, die Hypothesen nicht aus Wahrheits-, sondern aus Bequemlichkeitsrücksichten gelten zu lassen. Es seien diese

Hypothesen bloße Bilder zur Veranschaulichung ganz andersartiger gegebener Verhältnisse (Ostwald), oder auch einfachste Beschreibungen, welche im Interesse der Ökonomie des Denkens die gegebenen komplizierteren Verhältnisse ersetzen sollen (Kirchhoff, Mach). Wenn wir also die Erscheinungen am Firmament, statt nach der ptolemäischen, jetzt nach der copernicanischen Theorie beschreiben, so bedeute das einfach, daß die letztere eine bequemere Übersicht gewährt als die erstere; ob es sich aber wirklich so verhält, wie diese letztere Theorie es vorstellt, darüber lasse sich nichts wissen oder vermuten. Und das wäre also die „Erkenntnis“, welche der Positivismus als begründet anerkennen kann. Ob dieser Positivismus in der Tatsachenfrage recht hat, ob also die Verarbeitung, welche das Denken den Erfahrungsdaten zuteil werden läßt, ausschließlich oder hauptsächlich auf eine einfachste Beschreibung dieser Erfahrungsdaten abzielt, kann uns hier gleichgültig sein; jedenfalls wird man zugeben, daß für den Positivismus von Erkenntnis im alten, oben (1) definierten Sinn nur noch im allerengsten, auf den gegebenen Bewußtseinsinhalt sich beschränkenden Umfang die Rede sein kann.

Der Neokritizismus wird sich wahrscheinlich darüber wundern, hier dem von ihm heftig bekämpften Positivismus an die Seite gestellt zu werden. Dennoch haben beide das Wichtigste gemeinsam, nämlich die Leugnung der Möglichkeit wirklicher Erkenntnis, welche über das unmittelbar Gegebene hinausgehen sollte. In gleicher Weise wie die Positivisten, nur sich statt auf Berkeley und Hume auf Kant berufend, betonen auch die Neokritizisten die Unmöglichkeit, mittels kausaler Schlüsse die Grenzen der Erfahrung zu überschreiten und bis zu einem unabhängig vom erkennenden Subjekte Existierenden vorzudringen. Und sie wenden auch, um die Möglichkeit der Erkenntnis zu retten, das gleiche Mittel an wie jene, indem sie nämlich dem Worte „Erkenntnis“ wieder eine neue Bedeutung beilegen. Dazu betonen sie, was allerdings die unmittelbare Selbstbesinnung lehrt, daß es nicht in unserem Belieben steht, einen Satz für wahr oder für falsch zu halten; daß wir uns vielmehr dabei, ebenso wie beim sittlichen Handeln, durch feste, von unserem Willen unabhängige Normen (logische Prinzipien u. dgl.) gebunden fühlen. Und sie stellen nun fest, daß

dasjenige, welches diesen Normen entsprechend im Denken aus den Erfahrungsdaten gemacht wird, Wahrheit oder Erkenntnis heißen soll. Des weiteren bestreben sie sich vielfach nachzuweisen, daß jene Normen unerläßliche Bedingungen für die Möglichkeit des Urteilens (Behagens und Verneinens) überhaupt darstellen, daß also kein Urteil denkbar sei, welches diese Normen nicht voraussetzte; demzufolge denn die Evidenz derselben, weit davon entfernt eine spezifisch menschliche zu sein, für alle denkende Wesen notwendig gelten müsse. Und so halten sie sich dann für berechtigt, im Gegensatz zum „Relativismus“ der Positivisten, für ihre eigene Lehre den Vorzug in Anspruch zu nehmen, eine wirkliche, allgemeingültige Erkenntnis begründet zu haben. Es scheint aber klar, daß, auch wenn der Nachweis jener notwendigen Allgemeingültigkeit gelungen wäre, damit nur eine leere Form, nicht aber ein wesentlicher Inhalt für die Erkenntnis im alten Sinne gesichert wäre. Genau gesprochen, wäre damit nur bewiesen, daß, so oft bei einem denkenden Wesen jene eigentümliche Bewußtseinserscheinung, welche wir „Urteil“ nennen, auftritt, diese Bewußtseinserscheinung sich den logischen und etwaigen sonstigen Prinzipien fügen muß; ob aber diese Bewußtseinserscheinung sonst noch etwas bedeutet, ob insbesondere von den darin enthaltenen Vorstellungen anzunehmen ist, daß sie mit einer außerhalb derselben existierenden Wirklichkeit übereinstimmen, das bleibt durchaus unentschieden. Eben dieses aber hat die Wissenschaft zu allen Zeiten, wo es überhaupt eine Wissenschaft gegeben hat, sich zu erreichen vorgestellt, und auch tatsächlich, in weiterem oder engerem Umfang, erreichen zu können geglaubt. Und so proklamiert denn auch der Neokritizismus, ähnlich wie der Positivismus, den Bankerott dieser Wissenschaft.

Endlich gilt ein Gleiches auch von der zurzeit jüngsten Richtung in der Erkenntnistheorie, dem Pragmatismus. Auch dieser geht von der Unmöglichkeit, unsere Vorstellungen mit ihren Gegenständen zu vergleichen, also von der Unerreichbarkeit der Wahrheit im alten Sinne, aus; und auch dieser hält sich für berechtigt, dem nun bedeutungslos gewordenen Wort eine neue Bedeutung unterzuschieben. Wenn wir auch nicht feststellen können, ob unsere Vorstellungen mit den Gegenständen übereinstimmen, so gibt es, wie der Pragmatist betont, ein anderes,

welches wir feststellen können und tatsächlich überall festzustellen versuchen, wo wir uns von der Wahrheit eines Satzes überzeugen wollen, nämlich, ob unsere Vorstellungen sich in der Praxis bewähren. Um zu wissen, ob ein Gegenstand „wirklich da ist“, schauen wir einfach hin; um eine naturwissenschaftliche Hypothese zu prüfen, stellen wir umfassende experimentelle Untersuchungen an; um zu erfahren, was ein Mensch „ist“, stellen wir ihn auf die Probe; den Wert einer Lebensauffassung beurteilen wir nach den Früchten, welche sie für die Lebensführung zeitigt. Überall bestimmen wir den Wahrheitswert einer Vorstellung nach ihren direkten und indirekten Folgen, nach dem Maße und der Art ihres Wirkens, und dieser Sachlage habe sich die Definition des Wahrheitsbegriffes anzupassen. Diese Wahrheit sei also nichts weiter als praktische Brauchbarkeit: „the truth of our beliefs consists in general in their giving satisfaction“ (James). Damit sei die ganze Schwierigkeit, welche der Anwendung des Wahrheitsbegriffes anzuhafte schien, beseitigt; das Denken brauche jetzt, um die Wahrheit zu erkennen, nirgends mehr außer sich zu gehen, denn jene Befriedigung, welche der Pragmatismus als Kriterium der Wahrheit aufstellt, ist in der unmittelbarsten Erfahrung gegeben. So mag es sich in der Tat verhalten; hier haben wir aber nur wieder festzustellen, daß von einer Erkenntnis im alten Sinne, im Sinne der Übereinstimmung zwischen unseren Vorstellungen und ihren Gegenständen, auch für den Pragmatismus nicht mehr die Rede sein kann.

Es erübrigt noch zu bemerken, daß diese skeptische Strömung, welche die ganze zeitgenössische Philosophie beherrscht, auch die besonderen Wissenschaften, vor allem die Naturwissenschaften, nicht unberührt gelassen hat. Auch wenn wir davon absehen, daß namhafte Naturforscher, wie u. a. Mach, Ziehen, Ostwald, sich selbständig an die Entwicklung der oben skizzierten Anschauungen beteiligt haben, läßt sich überall in der Naturwissenschaft die Tendenz feststellen, sich bei der Erörterung der Erscheinungen mit umfassenden Systemen von Differentialgleichungen, welche diese Erscheinungen in der einfachsten Weise beschreiben, zu begnügen, und dagegen die Frage, was diese Differentialgleichungen bedeuten, welche wirkliche Verhältnisse darin zum Ausdruck gelangen, als nebensächlich zu

betrachten. Am deutlichsten zeigt sich diese Sachlage in der weiten Anerkennung des Einsteinschen Relativitätsprinzips, nach welchem für verschieden situierte Beobachter durchaus verschiedene Dinge als wahr zu gelten hätten, ohne daß eine gemeinsame Wahrheit zugrunde läge, aus welcher sich diese Verschiedenheit der Ansichten als eine notwendige Folgerung ableiten und verstehen ließe. Selbstverständlich ist die Möglichkeit, daß das Relativitätsprinzip, indem es zahlreiche Tatsachen unter eine Formel zusammenfaßt, den notwendigen Durchgangspunkt zu einer vervollkommeneten Naturerkenntnis bilden sollte, nicht in Abrede zu stellen; sofern es aber nicht als ein Durchgangspunkt, sondern (mit dem Vorbehalt abweichender Erfahrungsergebnisse) als ein abschließendes Resultat angesehen wird, dokumentiert sich darin der nämliche Verzicht auf die Möglichkeit wirklicher Erkenntnis der Außenwelt, welcher in den oben besprochenen erkenntnistheoretischen Ansichten ihren unzweideutigen Ausdruck gefunden hat.

Ob nun dieser Verzicht begründet ist oder nicht, wird weiterhin zu untersuchen sein; auf jeden Fall muß es aber als wenig zweckmäßig erscheinen, die alten Worte „Erkenntnis“ und „Wahrheit“ zur Bezeichnung ganz neuer Sachen zu verwenden. Es ist zwar sicher, daß die Wissenschaft sich überall bestrebt, umfassende Tatsachenkomplexe in kurze Formeln zusammenzufassen, daß sie die Verpflichtung anerkennt, sich den logischen Normen zu unterwerfen, daß sie endlich ihre Hypothesen an deren Brauchbarkeit im weitesten Sinne zu verifizieren versucht, — es ist aber ebenso sicher, daß sie alle diese Ziele bloß um eines letzten Zieles willen verfolgt: der gegenständlichen Erkenntnis. Hält nun ein Forscher dieses letzte Ziel für unerreichbar, und scheint es ihm dennoch der Mühe wert, im Interesse jener näheren Ziele seine Arbeit fortzusetzen, so sollte er eben ausdrücklich sagen, daß er nicht Wahrheit, sondern nur ein anschauliches Bild, ein logisch zusammenhängendes Begriffssystem oder eine subjektiv befriedigende Darstellung zu bieten beansprucht; nicht aber diese mit einem Namen benennen, welcher nun einmal, solange es Wissenschaft gibt, stets für etwas ganz anderes, nämlich für die „adaequatio rei et intellectus“, verwendet worden ist. Zwar könnte man glauben, wenn nun einmal das Wort Wahrheit in seinem alten Sinne

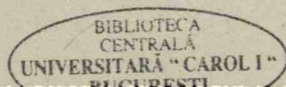
durchaus keine Verwendung mehr finde, so sei es doch praktisch, demselben einen neuen Sinn beizulegen, in welchem es wieder Verwendung finden kann. Aber tatsächlich wäre dies nicht praktisch, sondern nur verwirrend. Erstens schon deshalb, weil jener alte Sinn sich in der Sprache festgelegt hat, und sich nicht so leicht wieder aus derselben hinwegdekretieren läßt; demzufolge denn immer die Gefahr droht, daß man Behauptungen, welche nur im positivistischen, neokritizistischen oder pragmatistischen Sinne „wahr“ sein wollen, als „wahr“ im alten Sinne auffassen wird. Zur Erläuterung braucht nur daran erinnert zu werden, wie häufig die Behauptung, daß religiöse Dogmen vom Pragmatismus als „wahr“ anerkannt werden, dahin mißverstanden wird, daß dieser Pragmatismus die wirkliche Existenz Gottes u. dgl., statt bloß die Gemütsbefriedigung, welche der betreffende Glaube verschafft, anerkennen sollte. Zweitens aber muß die neue Bedeutung, welche man dem Worte „Wahrheit“ beilegt, auch auf die Dauer deshalb Verwirrung stiften, weil man doch eben die alte Bedeutung niemals wird entbehren können. Schlimmstenfalls wäre es doch immer nur die Erkenntnis der Außenwelt, welche der Skepsis zum Opfer fällt; es gibt aber auch eine Erkenntnis der Innenwelt, und diese wird wohl immer eine Erkenntnis im alten Sinne bleiben. Wenn einer sagt, daß irgend ein Gedanke in ihm aufgetaucht sei, oder daß er irgend etwas geträumt habe, oder daß er sich traurig fühle oder rot sehe, so meint er damit eben, daß es sich wirklich so verhält, daß also das von ihm Erlebte mit demjenigen, was er sich bei jenen Worten vorzustellen gelernt hat, übereinstimmt. Und wenn Positivisten, Neokritizisten und Pragmatisten die Wahrheit ihrer eigenen und die Falschheit abweichender Theorien behaupten, so wollen sie damit nicht bloß sagen, daß jene eigene Theorie übersichtlicher, weniger mit Widersprüchen behaftet, für die Praxis brauchbarer sei als diese anderen, sondern auch, und ganz besonders, daß nur sie der wirklichen Sachlage entspreche. Wenn es sich aber so verhält, so darf man sicher nicht glauben, daß der alte Wahrheitsbegriff gegenstandslos geworden sei; vielmehr wird er sich mindestens für bestimmte Fälle stets wieder aufdrängen, und auch stets wieder mit seinem alten Namen benannt werden. Um Mißverständnissen vorzubeugen, sollte dieser Name nicht auch für ganz neue Dinge verwendet werden; von

demjenigen, der nur Übersichtlichkeit, Widerspruchslosigkeit oder praktische Brauchbarkeit meint, darf gewiß gefordert werden, daß er auch Übersichtlichkeit, Widerspruchslosigkeit oder praktische Brauchbarkeit, nicht aber Wahrheit sagt.

4. Die Rechtsfrage. Fortsetzung. Wenn also die Erkenntnistheorie die Frage nach der Möglichkeit der Erkenntnis stellt, so darf sie dabei unter Erkenntnis nur verstehen, was man stets darunter verstanden hat: Vorstellungen, welche mit den Gegenständen, auf welche sie sich beziehen, übereinstimmen. Nun haben wir aber im vorhergehenden gesehen, daß sich gegen jene Möglichkeit (sofern dieselbe sich auf eine über das unmittelbar Gegebene hinausgehende Erkenntnis bezieht) schwerwiegende Einwände erheben lassen, und daß dieselbe demzufolge von verschiedenen Seiten unbedingt geleugnet wird. Es fragt sich, ob jene Einwände als entscheidend zu betrachten sind, oder ob sich doch ein Weg aufzeigen läßt, auf welchem ein Rechtsgrund für die Möglichkeit echter Erkenntnis wenigstens gesucht werden kann.

Es lag nun jenen Einwänden, wie man sich erinnert, überall die Einsicht zugrunde, daß die Daten, über welche wir für den Aufbau unserer Erkenntnis verfügen, genau gesehen nicht genügen, um eine solche Erkenntnis, wie wir sie wünschen und bisher zu besitzen glaubten, zu begründen. Die Möglichkeit, dennoch zu einer solchen begründeten Erkenntnis zu gelangen, hängt also offenbar davon ab, ob sich neben jenen Daten noch andere, bisher nicht in Betracht gezogene, entdecken lassen. Wir haben also vor allem zu fragen, ob wir Gründe haben zu vermuten, daß es solche Daten gibt, und ob sich ein Weg finden läßt, zu denselben zu gelangen.

Ich glaube nun, daß wir wirklich einen, aber auch nur einen einzigen Grund für jene Vermutung haben; und zwar liegt derselbe nirgends sonst als in der tatsächlichen Evidenz des gegebenen Wissens selbst. Eben jene Verfassung des Denkens, welche uns nötigte, alle Voraussetzungen der Wissenschaft, für welche wir keine zureichenden Gründe finden konnten, zu bezweifeln, macht es äußerst unwahrscheinlich, daß wir ohne zureichende, wenn auch nicht klar bewußte Gründe früher diesen Voraussetzungen



die höchste Gewißheit zugeschrieben hätten. Man überlege sich doch die merkwürdige Tatsache: daß dasjenige, welches wir als empirisch unbegründbar anerkennen zu müssen glaubten, dennoch jedem normalen Menschen genau so evident erscheint, wie anderes, welches nur auf gegebene Erfahrung sich bezieht. Daß die mathematischen Sätze vollkommen genau und unbedingt notwendig gelten; daß die Bewegung eines gestoßenen Körpers nicht nur auf die Bewegung des stoßenden Körpers folgt, sondern auch die Wirkung desselben ist; daß das Ding, welches wir wahrnehmen, etwas mehr ist als ein bloßes Aggregat von Empfindungen, davon sind wir nicht weniger unerschütterlich gewiß als von dem Gegebensein der Empfindungen selbst. Aber noch mehr: selbst wenn wir uns davon überzeugt haben, daß jene Urteile über das in der Erfahrung Gegebene hinausgehen, und wenn wir demzufolge theoretisch dieselben als unbegründet verwerfen, halten wir dennoch in der Praxis des Lebens mit unveränderlichem Glauben an denselben fest. Noch kein Skeptiker hat seine Skepsis so weit getrieben, daß er (wie von Pyrrho aus Elis erzählt wird) Abgründen und bissigen Hunden nicht aus dem Weg gegangen wäre; der größte unter den modernen Skeptikern, David Hume, sagt offen, man müsse ein Narr sein, wenn man im Leben mit der Skepsis Ernst machen wolle. Genau die nämlichen Menschen also, welche sich bereit zeigen, sofort eine Überzeugung theoretisch zu verwerfen, wenn sich keine zureichende Gründe für dieselbe auffinden lassen, können praktisch von jenen Überzeugungen nicht lassen, obgleich sie sich von der Grundlosigkeit derselben überzeugt zu haben glauben. Unter diesen Umständen muß sich uns die Vermutung aufdrängen, daß vielleicht doch diese scheinbar unbegründeten Überzeugungen nicht wirklich unbegründet sind; daß sie vielmehr auf Daten beruhen, welche sich in den Tiefen des Bewußtseins verstecken und sich schwer ans Licht ziehen lassen, welche aber, wenn man sie ans Licht ziehen könnte, sich als völlig befähigt erweisen würden, jene Überzeugungen zu tragen. Diese Vermutung wird durch geläufige Erfahrungen aus dem Leben, wo es sich prinzipiell genau so verhält, unterstützt: wenn wir etwa intuitiv einen Menschen, trotz bester Zeugnisse, als unzuverlässig beurteilen, so liegen die Daten, auf welche dieses Urteil sich stützt, in alten Erfahrungen, welche wir uns unmöglich mehr

zu klarem Bewußtsein bringen könnten, verborgen; dennoch kann das Urteil durch diese Daten vollkommen einwandfrei begründet sein. Ähnlich wie in diesem Fall ein Einzelgegenstand, können in anderen Fällen allgemeine Verhältnisse intuitiv, auf Grund unbewußt gewordener Daten, erkannt werden: der erfahrene Forscher wird bisweilen in bezug auf zwei Theorien, deren eine auf alle Tatsachen zu passen scheint, während die andere noch manches unerklärt läßt, dennoch das entschiedene Gefühl haben, daß jene falsch, diese richtig sein muß, und dieses Gefühl wird dann häufig durch spätere Untersuchungen bestätigt werden. Es ist nun von Wichtigkeit, sich davon zu überzeugen, daß zwischen diesen Fällen und dem jetzt vorliegenden eine weitgehende Analogie existiert. Auch hier scheinen alle Gründe, welche wir uns zu klarem Bewußtsein zu bringen vermögen, gegen die Zuverlässigkeit jener das Gegebene überschreitenden Erkenntnisse zu sprechen; auch hier aber haben wir das entschiedene Gefühl, daß es sich dennoch so verhalten muß, wie diese Erkenntnisse behaupten. Und auch hier wird alles, was wir aus diesen Erkenntnissen ableiten, stets wieder durch neue Erfahrungen bestätigt. Liegt es nicht am nächsten, anzunehmen, daß auch hier Gründe, nur noch viel tiefer verborgene und schwerer zu entdeckende als dort, unseren Überzeugungen ihre Evidenz verleihen? Aber auch wenn wir dies nicht als wahrscheinlich, sondern bloß als möglich gelten lassen, dürfen wir nicht unterlassen, dieser Möglichkeit nachzugehen. Denn einen anderen Weg gibt es eben nicht. Wenn wir von jener Möglichkeit absehen, so haben wir nicht nur keinen Grund zu vermuten, daß es brauchbares Material für eine wirkliche Erkenntnis gibt, wir haben auch keine Mittel, methodisch nach solchem Material zu suchen. Fassen wir dagegen jene Möglichkeit ins Auge, so wissen wir wenigstens, nach welcher Seite wir für die Lösung unseres Problems hinzuschauen haben. Wir haben dann nicht für irgend welche Erkenntnis überhaupt, sondern für die tatsächlich gegebene Erkenntnis begründende Daten zu suchen; dazu ist aber vor allem nötig, diese tatsächlich gegebene Erkenntnis genau zu zergliedern, und dasjenige, was in derselben zum Gegebenen hinzugefügt wird, reinlich abzusondern. Sind einmal diese Zutaten klar erkannt, dann kann man sich auch Rechenschaft davon geben, wie ungefähr die

Daten beschaffen sein müßten, welche dieselben begründet haben könnten. Und kraft dieser Einsicht wird es viel leichter gelingen, diese Daten in den Tiefen des Bewußtseins aufzufinden oder zuverlässige Hypothesen in bezug auf dieselben aufzustellen, als ohne solche vorbereitende Untersuchungen möglich wäre.

Wenn es sich aber so verhält, so gelangen wir zum Ergebnis, daß die Untersuchungsmethoden, mittels deren eine Beantwortung der Tatsachenfrage und eine Beantwortung der Rechtsfrage innerhalb der Erkenntnistheorie herbeigeführt werden kann, in ihrem ganzen Verlaufe zusammenfallen. Hier wie dort hat die Untersuchung damit anzufangen, das gegebene natürliche und wissenschaftliche Denken in gleicher Weise empirisch zu durchforschen, wie man eine beliebige andere Gruppe von Bewußtseins- oder Naturerscheinungen zu durchforschen pflegt, also die ursächlichen Zusammenhänge zwischen den im Bewußtsein vorliegenden Daten und den darauf sich aufbauenden Überzeugungen zu ermitteln und auf allgemeine Gesetze zurückzuführen. Ist man dann mit dieser rein konstatierenden Arbeit fertig, so erhebt sich voraussichtlich auf der einen Seite die Frage nach einer Erklärung (2), auf der anderen diejenige nach einer Rechtfertigung (3) der vorliegenden Erkenntnisse; diese beiden Fragen sind aber nicht zwei verschiedene, sondern eine und dieselbe. Der Zweifel an den Erkenntniswert unseres Wissens und die Forderung einer Rechtfertigung für dasselbe stellt sich eben unter denjenigen Umständen und aus denjenigen Gründen ein, welche uns auch veranlassen, die Tatsache dieses Wissens für rätselhaft und erklärungsbedürftig zu halten. Es führt ja die Einsicht, daß für eine tatsächlich gegebene Überzeugung zureichende Gründe fehlen, sowohl zum Zweifel an der Richtigkeit dieser Überzeugung, als zur Verwunderung darüber, daß vernünftige Wesen derselben beigestimmt haben. So oft wir demnach finden, daß irgend welche Überzeugung mehr enthält, als in der zur Begründung derselben angeführten Erfahrung gegeben ist, erscheint diese Überzeugung nicht nur als der Erklärung bedürftig, sondern auch als ungewiß, und nur, wenn es uns gelingen sollte, vom gegebenen Wissen nachzuweisen, daß es doch nirgends mehr behauptet, als die Erfahrung verbürgt, wäre dieses Wissen zugleich erklärt und gerechtfertigt. Allerdings könnte die Er-

klärung auch anders ausfallen (2): es wäre denkbar, daß die unmittelbare Evidenz jener Regel, nach welcher wir überall Gründe brauchen, um irgend etwas als wahr zu erkennen, auf Täuschung beruhte; daß also auch Ursachen, welche nicht Gründe sind (etwa eine besondere Lebhaftigkeit der Vorstellungen oder auch starke Gefühle) jenes Als-wahr-erkennen in unserem Bewußtsein hervorrufen könnten. Und dann würde offenbar die Erklärung unseres Wissens nicht mehr eine Rechtfertigung derselben in sich schließen. Nachdem wir aber im vorhergehenden gesehen haben, daß erstens die Erklärung der Erkenntniserscheinungen eine Rechtfertigung derselben in sich schließen kann, und daß zweitens kein anderer Weg, welcher zu einer solchen Rechtfertigung führen könnte, sich entdecken läßt, scheint es methodisch angezeigt, es mit diesem zu versuchen.

5. Erkenntnistheorie und Psychologie. Nach allem Vorhergehenden hätte also die Erkenntnistheorie (auch eine Erkenntnistheorie, welche vorwiegend oder ausschließlich auf die Entscheidung der „Rechtsfrage“ Gewicht legen sollte) keinen anderen Weg zu gehen, als denjenigen der empirischen Wissenschaft, genauer gesagt denjenigen der Psychologie. Denn dasjenige, was wir Erkenntnis oder Wissen nennen, ist uns eben als etwas im Bewußtsein, also als ein Komplex von psychischen Erscheinungen gegeben, und die Feststellung und Erklärung dieser psychischen Erscheinungen ist nun einmal die Aufgabe der Psychologie. Allerdings ist sogleich hinzuzufügen, daß nicht alle psychologischen Momente, welche bei der Entstehung unserer Überzeugungen eine Rolle spielen, für die Erkenntnistheorie gleiche Bedeutung haben. Damit eine Überzeugung zustande kommt, müssen oft zahlreiche innere oder äußere Wahrnehmungen gegeben sein; diese müssen unter Umständen während langer Zeit im Gedächtnis aufbewahrt werden, dort aber nicht getrennt bleiben, sondern vielmehr, durch bewußte Reproduktion oder im Unbewußten, miteinander in Verbindung treten; sie müssen, häufig unter dem Einfluß früher erworbener Einsichten oder Vermutungen, nach bestimmten Gesichtspunkten sich ordnen; die Beziehungen zwischen denselben müssen sich allmählich aufklären; bis dann endlich, unter Mitwirkung eines genügend starken und dauernden Interesses, eine

günstige Konstellation zustande kommt, welche alle erfordernten Daten in solchen Verbindungen zusammenführt, daß die Überzeugung entstehen kann. Von diesem verwickelten Prozeß interessieren den Psychologen sämtliche Stadien, den Erkenntnistheoretiker als solchen aber nur das letztere. Denn nur an dieses letztere Stadium knüpfen sich die Probleme der Erklärung (2) und Rechtfertigung (4) unserer Erkenntnis. Für die Erkenntnistheorie kommen also nur diejenigen Gesetze des Denkens in Betracht, welche sich auf die Bedingungen des Fürwahrhaltens, also auf die Kriterien, nach welchen wir tatsächlich zwischen Wahr und Falsch unterscheiden, beziehen. Die Untersuchungen, welche sie zur Kenntnis dieser Gesetze verhelfen müssen, sind aber offenbar psychologischer Natur.

Die Behauptung einer solchen engen Beziehung zwischen Psychologie und Erkenntnistheorie stößt nun aber stets wieder, besonders von der Seite der Neokritizisten, auf entschiedenen Widerspruch; es scheint nötig, auf diesen Widerspruch etwas genauer einzugehen.

Zum Teil beruht derselbe sicher auf einer zu engen Auffassung des Begriffes der Psychologie. Wenn z. B. des öfteren behauptet wird, daß die Erkenntnistheorie nicht eine Psychologie, sondern eine Ethik des Denkens sei, da doch der Gegensatz von Wahr und Falsch für die Psychologie des Denkens ebensowenig Bedeutung habe, wie der Gegensatz von Gut und Böse für die Psychologie des Wollens, so ist dem einfach entgegenzuhalten, daß, sowie hier neben dem Wollen selbst auch die Beurteilung desselben als gut oder böse, ähnlich dort neben dem Kommen und Gehen der Vorstellungen auch die Beurteilung derselben als wahr oder unwahr sich im Bewußtsein abspielt, und demnach der psychologischen Untersuchung anheimfällt. Daß man dieses übersieht, liegt wohl hauptsächlich daran, daß man glaubt, in der bloßen Vorstellung sei die Erkenntnis schon gegeben, und das assoziativ bedingte Kommen und Gehen der Vorstellungen enthalte also bereits alles in sich, was zur Erklärung des faktischen Erkennens nötig ist. Das ist aber ein Irrtum. Nicht die bloße Vorstellung, sondern nur die Beurteilung dieser Vorstellung als übereinstimmend mit ihrem Gegenstande ist Erkenntnis; nicht die Assoziationsgesetze,

sondern die Gesetze, nach welchen diese Beurteilung stattfindet, sind für die Erkenntnistheorie bedeutsam. Von diesen Gesetzen lehrt uns die tägliche Erfahrung, daß die von denselben beherrschten ursächlichen Verhältnisse wenigstens auch (etwa bei allem folgerichtigen Schließen) den Charakter von einwandfreien Begründungsverhältnissen tragen können; ob sie es immer tun, haben wir eben zu untersuchen. Jedenfalls müßte man die nächstliegenden und zahlreichsten einschlägigen Tatsachen übersehen, um zu verkennen, daß die Einsicht in die Gründe eines Satzes für die tatsächliche Anerkennung der Wahrheit dieses Satzes von entscheidender Bedeutung ist.

Des weiteren pflegt gegen den „Psychologismus“ in der Erkenntnistheorie vielfach angeführt zu werden, daß doch die Wahrheit, auf welche das Denken sich richtet, nicht bloß eine psychische Tatsache sei, sondern eine eigene Existenz habe, ganz unabhängig davon, ob sie von einem bewußten Wesen gedacht wird oder nicht. Es könne ja Wahrheiten geben (wie etwa diejenigen, welche sich auf die Auflösung des verallgemeinerten Problems der drei Körper, oder auf dekadische Zahlen mit Trillionen Stellen beziehen), welche ewig gelten, obgleich sie von keinem bewußten Wesen jemals erkannt werden. Die Erkenntnistheorie aber habe es eben mit dieser idealen Wahrheit zu tun, und könne die Frage, ob das tatsächliche Denken beliebiger Individuen sich derselben mehr oder weniger annähert, selbst die Frage, ob es ein solches individuelles Denken und ob es Bewußtsein überhaupt gebe, ganz dahingestellt sein lassen¹⁾. Es will mir scheinen, als ob in dieser Argumentation die Begriffe Wahrheit und Wirklichkeit nicht scharf genug gesondert würden. Wahrheit ist Übereinstimmung zwischen den auf irgend ein Wirkliches bezogenen Vorstellungen und diesem Wirklichen selbst; sie setzt demnach fraglos ein Bewußtsein, welches Vorstellungen hat und dieselben auf ein Wirkliches bezieht, voraus. Sagen wir nun von irgend einem wahren Satze, daß derselbe wahr bleiben würde, obgleich niemand ihn als wahr erkannte, so meinen wir damit einfach, daß es sich wirklich so verhält, wie jener Satz behauptet, und daß es sich auch so verhalten würde, wenn niemand darum

¹⁾ Hußerl, a. a. O., S. 61—74, 167—176, 185.

wüßte. Darum können wir auch ohne Schwierigkeit von Wahrheiten reden, welche noch niemand erkannt hat oder auch jemals erkennen wird: wir denken dann wieder an irgend welche reale Verhältnisse, und wollen nur sagen, daß von allen möglichen Vorstellungen, welche sich ein denkendes Wesen über jene Verhältnisse machen könnte, eine mit denselben übereinstimmen müßte und also wahr zu heißen verdiente. Der Wirklichkeit, auf welche eine Wahrheit sich bezieht, steht also erstens die Erkenntnis dieser Wahrheit in einem denkenden Geiste, und steht zweitens der abstrakte Begriff einer solchen Erkenntnis, ebenfalls in einem denkenden Geiste, gegenüber; in welchem Sinne aber, wenn wir von denkenden Geistern überhaupt absehen, neben dem wirklichen Gegenstande noch eine darauf bezügliche Wahrheit zurückbleiben würde, läßt sich schwer begreifen.

Gewichtiger scheint zunächst ein anderer Einwand, welcher gleichfalls häufig gegen die Möglichkeit, auf dem Wege empirisch-psychologischer Forschung eine Rechtfertigung unseres Wissens zu erreichen, erhoben zu werden pflegt. Man behauptet, was sich in dieser Weise zustande bringen läßt, müsse notwendig einen logischen Zirkel in sich enthalten; denn die empirisch-psychologische Forschung setze schon manche Grundsätze des Denkens (wie z. B. den Kausalitätssatz) voraus, und der Erkenntniswert ihrer Ergebnisse sei demnach selbst problematisch, solange nicht diese Sätze von sonstwoher eine genügende Beglaubigung gefunden haben. Nur auf dem Boden einer Normalwissenschaft des Denkens sei demnach für eine Naturwissenschaft des Denkens Platz.

Solchen Bedenken gegenüber wäre nun allerdings mit Hußerl¹⁾ daran zu erinnern, daß jede, auch eine antipsychologische Erkenntnistheorie nur denkend, d. h. also durch Anwendung der Denkgesetze, diese Denkgesetze ermitteln kann; wenn er aber hinzufügt, daß es etwas ganz anderes ist, nach logischen Gesetzen, als aus logischen Gesetzen zu schließen, und daß nur letzteres, nicht aber ersteres einen Zirkelschluß involvieren würde, so erfordert dies doch noch eine nähere Begründung. Denn auch wenn man bloß nach logischen Gesetzen schließt, hängt doch die Zuverlässigkeit des Schlusses von der

¹⁾ Hußerl a. a. O., I, S. 57—58.

Gültigkeit der logischen Gesetze ab, und muß also dabei diese Gültigkeit vorausgesetzt werden. Es ist nun aber, wie mir scheint, jene geforderte Begründung nirgends sonst zu finden als in der Selbsterkenntnis und dem darauf gegründeten Selbstvertrauen der menschlichen Vernunft. Allerdings: wenn wir etwa einer uns unverständlichen Maschinerie gegenüberstünden, welche in irgend welcher Weise Sätze und Formeln, die sich auf die Einrichtung der Welt und ihrer selbst bezögen, hervorbrächte, so hätten wir nicht den mindesten Grund anzunehmen, daß diese Sätze wahr wären, also die Wirklichkeit denselben entsprechen müßte. Die Sätze und Formeln der gegebenen Wissenschaft sind aber nicht von einer uns unverständlichen Maschinerie hervorgebracht, sondern im Denken selbst als wahr erkannt worden. Da verhält sich denn die Sache doch ganz anders. Ich, der ich weiß, was ein Urteil und die Wahrheit eines Urteils bedeuten, sehe ein und bin mir bewußt einzusehen, daß jene Urteile wahr sind; was ich aber Einsicht nenne, unterscheidet sich eben dadurch von einem bloßen Einfall, daß es Gründe hat. Sooft ich demnach einen Gedanken als eine Einsicht erkenne, ist darin enthalten, daß ich ihn auch als begründet erkenne; mag es mir auch zurzeit nicht möglich sein, mir diese Gründe zu klarem Bewußtsein zu bringen. Und eben darum bin ich berechtigt, wenn ich das gegebene Wissen begründen will, unbedenklich vorauszusetzen, daß es auch begründbar ist, d. h. also, daß es gilt. Die Begründbarkeit des gegebenen Wissens ist nicht etwa eine Thesis, welche erst bewiesen werden müßte: es ist eine an sich evidente Gewißheit, welche scheinbaren negativen Instanzen gegenüber behauptet werden soll. Wir haben nicht aus dem Nichts etwas, aus der Unwissenheit ein Wissen hervorzuzaubern; sondern wir haben das in sich entzweite Wissen zur inneren Einheit zurückzubringen. Wir befinden uns in ähnlichen Umständen wie der Astronom, der planetarische Bewegungen beobachtet, welche von den auf das Gravitationsgesetz sich stützenden Berechnungen abweichen. So wie dieser voraussetzt, daß auch die wahrgenommenen Abweichungen dem Gravitationsgesetz entsprechen müssen, und kraft dieser Voraussetzung neue Himmelskörper annimmt, welche dieselben erklären sollen, so setzen wir voraus, daß auch unsere scheinbar unbegründeten Einsichten aus zureichenden Gründen

entstanden sein müssen, und versuchen, kraft dieser Voraussetzung verborgene Daten aufzufinden, welche uns gestatten sollen, uns von dieser Begründung Rechenschaft zu geben. Und sowie der erstere sein Verfahren dadurch rechtfertigen wird, daß die ausnahmslose Gültigkeit des Gravitationsgesetzes durch frühere Erfahrungen in genügender Weise sichergestellt worden ist, so liegt die Rechtfertigung des unsrigen in der unmittelbaren Gewißheit des Satzes, daß wirkliche Einsichten nur durch Gründe zustande kommen können. Wenn es uns demnach gelingen sollte, direkt oder hypothetisch verborgene Daten erkennbar zu machen, durch welche die scheinbar jenem Satze widersprechenden Denkerscheinungen sich demselben unterordnen ließen, so hätten wir das Höchste erreicht, was die Wissenschaft überhaupt erreichen kann: volle widerspruchslose Gewißheit.

Wenn also die Einwände gegen die Zulässigkeit der psychologischen Methode in der Erkenntnistheorie mir bis auf weiteres nicht als durchschlagend erscheinen, so wurde bereits oben zugegeben, daß nicht alles, *womit sich eine Psychologie des Denkens zu beschäftigen hat, für die Erkenntnistheorie von Bedeutung ist, und können auch umgekehrt für diese letztere Wissenschaft Probleme auftauchen, welche sich mit der Psychologie nur noch entfernt berühren. Was das erstere anbelangt, mag nur noch an die Denkfehler erinnert werden, welche die Psychologie sicher nicht ununtersucht lassen darf, während sie für die Erkenntnistheorie bloß als störende Umstände in Betracht kommen können (6). Als ein Beispiel des anderen Falles wären insbesondere diejenigen Untersuchungen zu nennen, welche von Hußerl neuerdings unter dem Namen Phänomenologie zusammengefaßt worden sind. Diese Phänomenologie stellt sich das Ziel, einfach zu beschreiben, was wir im Bewußtsein an wesensmäßigen Einsichten vorfinden; dabei interessiert sie sich aber nicht für den Bewußtseinsprozeß als solchen, sondern nur für das darin Erkannte; sie gehöre also ebensowenig zur Psychologie wie etwa die Mathematik, welche es ja auch mit im Bewußtsein Erkanntem zu tun hat. Die Bedeutung dieser Untersuchungen ist nun unbedingt anzuerkennen, und man kann auch zugeben, daß sie, sofern sie sich wirklich an der reinen Beschreibung halten, kaum in die Psychologie hineingehören. Auch wenn sie das Beschriebene zergliedern, ver-

gleichem, in System bringen, bleibt die Psychologie in gleicher Weise aus dem Spiele, wenn es sich um die Beschreibung von Einsichten, wie wenn es sich etwa um die Beschreibung von sinnlichen Wahrnehmungsinhalten handelt. Aber in beiden Fällen kann doch das Beschriebene Probleme in sich enthalten, welche nur auf dem Wege psychologischer Forschung zur Lösung gebracht werden können. Wenn sich etwa herausstellt, daß der Wahrnehmungsinhalt nicht eindeutig durch den Reiz, sondern zugleich durch vorhergehende oder gleichzeitige sonstige Bewußtseinsinhalte bestimmt wird, so hat die Psychologie diese Tatsache zu verzeichnen, genauer zu untersuchen und womöglich zu erklären. Und wenn sich herausstellt, daß der Inhalt unserer Einsichten in bezug auf die Wirklichkeit über dasjenige, was uns von dieser Wirklichkeit gegeben ist, hinausgeht, so gilt das nämliche. Es mag der Gegenstand der Erkenntnis außerhalb der Psychologie liegen, die Tatsache aber, daß dieser Gegenstand erkannt und so erkannt wird, ist für die Psychologie bedeutsam (2). Und die Art und Weise, wie die Psychologie diese Tatsache erklärt, ist, wie wir im vorhergehenden gesehen haben, gleichfalls bedeutsam für die Erkenntnistheorie (4). Sofern also die Erkenntnistheorie diese beiden Fragen, diejenige nach der Erklärung und diejenige nach der Rechtfertigung unseres Wissens, nach wie vor als die für sie wichtigsten anerkennen sollte, darf sie sich nicht mit Phänomenologie begnügen, sondern muß sich fragen, welche Rätsel in den Phänomenen stecken und wie dieselben sich lösen lassen. Wenn sich aber die Erkenntnistheorie nicht mit der Phänomenologie begnügen darf, so kann sie dieselbe ebensowenig entbehren. Jede erkenntnistheoretische Untersuchung hat mit Phänomenologie, also mit einer möglichst exakten Beschreibung der einschlägigen Tatsachen des Denkens, anzufangen; und in der Tat scheint mir all dasjenige, was in den folgenden Kapiteln über „die Tatsachen des Denkens“ behauptet wird, sofern es richtig ist, in diese Phänomenologie hineinzugehören. Dem soll sich dann aber jedesmal die Frage nach der Erklärung und Rechtfertigung anschließen. Jedenfalls haben wir also keinen Grund, uns der Phänomenologie —, und hat, soweit ich sehe, auch die Phänomenologie keinen Grund, sich der von uns geplanten Untersuchung im Prinzip feindlich gegenüberzustellen.

6. Gibt es allgemeinemenschliche Denkgesetze? Wir halten es demnach für die nächstliegende Aufgabe der Erkenntnistheorie, die in dem gegebenen Denken tatsächlich vorliegenden Überzeugungen möglichst genau und vollständig kennen zu lernen und die Wege, auf welchen dieselben gewonnen sind, so weit zurückzuverfolgen, als sie sich eben zurückverfolgen lassen. Es ließe sich aber noch fragen, ob den Ergebnissen, zu welchen diese Untersuchung führen kann, auch allgemeinemenschliche oder vielleicht bloß individuelle Bedeutung zukomme. Es sei doch Tatsache, daß mit gleicher Notwendigkeit der eine für wahr hält, was dem anderen unwahr zu sein scheint; auch die Überzeugungen eines bestimmten Individuums seien keineswegs unveränderlich. Es sei demnach mindestens fraglich, ob immer nach den nämlichen (bewußten oder unbewußten) Kriterien gedacht wird; ob nicht vielmehr aus den nämlichen bekannten Daten bei dem einen dieses, bei dem anderen jenes, bei einem Dritten vielleicht gar kein Wissen zustande kommt. Ganz besonders sei es aber zweifelhaft, ob die Regeln, nach welchen die Wissenschaft das gegebene Erfahrungsmaterial verarbeitet, mit den Gesetzen, welche die Entstehung von Überzeugungen im natürlichen Denken beherrschen, identisch sind. Denn es sei doch bekannt, daß die Wissenschaft sich vielfach genötigt findet, die Anschauungen, zu welchen das natürliche Denken gelangt, als unbegründet zurückzuweisen. Unter solchen Umständen könne aber eine rein empirische Untersuchung des gegebenen Denkens nur individuell verschiedene und keineswegs allgemeinemenschliche Maßstäbe der Beurteilung zu finden erwarten. — Der Punkt ist wichtig und bedarf einer eingehenden Untersuchung.

Erstens: wenn wirklich die letzten Kriterien, nach welchen verschiedene Personen, oder dieselbe Person zu verschiedenen Zeiten, zwischen Wahrheit und Irrtum unterscheiden, verschieden wären, so wäre offenbar zwischen diesen Personen oder Standpunkten keine Verständigung möglich (man denke etwa an den wenigstens scheinbar hierhergehörigen Fall der vielfach unfruchtbaren Debatten zwischen den Vertretern der Religion und der Wissenschaft). Die Erkenntnistheorie würde sich dann in einem ähnlichen Falle befinden wie etwa die Physik, wenn in verschiedenen Teilen des Universums die Erscheinungen verschiedenen Gesetzen folgten; und es müßten, wie in diesem Fall

mehrere Physiken, so in jenem mehrere Erkenntnistheorien nebeneinander angenommen werden. Natürlich würde dann ein jeder sein eigenes Denken mitsamt den daraus abstrahierten Gesetzen, eben weil es für ihn notwendig wäre, für das wahre, und alles andere für Irrsinn halten, und es wäre nicht möglich, ihn eines anderen zu überzeugen. — Steht nun aber wirklich die Sache so schlimm? Zwar vieles würde solches vermuten lassen: der ewige Streit zwischen Wissenschaft und Glaube, die Verschiedenheit der Schulen und Glaubensbekenntnisse, die nahezu absolute Unzugänglichkeit vieler für eine einfache Schlußfolgerung aus zugestandenen Prämissen. Aber die nähere Untersuchung bestätigt keineswegs diese Furcht. Erstens wissen wir im allgemeinen, daß das Ergebnis irgend welches Prozesses nicht nur durch die dasselbe beherrschenden Gesetze, sondern auch durch die tatsächlich gegebenen wirkenden Faktoren, — also z. B. eine bestimmte Fallbewegung nicht nur durch den Inhalt des abstrakten Gravitationsgesetzes, sondern auch durch die tatsächlich gegebenen Massen und Entfernungen mitbestimmt wird. Demnach ist es im vorliegenden Fall wenigstens denkbar, daß die Verschiedenheit der Überzeugungen nicht von einer Verschiedenheit in den Gesetzen des Denkens, sondern von einer Verschiedenheit in dem diesem Denken gegebenen Erfahrungsmaterial herrühre. Diese Denkbarkeit wird aber zur Wahrscheinlichkeit durch die Erwägung, daß diejenigen, deren politische, religiöse oder wissenschaftliche Überzeugungen sich schnurstracks gegenüberstehen, dennoch über näherliegende Gegenstände sich leicht verständigen können, während doch bei einer Verschiedenheit der letzten Kriterien der Widerspruch der Meinungen sich wohl nicht auf einzelne Gebiete beschränken würde. Auch die andere Tatsache, daß, je höher die eigene Bildung, um so größer auch das Vermögen zu sein pflegt, sich in die für irrtümlich gehaltenen Meinungen anderer zu „versetzen“, d. h. also dieselben unter Voraussetzung der jenen zugänglichen Daten auf die eigenen Wahrheitskriterien zurückzuführen, — auch diese Tatsache weist darauf hin, daß es allgemeinemenschliche Gesetze des Fürwahrhaltens geben muß. Und schließlich können in der Erziehung und dem Milieu, in dem Hervortretenlassen sympathischer und dem Zurückdrängen antipathischer Vorstellungen und Gedanken usw., die Ursachen jener Ungleichheiten im Denk-

material so leicht und in so großer Verschiedenheit aufgezeigt werden, daß vollständige Übereinstimmung in den Resultaten des Denkens verschiedener Individuen kaum erwartet werden darf. — In der Tat lassen sich nun auch die gegebenen Meinungsverschiedenheiten zum größten Teil sehr leicht aus den bezeichneten Ursachen erklären; ein paar Beispiele werden die Art und Weise erläutern. Es ist ein (wenigstens in Holland) allgemein verbreiteter Aberglaube, daß das 63. Lebensjahr in ganz besonderem Maße dem Tode ausgesetzt sei; und man versichert ganz bestimmt, daß die Erfahrung diesen Glauben vollständig bestätigt. Nun beweist aber die Statistik, daß den Todesfällen im 63. Jahre keineswegs eine besondere Frequenz zukommt; und auch dieser Beweis stützt sich auf die Erfahrung. Wie kann nun, so wird man fragen, die nämliche Erfahrung, nach den nämlichen Gesetzen verarbeitet, zu so verschiedenen Ergebnissen führen? Die Antwort muß lauten: nur scheinbar ist die Erfahrung des einen die nämliche wie die des anderen. Die Erfahrung des wissenschaftlichen Statistikers umfaßt alle Todesfälle, welche während einer bestimmten Periode in einem bestimmten Lande vorgekommen sind; die Erfahrung des unwissenschaftlichen Laien umfaßt nur jene Fälle, welche er sich zurzeit erinnert. Den letzteren hat aber die Erinnerung an jenen traditionellen Aberglauben dazu gebracht, die Todesfälle im 63. Lebensjahr als besonders interessant zu betrachten und seinem Gedächtnis einzuprägen, während er die anderen zum allergrößten Teil unbeachtet gelassen oder vergessen hat. So kommt es, daß in der ihm gegenwärtigen Erfahrung wirklich diese Todesfälle in unverhältnismäßiger Anzahl vertreten sind, und aus dieser Erfahrung folgert er dann, formell ganz richtig, die Wahrheit jener traditionellen Meinung. Stünde dem wissenschaftlichen Statistiker nur die nämliche Erfahrung zu Gebote, so würde er auch das nämliche folgern müssen. — Nehmen wir ein zweites Beispiel: den Glauben an die Willensfreiheit. Es gibt ohne Zweifel Tatsachen, welche diesen Glauben zu stützen scheinen: gänzlich unerwartete Umkehrungen zum Guten oder zum Bösen; unerklärliche Kapricen; die sich jeder Berechnung entziehende Komplikation der Motive; endlich die wunderbare Beweglichkeit der Vorstellungen, welche uns gestattet, fast in einem Moment die Motive für und wider eine Handlung in gleicher Klarheit

und Ausschließlichkeit uns vor Augen zu stellen. Demgegenüber stehen dann die mächtigen Gründe des Determinismus, sowie Erwägungen, welche wenigstens die Möglichkeit einer kausalen Erklärung jener Willenserscheinungen klarlegen. Nun ist aber der Determinismus aus verschiedenen Gründen vielen antipathisch. Natürlich werden diese sich freuen, so oft sie einen Grund gegen denselben auffinden, und denselben gewiß nicht vergessen, dagegen den Gründen gegen die Willensfreiheit einen gewissen Widerstand entgegensetzen. In die ersteren denken sie sich von selbst hinein, die letzteren lassen sie gar nicht zum vollen Bewußtsein kommen. Da tut denn die Gewohnheit das ihrige. Nach kurzer Zeit bleiben die stets zurückgedrängten Vorstellungen von selbst fort, und der Indeterminist wundert sich darüber, daß er je an der Freiheit des Willens hat zweifeln können. Verfügte aber der Determinist nur über den künstlich beschränkten Vorstellungskreis, der jenem zu Gebote steht, so würde er das nämliche tun. — Es ist eben ein Irrtum, zu glauben, daß, weil unsere Sinnesorgane in gleicher Weise eingerichtet sind, auch die letzten Ausgangspunkte des Denkens für alle die gleichen sein müssen. Nicht alles, was wir sehen und hören, kommt uns zum vollen Bewußtsein, und nicht alles, was uns zum vollen Bewußtsein kommt, wird im Gedächtnis aufbewahrt. Und was darüber entscheidet, ob dieses oder jenes zum Material für unser Denken wird, das ist nicht der im großen und ganzen sich selbst aufhebende Zufall, sondern das sind individuelle, in ganz bestimmter Richtung wirkende Anlagen und Erlebnisse. Wer dies aber einmal eingesehen hat, der wird in der Verschiedenheit der Meinungen ebensowenig einen Grund finden, die Existenz allgemeinemenschlicher Denkgesetze zu bezweifeln, als ihn etwa der Umstand, daß aus der Verbindung der Elemente *a* und *b* eine anders geartete Substanz hervorgeht, als aus der Verbindung der Elemente *a* und *c*, zum Zweifel an der Allgemeinheit der chemischen Gesetze veranlassen kann.

Diese Erörterungen scheinen dazu geeignet, auf die früher (5) gestreifte Frage, wie sich die Erkenntnistheorie zu den Denkfehlern zu stellen habe, noch einiges Licht zu werfen. Wenn man häufig gegen die Anwendung psychologischer Methoden in der Erkenntnistheorie angeführt hat, daß diese letztere Wissenschaft nur nach den Bedingungen des richtigen Denkens frage,

während die Psychologie richtiges und unrichtiges Denken gleichmäßig zu berücksichtigen hat, so wurde dabei stillschweigend vorausgesetzt, daß das unrichtige, zu falschen Ergebnissen führende Denken nach anderen Gesetzen stattfindet als das richtige. Diese Voraussetzung ist aber nach obigem sicher unbewiesen, und wahrscheinlich unrichtig. Sooft wir die Entstehungsgeschichte falscher Einsichten genauer verfolgen können, finden wir stets wieder, daß dieselben der Mangelhaftigkeit oder der unzureichenden Verfügbarkeit des in Betracht kommenden Materials, also in letzter Instanz der Unwissenheit, der Parteinahme, der Unbesonnenheit, der Interessellosigkeit —, nicht aber daß sie einer Verschiedenheit in den letzten Kriterien des Fürwahrhaltens ihre scheinbare Evidenz verdanken. Läge das Denken von Verstandes- und Gemütsmenschen, Gelehrten und Ungelehrten, Besonnenen und Leichtsinigen, Weisen und Dummen offen vor uns, so steht zu erwarten, daß wir ihre weit auseinandergehenden Überzeugungen schließlich doch überall aus den nämlichen letzten Gesetzen würden erklären können. Und von diesen letzten Gesetzen darf nach früherem vermutet werden, daß sie vernunftgemäß, also dazu angetan sind, unter günstigen Bedingungen, bei Ausschaltung jener störenden Umstände, zur Wahrheit zu führen. Ob diese Vermutung sich bewährt, haben wir eben im folgenden zu untersuchen.

7. Die Denkgesetze im Leben und in der Wissenschaft.

Nach dem Vorhergehenden kann der Zweck der vor uns liegenden Untersuchung, wie der Titel dieses Buches denselben ausspricht, wohl kaum mehr mißverstanden werden. Wenn wir im wissenschaftlichen Denken die Ursachen der Gewißheit aufzusuchen unternehmen, so suchen wir keine dem wissenschaftlichen Denken spezifische, sondern wir suchen in der Wissenschaft die allgemeinmenschlichen Ursachen der Gewißheit. Und daß wir eben in der Wissenschaft und nicht im Leben dieselben aufsuchen, das hat ähnliche Gründe wie die, welche den Physiker veranlassen, im Laboratorium statt in der freien Natur den Gesetzen der Erscheinungen nachzuspüren. Es herrschen dieselben Gesetze im Laboratorium und in der Natur; um aber aus den Erscheinungen dieselben ableiten zu können, müssen wir von diesen Erscheinungen mit allen sie begleitenden Umständen

eine so genaue Kenntnis besitzen, wie eben nur das Laboratorium dieselbe bieten kann. In gleicher Weise sind auch die Denkgesetze dieselben im Leben und in der Wissenschaft; die Erscheinungen des natürlichen ungeschulten Denkens sind aber in einem solchen Grade kompliziert, die Voraussetzungen desselben liegen für den Denkenden selbst zum Teil so sehr im Dunkeln, daß es kaum möglich wäre, aus diesen Erscheinungen allein die Gesetze des Denkens zu abstrahieren. Nun fehlen zwar, wie wir sehen werden, auch in der Wissenschaft solche Komplikationen und Dunkelheiten nicht; in der Wissenschaft hat man aber wenigstens stets danach gestrebt, bei jedem Theorem die mit Bewußtsein vorgestellten Gründe desselben genau und vollständig aufzuzählen. Allerdings bleibt es dennoch möglich, daß außer den bewußten und bekannten auch noch unbewußte und unbekanntere Ursachen den wissenschaftlichen Überzeugungen zugrunde liegen (wie auch im Laboratorium die Möglichkeit der Mitwirkung unbekannter und unwahrnehmbarer Faktoren nicht ausgeschlossen ist); jedenfalls können aber erstens die bewußten Ursachen genau festgestellt werden, und kann man zweitens darüber gewiß sein, daß daneben nur allgemein wirkende, nicht individuell verschiedene unbewußte Ursachen eine Rolle spielen. Denn ganz so wie die Wiederholung eines physikalischen Experiments unter verschiedenen Umständen die Möglichkeit der Mitwirkung zufälliger unbeachteter Faktoren ausschließt, ganz so kann auch die Übertragbarkeit wissenschaftlicher Überzeugungen auf jeden normal organisierten Menschen als ein Beweis dafür gelten, daß die Entstehung derselben von individuellen Eigentümlichkeiten nicht abhängig ist. — Nun verhält sich aber im allgemeinen die Sache so: Um eine Erscheinungsgruppe kausal zu erklären, d. h. auf Ursachen und Gesetze zurückzuführen, müssen entweder die Ursachen oder die Gesetze bekannt sein. Bei den tatsächlich sich darbietenden Erscheinungen der Natur und des Denkens sind aber weder die Gesetze, noch (in genügender Vollständigkeit und Genauigkeit) die Ursachen bekannt. Nur beim physikalischen, und ebenso auch beim erkenntnistheoretischen Experiment (der Übertragung wissenschaftlicher Überzeugungen), ist einigermaßen vollständige Kenntnis der (willkürlich eingeführten) Ursachen möglich; nur von hier aus lassen sich demnach die das betreffende Gebiet beherrschenden

Gesetze auffinden. Sind aber einmal diese Gesetze bekannt, so wird dadurch erst eine kausale Erklärung der gegebenen, ihren Ursachen nach nicht oder unvollständig bekannten Erscheinungen ermöglicht. So konnten z. B. die Erscheinungen des Regenbogens, der Fata morgana u. a. erst erklärt werden, nachdem auf experimentellem Wege die Gesetze der Lichtbrechung festgestellt worden waren; und so kann auch die Erkenntnistheorie die Erscheinungen des natürlichen Denkens erst erklären, nachdem sie aus den Erscheinungen des wissenschaftlichen Denkens die Denkgesetze abstrahiert hat.

8. Einfache und zusammengesetzte Urteile. Dem Vorhergehenden gemäß suchen wir unser Forschungsmaterial vorzugsweise in der tatsächlich existierenden Wissenschaft, wenn auch, wo es gilt einfache Verhältnisse zu exemplifizieren, manchmal Beispiele aus dem natürlichen Denken genügen werden. Jene Wissenschaft aber betrachten wir ausschließlich als einen Komplex psychischer Erscheinungen bestimmter Art, welche wir zunächst in uns selbst wahrnehmen und nach Analogie auch bei anderen vermuten. Allerdings können wir in einem bestimmten Sinne auch die Lehrbücher der Wissenschaft sowie die Schriften der Entdecker und Forscher als Materialsammlungen bezeichnen: in dem Sinne nämlich, daß dieselben in uns die Vorstellung der Denkprozesse hervorrufen, welche den eigentlichen Gegenstand unserer Untersuchung bilden. Jedenfalls sind aber nicht die geschriebenen oder gesprochenen Worte und Sätze, sondern nur die Denkerscheinungen, welche assoziativ mit denselben verbunden sind, die Objekte der Erkenntnistheorie. Daher dürfen auch wissenschaftliche Schriften nur insofern als Material von uns benutzt werden, als wir dieselben verstanden, die Gedankenreihe, welche denselben zugrunde liegt, selbständig in uns reproduziert haben. Denn ohne diese Selbstprobe bleibt es immer zweifelhaft, ob wir aus dem möglicherweise ungenauen sprachlichen Ausdruck den Gedankeninhalt rein und unbeschädigt abge sondert haben.

Wenn wir versuchen, uns über die Natur unseres Forschungsmaterials vorläufig etwas näher zu orientieren, so finden wir leicht, daß dasselbe ausschließlich aus Urteilen besteht. Urteil aber nennen wir eine Denkerscheinung, in welcher irgend

eine Vorstellung oder Vorstellungsverbindung als wahr gesetzt wird, d. h. also (1): in welcher behauptet wird, es gebe ein Wirkliches, welches mit dieser Vorstellung oder Vorstellungsverbindung übereinstimmt. Dieses Wirkliche kann ein Psychisches oder ein Physisches sein; es kann mehr oder weniger genau bestimmt werden; es kann ein Ding, oder viele oder auch alle Dinge umfassen; — die in das Urteil eintretenden Vorstellungen oder Vorstellungsverbindungen können einfacherer oder komplizierter Natur sein; eine bloße Empfindung, oder eine Gruppe von solchen, oder auch eine Abstraktion aus denselben enthalten; in allen Urteilen läßt sich aber der Gedanke eines Wirklichen, welches mit einem Vorgestellten übereinstimme, leicht zurückfinden. — In solchen Urteilen bewegt sich nun das ganze wissenschaftliche Denken, vom einfachsten Wahrnehmungssatz an bis zur abstraktesten Formel und bis zur weltumfassenden Theorie. Diese Urteile bilden demnach den eigentlichen Gegenstand unserer Untersuchung; die Entstehung der Urteile im Bewußtsein zu erklären, ist die nächste Aufgabe der Erkenntnistheorie. Um sich über die Methoden, welche zur Lösung dieser Aufgabe führen können, vorläufig zu orientieren, kann vielleicht eine kurze Erinnerung an die Forschungsmethoden der Chemie, welche im großen und ganzen ähnliche Aufgaben zu lösen hat, etwas leisten. Dazu muß aber vor allem die grundlegende Unterscheidung zwischen einfachen und zusammengesetzten Urteilen festgestellt werden.

Wenn wir unter den zahlreichen wissenschaftlichen Urteilen, über welche wir verfügen, Umschau halten, so finden wir leicht, daß die meisten der Existenz anderer Urteile im Bewußtsein ihre Entstehung verdanken. Das Urteil: „ich bin sterblich“, ist entstanden aus der Verbindung der beiden präexistierenden Urteile: „ich bin ein Mensch“ und „alle Menschen sind sterblich“. Das Urteil: „der Inhalt des Dreiecks ist gleich dem halben Produkte aus Basis und Höhe“, geht hervor aus den Urteilen: „der Inhalt des Dreiecks ist gleich dem halben Inhalte des Parallelogramms von gleicher Basis und Höhe“ und „der Inhalt des Parallelogramms ist gleich dem Produkte aus Basis und Höhe“. Und so weiter. Offenbar kann nun in den meisten Fällen diese Zurückführung eines Urteils auf andere Urteile noch mehrfach wiederholt werden; so ist z. B. das Urteil: „der Inhalt des Dreiecks ist gleich

dem halben Inhalte des Parallelogramms von gleicher Basis und Höhe“ wieder entstanden aus den beiden anderen: „das Parallelogramm wird durch seine Diagonale in zwei Dreiecke von gleicher Basis und Höhe geteilt“, und „diese Dreiecke sind kongruent“; letzteres Urteil ist wieder aus den Kongruenzsätzen und aus Beziehungen zwischen den Seiten und Winkeln des Parallelogramms aufgebaut, usw. Es ist aber klar, daß, wenn wir die Urteile, aus welchen solcherweise ein neues Urteil entsteht, die Gründe des letzteren nennen, die Reduktion eines Urteils auf seine Gründe nicht ins Unendliche fortgesetzt werden kann. Es muß letzte Gründe geben, welche selbst nicht wieder auf andere Urteile zurückgeführt werden können; sonst müßte ja in unserem endlichen Leben eine unendliche Reihe von Denkprozessen vollzogen worden sein. Solche letzte Gründe der Gewißheit anzugeben ist auch nicht eben schwer: es gehören dazu alle Urteile, denen unmittelbare Evidenz zukommt, also die Urteile über eigene Empfindungen, die mathematischen Axiome, usw. Diese nicht weiter begründbaren Urteile nenne ich einfache, die begründeten dagegen zusammengesetzte Urteile¹⁾. Allerdings wird es nicht immer möglich sein, von einem gegebenen Urteil mit Gewißheit zu bestimmen, ob es zur einen oder zur anderen Gruppe gehört; die Tatsache, daß es zusammengesetzte Urteile gibt, steht aber fest, und daraus folgt nach dem Vorhergehenden, daß es auch einfache Urteile geben muß. Es ist damit ganz wie in der Chemie. Auch dort bleibt die elementare oder zusammengesetzte Natur eines gegebenen Stoffes manchmal zweifelhaft; ganz gewiß ist es aber, daß es zusammengesetzte Stoffe gibt, und demnach muß es auch Elemente geben. So wird es denn die Aufgabe der Chemie, zu bestimmen, welchen Stoffen der elementare Charakter zukommt, aus welchen Elementen die verschiedenen Verbindungen zusammengesetzt sind und welche Gesetze die Verbindung derselben beherrschen. In ganz ähnlicher Weise hat aber auch die Erkenntnistheorie, welche man eine Chemie der Urteile nennen könnte, auf ihrem Gebiet das Einfache von dem Zusammengesetzten zu sondern, für letzteres die Art der Zusammensetzung zu bestimmen und die Verbindungsgesetze aufzusuchen. Und wie die chemische Forschung vieles als Verbindung erkannt hat,

¹⁾ Es ist also mit dieser Benennung dasselbe gemeint, was man vielfach durch die Worte unmittelbar- und mittelbar-gewisse Urteile andeutet.

was früher für elementar angesehen wurde, so hat auch die Erkenntnistheorie den zusammengesetzten Charakter mancher scheinbar einfachen Urteile nachgewiesen. Das wird sich später zeigen. — Für jetzt muß nur noch einmal ausdrücklich betont werden, daß die einfache oder zusammengesetzte Natur den Urteilen nur als Erscheinungen innerhalb eines Bewußtseins zukommt. Demnach kann von zwei inhaltlich vollkommen identischen, aber von verschiedenen Personen oder zu verschiedenen Zeiten gebildeten Urteilen das eine ganz wohl einfach, das andere zusammengesetzt sein. Zum Beispiel: Es fällt ein Tropfen Säure auf ein Stück blaues Lackmuspapier, und ich sehe, daß das Papier eine rote Farbe annimmt. Sage ich nun: das Papier färbt sich rot, so ist das Urteil für mich ein einfaches. Teile ich aber die Begebenheit einem anderen mit, der sie auf Treu und Glauben annimmt, so ist für ihn dasselbe Urteil ein zusammengesetztes; denn er hat es aus der Tatsache meiner Erzählung und aus der Überzeugung von meiner Glaubwürdigkeit aufgebaut. Ein Dritter endlich, etwa ein Chemiker, der nur gehört hat, daß ein Tropfen Säure auf das blaue Lackmuspapier gefallen ist, wird mit gleicher Gewißheit urteilen: das Papier hat sich rot gefärbt; — aber für ihn wird dieses Urteil wieder ganz anders zusammengesetzt sein, nämlich aus den beiden Urteilen: Säuren färben blaues Lackmuspapier rot, und: es ist ein Tropfen Säure auf das blaue Lackmuspapier gefallen. Man könnte nun leicht meinen, wenn die Sachen so stehen, sei auch die Unterscheidung zwischen einfachen und zusammengesetzten Urteilen wertlos: denn dasselbe Urteil könne ja nach Belieben als ein einfaches oder als ein zusammengesetztes aufgefaßt werden. Wer aber so spräche, würde vergessen, daß wir die Urteile nicht als ein objektiv außer uns Existierendes, sondern als individuell-psychische Erscheinungen zu betrachten uns vorgenommen haben. Es hat demnach gar keinen Sinn, zu fragen: ist irgend ein Urteil, etwa das Urteil über die rote Färbung des Lackmuspapiers, an und für sich einfach oder zusammengesetzt? — es kann nur gefragt werden: ist das Urteil für mich, für dich, für die Naturforscher ein einfaches oder ein zusammengesetztes Urteil? Und auf diese Frage muß es immer eine bestimmte Antwort geben. Denn wenn einer ein Urteil ausspricht oder denkt, so muß doch entweder die Wahrheit der darin enthaltenen Vorstellungsver-

knüpfung ihm unmittelbar klar gewesen sein, oder dieselbe muß aus irgend welchen Gründen sich ihm ergeben haben. Wir haben es nun in der Erkenntnistheorie ausschließlich mit solchen individuell-psychischen Tatsachen zu tun; aus diesen individuell-psychischen Tatsachen hoffen wir, und dürfen wir nach dem Vorhergehenden hoffen, allgemeinmenschliche Gesetze und Ursachen der Urteilsbildung kennen zu lernen. Allerdings untersuchen wir vorzugsweise solche Urteile (nämlich die wissenschaftlichen), welche für eine ganze Gruppe von Menschen den gleichen elementaren oder zusammengesetzten Charakter besitzen; aber wir tun dies aus rein praktischen, methodologischen Gründen. Prinzipiell könnten die Denkgesetze in gleicher Vollständigkeit und Genauigkeit aus dem Denken eines einzigen Individuums abstrahiert werden; nur wäre der Weg weit länger und unsicherer. Nach den Erörterungen des vorigen Paragraphen wird es nicht nötig sein, dies noch weiter auszuführen.

9. Näheres über die Methode der Untersuchung. Dagegen werden wir jetzt, von der gewonnenen Unterscheidung zwischen einfachen und zusammengesetzten Urteilen ausgehend, noch einiges über die Untersuchungsmethoden bemerken müssen, deren wir uns bedienen werden. Diese Methoden sind im großen und ganzen denen der Chemie sehr ähnlich, eben weil die Aufgaben der Erkenntnistheorie denen der Chemie sehr ähnlich sind. Der Chemiker verbindet Analyse und Synthese: er versucht erstens durch verschiedenartige Einwirkungen die zu untersuchenden Stoffe in ihre letzten Bestandteile zu zerlegen; zweitens versucht er bekannte Elemente und Verbindungen unter solchen Bedingungen zusammenzubringen, daß sich dieselben zu neuen Stoffen verbinden. Durch dieses Verfahren erreicht der Chemiker ein doppeltes Resultat: erstens eine allgemeine Übersicht über die verschiedenen Stoffe der Natur, deren elementaren oder zusammengesetzten Charakter, die Beziehungen zwischen denselben, ihre natürliche Klassifikation usw.; sodann Kenntnis der Gesetze, welche die Verbindung der Elemente zu zusammengesetzten Körpern beherrschen. — Der Erkenntnistheoretiker gelangt auf gleichem Wege zu ähnlichen Resultaten. Wie die in der Natur gegebenen Stoffe für den Chemiker, so bilden die im Denken gegebenen Überzeugungen für den Erkenntnistheoretiker

den Ausgangspunkt der Untersuchung. Von diesen Urteilen gilt es zunächst, den einfachen oder zusammengesetzten Charakter und letzterenfalls die Art der Zusammensetzung zu bestimmen. Der Erkenntnistheoretiker muß demnach damit anfangen, die vorliegenden wissenschaftlichen Theoreme zu analysieren; und er muß diese Analyse fortsetzen, bis er auf Elemente stößt, welche allen Versuchen weiterer Zerlegung widerstehen. Unter der Analyse eines Urteils verstehen wir aber nicht etwa die Zerlegung der in dem Urteil als wahr gesetzten Vorstellungsverbindung in einfache Vorstellungen, sondern die Zerlegung der Gewißheit des Urteils in die Gewißheit anderer, demselben zugrunde liegender Urteile, also die Zurückführung eines zusammengesetzten Urteils auf einfachere, denen es seine Gewißheit verdankt. — Nun kann allerdings der Erkenntnistheoretiker in den besonderen Wissenschaften selbst die Zusammensetzung der wissenschaftlichen Überzeugungen teilweise verfolgen, wie auch der Chemiker aus der Praxis des Lebens und aus der Technik teilweise die Zusammensetzung der gegebenen Stoffe kennen lernen kann. Aber die Lehren des Lebens und der Technik genügen dem Chemiker nicht und können ihm nicht genügen: im Leben und in der Technik erstrebt man ja nur praktische Ziele, ist man zufrieden, sobald man geeignete Mittel gefunden hat zur Erzeugung von Stoffen, welche praktischen Bedürfnissen dienen können, und hat man kein Interesse dafür, die Untersuchung noch weiter fortzusetzen. Der Chemiker wird demnach dasjenige, was man in der Technik und im Leben „Grundstoffe“ nennt, noch weiter zerlegen müssen, um auf die eigentlichen „Elemente“ zu kommen; er wird auch viel schärfer als die Praxis darauf achten müssen, wie, unter welchen Bedingungen, in welchen Verhältnissen sich die einfacheren Stoffe zu zusammengesetzteren verbinden, usw. In ganz ähnlichen Verhältnissen befindet sich aber auch der Erkenntnistheoretiker. Die Einzelwissenschaften führen die Analyse ihrer Urteile nicht weiter, als sie es für ihren Zweck brauchen; und dieser Zweck ist: überzeugt sein und Überzeugung erwecken. Der Mann der Wissenschaft will irgend einen Satz beweisen, das heißt, er will sich oder einem anderen solche, schon als gewiß erkannte Urteile zum Bewußtsein bringen, aus deren Verbindung mit Notwendigkeit die Überzeugung von der Wahrheit jenes Satzes hervorgeht (1). Ob er aber diesen Zweck erreicht

hat, das beurteilt er ausschließlich nach dem Erfolg: wenn er seine Gründe so geordnet hat, daß er und andere, sobald sie dieselben verstanden haben, das Zustandekommen der erwünschten Überzeugung in sich wahrnehmen, so ist er zufrieden. Nach welchen Gesetzen aus den Prämissen der Schlußsatz entstanden ist, darum kümmert er sich nicht. Ebensowenig fragt er danach, ob die von ihm angeführten Gründe auch wirklich elementar sind, wenn nur diese Gründe für jeden normal organisierten Menschen Evidenz besitzen. Und drittens ist es ihm gleichgültig, ob auch neben den ausgesprochenen noch andere, nicht zu klarem Bewußtsein gelangte elementare Urteile zur Entstehung jener Überzeugung mitgewirkt haben, wenn nur wieder diese verschwiegenen Prämissen auch bei anderen in gleicher Weise vorhanden sind und wirken. Aber eben diese Fragen sind für den Erkenntnistheoretiker, der den Verlauf des menschlichen Denkens verstehen will, die allerwichtigsten. Demnach muß er (ganz so wie auf seinem Gebiet der Chemiker) die Analyse der wissenschaftlichen Überzeugungen viel weiter durchführen und die Ergebnisse derselben viel schärfer untersuchen als die besonderen Wissenschaften es zu tun pflegen. Man hat wohl mal die Philosophie die Wissenschaft des Selbstverständlichen genannt, und zwar, was die Erkenntnistheorie angeht, mit Recht. Denn die speziellen Aufgaben der Erkenntnistheorie fangen eben dort an, wo die Einzelwissenschaften von der weiteren Analyse ablassen, weil sie dieselbe für ihren Zweck: überzeugt sein und überzeugen, nicht mehr brauchen: das heißt also dort, wo allgemeinemenschliche Prämissen aufgefunden worden sind, aus denen nach allgemeinemenschlichen Denkgesetzen das Demonstrandum hervorgeht.

Sagen wir zuletzt noch ein Wort über die Bedeutung der Synthese in der Erkenntnistheorie. Schon in der formalen Logik kommt dieselbe mehrfach zur Anwendung. Wir werden dort Schlußformen kennen lernen, welche in der Wissenschaft und im Leben nicht oder nur äußerst selten vorkommen und welche man demnach durch Analyse und Vergleichung der gegebenen Tatsachen des Denkens nicht leicht hätte auffinden können. Die Kenntnis solcher Schlußformen verdanken wir dem synthetischen Experiment. Nachdem eine vorhergehende Untersuchung die verschiedenen Arten von Urteilen zu unterscheiden gelehrt hatte, hat man dieselben in mannigfachen Kombinationen im Bewußt-

sein zusammengebracht und nachgesehen, in welchen Fällen die Verbindung derselben ein neues Urteil zustande brachte. In solcher Weise hat man in der formalen Logik manche Schlußformen kennen gelernt, von denen man in der Wissenschaft nicht leicht Beispiele gefunden hätte, wie auch wieder der Chemiker im Laboratorium Verbindungen erzeugt, welche in der Natur nicht oder nur sehr selten vorkommen. — Eine vielleicht noch wichtigere Rolle erfüllt aber das synthetische Experiment in der Philosophie der besonderen Wissenschaften. Dort werden wir manchmal, um uns über die Bedeutung irgend welcher Theorie oder Hypothese zu orientieren, die Frage aufwerfen müssen: wie würde es um diese Theorie beschaffen sein, wenn diese Tatsachen früher als jene bekannt gewesen wären? — oder wenn man in dieser statt in jener Periode dieses Gebiet zu bearbeiten angefangen hätte? — oder wenn aus dem Ganzen unserer Empfindungen diese bestimmten Gruppen fehlten oder sich in dieser bestimmten Weise modifizierten? Die Antwort auf all solche Fragen liefert uns das psychologische Experiment. Man wünscht zu wissen, in welcher Weise das menschliche Denken auf gewisse Daten reagiert hätte, wenn sich dieselben in anderer Reihenfolge oder unter anderen Bedingungen oder in anderer Art dargeboten hätten als tatsächlich der Fall gewesen. Um dieses zu ermitteln, versucht man nun, sich die Gründe, welche in dem gesetzten Fall das Denken hätten beeinflussen können, so klar und vollständig wie möglich vor Augen zu stellen, dagegen all dasjenige, welches nicht hätte einwirken können, in den Hintergrund des Bewußtseins zurückzudrängen. Mit anderen Worten, man experimentiert mit dem eigenen Denken; man läßt alle Gründe und nur die Gründe auf sich einwirken, welche in dem gedachten Fall hätten einwirken können, und man beobachtet und verwertet das Ergebnis ganz so, wie man das Ergebnis eines physikalischen oder chemischen Experimentes zu beobachten und zu verwerten pflegt. — Man wird vielleicht gegen den Wert solcher Experimente mit dem eigenen Denken einwenden, es könne doch der Experimentator niemals davon gewiß sein, daß die Vorstellungsgruppe, deren Wirkung er hat studieren wollen, auch rein und ausschließlich, ohne unbewußte Einmischung eigener Ansichten, Erwartungen usw., das wahrgenommene Ergebnis zustande gebracht habe. In der Tat wird absolute Ge-

wißheit in diesem Punkte nicht leicht zu haben sein; und zwar wird die Ungewißheit um so größer sein, je weniger noch das betreffende Gebiet durchforscht worden ist. Aber dieser Satz gilt nicht bloß für die Erkenntnistheorie; er gilt für jede Wissenschaft. Jede Wissenschaft hat ein Stadium durchlaufen müssen, in welchem sie bei ihren Experimenten die Mitwirkung unbekannter Faktoren, eben weil dieselben vollständig unbekannt waren, nicht auszuschließen vermochte. Aber eben diese ersten, mit Ungewißheit behafteten Experimente sind es dann gewesen, welche zu späteren exakteren Experimenten die notwendigen Vorkenntnisse geliefert haben. Wie das geschehen konnte, lehrt ganz besonders die Geschichte der Naturwissenschaft. Man übte beim Anfang der Untersuchung Vorsicht und Takt; man legte nicht zu viel Wert auf das Ergebnis eines Experimentes, sondern versuchte fortwährend die Experimente durch einander und durch theoretische Erwägungen zu kontrollieren; man strebte danach, die meist vorkommenden störenden Einflüsse kennen zu lernen, um die Wirkung derselben entweder tatsächlich oder doch in der Berechnung eliminieren zu können. Wenn man aber in der Naturwissenschaft durch solche Mittel das Experiment fruchtbar zu machen gewußt hat, so ist jedenfalls von vornherein nicht abzusehen, warum ein Gleiches in der Erkenntnistheorie unmöglich sein sollte. Übrigens kann natürlich erst der tatsächliche Erfolg die Sache endgültig entscheiden, und muß demnach hier auf spätere Abschnitte dieses Buches verwiesen werden.

10. Verhältnis der Erkenntnistheorie zu anderen Wissenschaften. Dieser theoretischen Untersuchung stellt sich nun eine praktische Wissenschaft von den Mitteln, durch welche Überzeugungen zustande gebracht werden können, eine Methodologie, an die Seite. Die Tatsache, daß der Besitz fester und klarer Überzeugungen uns begehrenswert erscheint, die Tatsache des „Erkenntnistriebes“ (ob derselbe angeboren oder erworben ist, tut nichts zur Sache) führt notwendig zur Frage, welche Mittel angewandt werden müssen, um das Ziel desselben zu erreichen oder doch demselben näher zu kommen: also zur Forderung einer Kunstlehre des Denkens. Es ist aber klar, daß diese Kunstlehre nur auf dem Boden einer Naturlehre des Denkens aufgebaut werden kann. Irgend eine Theorie, sei es auch eine ganz schlechte,

liegt jeder Praxis zugrunde: man muß wissen oder zu wissen glauben, wie etwas als Ursache wirkt, um es mit Bewußtsein als Mittel anwenden zu können. Die Ingenieurwissenschaft setzt die Mechanik, Hygiene und Medizin setzen Anatomie und Physiologie, die Wirtschaftspolitik setzt die Wirtschaftslehre voraus; und so bildet auch die theoretische Erkenntnislehre die notwendige Voraussetzung für die praktische Methodologie. Das Ziel des Denkens ist die Gewißheit seiner Ergebnisse; es müssen also dem Bewußtsein Vorstellungen beigebracht werden, welche diese Gewißheit erzeugen; wie aber die Vorstellungen beschaffen sein müssen, um Gewißheit zu erzeugen, das kann nur die Theorie lehren. Natürlich ist damit die Möglichkeit einer Wechselwirkung zwischen Theorie und Praxis nicht ausgeschlossen. Die praktischen Maßregeln, welche auf Grund einer oberflächlichen, mangelhaften, vielleicht selbst falschen Theorie eingeführt worden sind, können, wenn sie sich bewähren, zur Aufstellung einer besseren Theorie den Anstoß geben, wozu in keiner Wissenschaft die Beispiele fehlen. Auch auf unserem Gebiete hat sich vielfach die Sache so zugetragen. Die Wissenschaft hat meistens rein instinktiv, also auf Grund einer unbewußten Theorie, die richtigen Mittel zur Erreichung ihres Zweckes gewählt; die Bewährung dieses instinktiven Verfahrens durch den Erfolg, also die Tatsache, daß die angewendeten Mittel sich zur Erzeugung von Gewißheit tauglich erwiesen, ist dann für die Erkenntnistheorie der Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen geworden, durch welche schließlich wieder eine Vertiefung und Präzisierung der Untersuchungsmethoden herbeigeführt werden konnte.

Die sogenannte formale oder analytische Logik gehört teilweise zur Erkenntnistheorie, teilweise zur Methodologie. Dieselbe fragt erstens, wie es zugeht, daß im Bewußtsein aus gegebenen einfacheren, neue zusammengesetzte Urteile entstehen; sie versucht diesen Prozeß auf allgemeine und allgemeinste Gesetze zurückzuführen und unsere Überzeugung, daß die Ergebnisse desselben auch für die Wirklichkeit gelten müssen, zu erklären. Diese Untersuchungen sind rein theoretischer Natur und haben demnach ihren Platz in der Erkenntnistheorie. Zweitens aber werden in der Logik, unter Zugrundelegung jener allgemeinsten Denkgesetze, aber mit Rücksicht auf die gegebenen Ziele des Denkens, die verschiedenen Formen untersucht, in welchen diese

Gesetze zur Anwendung gelangen; es wird gefragt, wie man die zu verbindenden Urteile einzurichten habe, um dieselben zur Erzeugung neuer Urteile vollständig verwerten zu können, welche störenden Einflüsse die Wirkung der logischen Gesetze beeinträchtigen können und wie sich dieselben eliminieren lassen, usw. Dieser Teil der Logik (zu welchem etwa Fragen wie diejenige der Quantifikation des Prädikats, der Einführung arithmetischer Elemente in die Logik, der logischen Beweis- und Untersuchungsmethoden gehören) ist offenbar praktischer Natur und muß der Methodologie zugerechnet werden. Es muß also zwischen einer theoretischen und einer praktischen Logik unterschieden werden; nur die erstere gehört in den Rahmen des vorliegenden Buches.

Sagen wir jetzt noch ein Wort über die Bedeutung der Erkenntnistheorie für die positiven Wissenschaften. Wenn in der Tat die gegebenen Erscheinungen vom Denken nicht bloß gesammelt, sondern auch verarbeitet werden, dergestalt, daß dieselben im Denkprozeß ihre ganze Natur zu ändern scheinen, von Empfindungen im Bewußtsein zu Dingen der Außenwelt werden usw. (2), — so muß es für den Naturforscher im höchsten Grade wichtig sein, sich über die Art und Weise, wie dies geschieht, über die Gesetze, welche diesen Prozeß beherrschen, und die Ursachen, welche denselben veranlassen, aufs genaueste zu unterrichten. Denn ganz so, wie der Mikroskopiker die Einrichtung seines Instrumentes kennen muß, um entscheiden zu können, ob nicht gewisse Eigentümlichkeiten im wahrgenommenen Bilde dieser Einrichtung statt dem Objekte zugeschrieben werden müssen, ganz so muß auch der Naturforscher die Einrichtung seines Instrumentes, des Intellekts, kennen, um zu entscheiden, inwiefern sein Weltbild durch rein objektive, und inwiefern es durch subjektive Faktoren bestimmt wird, und um sich genaue Rechenschaft darüber geben zu können, in welchem Maße und in welchem Sinne diesem Weltbilde Wahrheit beizulegen ist. Solche Fragen wie diese: ob bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen der Inhalt der mathematischen Erkenntnis unbedingt vorausgesetzt, oder im Interesse einer einfachsten Beschreibung oder Erklärung beliebig modifiziert werden darf; welche Bedeutung den physikalischen und chemischen Hypothesen zukommt und welche Forderungen an dieselben zu stellen sind; in welchem Sinne die Naturgesetze eine Erklärung fordern und ob dieses

Erklärungsbedürfnis irgendwo eine Grenze hat; ob und in welchem Sinne an unserer Erkenntnis alles „relativ“ ist oder nicht —, müssen auch den Naturforscher als solchen interessieren; er wird dieselben aber ohne die Hilfe der Erkenntnistheorie schwerlich lösen können. Andererseits bedarf die Erkenntnistheorie in noch höherem Maße der Naturwissenschaft, denn nirgends sonst findet sie die Tatsachen des Denkens, welche sie für ihre Untersuchungen braucht, in so großer Auswahl und in so scharfer Ausprägung vor, wie in der Geschichte der Naturforschung.

Die Metaphysik endlich wurde, besonders seit Kant, vielfach mit der Erkenntnistheorie zusammengeworfen oder doch als eine angewandte Erkenntnistheorie, welche die für das Denken notwendigen, aus den Gesetzen des Denkens zu entwickelnden Grundlinien des menschlichen Weltbildes festzustellen hätte, bestimmt (so noch in der ersten Auflage des vorliegenden Buches). Diese Begriffsbestimmung ist jedoch sicher zu eng. Die Metaphysik ist erstens nicht Wissenschaft vom Denken, sondern Wissenschaft von der Welt; und sie hat zweitens nicht bloß zu ermitteln, wie wir nach den Gesetzen des Denkens, sondern auch, wie wir nach der Aussage der Erfahrung über diese Welt zu urteilen haben. Sie unterscheidet sich also von der Naturwissenschaft dadurch, daß sie neben den physischen auch die psychologischen und erkenntnistheoretischen —, aber sie unterscheidet sich nicht weniger von der Erkenntnistheorie dadurch, daß sie neben den erkenntnistheoretischen auch die sonstigen psychologischen und die physischen Daten mit in die Rechnung zieht, um daraus eine möglichst vollständige und möglichst wenig relative Welterkenntnis aufzubauen. In diesem Sinne einer auf die gesamte Erfahrung fußenden Weltwissenschaft ist von alters her das Wort Metaphysik verstanden worden; und in diesem Sinne hat in der Tat die Metaphysik eine Aufgabe zu erfüllen, welche keine andere Wissenschaft zu erfüllen imstande ist¹⁾.

II. Einteilung des Buches. Nach dem Vorhergehenden (9) wäre die zunächstliegende Aufgabe der Erkenntnistheorie eine doppelte: erstens die einfachen Urteile, welche aller Gewißheit zugrunde liegen, aufzusuchen, zweitens die Gesetze kennen zu

¹⁾ S. meine Einführung in die Metaphysik, Leipzig 1905, S. 1—27.

lernen, kraft derer sich aus diesen einfachen Überzeugungen die zusammengesetzten entwickeln. Wir werden damit anfangen, die allgemeinsten, alles Denken beherrschenden Verbindungsgesetze aufzusuchen, während es der späteren Untersuchung überlassen bleibt zu entscheiden, ob daneben noch spezielle, auf bestimmten Gebieten wirkende Verbindungsgesetze angenommen werden müssen. Dieser erstere Teil unserer Untersuchung umfaßt den elementarsten, ältesten und höchst entwickelten Teil unserer Wissenschaft; er bildet zugleich die notwendige Voraussetzung für die Erforschung der elementaren Urteile. Mit einigen vorläufigen Bemerkungen über diese elementaren Urteile werden wir den allgemeinen Teil unseres Buches abschließen. — In dem speziellen Teil werden wir sodann die einzelnen Wissenschaften durchmustern und für jede derselben die elementaren Überzeugungen aufsuchen, welche ihr zugrunde liegen. Wir werden diese Untersuchung naturgemäß bei den allgemeinsten, alle anderen tragenden Wissenschaften, also bei Arithmetik und Geometrie, anfangen, dann zur Phronomie und zuletzt zu den empirischen Naturwissenschaften übergehen. Bei dieser Untersuchung wird sich von selbst auch zeigen, ob, neben den allgemeinen, noch spezielle, für bestimmte Gebiete geltende Verbindungsgesetze angenommen werden müssen.

Allgemeiner Teil.

I. Die allgemeinen Verbindungsgesetze.

(Formale Logik)¹⁾.

Die Tatsachen des logischen Denkens.

Die alltägliche Erfahrung des eigenen Denkens lehrt uns zahlreiche Fälle kennen, in denen aus der Verbindung mehrerer Urteile ein neues Urteil hervorgeht (8). Jene ursprünglichen Urteile nennen wir Prämissen, das aus ihrer Verbindung Hervorgehende Schlußsatz oder Konklusion und den ganzen Verbindungsprozeß Schluß oder Syllogismus. Wir werden untersuchen, welche Gesetze diesen Prozeß beherrschen, d. h. also, wie die Prämissen beschaffen sein müssen, um sich zu einem Schlußsatz verbinden zu können, und inwiefern die Eigenschaften des Schlußsatzes von denen der Prämissen abhängig sich zeigen.

12. Die Urteile und ihre Klassifikation. Um diese Untersuchung systematisch durchführen zu können, werden wir zuerst im allgemeinen über die spezifischen Eigenschaften, wodurch sich die Urteile voneinander unterscheiden lassen, uns zu unterrichten versuchen. Eine solche vorläufige Klassifikation der zu behandelnden Objekte, entweder ausdrücklich erwähnt oder stillschweigend vorausgesetzt, liegt notwendigerweise jeder empiri-

¹⁾ Literatur. Allgemeine Werke: Drobisch, Neue Darstellung der Logik, 3. Aufl., Leipzig, 1863; Überweg, System der Logik und Geschichte der logischen Lehren, 4. Aufl., Bonn, 1864. — Über die Urteilsfunktion: Bergmann, Grundzüge der Lehre vom Urteil, Marburg, 1876; Sigwart, Die Impersonalien, Freiburg i. B., 1889; Windelband, Beiträge zur Lehre vom negativen Urteil (Straßburger Abhandlungen zur Philosophie, Freiburg i. B. 1884, S. 165—195). — Über die empiristische Theorie: Mill, A system of logic, 10. ed., London, 1879, I, 301—323. — Über die geometrische Theorie: Lange, Logische Studien, Iserlohn 1877; Berger, Raumannschauung und formale Logik, Wien, 1886.

schen Untersuchung zugrunde. Es hätte niemals eine chemische Wissenschaft entstehen können, wenn nicht die gegebenen Stoffe in Farbe, spezifischem Gewicht, Aggregatzustand usw. gewisse leicht erkennbare Verschiedenheiten aufgezeigt hätten, welche die Unterscheidung derselben ermöglichen. In gleicher Weise bieten auch unsere Untersuchungsobjekte, die Urteile, schon einer oberflächlichen Betrachtung gewisse Unterschiede dar, welche zu einer vorläufigen Klassifikation derselben sich wenden lassen.

Wir haben vorhin ein Urteil definiert als eine Denkerscheinung, in welcher irgend eine Vorstellung oder Vorstellungsverbindung als wahr gesetzt wird (8). Das heißt also: in jedem Urteil wird behauptet, daß ein Stück Wirklichkeit, oder auch die Wirklichkeit überhaupt, mit gewissen Vorstellungen oder Vorstellungsverbindungen übereinstimme oder nicht übereinstimme. Es kann nun das Stück Wirklichkeit, von welchem Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung mit gewissen Vorstellungen behauptet wird, entweder gänzlich unbestimmt gelassen werden, oder aber es kann behauptet werden, daß ein durch gewisse Merkmale bestimmtes Stück Wirklichkeit, also etwa die Wirklichkeit sofern sie mit gewissen Vorstellungen *abc* ... übereinstimmt, auch anderen Vorstellungen *def* ... entspreche. Ersteres ist der Fall bei den Existentialsätzen („es gibt einen Äther“ = „ein Teil des Wirklichen ist Äther“; „es existieren nur Kraft und Stoff“ = „alles Wirkliche ist Kraft oder Stoff“); das zweite bei den prädikativen und Gattungsurteilen („alle Körper sind schwer“ = „alles Wirkliche, welches der Vorstellung Körper entspricht, ist schwer“; „einige Säugetiere legen Eier“ = „ein Teil des Wirklichen, welches der Vorstellung Säugetier entspricht, entspricht auch der Vorstellung des Eierlegens“; „alle Metalle sind Elemente“ = „alles Wirkliche, welches Metall ist, ist Element“). In jedem Urteil aber muß erstens ein bestimmtes oder unbestimmtes Stück Wirklichkeit, zweitens eine Vorstellung oder Vorstellungsverbindung, mit welcher dasselbe übereinstimme oder nicht übereinstimme, gedacht werden: jenes heißt das Subjekt, dieses das Prädikat des Urteils. In den angeführten Beispielen war es leicht, diese beiden Teile des Urteils auch sprachlich zu sondern; nicht immer wird dies aber der Fall sein. Nehmen wir noch ein paar Beispiele. In dem Satz: „wenn Wasser unter

gewöhnlichem Druck bis zu 100° erhitzt wird, so siedet es“, ist offenbar das Stück Wirklichkeit, wovon gesprochen wird, „alles unter gewöhnlichem Druck bis zu 100° erhitzte Wasser“; dieses ist demnach Subjekt, das Sieden dagegen Prädikat. Man kann aber diesen logischen Sachverhalt auch sprachlich zum Ausdruck bringen, indem man sagt: „alles unter gewöhnlichem Druck bis zu 100° erhitzte Wasser siedet“. Wie nun aber mit dem Satz: „wenn die Sonne sich verfinstert, schweigen die Vögel“? Hier ist das Wirkliche, wovon etwas ausgesagt wird, nicht bloß die Vögel, auch nicht die Sonnenfinsternis, sondern die Vögel, welche sich an einem Orte befinden, wo Sonnenfinsternis wahrgenommen wird. Wenn ich sage: „wo der Himmel bewölkt ist, fällt kein Tau“, so ist das logische Subjekt, die Wirklichkeit von der ich rede, „Orte, wo der Himmel bewölkt ist“; von diesen Orten behaupte ich, daß sie der Vorstellung, welche ich mit dem Worte „fallender Tau“ verbinde, nicht entsprechen. Wenn in einem Buche über die australische Fauna gesagt wird: „in Australien gibt es keine Wiederkäuer“, so ist das eigentliche Subjekt „die Tiere in Australien“; es wird dann von diesen allgemein verneint, daß sie Wiederkäuer seien. Findet sich dagegen der nämliche Satz in einer Monographie über die Wiederkäuer oder in der betreffenden Abteilung eines Lehrbuches, so ist das logische Subjekt „die Wiederkäuer“, und wird von diesen allgemein verneint, daß sie sich in Australien aufhalten. Es erhellt aus den angeführten Beispielen, daß das logische Subjekt keineswegs immer mit dem grammatischen zusammenfällt; man kann demnach aus dem Satzbau allein niemals das erstere kennen lernen, sondern muß immer wieder fragen, welches denn eigentlich das Stück Wirklichkeit ist, von dem etwas ausgesagt wird, und welche die Vorstellung, mit der dasselbe übereinstimmen soll. — Übrigens ist es mit der hier entwickelten Ansicht vom Wesen des Urteils nur scheinbar in Widerspruch, wenn mitunter auch nichtexistierende Dinge als Subjekte im Urteil auftreten. Denn in solchen Fällen betrifft das Urteil regelmäßig nur die Vorstellung, welche sich bestimmte Personen oder Personengruppen von jenen Dingen gemacht haben, und auch diese Vorstellung gehört als Vorstellung der Wirklichkeit an. Sage ich z. B.: „die Zyklopen hatten nur ein Auge“, oder: „das Phlogiston war ein gemeinsamer Bestandteil aller brennbaren Körper“, so spreche ich offenbar

nicht von einer äußeren Wirklichkeit, aber doch von einer im Kopfe der Griechen oder der Chemiker des vorletzten Jahrhunderts wirklich gewesenen Vorstellung, und ich behaupte die Übereinstimmung dieser Vorstellung mit derjenigen, welche ich mit dem Prädikatworte verbinde. — Sage ich dagegen: „Gespenster existieren nicht“, so ist nach dem Vorhergehenden „Gespenster“ nicht Subjekt, sondern Prädikat, während die unbestimmt gelassene Wirklichkeit als Subjekt auftritt: „Kein Wirkliches ist Gespenst“.

Es muß noch bemerkt werden, daß man das Merkmal oder den Komplex von Merkmalen, durch welche die im Subjekt bezeichnete Wirklichkeit bestimmt wird, und ebenso das Merkmal oder den Komplex von Merkmalen, welche im Prädikat dieser Wirklichkeit zugeschrieben werden, als den Subjekt-, bzw. Prädikatbegriff zu bezeichnen pflegt. Der Subjektbegriff darf demnach mit dem Subjekte selbst nicht verwechselt werden: ersterer ist ein bloßer Komplex von Merkmalen, letzteres bezeichnet die diesen Merkmalen entsprechende Wirklichkeit. Selbstverständlich ist damit nicht ausgeschlossen, daß auch Begriffe (kraft der Wirklichkeit, welche denselben als Denkerscheinungen zukommt) als Subjekte im Urteil auftreten können.

13. Die Urteile und ihre Klassifikation: Fortsetzung. Wir werden jetzt untersuchen müssen, ob es spezifische Eigenschaften der Urteile gibt, welche für die Art und Weise ihrer Verbindung sich von Bedeutung erweisen. Natürlich haben wir es in diesem allgemeinen Teil nur mit solchen Unterscheidungen zu tun, welche allen Gebieten des Wissens gemeinsam sind; wogegen die auf den besonderen Inhalt der Urteile sich beziehenden Differenzen erst später, im speziellen Teil, Berücksichtigung finden werden. Es muß also gefragt werden, welche rein formalen, in allen Wissenschaften zurückkehrenden Unterschiede der Urteile nachgewiesen werden können, um dann auf experimentellem Wege festzustellen, ob und inwiefern die Verbindungsgesetze der Urteile mit jenen Unterschieden zusammenhängen.

Als solche rein formale Unterscheidungsgründe sind nun schon von der antiken Wissenschaft die Quantität, die Qualität, die Modalität und die Relation der Urteile bezeichnet worden.

Es kann nämlich erstens das Urteil entweder von der

ganzen als Subjekt auftretenden Wirklichkeit Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung mit der Prädikatvorstellung behaupten, oder es kann diese Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung nur für einen Teil jener Wirklichkeit ausgesprochen, für einen anderen Teil aber unentschieden gelassen werden. Ersteres ist der Fall bei Urteilen wie: „alle Menschen sind sterblich“, „Wasser ist eine Verbindung von Sauerstoff mit Wasserstoff“, „kein Planet ist selbstleuchtend“ u. dgl.; sodann bei den singularen Urteilen („die Sonne hat Eigenbewegung“, „Alexander der Große war ein makedonischer König“, „der Mond ist nicht bewohnt“); endlich bei Existentialsätzen mit nur („es existieren nur die Atome“ = „alles Wirkliche ist Atome“) sowie bei den verneinenden Existentialsätzen („es gibt keinen Wärmestoff“ = „kein Wirkliches ist Wärmestoff“). Das zweite kommt vor bei den Urteilen: „einige Metalle sind leichter als Wasser“, „einige Menschen unterscheiden nicht zwischen rot und grün“, „es gibt Völker ohne Religion“, „ein holländischer Statthalter war König von England“, usw. Wir nennen diese Urteile besondere oder partikulare, — jene dagegen allgemeine oder universelle Urteile. Die sogenannten Identitätsurteile lassen sich als eine Verbindung von zwei allgemeinen Urteilen betrachten. („ $7 + 4 = 11$ “, d. h.: jede Zusammenfassung von 7 Objekten mit 4 Objekten läßt sich als 11 Objekte zählen“, und „jede Sammlung von 11 Objekten läßt sich als eine Zusammenfassung von 7 Objekten mit 4 Objekten betrachten“; „Stoff ist dasjenige, welches Widerstand leistet“, = „aller Stoff leistet Widerstand“ und „alles Widerstandleistende ist Stoff“). Endlich die partikularen Urteile mit „nur“ enthalten nur einen sprachlich verkürzten Ausdruck für zwei gewöhnliche partikulare Urteile („nur in einigen geologischen Formationen werden tierische Überreste angetroffen“ = „in einigen geologischen Formationen werden tierische Überreste angetroffen“ und „in einigen geologischen Formationen werden nicht tierische Überreste angetroffen“).

Einen zweiten auffallenden Unterschied zeigen die Urteile in betreff der Qualität. Es gibt Urteile, welche von der im Subjekt bezeichneten Wirklichkeit Übereinstimmung mit der Prädikatvorstellung behaupten, und es gibt andere, welche eben diese Übereinstimmung leugnen; jene heißen bejahende, diese verneinende Urteile. Zur ersteren Gruppe gehören: „Gold ist

ein Metall“, „alle Metalle sind Elemente“, „einige Metalle sind leichter als Wasser“; — zur zweiten: „Gold wird von Säuren nicht angegriffen“, „keine Säuren sind Elemente“, „einige Säuren enthalten nicht Sauerstoff“.

Nach der Relation pflegt man die Urteile in kategorische, hypothetische und disjunktive einzuteilen. Kategorisch sollen dann die Urteile heißen, welche die Übereinstimmung des Subjektes mit der Prädikatvorstellung als gewiß setzen, hypothetisch diejenigen, in welchen diese Übereinstimmung von einer Bedingung abhängig gemacht wird, disjunktiv endlich die Urteile, welche nur behaupten, daß von mehreren Urteilen eines wahr sein muß. Es läßt sich aber zeigen, daß dieser Einteilung nicht erkenntnistheoretische, sondern bloß grammatische Bedeutung zukommt. Denn erstens können disjunktive Urteile immer auf hypothetische zurückgeführt werden; wodurch zugleich eine den disjunktiven Urteilen anhaftende Unbestimmtheit gehoben werden kann. Das disjunktive Urteil: entweder A ist B, oder C ist D, oder usw. kann nämlich entweder bedeuten, daß mindestens eins von den aufgestellten Urteilen wahr sein muß, oder es kann behaupten wollen, daß nur eins von den aufgestellten Urteilen wahr sein kann und muß. Für den ersten Fall kann als Beispiel dienen: „sichtbare Objekte sind entweder selbstleuchtend oder werfen Licht zurück“; wobei die Möglichkeit, daß beides der Fall ist, nicht ausgeschlossen wird. Solche Urteile lassen sich immer zweckmäßig in hypothetische umsetzen: „wenn sichtbare Objekte nicht selbstleuchtend sind, so werfen sie Licht zurück“; „wenn sie nicht Licht zurückwerfen, so sind sie selbstleuchtend“. Beispiele des zweiten Falls bieten die Sätze: „das Urteil ist entweder wahr oder falsch“, „jedes Dreieck ist entweder scharfwinklig oder rechtwinklig oder stumpfwinklig“: das Urteil sowie das Dreieck kann nicht eins und das andere zugleich sein. Dieser Sachverhalt kann nur durch mehrere hypothetische Urteile vollständig ausgedrückt werden: „wenn das Urteil nicht wahr ist, so ist es falsch“, — „wenn es wahr ist, so ist es nicht falsch“, „wenn es nicht falsch ist, so ist es wahr“, und „wenn es falsch ist, so ist es nicht wahr“; — „wenn das Dreieck nicht scharfwinklig oder rechtwinklig ist, so ist es stumpfwinklig“, — „wenn es scharfwinklig ist, so ist es weder rechtwinklig noch stumpfwinklig“, — „wenn es rechtwinklig ist, so ist es nicht stumpf-

winklig“. — Wenn demnach das disjunktive Urteil nur als eine ungenaue sprachliche Abkürzung des Inhaltes eines oder mehrerer hypothetischen Urteile zu betrachten ist, so läßt sich weiterhin leicht nachweisen, daß auch zwischen hypothetischen und kategorischen Urteilen ein sachlicher Unterschied nicht existiert. Denn in dem hypothetischen Urteil: wenn A B ist, so ist C D, gehört offenbar die Bedingung zum Subjekt; es sollte eigentlich heißen: C, wenn A B ist — ist D. Zum Beispiel: in dem Urteil: „wenn es blitzt, so donnert es“, wird von denjenigen Teilen der Wirklichkeit, wo es blitzt, ausgesagt, daß es dort auch donnere; — in dem Urteil: „wenn die Könige baun, haben die Kärner zu tun“, ist das eigentliche Subjekt: die Kärner der bauenden Könige (man vergleiche die Beispiele auf S. 50—51). In den hypothetischen, genau so wie in den kategorischen Urteilen wird demnach von einem bestimmten oder unbestimmten Teil der Wirklichkeit Übereinstimmung mit der Prädikatvorstellung behauptet oder gelehrt; und es ist eine rein sprachliche Angelegenheit, ob man diese Überzeugung in einer oder in der anderen Form ausdrücken will. Auch läßt die Sprache bei manchen kategorischen Urteilen die hypothetische Formulierung zu, und umgekehrt. Aber selbst wo diese Umgestaltung nicht oder nur in gezwungener Weise möglich ist, hat der Unterschied zwischen den beiden Urteilsformen keine erkenntnistheoretische Bedeutung. Die wesentlichen Bestandteile des Urteils: ein Wirkliches und eine Vorstellung, mit welcher dasselbe übereinstimmen oder nicht übereinstimmen soll, Subjekt und Prädikat, lassen sich aus jedem kategorischen oder hypothetischen Urteil absondern; und auch das Verhältnis zwischen beiden ist in dem einen Falle dasselbe wie in dem anderen. — Die Unterscheidung der Urteile nach der Relation betrifft demnach nicht den Inhalt, sondern die Ausdrucksweise; für die Erforschung der erkenntnistheoretischen Verbindungsgesetze kann dieselbe ohne Nachteil außer acht gelassen werden.

Ähnliches gilt für die Unterscheidung nach der Modalität. Je nachdem nämlich entweder die bloße Tatsache, oder die Notwendigkeit, oder endlich die Möglichkeit, daß irgend ein Wirkliches mit einer bestimmten Vorstellung übereinstimmt oder nicht übereinstimmt, behauptet wird, pflegt man die Urteile in assertorische, apodiktische und problematische einzuteilen.

Allerdings ist diese Unterscheidung nicht ohne erkenntnistheoretische Bedeutung; aber die Verbindungsgesetze der Urteile werden durch dieselbe nicht berührt. In den Urteilen „A muß B sein“ oder „A kann B sein“ gehört eben das „muß“ oder „kann“ zum Prädikat; die Verstellung, mit welcher A übereinstimmen soll, ist nicht B, sondern das B-sein-müssen, bzw. B-sein-können. Was diese etwas dunkeln Vorstellungen eigentlich enthalten, werden wir später sehen (23); für jetzt genügt es, darauf hingewiesen zu haben, daß apodiktische und problematische Urteile sich in der bezeichneten Weise als assertorische auffassen lassen und sich nach den nämlichen Gesetzen verbinden, welche die Verbindung assertorischer Urteile beherrschen. Was aber die sogenannte „Folgerung nach der modalen Konsequenz“ anbelangt, in welcher von der Notwendigkeit auf die Wirklichkeit, oder von der Wirklichkeit auf die Möglichkeit geschlossen wird, — auch diese läßt sich durch Einschaltung einer neuen Prämisse, welche die Definition des Begriffs der Notwendigkeit oder der Möglichkeit enthält, auf den gewöhnlichen Schluß aus rein assertorischen Prämissen zurückführen.

Wir behalten demnach für die vorläufige Klassifikation der Urteile zwei Einteilungsgründe übrig: den der Qualität und den der Quantität. Die Verbindung derselben ergibt vier Arten von Urteilen:

- allgemein bejahende (alle A sind B),
- allgemein verneinende (kein A ist B),
- partikular bejahende (einige A sind B),
- partikular verneinende (einige A sind nicht B).

Die zwischen Klammern gestellten Sätze können als die allgemeine Form der betreffenden Urteile betrachtet werden; wobei aber nicht vergessen werden soll, daß es manchmal, infolge der früher erwähnten sprachlichen Schwierigkeiten, kaum möglich sein wird, ein gegebenes Urteil in die zugehörige Form hineinzupressen. Nicht selten wird die Form: „wenn A ist, ist B (ist B nicht, ist B bisweilen, ist B bisweilen nicht)“ oder die andere: „wenn P Q ist, ist A B (nicht B, bisweilen B, bisweilen nicht B)“ besser passen, als die zuerst aufgestellte. Was aber allen diesen Fällen gemeinsam ist, ist der Gedanke einer mehr oder weniger bestimmten Wirklichkeit, welche mit einer einfachen oder zusammengesetzten Vorstellung ganz oder zum Teil übereinstimmen

oder nicht übereinstimmen soll. Um diesen allgemeinen Fall rein, ohne Einmischung sprachlicher Faktoren, sich vor Augen stellen zu können, ist es wünschenswert, eine althergebrachte logische Zeichenschrift zu benutzen, durch welche jene Faktoren vollständig eliminiert werden können. Die im Urteil gedachte Wirklichkeit pflegt man nämlich durch einen willkürlichen Buchstaben X, die Vorstellung, welcher dieselbe entsprechen soll, durch einen zweiten Buchstaben Y zu bezeichnen (wobei immer der vorhergehende Buchstabe jene Wirklichkeit, der nachfolgende diese Vorstellung bedeutet); der qualitative und quantitative Charakter des Urteils wird dann durch ein kleines a, e, i oder o zwischen jenen beiden Buchstaben angedeutet. Wir haben demnach als allgemeinen Ausdruck

für ein allgemein bejahendes Urteil: X a Y.

für ein allgemein verneinendes Urteil: X e Y.

für ein partikular bejahendes Urteil: X i Y.

für ein partikular verneinendes Urteil: X o Y.

14. Die Aristotelischen Denkgesetze; die Methode der Untersuchung. Die Gesetze, welche die Abhängigkeit der zusammengesetzten von den zusammensetzenden Urteilen nach Quantität und Qualität ausdrücken, sind schon von Aristoteles aufgefunden worden. Der natürliche Weg zur Ermittlung dieser Gesetze ist derjenige des synthetischen Experiments. Ausgangspunkt und Motiv der Untersuchung ist die Erfahrungstatsache, daß zwei Urteile, welche im Bewußtsein zusammentreten, unter Umständen ein drittes Urteil erzeugen, welches die Gewißheit derselben teilt. Die Grundgesetze, welche diesen Prozeß beherrschen, sind zwar, wenn einmal aufgefunden, unmittelbar evident; aber keineswegs auch unmittelbar als solche bekannt. Weder verfügt das natürliche Denken ursprünglich über eine theoretische Erkenntnis der dasselbe beherrschenden Gesetze, noch auch pflegen diese Gesetze bei ihrer tatsächlichen Anwendung zum Bewußtsein zu kommen. Man kann ein ausgezeichneter Denker sein, und dennoch auf die Frage, nach welchen Gesetzen das Denken stattfindet, die Antwort schuldig bleiben; denn nur der Anfangs- und der Endpunkt eines bestimmten Schlußprozesses, höchstens noch einzelne Zwischenglieder, aber nicht der Weg, der dieselben verbindet, werden mit Bewußtsein vorgestellt. Die Grundgesetze

des Denkens können demnach nur in der Weise ermittelt werden, daß man dieselben aus den tatsächlich vorkommenden Denkerscheinungen abstrahiert. Soll aber diese Untersuchung der Vollständigkeit ihrer Resultate gewiß sein, so muß sie auf experimentellem Wege geführt werden.

Die Möglichkeit, diese experimentelle Untersuchung in streng systematischer Weise durchzuführen, verdankt man einer auf die alltägliche Erfahrung des Denkens sich stützenden Regel, welche zwar ohne große theoretische Bedeutung, für unsere jetzige Untersuchung aber von eminent praktischer Wichtigkeit ist. Schon eine oberflächliche Durchmusterung der gegebenen Denkerscheinungen lehrt nämlich, daß zwei Urteile nur dann zu einem dritten Urteil sich verbinden, wenn dieselben ein Glied gemeinschaftlich haben, d. h. wenn entweder der Subjektbegriff oder der Prädikatbegriff des einen mit dem Subjekt- oder Prädikatbegriff des andern identisch ist (vgl. S. 52). Die Anwendung dieser Regel, in Verbindung mit der aufgestellten vorläufigen Klassifikation der Urteile, ermöglicht es, für die experimentelle Untersuchung der logischen Verbindungsgesetze ein vollständiges Schema zu entwerfen. Denn erstens ist es klar, daß jener den beiden Urteilen gemeinschaftliche Begriff (der Mittelbegriff, M) entweder in einem Urteil als Subjektbegriff und im anderen als Prädikatbegriff ($M - X$, $Y - M$), oder in beiden als Prädikatbegriff ($X - M$, $Y - M$), oder in beiden als Subjektbegriff ($M - X$, $M - Y$) auftreten kann. Demnach haben wir zunächst drei Gruppen von Urteilsverbindungen zu unterscheiden und jede für sich zu untersuchen. Sodann aber müssen wieder in jeder Gruppe die Fälle unterschieden werden, in denen wir es mit einer allgemein bejahenden, allgemein verneinenden, partikular bejahenden oder partikular verneinenden ersten Prämisse, und sodann die Fälle, in denen wir es mit einer allgemein bejahenden, allgemein verneinenden, partikular bejahenden oder partikular verneinenden zweiten Prämisse zu tun haben. Es ergeben sich demnach innerhalb jeder Gruppe sechzehn Fälle, welche sich schematisch folgendermaßen vorstellen lassen:

a, a	e, a	i, a	o, a
a, e	e, e	i, e	o, e
a, i	e, i	i, i	o, i
a, o	e, o	i, o	o, o

im ganzen also $3 \times 16 = 48$ mögliche Fälle. Das heißt: sofern wir nur Quantität und Qualität der Urteile sowie die Stellung des Mittelbegriffes berücksichtigen, lassen sich im ganzen 48 verschiedene Kombinationen zweier Urteile denken. Jede dieser 48 Kombinationen muß demnach für sich experimentell untersucht werden. Über die Art und Weise, wie diese Untersuchung geführt werden soll, lassen sich allgemeine Regeln kaum aufstellen: nur so viel läßt sich im voraus sagen, daß man die betreffenden Urteile möglichst klar sich vergegenwärtigen, dann den Mechanismus des Denkens wirken lassen und die Erzeugung oder Nichterzeugung eines neuen Urteils abwarten muß. Kommt aber ein neues Urteil wirklich zustande, dann muß man scharf zusehen, ob vielleicht, außer Anfangs- und Endpunkt des Prozesses, noch einzelne Zwischenstadien ins Bewußtsein treten, und diese in möglichster Genauigkeit und Vollständigkeit notieren. Natürlich ist, wie bei jeder experimentellen Untersuchung, dafür zu sorgen, daß der zu untersuchende Prozeß sich rein, unter Ausschließung aller störenden Einflüsse, abspielen kann. Das Ziel der Untersuchung ist, die Bedeutung der Qualitäts- und Quantitätsverhältnisse der Prämissen für den Schlußprozeß kennen zu lernen: es darf demnach nur an diese Verhältnisse, und nicht etwa an bestimmte, dieselben exemplifizierende Inhalte gedacht werden. Letzterenfalls läßt sich die Gefahr nicht vermeiden, daß die verwendeten Beispiele, außer durch ihre logische Form, auch durch ihren bestimmten Inhalt in den Denkprozeß eingreifen und das Ergebnis desselben fälschen. Wenn z. B. einer mit Urteilen von der Form XaM und YiM experimentieren wollte, und sich dabei etwa die Urteile: alle Fische atmen durch Kiemen, und: einige Wirbeltiere atmen durch Kiemen, vor Augen stellte, so könnte er leicht glauben, daß die Gewißheit des Satzes: einige Wirbeltiere sind Fische, nach logischen Gesetzen aus den aufgestellten Prämissen hervorgehe; während tatsächlich, wie wir sogleich sehen werden, aus Prämissen von der Form XaM und YiM kein neues Urteil entstehen kann, und demnach die Gewißheit des Satzes: einige Wirbeltiere sind Fische, der Einmischung inhaltlicher, von der Form der gegebenen Urteile unabhängiger Erwägungen zu verdanken sein muß.

15. Ergebnisse. Das Ergebnis der Untersuchung wird nun

I.

$$\begin{aligned} \text{MaX} + \text{YaM} &= \begin{cases} \text{YaX} \\ \text{XiY} \\ \text{XoY} \end{cases} \\ \text{MaX} + \text{YeM} &= \text{XoY} \\ \text{MaX} + \text{YiM} &= \begin{cases} \text{YiX} \\ \text{XiY} \end{cases} \\ \text{MaX} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MeX} + \text{YaM} &= \begin{cases} \text{YeX} \\ \text{XeY} \end{cases} \\ \text{MeX} + \text{YeM} &= 0 \\ \text{MeX} + \text{YiM} &= \text{YoX} \\ \text{MeX} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MiX} + \text{YaM} &= 0 \\ \text{MiX} + \text{YeM} &= \text{XoY} \\ \text{MiX} + \text{YiM} &= 0 \\ \text{MiX} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MoX} + \text{YaM} &= 0 \\ \text{MoX} + \text{YeM} &= 0 \\ \text{MoX} + \text{YiM} &= 0 \\ \text{MoX} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

II.

$$\begin{aligned} \text{XaM} + \text{YaM} &= 0 \\ \text{XaM} + \text{YeM} &= \begin{cases} \text{XeY} \\ \text{YeX} \end{cases} \\ \text{XaM} + \text{YiM} &= 0 \\ \text{XaM} + \text{YoM} &= \text{YoX} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{XeM} + \text{YaM} &= \begin{cases} \text{YeX} \\ \text{XeY} \end{cases} \\ \text{XeM} + \text{YeM} &= 0 \\ \text{XeM} + \text{YiM} &= \text{YoX} \\ \text{XeM} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{XiM} + \text{YaM} &= 0 \\ \text{XiM} + \text{YeM} &= \text{XoY} \\ \text{XiM} + \text{YiM} &= 0 \\ \text{XiM} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{XoM} + \text{YaM} &= \text{XoY} \\ \text{XoM} + \text{YeM} &= 0 \\ \text{XoM} + \text{YiM} &= 0 \\ \text{XoM} + \text{YoM} &= 0 \end{aligned}$$

III.

$$\begin{aligned} \text{MaX} + \text{MaY} &= \begin{cases} \text{YiX} \\ \text{XiY} \\ \text{XoY} \end{cases} \\ \text{MaX} + \text{MeY} &= \text{XoY} \\ \text{MaX} + \text{MiY} &= \begin{cases} \text{YiX} \\ \text{XiY} \end{cases} \\ \text{MaX} + \text{MoY} &= \text{XoY} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MeX} + \text{MaY} &= \text{YoX} \\ \text{MeX} + \text{MeY} &= 0 \\ \text{MeX} + \text{MiY} &= \text{YoX} \\ \text{MeX} + \text{MoY} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MiX} + \text{MaY} &= \begin{cases} \text{XiY} \\ \text{YiX} \end{cases} \\ \text{MiX} + \text{MeY} &= \text{XoY} \\ \text{MiX} + \text{MiY} &= 0 \\ \text{MiX} + \text{MoY} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MoX} + \text{MaY} &= \text{YoX} \\ \text{MoX} + \text{MeY} &= 0 \\ \text{MoX} + \text{MiY} &= 0 \\ \text{MoX} + \text{MoY} &= 0 \end{aligned}$$

im allgemeinen folgendes sein: Ob zwei gegebene Urteile eine Verbindung eingehen, und wie das aus dieser Verbindung resultierende Urteil beschaffen ist, wird sich als fest und unabänderlich bestimmt, von allen individuellen Zufälligkeiten unabhängig erweisen, sofern nur die Experimente mit genügender Sorgfalt angestellt worden sind. Die Zwischenstadien dagegen, welche Anfang und Ende des Prozesses miteinander verbinden, werden bei verschiedenen Personen, und bei der nämlichen Person zu verschiedenen Zeiten, nicht immer dieselben sein: doch wird man immer finden, daß der Weg des einen auch dem andern zugänglich ist, und sodann, daß sämtliche Übergänge sich unter gewisse gemeinschaftliche, später zu erörternde, allgemeine Gesetze unterbringen lassen. Ich werde mich demnach in meinem Referate darauf beschränken, für jeden Fall einen einzigen Weg, auf dem sich die Schlußfolgerung aus den Prämissen entwickeln kann, zu zeigen.

Die sämtlichen Ergebnisse der Untersuchung findet man in der Tabelle auf S. 60 in übersichtlicher Weise zusammengestellt. Die Bedeutung der Zeichen ist die nämliche wie in den chemischen Formeln, indem vor dem Gleichheitszeichen die zu verbindenden Urteile, hinter demselben die Ergebnisse der Verbindung aufgestellt worden sind. Das Nullzeichen deutet an, daß keine Verbindung stattfindet. In Kursivschrift sind diejenigen Fälle vorgestellt worden, welche mit anderen vorhergehenden materiell identisch sind und demnach keiner besonderen Untersuchung bedurften.

Hier das Nähere über die Art und Weise, wie in jedem besonderen Falle die Verbindung zustande kommen kann.

Erste Gruppe. Allgemeine Form: $M - X + Y - M = ..$

1. Fall: $MaX + YaM$. Alle Y sind M ; da aber alle M X sind, müssen auch die Y , welche M sind, also alle Y , X sein (s)¹): YaX .

Wenn aber alle Y X sind, müssen auch wenigstens einige X Y sein (c): XiY .

2. Fall: $MaX + YeM$. Alle M sind X , demnach einige X auch M (c). Kein Y ist M , folglich auch kein M Y (c); es

¹) Die zwischen Klammern gestellten Buchstaben wolle man für den Augenblick übersehen; ihre Bedeutung soll später (S. 66) erklärt werden.

können also auch die X, welche M sind, nicht Y sein (s); einige X sind also nicht Y: X_oY .

3. Fall: $MaX + YiM$. Einige Y sind M; da alle M X sind, sind auch diese, also mindestens einige Y X (s): YiX .

Wenn aber einige Y X sind, müssen notwendig auch einige X Y sein (c): XiY .

4. Fall: $MaX + YoM$. Kein Resultat.

5. Fall: $MeX + YaM$. Alle Y sind M; nun ist aber kein M X, demnach auch diese Y, welche M sind, nicht (s): YeX .

Wenn aber kein Y X ist, so kann auch kein X Y sein (c): XeY .

6. Fall: $MeX + YeM$. Kein Resultat.

7. Fall: $MeX + YiM$. Einige Y sind M; da aber kein M X ist, so können auch die Y, welche M sind, nicht X sein (s); einige Y sind also nicht X: YoX .

8. Fall: $MeX + YoM$. Kein Resultat.

9. Fall: $MiX + YaM$. Kein Resultat.

10. Fall: $MiX + YeM$. Einige M sind X; folglich auch einige X M (c). Nun ist aber kein Y M, folglich auch kein M Y (c); die X, welche M sind, können also auch nicht Y sein (s): X_oY .

11. Fall: $MiX + YiM$. Kein Resultat.

12. Fall: $MiX + YoM$. Kein Resultat.

13. Fall: $MoX + YaM$. Kein Resultat.

14. Fall: $MoX + YeM$. Kein Resultat.

15. Fall: $MoX + YiM$. Kein Resultat.

16. Fall: $MoX + YoM$. Kein Resultat.

Zweite Gruppe. Allgemeine Form: $X - M + Y - M = \dots$

1. Fall: $XaM + YaM$. Kein Resultat.

2. Fall: $XaM + YeM$. Alle X sind M; nun ist aber kein Y M, folglich auch kein M Y (c), folglich auch die X, welche M sind, nicht (s): XeY .

Wenn aber kein X Y ist, so ist offenbar auch kein Y X (c): YeX .

3. Fall: $XaM + YiM$. Kein Resultat.

4. Fall: $XaM + YoM$. Gesetzt es wären alle Y X, so müßten, da alle X M sind, auch alle Y M sein (s). Nun sind aber einige Y nicht M; folglich können nicht alle Y M sein (o). Die

ursprüngliche Annahme ist demnach unrichtig: nicht alle Y sind X; folglich sind einige Y nicht X (o): $Y \circ X$.

5. Fall: $X \text{e} M + Y \text{a} M$. Ist mit dem zweiten Fall identisch.

6. Fall: $X \text{e} M + Y \text{e} M$. Kein Resultat.

7. Fall: $X \text{e} M + Y \text{i} M$. Einige Y sind M; nun ist aber kein X M, demnach auch kein M X (c); folglich sind auch die Y, welche M sind, nicht X (s), d. h. einige Y sind nicht X: $Y \circ X$.

8. Fall: $X \text{e} M + Y \text{o} M$. Kein Resultat.

9. Fall: $X \text{i} M + Y \text{a} M$. Ist mit dem dritten Fall identisch.

10. Fall: $X \text{i} M + Y \text{e} M$. Ist mit dem siebenten Fall identisch.

11. Fall: $X \text{i} M + Y \text{i} M$. Kein Resultat.

12. Fall: $X \text{i} M + Y \text{o} M$. Kein Resultat.

13. Fall: $X \text{o} M + Y \text{a} M$. Ist mit dem vierten Fall identisch.

14. Fall: $X \text{o} M + Y \text{e} M$. Ist mit dem achten Fall identisch.

15. Fall: $X \text{o} M + Y \text{i} M$. Ist mit dem zwölften Fall identisch.

16. Fall: $X \text{o} M + Y \text{o} M$. Kein Resultat.

Dritte Gruppe. Allgemeine Form: $M - X + M - Y = \dots$

1. Fall: $M \text{a} X + M \text{a} Y$. Alle M sind Y, folglich einige Y M (c). Nun sind alle M X, folglich auch diese (s): einige Y sind X: $Y \text{i} X$.

Wenn aber einige Y X sind, so sind offenbar auch einige X Y (c): $X \text{i} Y$.

2. Fall: $M \text{a} X + M \text{e} Y$. Alle M sind X, folglich einige X M (c). Nun sind keine M X, folglich auch diese X nicht (s): $X \circ Y$.

3. Fall: $M \text{a} X + M \text{i} Y$. Einige M sind Y, folglich auch einige Y M (c). Da nun alle M X sind, sind auch diese Y X (s): $Y \text{i} X$.

Wenn aber einige Y X sind, so müssen auch einige X Y sein (c): $X \text{i} Y$.

4. Fall: $M \text{a} X + M \text{o} Y$. Gesetzt, daß alle X Y wären, so müßten auch alle M, welche X sind, demnach alle M, Y sein (s). Nun sind aber einige M nicht Y; demnach können nicht alle M Y sein (o). Es muß also die erste Voraussetzung falsch sein; nicht alle X sind Y; folglich sind einige X nicht Y (o): $X \circ Y$.

5. Fall: $M \text{e} X + M \text{a} Y$. Ist mit dem zweiten Fall identisch.

6. Fall: $M \text{e} X + M \text{e} Y$. Kein Resultat.

7. Fall: $M \text{e} X + M \text{i} Y$. Einige M sind Y, folglich auch einige Y M (c). Nun ist aber kein M X, demnach auch diese Y nicht (s): $Y \circ X$.

8. Fall: $M \text{e} X + M \text{o} Y$. Kein Resultat.

9. Fall: $MiX + MaY$. Ist mit dem dritten Fall identisch.
 10. Fall: $MiX + MeY$. Ist mit dem siebenten Fall identisch.
 11. Fall: $MiX + MiY$. Kein Resultat.
 12. Fall: $MiX + MoY$. Kein Resultat.
 13. Fall: $MoX + MaY$. Ist mit dem vierten Fall identisch.
 14. Fall: $MoX + MeY$. Ist mit dem achten Fall identisch.
 15. Fall: $MoX + MiY$. Ist mit dem zwölften Fall identisch.
 16. Fall: $MoX + MoY$. Kein Resultat.

Die Ergebnisse der vorhergehenden Untersuchung sind nichts weiter als empirische Gesetze des Denkens. Genau so wie in der chemischen Formel $2 H_2 + O_2 = 2 H_2O$ nur die allgemeine Tatsache zum Ausdruck kommt, daß zwei Volumen Wasserstoff mit einem Volumen Sauerstoff sich unter geeigneten Umständen zu zwei Volumen Wasserdampf verbinden, — genau so sagt die logische Formel $MaX + MaY = YiX + XiY$ nur aus, daß zwei allgemein behahende Urteile mit gemeinschaftlichem Subjektbegriff unter geeigneten Umständen im Bewußtsein zwei neue partikular behahende Urteile erzeugen, in denen die Prädikatbegriffe der ursprünglichen Urteile als Subjekt- und Prädikatbegriff, beziehungsweise als Prädikat- und Subjektbegriff auftreten. Warum in diesem Falle wohl, dagegen etwa bei der Kombination $MeX + MeY$ nicht eine Erzeugung neuer Urteile stattfindet, davon wissen wir in dem jetzigen Stadium unserer Untersuchung noch nichts. Von der unerschütterlichen Notwendigkeit aber, welche diese Verhältnisse beherrscht, und welche, wenn die Prämissen zugegeben sind, uns zwingt auch die Schlußfolgerung für wahr zu halten, möge man sich durch Wiederholung der oben mitgeteilten Experimente überzeugen.

16. Die Gesetze des Folgerns und der unmittelbare Schluß.
 Es hat sich gezeigt, daß von den 48 Kombinationen zweier Urteile, welche unter ausschließlicher Berücksichtigung der Stellung des Mittelbegriffes, der Qualität und der Quantität der Urteile denkbar sind, nur 21 die Erzeugung eines oder zweier neuer Urteile im Bewußtsein ermöglichen; sodann, daß von diesen 21 Kombinationen 7 mit 7 anderen wesentlich identisch sind, so daß wir als Endresultat 14 verschiedene Fälle übrig behalten, in denen zwei Urteile sich zu einem oder zweien neuen Urteilen verbinden. Es erhebt sich nun zuerst die Frage, ob es

möglich ist, die empirischen Formeln, in welchen wir den wesentlichen Inhalt dieser verschiedenen Fälle ausgedrückt haben, auf andere, einfachere und allgemeinere psychische Gesetze zurückzuführen.

Wenn wir uns darauf besinnen, wie wir eigentlich in diesen verschiedenen Fällen von den Prämissen zur Schlußfolgerung gelangt sind, so finden wir im allgemeinen folgendes: In einigen Fällen (I: 1a, 3a, 5a, 7) hatten die Prämissen von Hause aus die Form:

Alle M sind A (nicht A)

Alle (einige) B sind M,

woraus wir dann sofort geschlossen haben:

Alle (einige) B sind A (nicht A).

In anderen Fällen (I: 2, 10; II: 2a, 7; III: 1a, 2, 3a, 7) fanden mit den gegebenen Urteilen, jedes für sich betrachtet, gewisse Umbildungen statt, aus denen sich zwei Urteile von der soeben bezeichneten Form ergaben, und durch welche eine ähnliche unmittelbare Ableitung der Schlußfolgerung möglich gemacht wurde; oder aber (I: 1b, 3b, 5b; II: 2b; III: 1b, 3b) es wurde die Schlußfolgerung durch eine derartige Umgestaltung aus einer bereits früher erhaltenen Schlußfolgerung abgeleitet. In den beiden übrigen Fällen aber (II: 4; III: 4) wurde ein versuchsweise aufgestelltes Urteil mit einer der gegebenen Prämissen in der vorhin beschriebenen Weise verbunden; sodann aber aus der anderen Prämisse die Unwahrheit des Ergebnisses dieser Verbindung, die Unwahrheit des versuchsweise aufgestellten Urteils, und die Wahrheit eines anderen Urteils gefolgert. Der ganze Schlußprozeß beruht demnach in letzter Instanz: erstens auf der Möglichkeit, zwei Urteile von der Form „alle M sind A (nicht A)“ und „alle (einige) B sind M“ in der bezeichneten Weise zu verbinden, — zweitens auf der Tatsache, daß sich aus der Gewißheit eines Urteils mit psychologischer Notwendigkeit die Gewißheit anderer Urteile ergibt. Wir wollen zuerst untersuchen, nach welchen Gesetzen diese Folgerungen oder Schlüsse aus einer Prämisse, sofern sie erfordert sind um die Verbindung zweier Urteile zu vermitteln, zustande kommen.

Wenn wir zu diesem Zwecke noch einmal nachsehen, was wir im vorhergehenden Paragraphen über die Art und Weise, wie sich aus gegebenen Prämissen die Schlußfolgerung ent-

wickelt, referiert haben, so finden wir folgende Übergänge von einem Urteil auf das andere:

1. Von AaB auf BiA (I: 1b, 2; III: 1a, 2),
2. Von AeB auf BeA (I: 2, 5b, 10; II: 2ab, 7),
3. Von AiB auf BiA (I: 3b, 10; III: 1b, 3ab, 7),
4. Von AoB auf die Unwahrheit von AaB (II: 4; III: 4),
5. Von der Unwahrheit von AaB auf AoB (II: 4; III: 4).

Die ersten drei Folgerungen heißen Folgerungen durch Konversion, die beiden anderen Folgerungen durch Opposition. In der Darstellung des vorigen Paragraphen sind jene durch das Zeichen (c), diese durch (o), die unmittelbaren Schlüsse durch (s) bezeichnet worden.

Es läßt sich aber unschwer nachweisen, daß von diesen Übergängen nur wieder ein Teil wirklich logischer, die übrigen dagegen rein sprachlicher Natur sind.

Denn was erstens den unmittelbaren Schluß betrifft, in welchem aus „alle M sind A (nicht A)“ und „alle (einige) B sind M “ abgeleitet wird, daß „alle (einige) B A (nicht A) sind“, so haben wir es hier im Grunde nur mit einer Folgerung von „alle M “ auf „einige M “ zu tun. Wenn wir wissen, daß alle (einige) B M sind, so wissen wir auch, daß in der Formel „alle M “ diese B mit eingeschlossen sind, und daß demnach die Folgerung von MaA auf BaA (BiA) oder von MeA auf BeA (BoA) im Grunde nur eine Folgerung von MaA auf MiA oder von MeA auf MoA ist. Letztere Folgerungen enthalten aber keinen wesentlichen Denkübergang, sondern lassen nur etwas, welches in dem ursprünglichen Urteil schon gesagt war, deutlicher hervortreten. Das Urteil: „alle M sind A (nicht A)“ ist einfach ein abgekürzter Ausdruck für das andere: „ M_1 und M_2 und . . . und M_n sind A (nicht A)“; und wir brauchen nur von einem Teil der hierin vorkommenden M abzusehen, um das Urteil „einige M sind A (nicht A)“ zurückzubehalten. Eine neue Einsicht ist dadurch nicht entstanden.

Ähnliches läßt sich auch von den Folgerungen durch Konversion bejahender Urteile (AaB — BiA , AiB — BiA) behaupten. Das Urteil AaB , bzw. AiB , bedeutet nur (12), daß alles, bzw. einiges Wirkliche, welches der Vorstellung A entspricht, auch der Vorstellung B entspreche; in diesem Urteil ist also schon ausgesprochen worden, daß es Wirkliches gibt, welches

sowohl der Vorstellung A als der Vorstellung B entspricht, und diese Überzeugung wird nur in anderer Form wiederholt, wenn es uns beliebt zu sagen, daß einige B A sind. Auch die Konversion positiver Urteile kann demnach nicht als ein Fall der Erzeugung eines neuen Urteils betrachtet werden.

Etwas anders verhält sich die Sache bei den Folgerungen durch Konversion verneinender Urteile ($AeB - BeA$). Wenn wir aus dem Satze: „kein A ist B“, folgern, daß auch kein B A ist, so bringen wir einen Übergang zustande, der allerdings evident (d. h. psychologisch notwendig), aber keineswegs rein sprachlicher Natur ist. Das Wirkliche, auf welches die Folgerung sich bezieht, ist ein ganz anderes als dasjenige, von dem in dem ursprünglichen Urteile die Rede war. Wir hatten zuerst etwas gesagt von allem Wirklichen, sofern es der Vorstellung A entspricht: wir sagen jetzt etwas von dem keineswegs damit identischen oder darin enthaltenen Wirklichen, welches der Vorstellung B entspricht. Wir haben es also hier mit der Erzeugung eines neuen Urteils, mit einem wirklichen Denkübergange zu tun; was wir vorläufig nur konstatieren, um später darauf zurückzukommen.

Einen wirklichen Denkübergang bedeuten auch die Folgerungen durch Opposition. Wenn ich sage: „einige A sind nicht B“, so sage ich allerdings etwas, woraus die Unwahrheit des Satzes „alle A sind B“ unmittelbar einleuchtet: aber diesen Satz selbst habe ich keineswegs schon ausgesprochen, geschweige denn beurteilt. Ich mag den Inhalt des Satzes „einige A sind nicht B“ durch Definitionen erläutern, soviel ich will: ich werde darin über die Unwahrheit des Satzes: „alle A sind B“ niemals etwas antreffen. Es ist eben hier, und ähnlich bei der anderen Folgerung durch Opposition, eine neue Einsicht entstanden: eine Tatsache, welche wir vorläufig nur wieder anerkennen, nachher aber genauer untersuchen werden.

Die wesentlichen Denkübergänge, auf welchen sämtliche Schlußoperationen, welche wir untersucht haben, beruhen, sind demnach folgende:

1. Die Folgerung durch Konversion negativer Urteile ($AeB - BeA$).

2. Die Folgerung durch Opposition von AoB auf die Unwahrheit von AaB .

3. Die Folgerung durch Opposition von der Unwahrheit von AaB auf AoB.

17. Die Grundgesetze des logischen Denkens. Lassen sich aber die psychischen Prozesse, durch welche diese Folgerungen zustande kommen, noch weiter analysieren? Wir werden in der Tat finden, daß dieses möglich ist; und zwar, daß dieselben sich sämtlich auf zwei fundamentale, nicht weiter reduzierbare und keine Ausnahme erleidende psychologische Gesetze zurückführen lassen. Diese Gesetze sind: erstens das Gesetz des Widerspruchs (*principium contradictionis*), welches besagt, daß Bejahung und Verneinung im Denken sich ausschließen, daß also neben dem Urteil „A ist B“ das Urteil „A ist nicht B“, und neben dem Urteil „A ist nicht B“ das Urteil „A ist B“ im Denken nicht bestehen kann; zweitens das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten (*principium exclusi tertii*), welches ausdrückt, daß es für das Denken neben Bejahung und Verneinung kein Drittes gibt, daß also, wenn das Urteil „A ist B“ verworfen wird, das Urteil „A ist nicht B“ angenommen, und wenn das Urteil „A ist nicht B“ verworfen wird, das Urteil „A ist B“ angenommen werden muß. Wir werden jetzt nachweisen, daß aus diesen beiden Grundgesetzen des Denkens sich die drei Gesetze des Folgerns, auf welche wir sämtliche Gesetze des Schließens zurückgeführt haben, vollständig erklären lassen.

Untersuchen wir zuerst die Folgerung durch Konversion negativer Urteile; fragen wir also, was eigentlich im Bewußtsein stattfindet, wenn wir von AeB auf BeA folgern. Ich finde bei genauester Zergliederung des eigenen Denkens folgende Zwischenstadien: Gesetzt der Satz BeA wäre falsch; es wäre also nicht für alle B wahr, daß sie nicht A sind, so würde das heißen, daß wenigstens einige B nicht nicht A sind. Folglich müßten diese B A sein (Ges. d. a. Dr.): es wären also einige BA; oder auch (S. 66—67) einige AB. In dem gegebenen Urteil AeB ist aber schon gesagt worden, daß alle, demnach auch diese A (S. 66), nicht B seien; dieselben wären also zugleich B und nicht B. Die Annahme, daß BeA falsch sei, welche uns zu dieser Konsequenz nötigen würde, ist demnach unrichtig (Ges. d. Wid.); und BeA muß richtig sein (Ges. d. a. Dr.).

Die Folgerung durch Opposition von AoB auf die

Unwahrheit von AaB vollzieht sich etwa folgenderweise: Wir wissen, daß einige A nicht B sind; wären aber alle $A B$, so müßten auch diese einigen $A B$ sein (S. 66): also zugleich B und nicht B sein. Die Annahme, daß alle $A B$ sind, ist demnach falsch (Ges. d. Wid.).

Endlich die Folgerung durch Opposition von der Unwahrheit von AaB auf AoB läßt sich noch leichter auf die Grundgesetze zurückführen. Gegeben ist die Unwahrheit des Satzes AaB ; es gilt demnach nicht für alle A , daß sie B seien: folglich müssen mindestens einige A nicht B sein (Ges. d. a. Dr.). Es ließe sich selbst darüber streiten, ob nicht dieser Übergang bloß sprachlicher Natur ist; was hier unentschieden bleiben kann.

Damit wäre also unser nächstes Ziel erreicht. Wir haben gefunden, daß sämtliche Denkprozesse, welche wir untersucht und in empirische Gesetze ausgedrückt haben, sich aus einer allgemeinsten und höchsten Tatsache, aus der Tatsache nämlich, daß Bejahung und Verneinung im Denken sich ausschließen und kein Drittes neben sich haben, ohne Rest erklären lassen. Suchen wir für diese Tatsache einen kurzen und erschöpfenden Ausdruck, so dürfte sich als solcher folgende Formel empfehlen:

$$A = \text{nicht nicht } A.$$

Denn diese Formel umfaßt als Identitätsurteil (13) zwei allgemeine Urteile, von denen eines sagt, daß so oft A gilt, nicht nicht A gilt; das andere, daß so oft nicht nicht A gilt, A gilt. In jenem Urteil kommt das Gesetz des Widerspruchs, in diesem das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten zum erschöpfenden Ausdruck. Denn was diese Gesetze, oberflächlich betrachtet, mehr zu enthalten scheinen, läßt sich in der nichtssagenden Formel

$$\text{nicht } A = \text{nicht } A$$

zusammenfassen.

18. Realgesetze und Normen des Denkens. Die bisherige Untersuchung bezog sich ausschließlich auf gegebene Tatsachen des Denkens, welche sie in empirische, dann in allgemeinere, zuletzt in allgemeinste Gesetze zusammenzufassen versuchte. Die Gesetze des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten haben wir als die Grundgesetze des Denkens kennen gelernt, in

genau demselben Sinne, in welchem etwa die Gesetze der Trägheit und des Kräfteparallelogramms die Grundgesetze der Mechanik sind. Die tatsächlich gegebene Organisation des menschlichen Denkens findet in denselben ihren allgemeinsten und erschöpfenden Ausdruck: wir können eben das menschliche Denken definieren als ein Denken nach den Gesetzen des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten; so wie wir die mechanische Bewegung definieren können als eine Bewegung nach den Gesetzen der Trägheit und des Kräfteparallelogramms. Die hiermit gebotene Auffassung der logischen Gesetze als Tatsachengesetze, nach welchen im realen Denken aus gegebenen Urteilen neue sich entwickeln, ist nun wieder (ähnlich wie die Auffassung der Erkenntnistheorie als eine psychologische Wissenschaft überhaupt: 5) mehrfach beanstandet worden, indem man glaubte, die logischen Gesetze entweder als Idealgesetze, welche unabhängig von allem faktischen Denken für sich gelten, oder als Normalgesetze, welche nur aussagen, wie das faktische Denken verlaufen soll; auf keinen Fall aber als Realgesetze, welche den Verlauf des faktischen Denkens beschreiben, ansehen zu müssen. Zur Begründung dieser Ansichten pflegt man sich teils auf den allgemeinen Charakter, teils auf den besonderen Inhalt der logischen im Vergleiche mit den psychologischen Gesetzen zu berufen.

Auf den ersteren Punkt ist besonders von Husserl der Nachdruck gelegt worden: derselbe führt aus, daß das psychologische Gesetz: „unter gewissen subjektiven Umständen können in demselben Bewußtsein zwei als ja und nein entgegengesetzte Glaubenssätze nicht zusammen bestehen“, etwas ganz anderes aussagt als der logische Satz: „welche Paare entgegengesetzter Glaubensakte herausgegriffen werden mögen — ob nun demselben Individuum angehörig oder auf verschiedene verteilt; ob in demselben Zeitabschnitt koexistierend oder durch irgend welche Zeitabschnitte getrennt — es gilt in absoluter Strenge und Ausnahmslosigkeit, daß die Glieder des jeweiligen Paares nicht beide richtig, d. h. wahrheitsgemäß sind“¹⁾; in jenem Gesetze sei ausschließlich, in diesem Satze überhaupt nicht von psychischen Tatsachen die Rede; ersteres werde nur durch Induktion als mehr oder weniger wahrscheinlich, letzterer dagegen durch unmittelbare

¹⁾ Husserl, a. a. O., S. 83—84.

Einsicht aus Begriffen als notwendig gewiß erkannt, usw. — Dies hat alles seine Richtigkeit: es ist aber sofort hinzuzufügen, daß auch die Evidenz, welche dem letzteren Satze zueignet, wieder eine psychische Tatsache ist, und daß diese Evidenz eben als psychische Tatsache die Erkenntnistheorie interessiert. Denn diese Erkenntnistheorie hat eben die Aufgabe, Ursprung und Gültigkeit unseres Wissens zu untersuchen; und der zuverlässigste Weg, zu einer Lösung dieser Aufgabe zu gelangen, geht, wie wir früher (4) gesehen haben, eben von den gegebenen Tatsachen des Denkens aus. Zu diesen gegebenen Tatsachen des Denkens gehört aber nicht nur die Erfahrung, daß wir, so oft unter bestimmten Bedingungen zwei sich widersprechende Urteile uns vorliegen, eines von denselben verwerfen, sondern auch die andern, daß wir unmittelbar, „aus Begriffen“, die Unmöglichkeit des Widerspruchs überhaupt einsehen. Der logische Satz steht also nicht neben oder gegenüber dem psychologischen, sondern er gehört in denselben hinein; es ist die nämliche Organisation des Denkens, welche sich sowohl in der allgemeinen Anerkennung wie in der besonderen Anwendung des Satzes vom Widerspruch betätigt; eben in dieser Organisation des Denkens (also in der Tatsache, daß im Denken und nach den Gesetzen des Denkens Urteile hervorgebracht werden, welche Gültigkeit für die ganze Welt beanspruchen) liegt aber, wie wir alsbald sehen werden, ein wichtiges erkenntnistheoretisches Problem. In welchem Umfange jene Organisation des Denkens vorliegt (ob auch bei Tieren, Kindern, Wahnsinnigen, ob selbst bei allen „normalen“ Menschen, und bei jedem normalen Menschen zu allen Zeiten), das ist für die Anerkennung jenes Problemes verhältnismäßig gleichgültig; jeder einzelne Fall, in welchem ein Mensch an der Hand der Denkgesetze zu Einsichten gelangt, welche das Gegebene zu überschreiten scheinen, muß zur Frage führen, wie dieser Schritt sich erklären und rechtfertigen läßt. Die von Husserl geäußerte Furcht, daß die Erkenntnistheorie nach psychologischer Auffassung gar nicht vom Flecke käme, da sie zuerst den Umfang, in welchem die Denkgesetze tatsächlich gelten, genau festgestellt haben müßte, ist demnach kaum als begründet anzuerkennen. Vielmehr hat die Erkenntnistheorie vorläufig vollaufgenug an dem induktiv begründeten Satz, daß wahrscheinlich

alle Menschen einsichtig und aus Begriffen den Widerspruch verwerfen.

Dagegen würde, wenn im tatsächlich gegebenen Denken auch noch nach anderen als den logischen Gesetzen neue Urteile entstünden, die Erkenntnistheorie selbstverständlich sich der Aufgabe nicht entziehen können, auch diese Tatsachen in den Kreis ihrer Untersuchungen aufzunehmen; demzufolge wir denn an der Bemerkung Görings, „daß das natürliche Denken sich in Widersprüchen herumtummelt, ohne dadurch zu Zweifeln an der Wahrheit seiner Gedanken veranlaßt zu werden“¹⁾, sowie an derjenigen Husserls, daß es neben dem „richtigen“ doch auch ein „unrichtiges“ Denken gibt, welche beide nach psychologischen Gesetzen stattfinden²⁾, nicht mit Stillschweigen vorübergehen dürfen. Allerdings haben wir schon früher (6) nachzuweisen versucht, daß richtiges und unrichtiges Denken nach den nämlichen Gesetzen stattfinden kann und tatsächlich stattfindet; es erübrigt nur, das dort Gesagte speziell in bezug auf die logischen Grundgesetze etwas ausführlicher zu erläutern. In welchem Sinne ist also erstens die Bemerkung Görings über die im natürlichen Denken vorkommenden Widersprüche als richtig anzuerkennen? Ich glaube, nur in diesem: daß der natürliche Mensch erstens zu verschiedenen Zeiten Verschiedenes und Widersprechendes behauptet (weil nämlich jetzt andere Gründe vorliegen als früher, und er seine frühere Behauptung sowie deren Gründe jetzt nicht mehr anerkennt oder auch vergessen hat), und zweitens auch zu gleicher Zeit Sachen behauptet, deren nähere Analyse Widersprechendes ergeben würde (weil er eben zu faul oder zu wenig bei der Sache ist, um diese nähere Analyse zustande zu bringen und demnach den Widerspruch nicht bemerkt): in beiden Fällen fehlen aber offenbar die Bedingungen, um das im principium contradictionis ausgedrückte Realgesetz des Denkens in Wirksamkeit zu versetzen. Unrichtig ist dagegen der Göringsche Satz in derjenigen Bedeutung, in welcher er etwas gegen die ausnahmslose Gültigkeit jenes Realgesetzes beweisen würde: wenn er nämlich behaupten wollte, daß als widersprechend erkannte Urteile gleichzeitig in einem Bewußtsein nebeneinander bestehen können. Solange aber

¹⁾ Göring, System der kritischen Philosophie, Leipzig 1874, I, S. 310.

²⁾ Husserl, a. a. O., S. 104.

ein dahin gehöriger Fall, also ein mit Bewußtsein ausgesprochenes Doppelurteil von der Form: A ist B und nicht B, nicht nachgewiesen worden ist, solange darf die tatsächliche allgemeine Gültigkeit des Satzes vom Widerspruche ebensowenig geleugnet werden, wie etwa die tatsächliche allgemeine Gültigkeit der chemischen Gesetze, weil Wasserstoff und Sauerstoff, an verschiedenen Orten aufbewahrt, keine Verbindung eingehen. Der unmittelbare Kontakt, hier im Raume, dort im Bewußtsein, ist eben in beiden Fällen die unumgängliche Bedingung für das Wirksamwerden der chemischen oder psychischen Kräfte. — In gleicher Weise erklärt sich die andere von Göring¹⁾ angeführte Tatsache, daß die meisten Menschen nicht imstande sind, aus gegebenen Prämissen den richtigen Schluß zu ziehen: es fehlt eben wieder der innige Kontakt, oder auch die zum Eintreten der Wirkung erforderte Klarheit der mit den Worten verbundenen Vorstellungen. Daß wirklich hier der Knoten liegt, zeigt sich am deutlichsten an der schon von Schopenhauer bemerkten Tatsache, daß „ein stark wirkendes Motiv, wie der sehnüchtige Wunsch, die dringende Not, bisweilen den Intellekt steigert zu einem Grade, dessen wir ihn vorher nie fähig geglaubt hätten“, so daß „der Verstand des stumpfsten Menschen scharf wird, wenn es sehr angelegene Objekte seines Wollens gilt“²⁾. Das gesteigerte Interesse wirkt dann mittels Klärung und inniger Durchdringung der Vorstellungen ähnlich wie die erhöhte Temperatur bei der chemischen Verbindung. Umgekehrt bildet Mangel an Interesse, Denkfaulheit, einen bedeutenden Faktor in der Unzugänglichkeit vieler für wissenschaftliche Demonstrationen. Um eine Schlußfolgerung zu verstehen, müssen eben zuerst die Prämissen verstanden werden, d. h. es müssen nicht bloß die Worte gehört, sondern auch die mit den Worten assoziativ verbundenen Vorstellungen oder Begriffe klar und deutlich, ohne fremde Beimischungen, in ihren wechselseitigen Beziehungen aufgefaßt werden: die dazu erforderte Richtung und Spannung der Aufmerksamkeit kommt aber ohne genügendes Interesse nicht zustande. Wer je Leute ohne Interesse für irgend ein Examen hat vorbereiten müssen, der weiß, wie oft sie das bloße Auswendiglernen dem Sich-hineindenken vorziehen und dann den

¹⁾ A. a. O., I, S. 211.

²⁾ Schopenhauer, Werke III, S. 298.

Lehrer durch eine ganz naive Verwechslung von Grund und Folge oder auch durch die Hinweglassung einer unerläßlichen Prämisse in Erstaunen versetzen. Da entsteht dann leicht der Schein einer von der normalen grundverschiedenen psychischen Organisation. Sodann kommt noch das Fehlen notwendiger oder auch die Anwesenheit unrichtiger Voraussetzungen in Betracht. Jede wissenschaftliche Einsicht stützt sich auf andere; und unter diesen gibt es oft solche, welche nicht ausdrücklich aufgestellt und demonstriert, sondern im Laufe der wissenschaftlichen Ausbildung allmählich, vielleicht ohne je zu klarem Bewußtsein zu gelangen, erworben zu werden pflegen. Bis dahin hängt dann der Folgesatz in der Luft; der Lehrer aber, der unbewußt jene Voraussetzung als Prämisse anwendet, wundert sich über die Verständnislosigkeit des Anfängers und kann derselben nur das „*avancez toujours, la foi vous viendra*“ entgegensetzen. Andererseits ist aber auch der Schüler kein weißes Blatt Papier; seine früher erworbenen Anschauungen greifen modifizierend oder hemmend in die Wirkung der vorliegenden Beweisgründe ein und erzeugen so den Schein eines anormalen Denkverlaufs. Selbst an und für sich richtige Voraussetzungen oder Kenntnisse können einen falschen Schluß verursachen: wozu der S. 59 besprochene Fall ein lehrreiches Beispiel abgibt. Wenn nämlich einer glaubt, aus den Prämissen: alle Fische atmen durch Kiemen, und: einige Wirbeltiere atmen durch Kiemen, ableiten zu können, daß einige Wirbeltiere Fische sind, so beruht dies einfach darauf, daß ihm, nachdem er sich die Prämissen zu Bewußtsein gebracht hat, sofort auch die Evidenz des vermeintlichen Schlußsatzes einleuchtet; demzufolge er dann glaubt, daß dieser aus jenen, statt aus früheren Erfahrungen oder Studien, hervorgegangen ist. Auch das Nichtverstehen der Terminologie gehört hierher. Es ist überaus schwierig, Gewißheit darüber zu erlangen, ob andere wirklich bei jedem Worte genau dasselbe sich vorstellen wie wir; und wenn man auch jedesmal eine scharfe Definition der angewendeten Kunstausdrücke vorangehen läßt, so bleibt es doch immer noch zweifelhaft, ob sich diese Definitionen tief genug dem Bewußtsein einprägen, um während der ganzen Demonstration, alten Denkgewohnheiten gegenüber, klar und entschieden festgehalten zu werden. Es kommt hinzu, daß der Inhalt mancher wissenschaftlichen Begriffe sich nicht vollständig in Definitionen

zusammenfassen läßt; da muß denn manche Beweisführung dem Anfänger unklar erscheinen, während der Vorgeschriftene, der den Begriff inne hat, dieselbe vollständig überzeugend findet. — In allen diesen Fällen liegt nun aber offenbar der Grund der Diskrepanz zwischen natürlichem und wissenschaftlichem Denken nicht in, sondern gewissermaßen vor dem Denkprozesse. Die Prämissen sind andere, oder dieselben werden nicht klar vorgestellt oder falsch verstanden; eine prinzipielle Verschiedenheit in den Gesetzen, nach welchen der Denkprozeß vor sich geht, läßt sich aber nicht nachweisen. In bezug auf die Frage aber, ob es andere Fälle gibt, welche ohne die Annahme einer solchen prinzipiellen Verschiedenheit sich nicht erklären lassen, muß offenbar die Beweislast demjenigen, der behauptet, daß es sich so verhält, zufallen. Solange solche Fälle nicht mit Sicherheit nachgewiesen worden sind, darf sich die Erkenntnistheorie unbedenklich darauf beschränken, die Tatsache, daß nach logischen Gesetzen gedacht wird, festzustellen, und, sofern nötig, eine Erklärung und Rechtfertigung für diese Tatsache zu suchen. Auch braucht sie nicht, wie Husserl¹⁾ glaubt, ihre Erklärungsversuche aufzuschieben, bis die oben erwähnten Bedingungen für das logische Denken, wie Klarheit der Vorstellungen, Interesse usw., sämtlich sicher und genau erkannt worden sind. Denn diese Bedingungen sind eben, wie oben bemerkt wurde, nicht direkte Bedingungen für die Wirksamkeit der logischen Gesetze, sondern vielmehr Bedingungen dafür, daß Verhältnisse, an deren Erkenntwerden die logischen Gesetze eine bestimmte Reaktion des Denkens verknüpfen, auch wirklich erkannt werden. Ob beispielsweise ein Urteil oder eine Urteilsverbindung als in sich widersprechend erkannt wird, hängt von jenen Bedingungen ab; das Gesetz aber, welches besagt, daß ein Urteil oder eine Urteilsverbindung, welche als widersprechend erkannt wird, verworfen wird, verliert damit nichts von seiner allgemeinen und unbedingten Gültigkeit.

Schließlich ergeben sich noch aus der Tatsache, daß die logischen Gesetze auch als Normalgesetze, als praktische Regeln oder Vorschriften für das Denken bezeichnet und verwendet werden, zwei Fragen, welche eine kurze Erläuterung erfordern.

¹⁾ A. a. O., S. 81—84.

Erstens: wie kommen wir dazu, diese Gesetze als Normen für das Denken anzuerkennen? Ich antworte: aus keinem anderen Grunde, als weil dieselben Realgesetze des Denkens sind. Der Ausgangspunkt des Denkens liegt in der Tatsache, daß wir Widersprechendes nicht für wahr halten können; eben deshalb kann uns, sofern wir Wahrheit wünschen, das Widersprechende nicht befriedigen. Wir haben keinen einzigen Grund, die Verbindung zweier sich widersprechender Urteile als „unrichtig“ zu verurteilen, wenn nicht eben diesen, daß wir intuitiv und unmittelbar die Unmöglichkeit einsehen, die beiden Urteile gleichzeitig zu bejahen. Man versuche es nur, unabhängig von dieser Tatsache zu beweisen, daß nur das Widerspruchslose bejaht werden darf: man wird immer wieder, um den Beweis führen zu können, das zu Beweisende voraussetzen müssen. — Die Aufstellung der logischen Gesetze als Normen des Denkens ist in deren Geltung als Realgesetze des Denkens schon enthalten; in dem Denken selbst ist schon die Beurteilung seiner Ergebnisse gegeben. Man sollte doch niemals vergessen, daß nicht nur das von den Assoziationsgesetzen beherrschte Kommen und Gehen, Sichverbinden und Sichtrennen der Vorstellungen, sondern auch die Beurteilung des Wahrheitsgehaltes derselben psychische Tatsachen sind. Allerdings strebt das auf Wahrheit gerichtete Denken danach, widerspruchslose Gedankenverbindungen zu erzeugen; aber der Wert dieser widerspruchslosen Gedankenverbindungen liegt doch eben wieder in dem Umstande, daß tatsächlich nur das Widerspruchslose bejaht werden kann, daß also der Satz des Widerspruchs ein Naturgesetz des Denkens ist. — Die Frage, mit welchem Rechte wir behaupten, daß nur das Widerspruchslose für wahr gehalten werden darf, ist demnach mit der Frage, mit welchem Rechte wir tatsächlich nur das Widerspruchslose für wahr halten, vollkommen identisch. Über diese Frage werden die nächstfolgenden Paragraphen eingehend handeln.

Zweitens: Wie kann man etwas als Norm aufstellen, was schon Realgesetz ist? Wir denken doch nicht daran, zu sagen, jede Bewegung solle den mechanischen Gesetzen sich fügen: wir wissen eben, daß jede Bewegung es tatsächlich tut. — Ich antworte: die logischen Gesetze werden als Normen aufgestellt, nicht um einen, der etwa nach anderen Gesetzen dächte, eines

Besseren zu belehren; sondern um einen, der schon nach logischen Gesetzen denkt, von der Unwahrheit einer vorliegenden Gedankenverbindung zu überzeugen. Das Neue, was man dem zu Überzeugenden bietet, liegt nicht in dem Gesetze des Widerspruchs, sondern in dem Nachweis, daß seine Meinungen sich widersprechen. — Fragt man aber, wie denn ein nach logischen Gesetzen Denkender zu widersprechenden Meinungen gelangen könne, so muß auf früher Gesagtes (6) zurückverwiesen werden. Wie dort bemerkt wurde, wird der Inhalt unserer oft sehr komplizierten Überzeugungen nicht bloß durch die Verbindungsgesetze, kraft welcher, — sondern auch durch das Material, aus welchem sie entstanden sind, mitbestimmt; und können demnach zwei Personen, welche über ungleichartige Daten verfügen, der Identität der Denkgesetze ungeachtet, zu genau entgegengesetzten Ergebnissen gelangen. In ähnlicher Weise kann aber auch ein Individuum zu verschiedenen Zeiten zu Überzeugungen gelangen, welche, wenn scharf gegeneinander gehalten, einen Widerspruch erkennen lassen, — welche aber, solange man keine Veranlassung findet, sie scharf gegeneinander zu halten, beide ihre Existenz behaupten. Und zwar kann die assoziative Verbindung einer jeden dieser Überzeugungen mit den Gründen, aus welchen sie entstanden ist, Ursache sein, daß sie nur in Begleitung dieser Gründe, niemals aber in Begleitung der Gründe für eine derselben widersprechende Überzeugung, ins Bewußtsein tritt; demzufolge dann ein Stoß von außen erfordert ist, um den Widerspruch zum Bewußtsein zu bringen und die Aufhebung desselben zu ermöglichen.

Die Erklärung der Tatsachen.

19 **Das Problem der Geltung der logischen Gesetze für die gegebene Welt.** Unsere bisherige Untersuchung war rein psychologischer Natur. Die innere Wahrnehmung hatte uns mit der Tatsache bekannt gemacht, daß oft die Verbindung zweier Überzeugungen im Bewußtsein eine neue Überzeugung hervortreten läßt; wir haben empirisch untersucht, wie die ursprünglichen Urteile beschaffen sein müssen, um diese Verbindung zu ermöglichen, und wie die Eigenschaften des erzeugten mit denjenigen

der dasselbe erzeugenden Urteile zusammenhängen; und wir haben endlich die empirischen Gesetze, welche sich aus dieser Untersuchung ergaben, auf wenige allgemeinere und zuletzt auf zwei allgemeinste Gesetze des Denkens zurückgeführt. Dasjenige, was wir bis jetzt erreicht haben, ist demnach nichts weiter als eine Klassifikation gegebener psychischer Tatsachen. — Wenn wir nun aber über den eigentlichen Inhalt dieser Tatsachen etwas tiefer nachdenken, so stoßen wir auf etwas Unverständliches, der Erklärung Bedürftiges. Urteile, Überzeugungen sind Denkerscheinungen, aber Denkerscheinungen, welche sich auf eine Wirklichkeit außerhalb des Denkens beziehen. In dem Urteil wird behauptet, daß entweder die Wirklichkeit überhaupt oder ein mehr oder weniger bestimmter Teil der Wirklichkeit gewissen Vorstellungen entspreche oder nicht entspreche. Gesetzt nun, wir haben uns durch Erfahrung von der Richtigkeit zweier Urteile überzeugt, und es entwickelt sich aus diesen Urteilen nach den bekannten psychologischen Denkgesetzen ein neues Urteil, so sind wir tatsächlich der Richtigkeit dieses neuen Urteils ebenso sehr wie derjenigen der ursprünglichen Urteile gewiß. Aber diese neue Gewißheit scheint keineswegs so wohlbegründet zu sein wie jene frühere. Denn sie bezieht sich nicht, wie diese, auf Verhältnisse, welche uns in der Erfahrung gegeben waren, sondern auf andere, über welche wir nichts erfahren haben. Die Erfahrung hat uns doch nur gelehrt, daß die Prämissen richtig sind; die Schlußfolgerung ist uns ausschließlich als ein Produkt mehr oder weniger komplizierter psychischer Prozesse gegeben. Wie kommen wir nun dazu, ohne weitere Untersuchung auch für diese Schlußfolgerung Geltung für die Wirklichkeit in Anspruch zu nehmen? Oder mit anderen Worten: woher wissen wir, daß die Gesetze des Denkens zugleich Gesetze der Wirklichkeit sind? — Offenbar stehen wir hier einem Probleme von derjenigen Art gegenüber, welche wir in 2 vorläufig charakterisiert haben. Sollte man dagegen einwenden, das sei doch selbstverständlich, daß, wenn die Prämissen gelten, auch der Schlußsatz gelten muß, so würde man vergessen, daß wir nicht diese Selbstverständlichkeit bezweifelt, sondern nur nach den Gründen derselben gefragt haben. Selbstverständlich ist die Geltung der logischen Gesetze für die Wirklichkeit allerdings: in dem Sinne nämlich, daß wir eine Ausnahme von denselben

selbst nicht als möglich denken können. Aber dieses Nichtdenken-können ist doch selbst nur wieder eine psychische Tatsache und scheint über die Wirklichkeit außer uns nichts zu entscheiden. — Man muß eben, um die Bedeutung dieses und ähnlicher Probleme vollkommen klar einzusehen, sich dem eigenen Denken gegenüberzustellen, dasselbe gewissermaßen aus einiger Entfernung zu betrachten versuchen. Dem Anfänger droht immer wieder die Gefahr, in das Denken des Augenblicks vollständig aufzugehen, sich durch die tatsächliche Evidenz desselben für die darin enthaltenen Probleme blenden zu lassen und also die Tatsache des Wissens für die Begreiflichkeit dieser Tatsache zu nehmen. Sobald es uns aber gelingt (was mitunter einige Übung erfordern mag), das eigene Denken zum Objekt des Denkens zu machen, haben wir das Problem auf der Hand. Wir sehen dann ein, daß unser aus logischen Schlüssen hervorgehendes Wissen ein sachlich unbegründetes, über das Gegebene hinausgehendes Wissen zu sein scheint und als solches einer Erklärung bedarf. Und wir stehen vor der Aufgabe, entweder nachzuweisen, daß dieser Schein falsch ist, daß also auch unsere nach logischen Gesetzen vom Denken hervorgebrachten Überzeugungen in letzter Instanz nur auf Gegebenes sich beziehen; oder aber anzuerkennen, daß auch auf anderem Wege als durch zureichende Gründe Gewißheit entstehen kann (2).

20. Die empiristische Theorie. Die Tatsache unserer Überzeugung von der notwendigen Geltung der logischen Gesetze für die gegebene Welt scheint nun am einfachsten und natürlichsten durch die Annahme erklärt zu werden, daß das Denken diese logischen Gesetze eben aus den Erscheinungen der gegebenen Welt abstrahiert habe. Schon die Analogie mit anderen, anerkanntermaßen in dieser Weise begründeten Überzeugungen legt diese Vermutung nahe. Wenn ich weiß, daß irgendwo Wasser unter gewöhnlichem Druck bis auf 100° C erhitzt worden ist, so bin ich auch überzeugt, daß das Wasser gesiedet hat: warum erscheint es nun niemandem wunderbar, daß für diese im Denken entstandene Überzeugung Übereinstimmung mit der Wirklichkeit vorausgesetzt wird? Offenbar weil man weiß, daß die Verbindung jener beiden Überzeugungen im Bewußtsein nur der Verbindung der entsprechenden Erschei-

nungen in der Außenwelt nachgebildet worden ist. Sollte nun hier nicht genau dasselbe stattfinden? Sooft wir gefunden haben, daß zwei Urteile, etwa von der Form MeX und MiY , für die Wirklichkeit gelten, haben wir auch gefunden, daß das Urteil YoX für die Wirklichkeit gilt; aus zahllosen solchen Erfahrungen wird der allgemeine Satz $MeX + MiY = YoX$ hervorgegangen sein. Die sogenannten Denkgesetze wären demnach ursprünglich höchste und allgemeinste Naturgesetze, und die Gewißheit derselben beruhte, genau so wie diejenige anderer Naturgesetze, einfach auf Induktion. — Oder in kausalwissenschaftlicher Formulierung: Der vorausgesetzte Parallelismus jener beiden Erscheinungsreihen, derjenigen der Urteile im Bewußtsein und derjenigen der Erscheinungen in der Außenwelt, folgte aus der Abhängigkeit jener ersteren von dieser zweiten Reihe. Die Erscheinungen in der Außenwelt wären das prius; die Tätigkeit des Denkens hätte sich den Verhaltensweisen jener Erscheinungen angepaßt. Damit scheint die gesuchte Erklärung in möglichst einfacher Weise gegeben zu sein.

Es muß allerdings zugestanden werden, daß in dieser Weise das vorliegende Problem nur verrückt, nicht endgültig gelöst werden könnte. Denn auch die induktive Verallgemeinerung geht als solche über das Gegebene hinaus: in der bloßen Tatsache, daß die Erfahrung bis auf diesen Augenblick ausnahmslos gewissen Gesetzen entsprach, ist über die zukünftige Erfahrung offenbar noch nichts mitgegeben. Durch die Zurückführung des logischen auf das induktive Denken wäre also ersteres nicht eigentlich erklärt. Die Frage, ob diese Zurückführung zulässig ist, verliert aber dadurch keineswegs ihre Bedeutung. Denn jedenfalls ist es Tatsache, daß induktiv gedacht wird: ließe sich unter diese Tatsache die andere des logischen Denkens unterbringen, so hätten wir zwei Probleme in eins aufgelöst; und das wäre immerhin ein Schritt vorwärts. Ohne zu fragen, was in dem induktiven Denken selbst noch unerklärt ist, werden wir demnach untersuchen können, ob dasselbe, so wie es tatsächlich vorliegt, zur Erklärung des logischen Denkens ausreicht.

Über den Sinn dieser Untersuchung wollen wir uns noch etwas näher verständigen. Um beurteilen zu können, ob Gesetze, welche wir aus gewissen gegebenen Erscheinungen A abstrahiert haben, auch für andere, noch unerklärte Erscheinungen B eine

Erklärung abzugeben vermögen, werden wir im allgemeinen zwei Fragen zu beantworten haben: erstens, ob die Umstände, welche erfahrungsmäßig das Auftreten der Erscheinungen A bedingen, auch bei dem Auftreten der Erscheinungen B gegeben sind; zweitens, ob die Erscheinungen A, ihrem wesentlichen Inhalte nach, den Erscheinungen B gleichartig sind. Zum Beispiel: um beurteilen zu können, ob die Gravitationserscheinungen sich aus den Gesetzen des Stoßes erklären lassen, muß man erstens fragen, ob bei jenen Erscheinungen die Bedingungen für das Wirksamwerden der Stoßgesetze (also etwa stoßende Ätherteilchen) gegeben sind, zweitens ob die Gravitationserscheinungen so beschaffen sind, wie sie es sein müßten, wenn sie aus Stoßwirkungen hervorgehen sollten. Wenn eine dieser Fragen verneint werden muß, so ist die versuchte Erklärung unzulässig. — Wir wollen jetzt nach der nämlichen Methode untersuchen, ob die Erscheinungen des logischen Denkens aus den Gesetzen des induktiven Denkens erklärt werden können.

Erstens: sind bei den Erscheinungen des logischen Denkens die Verhältnisse, welche wir aus der bestehenden Wissenschaft als Bedingungen für das Auftreten induktiver Denkererscheinungen kennen, auch wirklich gegeben? — Um das induktive Denken in Wirksamkeit zu versetzen, müssen uns im allgemeinen Beobachtungen gegeben sein, welche uns lehren, daß $A_1, A_2, \dots A_n$ B sind; woraus denn mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit geschlossen wird, daß alle A B sind. Wenn also die logischen Gesetze durch induktives Denken aus den gegebenen Erscheinungen abstrahiert sein sollen, so muß nachgewiesen werden, daß uns in diesen Erscheinungen Exemplifikationen der logischen Gesetze gegeben sind: daß also wiederholte Beobachtungen uns gelehrt haben, daß niemals ein Wirkliches einer bestimmten Vorstellung zugleich entspricht und nicht entspricht (Gesetz des Widerspruchs), oder dieser Vorstellung weder entspricht noch auch nicht entspricht (Gesetz des ausgeschlossenen Dritten). — Liegen nun solche Beobachtungen wirklich vor? Die Frage muß einfach verneint werden. Die Beobachtung kann uns über die Geltung der logischen Gesetze nichts lehren; und zwar deshalb nicht, weil das Negative niemals in der reinen Beobachtung mitgegeben ist. Die Beobachtung an und für sich enthält immer nur Positives: die Negation ist nur eine an

die Beobachtung hinzutretende, von derselben veranlaßte, aber keineswegs in derselben schon enthaltene Reaktion des Denkens. Wenn ich auf Grund der Beobachtung urteile: dieses Ding ist nicht grün, so habe ich doch eigentlich nur beobachtet, daß es rot oder blau ist; wenn ich statt dessen sage, es sei nicht grün, so hat schon mein Denken dem reinen Inhalte der Beobachtung etwas hinzugefügt. Und eben in diesem Etwas, in der Negation, sind die sämtlichen logischen Gesetze schon enthalten. Wer die Negation anwendet, der wendet auch schon die Denkgesetze an. Wer auf die Beobachtung A mit dem Satze: „nicht B“ reagiert, der hat eingesehen, daß Bejahung und Verneinung einander ausschließen, sowie daß kein Drittes neben denselben möglich ist, und braucht keine Induktion mehr, um die logischen Gesetze kennen zu lernen. Und wer nicht wüßte, was verneinen ist, den könnte auch keine Induktion darüber belehren. Ein Wesen, welches rein auf den Inhalt seiner Beobachtungen angewiesen wäre, würde in zahllosen Beobachtungskomplexen, welche für uns Exemplifikationen der Formel $M e X + M i Y = Y o X$ darstellen, nichts Gemeinsames aufzufinden imstande sein und demnach dieselben auch nicht als Grundlage induktiver Verallgemeinerung gebrauchen können. Um eine Logik der Tatsachen erkennen zu können, muß der Intellekt seine logische Organisation schon mitbringen. Denn diese logische Organisation ist eben nichts anderes als jene doppelte Reaktionsfähigkeit des Denkens, welche das eigentliche Wesen der Urteilsfunktion bildet.

Wir finden also, daß die Geltung der logischen Gesetze für die gegebene Welt schon bei dem (negativen) Einzelurteil vorausgesetzt wird und folglich nicht aus einer Summe von Einzelurteilen abstrahiert sein kann. Der hervorragendste Vertreter der empiristischen Theorie, John Stuart Mill, hat, ohne es zu bemerken, für diesen Sachverhalt einen höchst interessanten Beleg geboten. Von dem Gesetze des Widerspruchs handelnd, sagt er nämlich (a. a. O. I. 321) folgendes: „I consider it to be, like other axioms, one of our first and most familiar generalizations from experience. The original foundation of it I take to be, that Belief and Disbelief are two different mental states, excluding one another. This we know by the simplest observation of our own minds. And if we carry our observation outwards, we also

find that light and darkness, sound and silence, motion and quiescence, equality and inequality, preceding and following, succession and simultaneousness, any positive phenomenon whatever and its negative, are distinct phenomena, pointedly contrasted, and the one always absent where the other is present. I consider the maxim in question to be a generalization from all these facts.“ — Es ist nun eine auffallende Tatsache, daß in fast allen von Mill angeführten Beispielen keineswegs eine positive Erscheinung einer negativen, sondern jedesmal zwei positive Erscheinungen einander gegenübergestellt werden: offenbar weil Mill instinktiv gefühlt hat, daß eine negative Erscheinung eben keine Erscheinung ist. Bejahung und Verneinung, Licht und Finsternis, ruhende und bewegte Körper, gleiche und ungleiche, nachfolgende und vorhergehende, sukzedierende und simultane Erscheinungen sind alle gleich positiv; und aus den Beobachtungen, welche sich auf dieselben beziehen, läßt sich durch Generalisation und Induktion nur ableiten, daß es gewisse Erscheinungen gibt, welche mit anderen Erscheinungen niemals zusammen vorkommen, sowie sich aus anderen Beobachtungen ableiten läßt, daß es auch Erscheinungen gibt, welche mit anderen Erscheinungen wohl zusammen vorkommen. Wie man aber aus jenen Beobachtungen ableiten könnte, daß zwei kontradiktorisch entgegengesetzte Urteile nicht beide wahr sein können, ist schlechterdings nicht abzusehen. Allerdings können wir statt „Finsternis“ sagen „kein Licht“; aber dann ist dasjenige, aus welchem wir abstrahieren, schon nicht mehr eine reine Beobachtung, sondern ein Gedankending, welches aus der Beobachtung, und zwar kraft des Gesetzes vom Widerspruch, entstanden ist. Mit dem Gegensatz: Geräusch — Stille verhält es sich nur scheinbar anders. Das Wort „Stille“ bezeichnet zwar keine positive, aber eben darum auch gar keine Beobachtung; es bezeichnet wieder ein bloßes Denkprodukt, dessen Entstehung implizite die ganze Logik schon in sich birgt¹⁾.

¹⁾ Mill scheint überhaupt in dieser Sache nicht zu voller Klarheit gekommen zu sein. Es ist auffallend, daß unter den Tatsachen, welche nach Mill dem Gesetz vom Widerspruch zugrunde liegen, auch die gegenseitige Ausschließung von Bejahung und Verneinung (belief and disbelief) genannt wird: welche also gleichzeitig Anfangs- und Endpunkt der Untersuchung zu sein scheint. Die Sache wird wohl daraus erklärt werden müssen, daß Mill die beiden im Texte gesonderten Fragen: die Frage, wie die Tatsache, daß nach dem Gesetze

Es soll zuletzt noch darauf hingewiesen werden, daß die hier erörterte Frage, ob die Tatsache, daß wir nach den Gesetzen des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten denken, durch einen Induktionsprozeß aus den vorliegenden Beobachtungen erklärt werden kann, nicht mit der anderen Frage, ob unsere Erkenntnis der Tatsache, daß nach diesen Gesetzen gedacht wird, durch einen Induktionsprozeß aus den vorliegenden Denkerscheinungen erklärt werden kann, verwechselt werden darf. Letztere Frage muß unbedingt bejaht werden: daß alles Denken nach den Gesetzen des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten vonstatten geht, haben wir ja selbst (14—17) auf induktivem Wege, mittels einer experimentellen Untersuchung der Denkerscheinungen, erkannt. Die allgemeine Tatsache aber, welche in diesen Gesetzen zum Ausdruck kommt, das So-und-nicht-anders-verfahren des Denkens selbst, kann, wie wir jetzt gesehen haben, nicht wieder aus induktiver Verallgemeinerung anderer, etwa sinnlich gegebener Tatsachen erklärt werden.

Wir hatten zweitens die Frage zu beantworten, ob die Erscheinungen des logischen Denkens mit denjenigen anderen Denkerscheinungen gleichartig seien, von denen wir wissen, daß sie durch Induktionsprozesse entstanden sind. Diese Gleichartigkeit ist nun wenigstens teilweise vorhanden: denn das Ergebnis des induktiven Denkens ist immer die Aufstellung und Anwendung allgemeiner Gesetze; dem logischen Denken liegen aber, wie wir gesehen haben, in der Tat solche allgemeine Gesetze zugrunde, und diese Gesetze scheinen bei oberflächlicher Betrachtung mit den induktiv er-

des Widerspruchs gedacht wird, erklärt werden kann, und die andere, wie unser Wissen um diese Tatsache zustande kommt, zusammenwirft. In dem Satze: „the original foundation of it I take to be, that Belief and Disbelief are two different mental states, excluding one another“, kann mit „it“ nur unser Wissen um die Tatsache, die theoretische Erkenntnis, daß das Gesetz vom Widerspruch ein Naturgesetz des Denkens ist, gemeint sein: sonst hätten wir ja die reine *causa sui*. Die weiterhin von Mill angeführten Gegensätze dagegen können offenbar nur den Zweck haben, das tatsächliche Verhalten des Denkens zu erklären: denn unser Wissen um die Gesetze des Denkens kann doch nicht aus der Beobachtung der äußeren Natur geschöpft sein. Nimmt man die Millsche Antwort als ein Ganzes, so paßt sie weder auf die eine Frage noch auf die andere.

mittelten Gesetzen vollkommen gleichartig zu sein. Sollte man dagegen einwenden, daß doch die induktiven Gesetze zuerst mit Bewußtsein aufgestellt und dann angewendet werden, während auch ohne bewußte Erkenntnis der logischen Gesetze logisch gedacht wird (14), so ließe sich antworten, daß auch Gesetze, welche wir ohne jeden Zweifel der Induktion verdanken, in der Praxis des Lebens vielfach angewendet werden, ohne je zu klarem Bewußtsein gelangt zu sein: man denke etwa an die Art und Weise, wie ungeschulte Seeleute zu ihren Wetterprognosen oder wie wir alle zur Schätzung der Entfernung gesehener Objekte gelangen. Von dieser Seite läßt sich demnach ein wesentlicher Unterschied zwischen den logischen und anderen, ohne Frage induktiv ermittelten Gesetzen nicht nachweisen; von einer anderen Seite aber läßt sich die behauptete Gleichartigkeit beider nicht so leicht aufrechterhalten. Die logischen Gesetze haben nämlich etwas Eigentümliches, welches bei denjenigen Naturgesetzen, die ganz gewiß auf Induktion beruhen, nicht vorkommt: sie haben notwendige (apodiktische) und demnach absolute Allgemeinheit. Es soll mit diesem Ausspruch keine Theorie aufgestellt, sondern nur wieder eine bloße Tatsache des Denkens konstatiert werden: ein jeder kann sich durch einfache Selbstbesinnung leicht davon überzeugen, daß die Gewißheit, welche den logischen Gesetzen zukommt, eine ganz andere ist als diejenige der best beglaubigten Naturgesetze. Zu den allgemeinsten und best beglaubigten Naturgesetzen gehört ohne Zweifel das Gravitationsgesetz; es ist uns noch kein Körper vorgekommen, der diesem Gesetze nicht unterworfen wäre; aber dessenungeachtet hat sich keine Denknöwendigkeit in uns ausgebildet, derzufolge uns der Gedanke, es gebe vielleicht nichtgravitierende Körper, ungereimt erschiene. Allerdings halten wir die ausnahmslose Geltung des Gesetzes für sehr wahrscheinlich; aber dies hindert uns nicht, in der Atom- und Molekulartheorie für die Anziehung kleinster Massenteilchen versuchsweise andere Formeln als diejenige des Gravitationsgesetzes aufzustellen; es würde uns auch nicht hindern, nötigenfalls der Vermutung Raum zu geben, daß in entfernten Regionen oder Zeiten das Gravitationsgesetz nicht mehr gelte oder gegolten habe. Wenn ein Naturforscher zu uns käme und uns erklärte, er habe einen neuen Stoff entdeckt, der dem Gravitationsgesetz nicht gehorche, so würden wir aller-

dings der Sache nicht sofort glauben; wir würden uns aber ebensowenig veranlaßt fühlen, ohne weiteres den Mann für wahnsinnig und seine Entdeckung für ein Hirngespinnst zu erklären. — Ganz anders verhält es sich mit der Gewißheit der Denkgesetze. Daß, wenn die Prämissen gelten, auch die Schlußfolgerung gilt, scheint uns eben notwendig und demnach in unbedingter Allgemeinheit wahr zu sein. Die Prämissen mögen sich auf Atome oder auf Weltkörper, auf die entfernteste Vergangenheit oder auf die entfernteste Zukunft, auf Begebenheiten innerhalb der Erde oder jenseits der Fixsternsphäre beziehen: wenn sie gelten, so gilt auch dasjenige, was sich nach logischen Gesetzen aus ihnen ergibt. Und der Gedanke, es könnte etwas geben, was diesen Gesetzen nicht unterworfen wäre, ist uns einfach unvollziehbar. — Wie gesagt, es sind nur Tatsachen des Denkens, welche ich anführe: nicht etwas zu Beweisendes, sondern Gegenstand der unmittelbarsten inneren Wahrnehmung. Wenn aber diese Tatsachen richtig sind, so ist offenbar die Gewißheit, welche im günstigsten Falle die Induktion zu bieten vermag, eine ganz andere als diejenige, welche den logischen Gesetzen zukommt. Und so lange diese wesentliche Verschiedenheit der Ergebnisse nicht erklärt worden ist, erlaubt eben die empirische Methode nicht, dieselben im Sinne der empiristischen Theorie auf einen identischen psychischen Prozeß zurückzuführen.

Die Empiristen allerdings glauben diese eigentümlich geartete Gewißheit, welche den logischen Gesetzen im Vergleiche mit den induktiv gefundenen Naturgesetzen anhaftet, aus einer Verschiedenheit in den Daten vollständig erklären zu können. Ihnen zufolge sind jene ebensowohl wie diese aus Erfahrung entstanden: die Erfahrung, welche den logischen Gesetzen zugrunde liegt, sei aber eine Erfahrung ohne Ausnahmen. Auch das best beglaubigte Naturgesetz erleide infolge störender Umstände scheinbare Ausnahmen: dadurch habe auch die entsprechende Verbindung der Vorstellungen im Denken nicht jene Festigkeit erlangen können, welche es uns unmöglich macht, dieselben zu trennen. Die logischen Gesetze dagegen, als die allgemeinsten und höchsten Naturgesetze, seien jeder auch nur scheinbaren Ausnahme enthoben; noch niemals seien zwei Urteile für wahr befunden worden, ohne daß die denselben entsprechende Schlußfolgerung sich auch bewährt hätte; und so haben wir denn zu-

letzt das Vermögen verloren, die Gültigkeit der ersteren ohne die der letzteren auch nur als möglich zu denken.

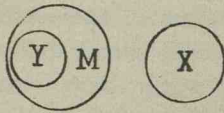
Es hängt diese Erklärung aufs engste zusammen mit einer Theorie der Induktion, über welche wir später zu reden haben werden (77—79). Vorläufig können wir aber die Richtigkeit jener Theorie dahingestellt lassen und uns auf die Frage beschränken, ob zwischen den verschiedenen Daten, denen wir die Erkenntnis der logischen und die Erkenntnis der Naturgesetze verdanken sollen, der erwähnte Unterschied wirklich existiert. Diese Frage aber muß, wie ich glaube, verneinend beantwortet werden. Genau in demselben Sinne wie die Naturgesetze, erleiden auch die Denkgesetze Ausnahmen durch störende Umstände, kommt es also vor, daß, infolge der Einmischung unbekannter oder nicht beachteter Faktoren, die Erwartungen, welche wir auf diese Gesetze gegründet haben, durch spätere Erfahrung nicht bestätigt werden. Oft genug leiten wir aus Prämissen, deren Richtigkeit uns über jeden Zweifel erhaben zu sein scheint, eine Schlußfolgerung ab, welche sich später als unrichtig erweist. Allerdings nehmen wir in solchen Fällen sofort an, daß der Fehler nicht in der Ableitung, sondern in den Prämissen liegen muß, und läßt sich diese Annahme oft durch weitere Untersuchung bestätigen: aber genau dasselbe findet auch statt, wenn induktiv gefundene Naturgesetze scheinbare Ausnahmen erleiden. Und in dem einen Falle wie in dem anderen muß es oft auch bei dem bloßen Postulate bleiben, weil Gelegenheit, Material oder Interesse für die Auffindung der störenden Umstände nicht vorhanden sind. Erläutern wir die Sache durch einige Beispiele. Ein nicht unterstützter Körper fällt zu Boden; einzelne Körper aber, wie Rauch, Dampf usw., steigen empor; und diesem Umstande zufolge soll der Naturmensch das Vermögen behalten haben, sich das Freilassen abgetrennt von dem Fallen zu denken. Sooft MeX und YaM gelten, gilt auch YeX ; aus dem Satz, daß ein Körper da nicht wirken kann, wo er nicht ist, und daß der Magnet ein Körper ist, folgt, daß der Magnet keine Eisenspäne anziehen kann. Dennoch sehen wir, daß er es tut; und obgleich wir keineswegs einsehen, wie die unbezweifelte Evidenz der Prämissen mit der erwiesenen Falschheit der Schlußfolgerung zusammenbestehen kann, verliert der Satz: $MeX + YaM = YeX$ nichts von seinem apodiktischen Charakter. Aber

noch tiefer, bis an die Grundgesetze des Denkens, dringen die „störenden Umstände“ durch. Wir tauchen einen Stab in geneigter Richtung halbwegs unter Wasser: gleichzeitig wird der Stab von dem sehenden Auge als gebrochen, von der tastenden Hand als gerade wahrgenommen; der Satz des Widerspruchs scheint eine Ausnahme zu erleiden! Und dennoch denkt niemand daran, die gleichzeitige Wahrheit des Widersprechenden für möglich zu halten. — „Aber die Sache ist doch erklärt worden!“ Allerdings: aber halten wir den Satz des Widerspruchs aufrecht, weil wir die Sache erklärt haben, oder haben wir für die Sache eine Erklärung gesucht, weil wir von vornherein Ausnahmen von dem Satz des Widerspruchs für unmöglich halten? Und dann: wie verhalten wir uns zu der Sache, solange die Erklärung uns unbekannt ist? Wie hat sich die Menschheit zu der Sache verhalten, als die Erklärung überhaupt noch unbekannt war? — „Aber es liegt hier doch ein eigentlicher Widerspruch überhaupt nicht vor: nicht der Stab ist gleichzeitig gerade und gebrochen, sondern das Gesichtsbild des Stabes ist gebrochen und das Tastbild des Stabes ist gerade.“ Sehr richtig: seit wie lange unterscheiden wir aber, — und wie viele von uns unterscheiden jetzt noch das sinnliche Bild von dem wirklichen Dinge? Der natürliche Mensch glaubt unmittelbar die Dinge selbst zu sehen und zu tasten; und wenn er später die sinnlichen Bilder als Kopien, Symptome oder Wirkungen der Dinge aufzufassen lernt, so sind es eben wieder die Widersprüche der ursprünglichen Auffassung, welche ihn zur neuen zwingen. — Denken wir uns ein bloß beobachtendes, nicht schon von Hause aus logisch organisiertes Wesen den Erscheinungen gegenübergestellt, so werden (von allen sonstigen Bedenken abgesehen) Sinnestäuschungen, Träume, Halluzinationen und andere Erscheinungen für dieses Wesen in genau demselben Sinne Ausnahmen von den logischen Gesetzen, wie etwa das Aufsteigen leichter Körper eine Ausnahme von dem Gravitationsgesetze darbieten. Das von den logischen Gesetzen unzertrennliche Bewußtsein der Apodiktizität kann demnach nicht durch die angebliche Ausnahmslosigkeit derselben erklärt werden. — Wollte man dasselbe aber durch die Annahme erklären, daß die logischen nicht so häufig wie die anderen Naturgesetze scheinbare Ausnahmen erlitten, so wäre erstens diese Annahme eine unerwiesene, bloß zugunsten der Theorie aufgestellte petitio

principii; zweitens aber läßt sich die tatsächliche Falschheit derselben unmittelbar nachweisen. Denn jede Ausnahme von einem Naturgesetze kann nach Belieben als eine solche, oder als eine Ausnahme von den logischen Gesetzen aufgefaßt werden; nicht aber umgekehrt. Um das Naturgesetz auf den Einzelfall anzuwenden, braucht man ja einen logischen Schluß; und wenn spätere Erfahrung das Ergebnis desselben nicht bestätigt, so kann entweder das Naturgesetz, oder die Subsumtion des vorliegenden Falles unter dasselbe, oder auch die logische Ableitung unrichtig sein. Es ist vom Standpunkte der empiristischen Theorie nicht einzusehen, warum man sich immer für die erste oder zweite, und nicht auch einmal für die dritte Alternative entscheiden sollte. Vielmehr müßte man in Ermangelung weiterer Daten es für wahrscheinlich halten, daß die der Erfahrung des Ausnahmefalles nachfolgende Ungewißheit sich gleichmäßig über die drei Gebiete verteilen sollte. Daneben gibt es aber andere Fälle, wie die oben angeführten der Sinnes-täuschung u. a., welche (ohne hypothetische Verarbeitung des Gegebenen) kein Entweder-Oder zulassen, sondern dem natürlichen Denken unmittelbar und ausschließlich als Ausnahmen von den logischen Gesetzen entgegentreten. Vom Standpunkte der empiristischen Theorie müßte man demnach erwarten, daß den logischen Gesetzen keine größere, sondern eine geringere Gewißheit als den übrigen Naturgesetzen anhaftete: nur lehrt die Erfahrung des Denkens das Gegenteil. Auch von dieser Seite betrachtet erweist sich demnach die empiristische Theorie als unhaltbar.

Das Ergebnis dieser langen Untersuchung wäre demnach folgendes: Die logischen Gesetze werden von dem Geiste nicht aus der Erfahrung geschöpft, sondern auf die Erfahrung angewendet. Mit den logischen Gesetzen, mit seiner logischen Organisation ausgestattet, tritt der Geist an die Erscheinungen heran; kraft dieser Gesetze entscheidet er, ob die Erscheinungen als ein adäquater Ausdruck für die Wirklichkeit angenommen werden können, verarbeitet er dieselben, wenn sie in diese Gesetze nicht zu passen scheinen. — Die apodiktische Überzeugung aber, daß die Erscheinungen sich auch immer mit den Denkgesetzen in Übereinstimmung werden bringen lassen, ist damit natürlich noch nicht erklärt.

21. Die geometrische Theorie. Mehrere Philosophen, u. a. Lange und Kroman, haben geglaubt, die apodiktische Gewißheit von der Anwendbarkeit der logischen Gesetze auf die gegebene Welt dadurch erklären zu können, daß sie dieselbe auf die apodiktische Gewißheit unserer Raumerkenntnis zurückführen. Auch die tatsächliche Geltung der logischen Gesetze als Naturgesetze des Denkens sei nichts Ursprüngliches, sondern nur ein Spezialfall des geometrischen Denkens. Daß tatsächlich aus zwei



Urteilen von der Form MeX und YaM ein drittes YeX hervorgeht, komme nur daher, daß wir uns den Inhalt jener ersteren in räumlichen Bildern veranschaulichen und so-

dann an diesen Bildern uns von der Richtigkeit des letzteren überzeugen. Wir stellen uns alle M innerhalb eines beliebigen Kreises vor; alle X innerhalb eines anderen, der, da kein $M X$ ist, ganz außerhalb des ersteren liegen muß; endlich alle Y innerhalb eines dritten, der, da alle $Y M$ sind, vollständig innerhalb des ersten liegt. Unter Beibehaltung dieser gegebenen Verhältnisse lassen wir nun die drei Kreise nach Größe und Lage in beliebiger Weise variieren und überzeugen uns durch den Augenschein, daß dabei niemals der Kreis Y ganz oder zum Teil mit dem Kreise X zusammenfallen kann. In solcher Weise komme tatsächlich die Gewißheit des Satzes YeX zustande: in dieser Entstehungsgeschichte liege aber die Erklärung derselben mit eingeschlossen. Denn es zeige sich jetzt, daß der Grund für jene Gewißheit keineswegs in spezifischen psychologischen Gesetzen, sondern in der unmittelbaren Anschauung eben jener Verhältnisse zu suchen sei, deren Gegebenheit schon in den Vordersätzen ausgesprochen worden war.

Es hat offenbar diese geometrische Theorie der Logik vor der empiristischen wenigstens so viel voraus, daß sie den apodiktischen Charakter der logischen Gewißheit erklären zu können scheint. Denn dieser apodiktische Charakter, der den Ergebnissen induktiver Verallgemeinerung fehlt, ist den geometrischen Sätzen in gleichem Maße wie den logischen eigen. Allerdings würde durch die Zurückführung dieser auf jene das Problem nur wieder verrückt, nicht endgültig gelöst sein, insofern die apodiktische Gewißheit geometrischer Sätze selbst wieder ein Problem ist; aber auch hier würde die Zurückführung des einen Problems

auf das andere, wenn sich dieselbe begründen ließe, als ein bedeutender Fortschritt anerkannt werden müssen. Ob sich dieselbe begründen läßt, haben wir jetzt zu untersuchen.

Die Ergebnisse unserer bisherigen Untersuchungen scheinen im allgemeinen der geometrischen Theorie nicht günstig zu sein. Wir haben durch psychologische Experimente die Gesetze des verbindenden Denkens ermittelt; wir haben in jedem einzelnen Fall möglichst genau die Entwicklung des neuen Urteils verfolgt; aber wir haben nicht gefunden, daß diese Entwicklung sich unter Mitwirkung etwaiger Raumvorstellungen vollzieht. Der Einwand, daß unsere persönliche Erfahrung doch nicht über die allgemeine Frage entscheiden könne, muß unbedingt zurückgewiesen werden: denn wenn auch nur in einem Bewußtsein die apodiktische Gewißheit von der Geltung der logischen Gesetze ohne Raumvorstellungen zustande kommt, so ist damit erwiesen, daß das Auftreten räumlicher Vorstellungen keine wesentliche Bedingung für das Zustandekommen jener Gewißheit ist, und daß letzteres demnach auch ohne ersteres zu erklären sein muß (8). Auch hält es nicht schwer, die Tatsache, daß andere, so oft sie sich von der Geltung der logischen Gesetze Rechenschaft ablegen, die entsprechenden Raumvorstellungen in sich wahrnehmen, zu erklären; denn seit langer Zeit finden sich in den Lehrbüchern, aus denen man die logischen Gesetze theoretisch kennen lernt, jene Raumvorstellungen zur Erläuterung angewandt, und es können sich demzufolge bei dem Fachlogiker Denkgewohnheiten ausgebildet haben, welche ihn hindern, die logischen Gesetze jemals anders als in Begleitung der entsprechenden Raumvorstellungen zu denken. Es dürften demnach diejenigen Leser dieses Buches, welche nicht Fachlogiker sind, in der vorliegenden rein tatsächlichen Frage die besten Richter sein. Wenn sie den Erörterungen des § 15 folgen können, ohne sich dabei irgend welcher Raumvorstellungen bewußt zu werden, so müßte aus den angeführten Gründen diese Erfahrung schwerer wiegen, als die entgegengesetzte Erfahrung derjenigen, welche die logischen Gesetze niemals ohne die geometrische Erläuterung kennen gelernt haben.

Entschieden wäre freilich die Sache damit noch nicht. Denn immerhin ließe sich von seiten der Vertreter der geometrischen Theorie noch einwenden, jene Raumvorstellungen hätten dennoch

bei der Sache eine Rolle gespielt; nur seien sie in so unbestimmter Gestalt aufgetreten, daß der ungeübte Beobachter ihre Anwesenheit nicht bemerkt habe. Es ist nun einmal Tatsache, daß vieles unser Denken beeinflusst, ohne auch klar und deutlich vorgestellt zu werden, daß wir oft urteilen und handeln, ohne daß wir uns unserer Gründe und Motive bewußt werden. So könnte sich die Sache auch hier verhalten. Um die Falschheit der geometrischen Theorie endgültig zu beweisen, muß demnach die Untersuchung noch etwas tiefer durchgeführt werden.

So viel ist klar: wenn die Mitwirkung der Raumvorstellungen zur Entstehung der logischen Gewißheit keine direkt nachweisbare Tatsache ist, so muß dieselbe eine Hypothese sein. Als Hypothese kann sie sich aber nur dadurch bewähren, daß sie sich zur Erklärung anderer, direkt nachweisbarer Tatsachen brauchbar erweist. Die Tatsache, welche die geometrische Theorie erklären will, ist die Überzeugung von der ausnahmslosen Gültigkeit der logischen Gesetze für die gegebene Welt. Ist sie imstande, diese Erklärung zu liefern? — läßt sich aus der Tatsache, daß wir, wenn ein Kreis Y innerhalb und ein Kreis X außerhalb eines Kreises M liegt, einsehen, daß der Kreis Y außerhalb des Kreises X liegen muß, erklären, daß wir dem logischen Gesetze $MeX + YaM = YeX$ für alles Gegebene ohne Ausnahme Gültigkeit zuschreiben?

Ich glaube in der Tat, daß eine bejahende Antwort auf diese Frage nur einem Mißverständnis entspringen könnte. Um dasselbe zu vermeiden, wolle man sich klar vor Augen stellen, worum es sich eigentlich handelt. Es handelt sich nicht darum, ob vielleicht die räumliche Vorstellung ein wertvolles Hilfsmittel abgeben könne, um sich über den Inhalt irgend eines logischen Gesetzes rasch zu orientieren; auch nicht darum, ob ein gegebener, schon von Hause aus logisch organisierter Mensch nicht vielleicht am leichtesten und unmittelbarsten durch die Anschauung der Kreise sich von der Gültigkeit der entsprechenden Gesetze theoretisch überzeuge: Beides ist wahr und soll später erklärt werden. Sondern es handelt sich darum, ob ein gedachtes, von Hause aus nicht schon logisch organisiertes Wesen aus der bloßen Anschauung von Raumfiguren diejenigen Kenntnisse schöpfen könnte, die beim logischen Denken angewendet werden. Und diese Frage braucht man doch nur zu verstehen, um sie zu ver-

neinen. Denn was an den betreffenden Raumfiguren wirklich zu sehen ist, ist doch nur dieses: daß, wenn X, Y und M Punkte innerhalb der gleichnamigen Kreise vorstellen, der Schluß von $MeX + YaM$ auf YeX richtig ist (wobei dann noch die nicht gesehene, sondern vom Denken erzeugte Übersetzung von „alle M liegen außerhalb des Kreises X“ in „kein M liegt in dem Kreise X“ mit in den Kauf genommen werden muß). Wie nun aber, wenn M „Säugetier“, X „Fisch“ und Y „Mensch“ bedeutet? Man wird sagen, auch dann verhalte sich die Sache nicht wesentlich anders; man brauche sich nur alle Säugetiere in den Kreis M, alle Fische in den Kreis X und alle Menschen in den Kreis Y eingeschlossen zu denken, um sogleich zu sehen, daß kein Mensch ein Fisch ist. Allerdings: wenn man sie in die betreffenden Kreise eingeschlossen hätte! Aber sieht man auch, daß das nämliche gilt, solange Säugetiere, Fische und Menschen frei umherlaufen oder schwimmen? Offenbar nicht: es wäre denn, daß man von vornherein schon wüßte, daß die logischen Abhängigkeitsverhältnisse von den räumlichen unabhängig sind. Aber wie kann man das wissen, wenn eben erstere nur durch letztere gekannt werden können? — Man wird vielleicht meinen, das sei doch ganz selbstverständlich, daß für die logischen Verhältnisse die räumliche Anordnung gleichgültig ist. Allerdings: sofern selbstverständlich nur klar, gewiß, unbezweifelbar bedeuten soll. Aber in diesem Sinne sind auch die logischen Gesetze an und für sich, ohne Raumvorstellungen, selbstverständlich: es fällt keinem ein, daran zu zweifeln, daß, wenn MeX und YaM gelten, auch YeX gelten muß. Eben in dieser Selbstverständlichkeit aber, in der Tatsache, daß ein auf Wirkliches bezogenes Urteil über das Gegebene hinausgehen und dennoch uns selbstverständlich erscheinen kann, haben wir ein Problem gefunden, — welches eben die geometrische Theorie lösen wollte. Das nämliche Problem kehrt nun aber in der Lösung zurück. Die apodiktische Gewißheit, daß für Punkte innerhalb verschiedener Kreise die logischen Gesetze gelten, sei durch reine Anschauung gegeben: in diesem Gegebenen ist aber die Ausdehnung der logischen Gesetze auf alles Wirkliche keineswegs schon mitenthalten. Wer sich mit dieser Lösung begnügt, könnte mit gleichem Rechte auf jede Lösung verzichten.

Das Operieren mit Raumvorstellungen in der Logik steht

prinzipiell auf gleicher Stufe mit dem bei Anfängern üblichen Verifizieren algebraischer Formeln durch Zahlenbeispiele. Wenn der Anfänger sich davon überzeugen will, daß wirklich $(a + b)(a - b) = (a^2 - b^2)$ ist, so nimmt er für a und b beliebige Zahlen und rechnet nach, ob es stimmt. In gleicher Weise nimmt der Logiker, der sich davon überzeugen will, ob wirklich aus $MeX + YaM YeX$ folge, für M , X und Y Punkte in verschiedenen Kreisen und sieht nach, ob die Regel sich bewährt. Aber ebenso wenig wie durch jenes Zahlenbeispiel die Richtigkeit der algebraischen, wird durch dieses Punktebeispiel die Richtigkeit der logischen Formel bewiesen. — Daß man aber eben diesen vor allen anderen möglichen Beispielen die Ehre hat zuteil werden lassen, als Typus des allgemeinen Verhältnisses zu gelten, läßt sich unschwer erklären. Denn erstens hat es den Vorzug der Anschaulichkeit: insofern hier auch dem negativen Urteil (A liegt nicht in dem Kreise B) eine positive Anschauung (die Anschauung eines Ortes in der Fläche außerhalb B) entspricht. Zweitens ist die allem Operieren mit Beispielen anhaftende Gefahr, daß auch die spezifischen Eigentümlichkeiten des vorliegenden Falles unrichtigerweise auf die Gesamtheit der Fälle ausgedehnt werden, hier fast ganz ausgeschlossen. Denn zwischen den Punkten, an welchen die Logiker ihre Gesetze demonstrieren, bestehen keine anderen Verhältnisse als die räumlichen; und diese werden teilweise in den Prämissen verwendet, für den anderen Teil aber durch die ausdrückliche Vorschrift des beliebigen Variierens der Kreise nach Umfang und Lage unschädlich gemacht. Störende Einflüsse von der Art, wie wir sie am Ende des § 14 kennen gelernt haben, sind demnach hier entweder nicht vorhanden oder werden leicht eliminiert. So sind denn die innerhalb verschiedener Kreise liegenden Punkte die eigentlichen „Versuchstiere“ der Logiker geworden, an welchen sich die logischen Gesetze anschaulich und rein, d. h. unter vollständiger Ausschließung aller außerlogischen Momente, demonstrieren lassen. Aber von der Anerkennung dieser Tatsache bis zur Behauptung, daß die Beobachtung dieser Objekte den zureichenden Grund für unsere Gewißheit von der ausnahmslosen Geltung der logischen Gesetze in sich enthält, liegt offenbar ein weiter Weg.

22. Die Lösung des Problems. In den vorhergehenden

Paragraphen wurde zu beweisen versucht, daß weder die empiristische noch die geometrische Theorie der Logik die vorliegenden Tatsachen, insbesondere die unerschütterliche Überzeugung von der notwendigen Geltung der logischen Gesetze für alles Gegebene, wirklich zu erklären vermag. Der entscheidende Grund gegen die Annahme der einen oder der anderen Theorie liegt aber darin, daß dieselben überflüssig sind, da das aufgestellte Problem auch durch bloßes Nachdenken über den wesentlichen Inhalt des logischen Denkens, ohne Hypothesen über die Art und Weise, wie wir zum logischen Denken gelangen, sich lösen läßt. Wie können wir wissen, daß die Gesetze des Denkens auch Gesetze der Erscheinungen sind und sein müssen? — so lautete das Problem. Die Lösung desselben liegt in der Einsicht, daß das logische Denken zwar scheinbar auf die Erscheinungen selbst, tatsächlich aber nur auf die durch das Denken in Urteile umgesetzten Erscheinungen sich bezieht, und auf diese nur insofern, als eben die Tätigkeit des Denkens ihre Natur bestimmt. Die logischen Gesetze sind nicht Gesetze der Dinge, sondern ausschließlich Gesetze des Denkens; und nur insofern die Urteile Produkte des Denkens sind, werden die logischen Gesetze auf dieselben angewendet.

Um in dieser Sache zu klarer Einsicht zu gelangen, wolle man sich erstens davon überzeugen, daß bei jedem Syllogismus die Erscheinungen, von denen der Schlußsatz handelt, und die Erscheinungen, von denen in den Prämissen die Rede ist, nicht verschiedene, sondern die nämlichen Erscheinungen sind. Wenn nach der Formel $MeX + MiY = YoX$ aus den Urteilen: kein Planet ist selbstleuchtend, und: einige Planeten sind größer als die Erde, geschlossen wird, daß einige Körper, welche größer sind als die Erde, nicht selbstleuchtend sind, — so muß man, um die Prämissen aufstellen zu können, sich schon davon überzeugt haben, daß es Körper gibt, welche größer als die Erde (2. Prämisse), zugleich aber (1. Prämisse) nicht selbstleuchtend sind, und eben dieses wird in dem Schlußsatz ausgesprochen. Das nämliche gilt allgemein. Der Schlußprozeß führt niemals von einer Erscheinungsgruppe zur anderen, sondern immer von einer Betrachtungsweise einer Erscheinungsgruppe zu einer anderen Betrachtungsweise der nämlichen Erscheinungs-

gruppe. Daß aber diese verschiedenen Betrachtungsweisen einer nämlichen Erscheinungsgruppe möglich sind, das liegt nicht an dem Inhalte der Erscheinungen selbst, sondern ausschließlich an der Organisation des Denkens. Es liegt an der Grundtatsache, daß das Denken auf jeden Beobachtungsinhalt sowohl mit dem Urteil: A ist B, als mit dem Urteil: A ist nicht nicht B, reagieren kann (17), einer Tatsache, welcher offenbar nur psychologische, nicht physische Bedeutung zukommt. Kraft dieser doppelten Reaktionsfähigkeit des Geistes liegt in der Gewißheit des einen Urteils immer diejenige des anderen mit eingeschlossen, kann immer von dem einen Urteil auf das andere übergegangen werden: und eben aus solchen Übergängen besteht, wie wir gesehen haben, der ganze Schlußprozeß. — Das Problem: wie wir wissen können, daß, wenn die Prämissen für die Wirklichkeit gelten, auch der Schlußsatz für die Wirklichkeit gilt, löst sich demnach ziemlich einfach. Wir können das wissen, weil Prämissen und Schlußsatz sich nur dadurch voneinander unterscheiden, daß sie ein identisches Tatsachenmaterial verschiedenartig auffassen; und weil es psychische, nicht physische Gesetze sind, welche die Möglichkeit dieser verschiedenen Auffassungen sowie deren gegenseitige Abhängigkeit bedingen. — Denken wir uns einen Mann, der gegebene Objekte abwechselnd durch ein rotes und durch ein blaues Glas beobachtet, so werden die beiden Farbeindrücke, welche er von jedem Objekte erhält, zwar jeder für sich von den Farben des Objekts und des jeweilig gebrauchten Glases abhängen, untereinander aber in einem für alle beobachteten Objekte identischen, nur durch den Farbenunterschied der Gläser bestimmten Abhängigkeitsverhältnisse stehen. Wer die Farben der Gläser kennt, wird demnach aus der scheinbaren Farbe eines durch das rote Glas beobachteten Objekts voraussagen können, in welcher Farbe man das nämliche Objekt durch das blaue Glas wahrnehmen wird. Er wird auch ein Schema aufstellen können, in welchem, neben jeder möglichen durch das rote Glas wahrzunehmenden Farbe, die entsprechende durch das blaue Glas wahrzunehmende Farbe eingetragen ist; und er wird a priori behaupten können, daß die Farbenbilder aller denkbaren durch die beiden Gläser zu beobachtenden Objekte in dieses Schema werden passen müssen.

Warum aber? — offenbar nur, weil die gegenseitige Abhängigkeit der beiden jeweilig sich entsprechenden Farben nicht in den Eigenschaften der wahrgenommenen Objekte, sondern in den Eigenschaften des Wahrnehmungsapparates begründet ist, und weil eben dieser Wahrnehmungsapparat bei allen einzelnen Beobachtungen vorausgesetzt wird. — Ganz analog verhält sich aber die Sache hier. Die gegenseitige Abhängigkeit der verschiedenen Auffassungsweisen eines gegebenen Tatbestandes, also der Prämissen und des Schlußsatzes eines beliebigen Syllogismus, ist nur in der Einrichtung des Auffassungsapparates, des denkenden Geistes, begründet; die sich darauf beziehenden Gesetze gelten demnach notwendig für alles, was von dem denkenden Geiste aufgefaßt wird. Diese Einrichtung des denkenden Geistes selbst: unser Vermögen, ein beliebiges Erfahrungsmaterial nach Willkür verschiedenartig aufzufassen, ist uns aber in der Erfahrung des eigenen Denkens unmittelbar gegeben; und in der Behauptung, daß alle Objekte des Denkens sich in dieser Weise verschiedenartig werden auffassen lassen, ist nichts enthalten, was über dieses Gegebene hinausgehen sollte.

Die oben aufgestellte Regel, daß Prämissen und Schlußsatz sich auf die nämlichen Erscheinungen beziehen, leidet scheinbar Ausnahmen. Wenn aus dem Vorkommen oder Fehlen irgend einer Eigenschaft bei einer bestimmten Klasse von Objekten geschlossen wird, daß diese Eigenschaft auch bei einem gegebenen, aber noch nicht untersuchten Objekte aus dieser Klasse vorkommt oder fehlt, so scheint der Schlußprozeß von den bis dahin wahrgenommenen auf neue, noch nicht wahrgenommene Erscheinungen zu führen. Der Fiebernde, welcher Chinin anwendet, scheint nach der Formel $M a X + Y a M = Y a X$ zu schließen: Chinin vertreibt Fieber, dieses (auf seine fiebertreibende Eigenschaft noch nicht untersuchte) Pulver ist Chinin: demnach vertreibt es Fieber. Man muß aber fragen: was meint die erste Prämisse: daß alles Chinin, oder daß das bis dahin untersuchte das Fieber vertreibt? Im ersteren Fall bewährt sich unser Satz, da offenbar „alles Chinin“ auch das jetzt angewendete mit umfaßt; im zweiten Fall aber hätten wir Prämissen von der Form $M i X + Y a M$, woraus logisch nichts geschlossen werden kann. Wir werden später zu untersuchen haben, unter welchen Bedingungen und kraft welcher Voraussetzungen Schlüsse aus solchen Prämissen

wirklich zustande kommen; aber schon jetzt dürfte es klar sein, daß diese Schlüsse nur dann möglich sind, wenn wir Grund haben, das in einigen Fällen Beobachtete auf alle Fälle auszudehnen, demnach statt $MiX MaX$ zu setzen. Liegt aber ein solcher Grund vor, so gilt derselbe offenbar auch für die M , welche Y sind, und der Schlußsatz geht inhaltlich wieder nicht über die Prämissen hinaus. Ähnlich wenn der Schlußsatz nicht auf neue Objekte, sondern auf neue Beobachtungen an den nämlichen Objekten sich bezieht: wenn z. B. aus dem bisherigen Betragen eines Menschen abgeleitet wird, wie er sich in einem gegebenen Falle aufführen wird. Auch hier ist der Schluß nur möglich, wenn ein Grund vorliegt, das bis jetzt Beobachtete in solcher Weise zu verallgemeinern, daß auch Nichtbeobachtetes mit darunter fällt. Oder ganz allgemein: Bei jedem Schluß beziehen sich entweder Schlußsatz und Prämissen auf die nämlichen Erscheinungen; oder, falls sie sich auf verschiedene Erscheinungen, sei es an den nämlichen, sei es an verschiedenen Objekten beziehen, so gilt der Schluß nur kraft der Voraussetzung, daß die Erscheinungen, auf welche der Schlußsatz sich bezieht, denjenigen, auf welche die Prämissen sich beziehen, inhaltlich gleich sind. Überall verbindet demnach der Schlußprozeß Urteile, welche nicht auf verschiedene Erscheinungsgruppen, sondern auf verschiedene Betrachtungsweisen, entweder einer einzigen, oder als gleich vorausgesetzter Erscheinungsgruppen, sich beziehen.

Die Lösung des logischen Problems liegt also in letzter Instanz in der Einsicht, daß die eigentlichen Objekte unserer Schlüsse keineswegs reine Daten, sondern schon Produkte einer psychischen Verarbeitung derselben sind. Die logischen Gesetze reden nur von psychischen Erscheinungen und werden nur an psychischen Erscheinungen verifiziert. Zu sagen, daß die äußere Erfahrung dieselben bestätigt, ist ebenso unrichtig, als zu sagen, daß die äußere Erfahrung dieselben nicht bestätigt: denn die logischen Gesetze beziehen sich eben nicht auf die äußere Erfahrung. Die Erfahrung liefert Beobachtungen, die logischen Gesetze beziehen sich auf Betrachtungsweisen. Wie viele solcher Betrachtungsweisen es gibt, und wie sie unter sich zusammenhängen, darüber sagt die Erfahrung nichts. Und umgekehrt: wie der Inhalt der Erfahrung beschaffen sein wird, darüber sagen

auch die logischen Denkgesetze nichts. Die Erfahrung wird erst von dem Denken in positive und negative Urteile umgesetzt und dadurch den logischen Gesetzen unterworfen. Eben darum war es auch möglich, bei der experimentellen Untersuchung dieser Gesetze von allem Erfahrungsinhalt zu abstrahieren und ausschließlich mit Buchstabensymbolen zu arbeiten. Und eben darum mußte auch gegen das Herbeiziehen konkreter Beispiele gewarnt werden, damit nicht tatsächliche Beziehungen aus dem Gegebenen in die psychischen Denkbeziehungen sich einmischen sollten.

Zum Schluß haben wir nun noch zu fragen, ob die hier gebotene Erklärung unserer logischen Erkenntnis eine solche ist, welche zugleich eine Rechtfertigung dieser Erkenntnis in sich schließt (4). Man wird unschwer einsehen, daß diese Frage zu bejahen ist. Unser Zweifel an unserer Berechtigung, die logischen Gesetze in unbedingter Allgemeinheit gelten zu lassen, beruhte auf dem Schein, als ob wir damit über künftige Erfahrungen und unerfahrbare Dinge etwas behaupteten, wofür uns keine zureichenden Gründe gegeben wären. Dieser Schein hat sich aber als ein falscher herausgestellt. Wenn wir über logische Verhältnisse reden, so reden wir überhaupt nicht über die Dinge, weder über die erfahrenen noch über die nicht erfahrenen oder nicht erfahrbaren; sondern wir reden ausschließlich über die Einrichtung des Denkens. Wir sagen im Grunde nur, daß wir, so oft wir Veranlassung finden, etwas als wirklich anzuerkennen, dies ebensowohl in der Form: „es ist so“, wie in der anderen: „es ist nicht nicht so“, tun können (17). Damit gehen wir aber über dasjenige, was uns die unmittelbare Selbstbesinnung lehrt, nicht hinaus. Was aus wahren Prämissen nach logischen Gesetzen geschlossen wird, muß notwendig ebenso wahr sein wie jene; denn es bringt nur den nämlichen Tatbestand noch einmal, in anderer Weise, zum Ausdruck.

23. Die apodiktische Gewißheit der logischen Gesetze. Als ein charakteristisches Merkmal der logischen Gesetze haben wir früher (20) das Gefühl der Notwendigkeit, des Nicht-anders-seinkönnens, welches denselben anhaftet, hervorgehoben. Es fragt sich, ob die im vorigen Paragraphen vorgetragene Theorie auch diese Eigentümlichkeit des logischen Denkens zu erklären imstande sei.

Es scheint fast, als ob diese Frage verneint werden müßte. Denn die Tatsache, daß nach den Gesetzen des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten gedacht wird, welche (wie wir gefunden haben) sämtliche Erscheinungen des logischen Denkens in sich begreift, ist doch immer noch nur eine letzte, nicht weiter reduzierbare, eben als gegeben anzunehmende Tatsache; daß notwendig nach diesen Gesetzen gedacht werden muß, sehen wir noch keineswegs ein. Und dennoch ist jenes Gefühl des Nicht-anders-sein-könnens unzweifelhaft gegeben und demnach auch zu erklären. Um entscheiden zu können, ob die vorgetragene Theorie diese Erklärung zu geben vermag, wollen wir sorgfältig untersuchen, was eigentlich mit der Notwendigkeit, welche wir dem logischen Denken tatsächlich zuerkennen, gemeint sei.

Was meinen wir eigentlich damit, wenn wir etwa dem Satz $MeX + YiM = YoX$ apodiktische Gewißheit zuschreiben? Wir meinen damit erstens, daß es keine Tatsachen geben kann, welche wir kraft unserer logischen Organisation in Urteile von der Form MeX und YiM , nicht aber, kraft der nämlichen Organisation, in ein Urteil von der Form YoX ausdrücken können; zweitens, daß es sich für jeden positiver und negativer Urteile fähigen, also mit dem unsrigen wesentlich übereinstimmenden Intellekt ebenso verhalten muß. Damit gehen wir aber offenbar über die durch Selbstbeobachtung gegebene Tatsache der Einrichtung unseres Denkens nicht hinaus. Nur dann würden wir über das Gegebene hinausgehen, wenn wir behaupteten, daß es keine anders organisierte Intellekte geben könne, oder doch, daß unser Intellekt nicht anders organisiert sein könne, als er es tatsächlich ist. Aber niemand denkt daran, eine solche Behauptung aufzustellen; — genau so wenig, wie etwa die apodiktische Aussage, daß alles Orange mehr dem Rot als dem Grün gleicht, die Möglichkeit in Abrede stellen will, daß andere Wesen über andere Sinnesorgane, und demzufolge auch über andere Systeme von Farbenempfindungen verfügen. — Die Apodiktizität, welche wir den logischen Gesetzen tatsächlich zuschreiben, bedeutet also ausschließlich, daß diese Gesetze, wenn dieselben einmal als psychische Gesetze gegeben sind, für alles, was Objekt des Denkens wird, notwendig gelten müssen: keineswegs aber, daß auch diese Gesetze selbst, als psychische Gesetze betrachtet, notwendig wären. Wer die Gußform kennt, kann über die Gestalt

des zu gießenden Bildes apodiktisch urteilen: daß aber die Gußform so und nicht anders beschaffen ist, das weiß er nur als Tatsache, nicht als notwendige Tatsache. Ähnlich hier. Wer die Organisation des Denkens kennt, kann über die logischen Beziehungen zwischen dem Gedachten apodiktische Gewißheit haben; wir kennen aber diese Organisation des Denkens bloß durch innere Erfahrung, als gegebene, aber keineswegs als notwendige Tatsache. Die Apodiktizität der logischen Gesetze in dem Sinne, in welchem sie denselben tatsächlich zugeschrieben wird, bietet also kein neues Problem; sie ist in der Anwendung der logischen Gesetze auf die Wirklichkeit, welche wir im vorigen Paragraphen zu erklären versucht haben, miteinbegriffen.

Noch eine Frage muß allerdings beantwortet werden. Wenn die Organisation unseres Denkens uns nur als eine Tatsache, nicht aber als eine notwendige Tatsache gegeben ist, und wenn demnach die Möglichkeit abweichender Denkkorganisationen sich nicht von vornherein ausschließen läßt, ist dann nicht die Wahrheit, welche wir mittels jenes Denkens erkennen, auch nur eine spezifisch-menschliche, durch jene Organisation mitbestimmte, für andere nicht geltende —, also schließlich keine Wahrheit? Muß man nicht mit Husserl¹⁾ aus jener Ansicht folgern, daß „es vielleicht Wesen eigener Art (gebe), sozusagen logische Übermenschen, für welche unsere Grundsätze nicht gelten, vielmehr ganz andere Grundsätze, derart, daß jede Wahrheit für uns, zur Falschheit wird für sie“? — Ich halte diese Folgerung nicht für zwingend; vielmehr würden solche hypothetische Wesen entweder (wenn sie nur in einer von der unsrigen abweichenden Weise auf das Gegebene reagierten) unsere Urteile nicht verstehen, oder aber (wenn sie nicht nur auf ihre, sondern auch auf unsere Weise reagieren könnten) dieselben gutheißen müssen. Man erinnere sich doch, was wir als das wesentliche Merkmal unseres Denkens erkannt haben, nämlich die Evidenz der Gesetze des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten, also die Tatsache, daß wir auf das Gegebene mit positiven und negativen Urteilen reagieren, oder in letzter Instanz die Tatsache, daß wir über den Begriff der Negation oder des „nicht“ verfügen. Verfügten nun jene hypothetischen Wesen auch über diesen

¹⁾ Husserl, a. a. O., I, 151.

Begriff, so würden sie unsere Denkgesetze und die darauf begründeten Schlüsse als richtig anerkennen müssen; nur würden ihnen daneben noch andere, uns fehlende und darum uns unverständliche Denkmittel zu Gebote stehen. Verfügt sie aber nicht über jenen Begriff, so würden ihnen unsere Denkgesetze und Schlüsse nicht als unrichtig erscheinen (denn um dieselben als unrichtig beurteilen zu können, müßten sie doch erst den Sinn derselben, also auch die Negation, verstanden haben), aber es würden ihnen diese Gesetze unverständlich und diese Schlüsse unvollziehbar sein. Wir können uns diese Verhältnisse dadurch etwas näherbringen, daß wir an Wesen denken, welche (wie etwa Tiere und kleine Kinder) ganz in Wahrnehmungen und positiven Wahrnehmungsurteilen leben; ohne daß darum dasjenige, was sie und was wir für wahr halten, sich irgendwie zu widersprechen braucht. Ebenso würde es sich in jenen anderen denkbaren Fällen verhalten. Zwischen wahren Urteilen kann kein Widerspruch stattfinden; wohl aber können verschiedene Gedanken eine nämliche Wahrheit zum Ausdruck bringen. Wie die beiden verschiedenen Gedanken: „A ist B“ und „A ist nicht nicht B“ einen identischen Tatbestand adäquat darstellen, so könnte es für anders als die unsrige organisierte Intelligenzen noch viele andere Denkmittel geben, diesem identischen Tatbestande gerecht zu werden. Übrigens hätte es keinen Zweck, uns in diese leeren Möglichkeiten noch weiter zu vertiefen; es kam nur darauf an, nachzuweisen, daß die Einsicht in die bloße Tatsächlichkeit unserer gegebenen Denkorganisation keineswegs dazu angetan ist, den Wahrheitswert der mittels derselben gewonnenen Einsichten in Zweifel zu setzen.

Die gewonnene Einsicht macht es uns möglich, die früher (15) aufgeworfene Frage nach dem eigentlichen Sinne apodiktischer Urteile jetzt wenigstens vorläufig zu beantworten. Das Urteil: „wenn MeX und YiM gelten, gilt auch YoX “ ist apodiktisch gewiß, weil in denjenigen Merkmalen einer Erscheinungsgruppe, kraft deren wir dieselbe als eine Exemplifikation der Sätze MeX und YiM auffassen können, diejenigen Merkmale schon enthalten sind, kraft deren wir die nämliche Erscheinungsgruppe als eine Exemplifikation des Satzes YoX auffassen können; — das heißt also (12), weil (unter Voraussetzung der gegebenen Organisation des Denkens) in dem Subjektbegriff (die

Verhältnisse MeX und YiM) der Prädikatbegriff (das Verhältnis YoX) schon enthalten ist. Sooft dies der Fall ist, sooft diejenigen Eigenschaften, kraft derer wir ein Wirkliches dem Prädikatbegriff unterordnen, schon in denjenigen Eigenschaften enthalten sind, kraft derer wir es dem Subjektbegriff unterordnen, können wir offenbar, ohne nähere Untersuchung, in vollster Allgemeinheit das Urteil aussprechen, daß alles Wirkliche, welches dem Subjektbegriff entspricht, auch dem Prädikatbegriff entsprechen muß. Genau gesprochen bezieht sich ein solches Urteil nicht auf die Wirklichkeit außerhalb des Denkens, sondern auf einen Inhalt des Denkens selbst; das Subjekt desselben ist der bloße Begriff (als psychische Wirklichkeit betrachtet: α), nicht dasjenige, was mit diesem Begriff übereinstimmt. Das Subjekt des Urteils „A muß B sein“ ist nicht das Ding, sondern der Begriff A: von welchem assertorisch behauptet wird, daß er B in sich enthalte. — Ähnlich mit dem problematischen Urteil: „A kann B sein“. Dasselbe bedeutet, daß die Übereinstimmung mit dem Begriffe B dem Begriffe A nicht widerspricht; daß demnach das Urteil „A ist B“, wenn auch vielleicht unwahr, doch keinen logischen Widerspruch impliziert; oder noch anders, daß dem Urteil „A ist nicht B“ keine apodiktische Geltung zukommt. Über die wirklichen A, über die Frage, ob dieselben alle oder zum Teil B seien, sagt das problematische Urteil nichts; nur von dem Begriffe des A (also wieder von einer rein psychischen Wirklichkeit) wird assertorisch behauptet, daß derselbe das Nicht-B-sein nicht in sich schließt. — Wir haben hiermit wenigstens eine Art von apodiktischen und problematischen Urteilen kennen gelernt, deren Bedeutung uns vollkommen klar ist und deren Gründe offen vor uns liegen. Ob sich sämtliche apodiktische und problematische Urteile, welche in der gegebenen Wissenschaft vorkommen, in dieser Weise werden erklären und begründen lassen, muß der weiteren Untersuchung überlassen werden.

II. Die Elemente¹⁾.

24. Die letzten Gründe in den Spezialwissenschaften. Ein großer Teil unseres Wissens besteht aus zusammengesetzten Urteilen, d. h. aus solchen, deren Gewißheit aus der Gewißheit anderer, einfacherer Urteile entstanden ist, eigentlich nur in der verbundenen Gewißheit dieser einfacheren Urteile besteht (8). Von Urteilen wie: „die Erde hat die Gestalt einer Kugel“, „der Inhalt des Kreises ist $= \pi r^2$ “, „wenn die Einfuhr eines Landes zunimmt, muß auch die Ausfuhr zunehmen“ u. dgl., sieht jeder unmittelbar ein, daß er derselben unmöglich gewiß sein könnte, wenn nicht die Gewißheit anderer Urteile vorhergegangen wäre, und daß jene Gewißheit sogleich zusammenbrechen müßte, wenn diese ihm verloren ginge. Dagegen gibt es andere Urteile, wie etwa folgende: „ich fühle Schmerz“, „dieses Ding ist blau“, „ $3 + 1 = 4$ “, welche uns unmittelbar gewiß, auf andere Urteile nicht zurückführbar, elementar erscheinen. Aus solchen elementaren, einfachen Urteilen müssen offenbar sämtliche zusammengesetzte Urteile aufgebaut worden sein; unserem sämtlichen Wissen muß eine gewisse Anzahl elementarer Überzeugungen zugrunde liegen. Es ist nun die weitere Aufgabe der Erkenntnistheorie, durch Analyse der gegebenen wissenschaftlichen Überzeugungen die denselben zugrunde liegenden elementaren Überzeugungen aufzusuchen; und zwar wird sie, wie schon in der Einleitung bemerkt wurde, diese Aufgabe zum Teil

¹⁾ Literatur. Kant, Kritik der reinen Vernunft: Von dem Unterschiede analytischer und synthetischer Urteile (ed. Kehrbach, S. 39—43); Baumann, Philosophie als Orientierung über die Welt, Leipzig 1872, S. 197—200; mein Artikel: Analytisch, synthetisch (Vierteljahrsschr. f. wiss. Phil. 1886); Seydel, Kants synthetische Urteile a priori, insbesondere in der Mathematik (Zeitschr. f. Phil. u. phil. Krit., Bd. 94); mein Artikel: Noch einmal: Analytisch, synthetisch; sowie Seydels Entgegnung (ebendasselbst, Bd. 96).

schon in den Spezialwissenschaften selbst gelöst finden. Denn eben die Beweise, welche die Spezialwissenschaften für ihre Lehrsätze aufzustellen pflegen, sind nichts anderes als Synthesen einfacherer zu zusammengesetzteren Urteilen; und wenn auch oft die letzten Gründe, von denen der Beweis ausgeht, keineswegs an sich evident, sondern anderen Wissenschaften entnommen sind, so werden dieselben doch in diesen anderen Wissenschaften selbst wieder bewiesen und so auf noch einfachere Überzeugungen zurückgeführt. Wenn man diesen Prozeß rückwärts verfolgt, soweit es die Spezialwissenschaften ermöglichen, so stößt man zuletzt auf gewisse Urteile, welche die Spezialwissenschaften nicht mehr beweisen, sondern als evident für jeden normal organisierten Menschen voraussetzen: Wahrnehmungstatsachen, Definitionen, Axiome und vielleicht noch andere. Wenn nun diese letzten Gründe der Spezialwissenschaften von denselben auch immer ausdrücklich und vollständig erwähnt würden, und wenn es an der tatsächlichen Gewißheit derselben weiter nichts mehr zu erklären gäbe, so hätte die Erkenntnistheorie leichte Arbeit. Weder das eine noch das andere ist aber der Fall.

25. Lücken in der Beweisführung der Spezialwissenschaften.

Daß die von den Spezialwissenschaften zur Begründung irgend welchen Lehrsatzes angeführten Prämissen nicht vollständig sind, läßt sich wenigstens vermuten, so oft der Übergang von diesen Prämissen auf den zu beweisenden Lehrsatz sich dem früher (S. 60) aufgestellten Schema nicht einordnen läßt. Wenn z. B. in den empirischen Wissenschaften aus Urteilen von der Form: A_1 ist B, A_2 ist B, . . . A_n ist B, geschlossen wird, daß auch A_{n+1} B sein wird, so ist dieser Schluß an und für sich nicht nur ungültig, sondern unmöglich: denn aus „einige A sind B“ und „dies ist ein A“ entsteht nach der Formel $MiX + YaM = 0$ kein neues Urteil, und es widerspricht sich nicht, daß A_1 bis A_n wohl, A_{n+1} dagegen nicht B sein sollte. Wenn dessenungeachtet Schlüsse von der erwähnten Form allgemein gebilligt werden, so scheint eben allgemein etwas dabei vorausgesetzt zu werden, was den Schluß erst möglich macht; und dieses Etwas, diese verschwiegene Prämisse muß die Erkenntnistheorie ausfindig zu machen versuchen. Allerdings wäre es auch denkbar, daß nicht verschwiegene Prämissen, sondern andere

Verbindungsgesetze angenommen werden müßten, um das Vorkommen eines nach logischen Gesetzen nicht statthaften Übergangs zu erklären, und werden wir, wo Versuche in dieser Richtung gemacht worden sind, es nicht unterlassen, dieselben zu prüfen. Aber nach der alten methodologischen Vorschrift: *principia non praeter necessitatem multiplicanda*, scheint es doch wünschenswert, an erster Stelle zu untersuchen, ob sich nicht verschwiegene Voraussetzungen konstatieren lassen, welche es ermöglichen, mit den bereits bekannten Gesetzen auszukommen. — Über die spezifischen Untersuchungsmethoden, welche die Erkenntnistheorie in solchen Fällen anwendet, läßt sich hier schon einiges bemerken.

Man könnte meinen, nur die Methode der Selbstbeobachtung sei hier am Platze; man brauche nur darauf zu achten, wie eigentlich der vorliegende Schluß im Bewußtsein zustande kommt, um die verschwiegenen Prämissen zu entdecken und ans Licht zu ziehen. So leicht ist aber die Sache keineswegs: denn gerade die allgemeinsten Voraussetzungen des Denkens treten nicht selbständig, sondern nur in ihren Folgesätzen eingeschlossen im Bewußtsein auf. In dem angeführten Fall z. B. wird der natürliche Mensch nicht erklären können, wie er dazu kommt, aus *n* wahrgenommenen Fällen auf den nichtwahrgenommenen *n* + 1 ten Fall zu schließen: er wird nur sagen können, daß, nicht warum die Sache ihm evident erscheint. In solchen Fällen ist man nun, wie schon Sigwart bemerkt hat¹⁾, auf die Reduktionsmethode angewiesen: d. h. man muß aus dem gegebenen Schlußsatz und den teilweise gegebenen Prämissen die fehlenden Prämissen zu rekonstruieren versuchen. Diese Aufgabe läßt sich aber nicht auf direktem, sondern nur auf indirektem, hypothetischem Wege lösen; sie ordnet sich eben der allgemeinen Aufgabe unter, zu gegebenen Wirkungen und teilweise gegebenen Ursachen die übrigen, nicht gegebenen Ursachen aufzusuchen. Bei solchen Fragen ist offenbar eine direkte Beantwortung auf experimentellem Wege ausgeschlossen: man kann wohl Ursachen (im vorliegenden Fall Prämissen) einführen und die Wirkung (hier die Konklusion) beobachten, aber nicht umgekehrt. Allerdings lassen sich in einfacheren Fällen durch Um-

¹⁾ Logik II, 255—257.

kehrung experimentell gefundener Gesetze allgemeine Regeln zur Lösung dieser Probleme aufstellen: so kann man aus der experimentell gefundenen Formel für die Abhängigkeit der Siedetemperatur von dem Druck, wenn die Tatsache des Siedens und die Temperatur gegeben sind, den Druck bestimmen. Aber oft schon bei den einfacheren und immer bei den komplizierteren Fällen führt diese Methode deshalb nicht zu einem definitiven Ergebnis, weil die nämliche Wirkung aus sehr verschiedenen Ursachen entstehen kann und demnach die Aufgabe in größerem oder geringerem Maße unbestimmt ist. So verhält sich die Sache auch hier. Selbst wenn wir von vornherein wissen, daß nur ein einfacher logischer Schluß aus zwei Prämissen vorliegt, läßt sich nicht immer aus dem Schlußsatz und einer Prämisse die andere Prämisse sicher bestimmen; der Schlußsatz XiY kann aus der Verbindung der gegebenen Prämisse MaX entweder mit YaM , oder mit YiM , oder mit MaY , oder mit MiY entstanden sein. Wenn aber der gegebene Schlußsatz das Ergebnis nicht eines einfachen Schlusses, sondern einer Schlußkette ist; wenn man nicht weiß, aus wie vielen Gliedern diese Kette besteht; wenn mehrere Prämissen unbekannt sind; und wenn Mittelbegriffe, welche in den gegebenen Prämissen nicht vorkommen, in dem Prozeß eine Rolle gespielt haben, so wird die Sache noch viel schwieriger. Bei den uns bevorstehenden Untersuchungen läßt sich aber keine dieser Möglichkeiten von vornherein ausschließen.

Unter solchen Umständen sind allgemeine Regeln für den Gang der Untersuchung kaum aufzustellen. Man wird natürlich damit anfangen müssen, die Lücken in der Beweisführung der Spezialwissenschaften aufzusuchen; zweifelhafte Fälle lassen sich dadurch entscheiden, daß man die vorliegende Demonstration in die Form des Syllogismus umzugießen versucht. Hat man in solcher Weise die Stellen, wo ein logisch nicht statthafter Übergang vorkommt, kennen gelernt, so muß man zweitens das darin enthaltene Problem möglichst scharf und vollständig zu formulieren versuchen; d. h. man muß aus den verschiedenen Fällen, wo dieser Übergang stattfindet, das denselben Gemeinsame an Inhalt und Umständen absondern und in empirische Denkgesetze zusammenfassen. Wenn diese empirischen Gesetze aufgestellt worden sind, wenn man also genau weiß, aus welchen bewußten Prämissen

und unter welchen gegebenen Bedingungen der vorliegende Schluß tatsächlich gezogen wird, so kann die hypothesenbildende Phantasie ihre Arbeit anfangen; man muß versuchen, weitere Prämissen ausfindig zu machen, welche an sich evident und gleichzeitig dazu geeignet sind, die gegebene Beweisführung in einen lückenlosen Syllogismus zu verwandeln. Gelingt es Prämissen zu finden, welche diesen beiden Anforderungen genügen, so darf man vermuten, daß es in der Tat diese Prämissen sind, deren verschwiegene Voraussetzung jene Beweisführung möglich macht.

26. Synthetische Urteile apriori. Gesetzt nun, es wäre gelungen, in dieser Weise, durch direkte Untersuchung und hypothetische Ergänzung der gegebenen Wissenschaft, ein System von letzten, unmittelbar evidenten Prämissen zusammenzubringen, aus denen sich alle wissenschaftlichen Wahrheiten auf rein logischem Wege deduzieren ließen, so wäre damit die Aufgabe der Erkenntnistheorie noch keineswegs gelöst. Denn die letzten Gründe der Wissenschaft sind teilweise so beschaffen, daß die Erkenntnistheorie die Gewißheit derselben unmöglich als eine gegebene Tatsache ruhig hinnehmen kann, sondern sich genötigt findet, eine Erklärung für dieselbe zu fordern. Um dieses einzusehen, werden wir uns vor allem mit der äußerst wichtigen, von Kant in die Wissenschaft eingeführten Unterscheidung zwischen analytischen und synthetischen Urteilen bekannt zu machen versuchen.

Unter Analyse versteht man im allgemeinen die Zerlegung eines Zusammengesetzten in seine Bestandteile, unter Synthese den Aufbau eines Zusammengesetzten aus seinen Bestandteilen. Das gilt gleichmäßig für die chemischen Operationen, durch welche chemische Körper —, für die mathematischen, durch welche algebraische Formeln und geometrische Figuren —, und für die logischen, durch welche Urteile und Begriffe zerlegt und aufgebaut werden. Über die logische Analyse und Synthese von Urteilen, über die Zerlegung einer gegebenen Schlußfolgerung in ihre Prämissen und die Verbindung gegebener Prämissen zu einer Schlußfolgerung haben wir bereits ausführlich gehandelt; für jetzt haben wir es ausschließlich mit der logischen Analyse und Synthese von Begriffen zu tun. Ein Begriff ist eine

durch eine Definition bestimmte Gruppe von Vorstellungen; und diese Vorstellungen heißen die Merkmale des Begriffs. Wir bringen also eine Begriffsanalyse zustande, so oft wir einen gegebenen Begriff in seine Merkmale zerlegen, eine Begriffssynthese, so oft wir aus gegebenen Merkmalen einen Begriff zusammenstellen. Nun werden aber, wie wir uns erinnern, Subjekt und Prädikat eines Urteils eben durch Begriffe (welche eines oder mehrere, für das Subjekt bisweilen auch keine Merkmale enthalten) bestimmt (12). Und so verstehen wir denn unter analytischen Urteilen solche, deren Gewißheit in der Einsicht begründet ist, daß die Analyse des Subjektbegriffs (entweder direkt oder mittels rein logischer Operationen) den Prädikatbegriff ergibt; unter synthetischen Urteilen dagegen solche, wo entweder dieses Verhältnis zwischen Subjekt- und Prädikatbegriff, oder die Einsicht in dasselbe fehlt. Oder kürzer und schärfer: alle ausschließlich aus Definitionen abgeleiteten Urteile sind analytisch, alle anderen synthetisch. Sofern wir „Körper“ als „ausgedehnte Dinge“ definieren, ist demnach das Urteil: alle Körper sind ausgedehnt, ein analytisches, das Urteil: alle Körper sind schwer, dagegen ein synthetisches Urteil. Der mechanische Satz: $s = \frac{1}{2}gt^2$ ist analytisch: denn die Gewißheit desselben ist darin begründet, daß man den Begriff des Weges, den ein mit konstanter Beschleunigung g sich bewegendes Körper während einer Zeit zurücklegt, analysiert und das Produkt $\frac{1}{2}gt^2$ herausbekommen hat. Der Satz: dieser Tisch ist braun, ist dagegen synthetisch: denn weder in dem Begriff des Tisches, noch in der Ortsbestimmung, welche das Wort „dieser“ demselben hinzufügt, ist direkt oder indirekt etwas von brauner Farbe enthalten. — Wie man leicht einsieht, sind die analytischen Urteile sämtlich apodiktischer Natur (23), während sich über die Modalität synthetischer Urteile von vornherein nichts bestimmen läßt.

Wir lassen für den Augenblick die analytischen Urteile dahingestellt und betrachten ausschließlich die synthetischen. Diese sind wieder zweifacher Natur: entweder sie sagen nur aus, was uns in der bewußten Erfahrung gegeben ist, oder sie gehen über diese gegebene Erfahrung hinaus. Im ersteren Falle heißen sie synthetische Urteile aposteriori, im zweiten synthetische Urteile apriori. Zu jenen gehören

sämtliche Wahrnehmungsurteile; zu diesen müssen wir, vorläufig wenigstens, die geometrischen Axiome und Lehrsätze, das Kausalitätsprinzip u. dgl. rechnen (1). Ich sage: vorläufig wenigstens; weil die sichere Entscheidung über die synthetisch-apriorische Natur dieser Sätze erst später folgen kann. Die Möglichkeit, daß dieselben sich der genaueren Untersuchung als analytische oder synthetisch-aposteriorische entpuppen werden, läßt sich hier noch nicht ausschließen; wir können nur sagen, daß wir vorläufig nicht einsehen, wie dieselben entweder durch Analyse des Subjektbegriffs oder durch Erfahrung begründet werden könnten.

Wir haben also eine dreifache Unterscheidung der Urteile in analytische, synthetisch-aposteriorische und synthetisch-apriorische zustande gebracht, und fragen jetzt, wozu diese Unterscheidung uns nützen kann. Die Antwort ist leicht gegeben. Die aufgestellte Unterscheidung ist uns nützlich und notwendig, weil sie es ermöglicht, darüber zu entscheiden, welche der von der nachfolgenden Untersuchung ans Licht zu ziehenden letzten Prämissen der Wissenschaft einer näheren Erklärung bedürfen und welche nicht. Um hierüber zu klaren Einsichten zu gelangen, untersuchen wir vorläufig, wie diese letzten Prämissen der Wissenschaft beschaffen sein könnten.

Gesetzt also, wir haben ein gegebenes wissenschaftliches Gebiet durchforscht, die letzten Prämissen, welche für dieses Gebiet der Beweisführung zugrunde liegen, ermittelt, und die Natur derselben nach dem oben aufgestellten Schema bestimmt. Inwiefern führt nun diese Bestimmung zu neuen Problemen?

Sofern die letzten Prämissen der Wissenschaft synthetische Urteile a posteriori sind, liegt darin offenbar keine Schwierigkeit. Allerdings: in den Sätzen, welche für gewöhnlich als reine Erfahrungsurteile angesehen werden, findet die nähere Untersuchung vielfach schon apriorische Elemente (1). Aber wenn wir diese Elemente aus denselben eliminiert denken, so bietet die Gewißheit der reinen Erfahrungsurteile, welche wir zurückbehalten, der Erkenntnistheorie keine Probleme, denn diese Urteile sind eben solche, welche nur aussagen, was unmittelbar erlebt worden ist. Alle Urteile, welche nur auf Gegebenes, sofern es gegeben ist, sich beziehen, können als letzte Prämissen unbeanstandet hingenommen werden.

Auch unter denjenigen letzten Prämissen der Wissenschaft, welche nicht den Charakter von Erfahrungssätzen tragen, kommen einige vor, welche keiner weiteren Erklärung bedürfen. Das sind die Definitionen oder Worterklärungen: Urteile, welche ausschließlich dazu dienen, die Bedeutung eines Wortes festzustellen. Dieselben sind ohne Zweifel synthetischer Natur, denn das Subjekt derselben ist der Wortlaut rein als solcher, und in diesem Wortlaut ist von der Bedeutung, welche das Prädikat demselben erst beilegt, offenbar noch nichts enthalten. Aber diese Verbindung zwischen Wortlaut und Bedeutung ist durchaus eine Sache willkürlicher Feststellung. Genau so wie etwa bei algebraischen Operationen eine verwickelte Formel einstweilen durch einen Buchstaben ersetzt und dann mit diesem Buchstaben weiter gerechnet wird, um dann schließlich für denselben wieder jene Formel zu substituieren, — genau so verfährt die Wissenschaft, wenn sie als Stellvertreter eines mehr oder weniger umfassenden Begriffs einen beliebigen Wortlaut verwendet. Und ebensowenig wie es dort Sinn hätte zu fragen, aus welchem Grunde und mit welchem Rechte denn jene Formel als P oder Q bezeichnet wird, ebensowenig hätte es Sinn, für die Aufstellung einer Definition eine Erklärung oder Rechtfertigung zu fordern. Es wird ja in einer Definition über den Gegenstand der Untersuchung nichts behauptet; sondern es wird bloß die Verabredung getroffen, daß mit einem bestimmten Namen stets diejenigen Gegenstände gemeint sein sollen, welche die in der Definition aufgezählten Merkmale besitzen. Wenn ich die Definition aufstelle: alles Widerstandleistende heißt Stoff, so ist damit nicht gemeint, daß das Widerstandleistende noch eine andere Eigenschaft habe, nämlich Stoff zu sein; sondern nur, daß ich mit dem Worte „Stoff“ dasjenige bezeichnen will, welches Widerstand leistet. Das definierende Urteil: A ist $bcd \dots$, ist nur ein abgekürzter Ausdruck für das folgende: ich werde nur dasjenige und alles dasjenige A nennen, was die Merkmale b, c, d, \dots aufweisen kann. Das ist aber schließlich kein Wissen, sondern ein Willensentschluß.

Ein gleiches muß nun offenbar auch von allen analytischen Urteilen gelten, welche aus solchen Definitionen auf mehr oder weniger umständlichem, jedenfalls aber rein logischem Wege abgeleitet worden sind. Auch in solchen Urteilen wird nur schein-

bar etwas über die Wirklichkeit ausgesagt; tatsächlich beziehen sich dieselben, genau so wie die Definitionen, aus denen sie abgeleitet werden, nur auf den Sprachgebrauch. Wenn wir einmal übereingekommen sind, durch das Wort *P* diejenigen Dinge zu bezeichnen, denen die Eigenschaften *a*, *b* und *c* zukommen, und wenn wir nachher sagen: alle *P* sind *a*, so bedeutet das eben nichts weiter als: damit ich etwas *P* nennen werde, muß es (unter anderem) die Eigenschaft *a* besitzen. Das können wir aber wieder vollkommen sicher wissen: weil wir es selbst so festgestellt haben. Auch die Gewißheit analytischer Urteile erfordert demnach keine Erklärung.

Wie nun aber, wenn es wirkliche synthetische Urteile apriori geben sollte, — wenn also unter den letzten Prämissen der Wissenschaft Urteile vorkämen, in welchen über die tatsächliche Verbindung objektiv gegebener und logisch unverbundener Merkmale, ohne zureichende Erfahrungsgründe, etwas behauptet würde? Dann stünden wir offenbar vor einem erkenntnistheoretischen Problem (2). Denn wir sehen gar nicht ein, wie wir, außer durch Erfahrung, dazu gelangen sollten, zu wissen, daß etwa die Wirklichkeit, sofern sie gewissen Merkmalen *abc* . . . entspricht, auch anderen, darin weder direkt noch indirekt enthaltenen Merkmalen *pqr* . . . entsprechen muß. Wir sehen nicht ein, was uns nötigen könnte, Urteile für wahr zu halten, für welche weder im Denken noch in der Erfahrung die zureichenden Gründe gegeben sind. — Dennoch scheint es, wie wir oben gesehen haben, in der Tat solche synthetische Urteile apriori zu geben. Wenn wir behaupten, daß zwei gerade Linien, beliebig verlängert, keinen Raum einschließen, so gehen wir offenbar über den Begriff der Geradlinigkeit, aber zugleich auch über die Erfahrung hinaus: denn niemand kann wahrnehmen, wie sich diese Linien jenseits der Fixsternsphäre verhalten. Wenn wir jedes Geschehen in Vergangenheit und Zukunft für verursacht erklären, so sagen wir davon etwas aus, was in dem bloßen Begriffe des Geschehens nicht schon enthalten ist; und da wir diese Aussage auch für die unendliche Vielheit der nicht-wahrgenommenen Fälle gelten lassen, ist sie gleichzeitig apriorischer Natur. Es wurde allerdings im vorhergehenden die Möglichkeit offen gelassen, daß eine nähere Untersuchung diese und ähnliche Urteile als analytische oder synthetisch-aposteriorische

würde erkennen lassen: jedenfalls erfordern sie aber eine nähere Untersuchung. Nehmen wir aber für einen Augenblick an, daß diese nähere Untersuchung unsere vorläufige Ansicht bestätigen sollte: daß also wirklich unter den letzten Prämissen der gegebenen Wissenschaft Urteile vorkämen, zu denen im bewußten Denken und in der bewußten Erfahrung sich genügende Gründe nicht entdecken ließen! Dann müßten wir entweder unsere auf die unmittelbarste Selbsterkenntnis sich stützende Überzeugung, daß wir vernünftige, nach Gründen urteilende Wesen sind, aufgeben, oder die betreffenden Tatsachen des Denkens in solcher Weise zu ergänzen oder zu deuten versuchen, daß der Widerspruch zwischen diesen Tatsachen und jener Überzeugung aufgehoben würde (2). Letzteres könnte aber nur dadurch geschehen, daß für die im bewußten Denken und Wahrnehmen nicht begründeten Urteile auf hypothetischem Wege, im unbewußten Denken oder in der unbewußten Erfahrung, zureichende Gründe nachgewiesen oder das Vorkommen derselben wahrscheinlich gemacht würde.

Wir sehen, welche grundlegende Bedeutung dem Begriffe der synthetischen Urteile apriori in der Erkenntnistheorie zuerkannt werden muß. Die letzten Prämissen der gegebenen Wissenschaft sind entweder Definitionen oder analytische Urteile, oder synthetische Urteile aposteriori, oder synthetische Urteile apriori, die Gewißheit der Definitionen, der analytischen Urteile und der synthetischen Urteile aposteriori ist uns vollkommen verständlich; nur die Gewißheit der synthetischen Urteile apriori bietet uns ein auf direktem Wege nicht zu lösendes Problem. Überall, und nur dort, wo unter den letzten Prämissen der gegebenen Wissenschaft solche Urteile vorkommen, werden wir demnach hypothetisch eine Erklärung für die Gewißheit derselben zu suchen haben. Die synthetischen Urteile apriori bezeichnen die Probleme der Erkenntnistheorie. Darin liegt ihre eminent methodologische Bedeutung.

27. Synthetische Urteile apriori: Fortsetzung. Man hat vielfach geglaubt, die kantische Unterscheidung zwischen analytischen und synthetischen Urteilen sei schwankend und demnach wissenschaftlich nicht brauchbar. Denn das nämliche Urteil sei analytisch oder synthetisch, je nachdem man für den Subjekt-

begriff die eine oder die andere Definition aufstellt; das Definieren sei aber bekanntlich Sache der Willkür. Also: wenn ich den Begriff des Körpers durch das Merkmal der Ausdehnung bestimme, so sei ohne Zweifel der Satz: alle Körper sind ausgedehnt, analytisch, der andere: alle Körper sind schwer, synthetisch. Wenn ich dagegen den Begriff des Körpers durch das Merkmal der Schwere bestimme, so verhalte sich die Sache gerade umgekehrt; und wenn ich in den Begriff des Körpers alles aufnehme, was ich von den gegebenen Körpern weiß, so seien meine beiden Urteile analytisch. So lasse sich denn jedes Urteil nach Belieben als ein analytisches oder als ein synthetisches betrachten; ob es aber für eine gegebene Person in einem gegebenen Zeitpunkte analytisch oder synthetisch sei, hänge davon ab, ob es derselben etwas Neues mitteilt oder nicht. Der Satz: die Erde ist ein Planet, sei für den Lehrer, der es längst weiß, analytisch, für den Schüler, der es zum ersten Male hört, synthetisch. Mit dem Umfange unserer Erkenntnisse wachse auch die Zahl der für uns analytischen Urteile; für einen Allwissenden könne es keine synthetischen Urteile mehr geben.

Ich glaube nicht zu viel zu sagen, wenn ich behaupte, daß in der zeitweise allgemeinen Verbreitung des Mißverständnisses, welches diesen Behauptungen zugrunde liegt, die erste und Hauptursache der langsamen und unsicheren Entwicklung der Erkenntnistheorie im letzten Jahrhundert gesucht werden muß. Es ist demnach dringend notwendig, daß wir über diesen Punkt zu vollkommen klaren Einsichten gelangen; nur unter Voraussetzung solcher Einsichten lassen sich die Probleme unserer Wissenschaft verstehen und die Lösungen derselben beurteilen. — Die Sache ist übrigens einfach genug: man braucht nur folgende zwei Wahrheiten scharf ins Auge zu fassen und zu behalten: Erstens, daß wir (dem Vorhergehenden nach) nur dann Veranlassung haben, nach der analytischen oder synthetischen Natur eines Urteils zu fragen, wenn wir dieses Urteil in dem gegebenen wissenschaftlichen Denken antreffen. Zweitens, daß die Begriffe, welche das gegebene wissenschaftliche Denken verwendet, eine präzise, entweder durch Definitionen ausdrücklich festgestellte, oder doch aus dem wissenschaftlichen Sprachgebrauch mit Gewißheit zu ermittelnde Bedeutung haben. Aus diesen beiden Sätzen folgt aber sogleich, daß überall, wo wir

Veranlassung haben, nach der analytischen oder synthetischen Natur eines Urteils zu fragen, diese Frage auch einer bestimmten, von Willkür und Belieben unabhängigen Antwort fähig ist. Denn die gerügte Unsicherheit war nur darin begründet, daß dem Subjektbegriff verschiedene Bedeutungen beigelegt werden können; dieselbe fällt hinweg, sobald die Bedeutung des Subjektbegriffs feststeht. — Man vergißt eben, daß nicht die gesprochenen und geschriebenen Worte als solche, sondern nur die Vorstellungen, welche sie bezeichnen, die wesentlichen Bestandteile des Urteils sind. Ohne Zweifel: wenn ich bloß einige Worte höre oder lese, ohne zu wissen, was mit denselben gemeint ist, so kann ich auch nicht wissen, ob das darin ausgesprochene Urteil ein analytisches oder ein synthetisches ist: aber nur, weil ich dann das Urteil selbst nicht kenne. Sobald ich aber den Satz verstehe, also genau weiß, was mit jedem der darin vorkommenden Wörter gemeint ist, kann mir die analytische oder synthetische Natur des damit ausgesprochenen Urteils auch nicht mehr zweifelhaft sein. — Erläutern wir die Sache durch einige Beispiele. Wir stoßen etwa in der Wissenschaft auf den Satz: alle Körper sind schwer. Nun könnte allerdings in diesen Worten ein analytisches Urteil ausgesprochen worden sein: wenn nämlich mit dem Worte „Körper“ dasjenige gemeint wäre, was, außer vielleicht noch anderen Eigenschaften, auch Schwere besitzt; wenn also der angeführte Satz nichts weiter bedeutete als: all dasjenige, welches Schwere und andere Eigenschaften besitzt, ist schwer. Umgekehrt: wenn mit dem Worte „Körper“ etwa alles Raumerfüllende, Widerstandleistende gemeint ist, so muß der Satz offenbar synthetisch heißen. Ist es nun aber wirklich fraglich, in welchem Sinne die Wissenschaft, wenn sie jenen Satz ausspricht, das Wort „Körper“ verwendet? Doch wohl kaum: Jeder weiß, daß sie damit nicht die Binsenwahrheit verkündigen will, daß alles Schwere schwer sei, sondern die physikalische Tatsache, daß alles Raumerfüllende auch Schwere besitzt. Also ist das betreffende Urteil zweifellos synthetisch. — Oder nehmen wir etwa den Satz: Wärme ist ein Bewegungszustand kleinster Stoffteilchen. Was meint die Wissenschaft mit diesem Satze? Offenbar nicht, daß ein bestimmter Bewegungszustand kleinster Teilchen ein Bewegungszustand kleinster Teilchen ist, — sondern daß

dasjenige, welches wir als die äußere Ursache der Wärmeempfindung voraussetzen und vorläufig nur als solche definieren, ein Bewegungszustand kleinster Teilchen ist. In dem Begriff „die äußere Ursache der Wärmeempfindung“ ist aber das Merkmal: „ein Bewegungszustand kleinster Teilchen“ nicht enthalten; das Urteil ist demnach ein synthetisches, ebensowohl für den Lehrer, der es ausspricht, als für den Schüler, der es zum ersten Male vernimmt. — Man wird vielleicht noch einwenden, die äußere Ursache der Wärmeempfindung sei doch eben nichts anderes als eine bestimmte Bewegung kleinster Teilchen; es sei demnach genau dasselbe, ob man von „der äußeren Ursache der Wärmeempfindung“ oder von „derjenigen Bewegung kleinster Teilchen, welche die äußere Ursache der Wärmeempfindung ist“, zu reden beliebe. Das ist auch insofern ganz richtig, daß wir in beiden Fällen von der nämlichen Sache reden: wir haben es hier aber nicht mit der Sache, sondern mit dem Begriff zu tun. Ein Begriff ist aber nichts weiter als eine beliebige Verbindung von Merkmalen; wenn ich also die Tatsache aussprechen will, daß alles Wirkliche, sofern es den Merkmalen $abc\dots$ entspricht, auch den Merkmalen $def\dots$ entspreche, so hindert mich nichts, einen Begriff $A = abc\dots$ aufzubauen und dann zu sagen: Alle A sind $def\dots$. So bildet die Wissenschaft den Begriff „Wärme“ = „die äußere Ursache der Wärmeempfindung“, und sagt dann: alle Wärme ist eine Bewegung kleinster Teilchen. Es ist klar, daß in diesem Satze, wenn derselbe ausdrücken soll, was der Physiker damit ausdrücken will, der Subjektbegriff nicht schon die Merkmale des Prädikats in sich enthalten darf. Anderenfalls wäre damit nur gesagt, daß die äußere Ursache der Wärmeempfindung, sofern sie eine Bewegung kleinster Teilchen ist, eine Bewegung kleinster Teilchen ist; während eben die Frage, ob es eine äußere Ursache der Wärmeempfindung, welche gleichzeitig Bewegung kleinster Teilchen ist, gibt, sowie auch die andere, ob es noch weitere äußere Ursachen der Wärmeempfindung gibt, unentschieden bliebe.

28. Synthetische Urteile a priori: Schluß. Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, daß von zwei Sätzen, welche dem Wortlaut nach identisch sind, dennoch der eine ein analytisches und der andere ein synthetisches Urteil ausdrücken kann; wenn

nämlich die den Wörtern beigelegte Bedeutung in den beiden Fällen eine verschiedene ist. Es kann zur Klärung der Begriffe nützlich sein, ausdrücklich zu bemerken, daß auch ein nach Inhalt und Bedeutung eindeutig bestimmter Satz für den einen ein analytisches, für den anderen dagegen ein synthetisches Urteil ausdrücken kann. Es kann nämlich vorkommen, daß der Prädikatbegriff eines Urteils zwar in dem Subjektbegriff enthalten ist, aber nur mittels mehr oder weniger komplizierter Operationen daraus ans Licht gezogen werden kann; dann könnte aber das Urteil für den einen, der das Verhältnis zwischen Subjekt und Prädikat kennt, analytisch sein; während der andere, dem die Einsicht in dieses Verhältnis fehlt, das nämliche Urteil auf Grund der Erfahrung zustande brächte, welches für ihn also synthetisch wäre. So wird beispielsweise der mechanische Satz $s = \frac{1}{2}gt^2$ in der Schule vielfach experimentell, etwa mittels der Atwoodschen Fallmaschine, bewiesen; während erst später, wenn der Schüler in der Mathematik weiter vorgeschritten ist, der deduktive Beweis aus den Begriffen geliefert werden kann. Bis so lange ist dann das betreffende Urteil für den Schüler ein synthetisches; nachher aber ein analytisches. Offenbar läßt sich von vornherein die Möglichkeit nicht ausschließen, daß in ähnlicher Weise Sätze, welche für die ganze zeitgenössische Wissenschaft synthetische sind, für eine weiter vorgeschrittene Wissenschaft ihre Natur ändern und sich in analytische verwandeln werden. Es liegt aber auch in diesem Sachverhalt nichts, was uns an der methodologischen Bedeutung der Unterscheidung analytischer und synthetischer Urteile irrezumachen brauchte. Wissenschaftliche Urteile sind ja für uns nichts weiter als Denkerscheinungen, psychologische Tatsachen, welche wir zu erforschen und nötigenfalls zu erklären haben; und zwar haben wir gefunden, daß sie eine Erklärung nur dann erfordern, wenn sie den Charakter synthetischer Urteile apriori besitzen. Gesetzt nun, es stellt sich heraus, daß ein von gewissen Forschern aufgestelltes Urteil für diese Forscher synthetisch-apriorischer Natur ist, so liegt in dieser Tatsache ein erkenntnistheoretisches Problem, welches durch die Erwägung, daß möglicherweise spätere Geschlechter das nämliche Urteil analytisch werden beweisen können, nicht im geringsten seine Bedeutung verliert. Man wolle sich nur wieder an naturwissen-

schaftlichen Beispielen orientieren. Nehmen wir an, die vergleichende Anatomie fände bei einer bestimmten Spezies ein hochentwickeltes Organ, ohne nachweisen zu können, daß diese Spezies im Kampf ums Dasein daraus irgend welchen Nutzen ziehen könnte, so würde doch dieser Sachverhalt um nichts erklärlicher durch den Umstand, daß bei einer anderen Spezies das Vorkommen des nämlichen Organes wohl als zur Erhaltung der Spezies dienlich erklärt werden könnte. Ähnlich hier. Der Umstand, daß die Gewißheit eines bestimmten Urteils bei einigen Forschern auf die Einsicht in das logische Verhältnis zwischen Subjekt und Prädikat zurückgeführt werden kann, ließe die Tatsache, daß bei anderen Forschern die nämliche Gewißheit ohne diese Einsicht zustande gekommen ist, keineswegs weniger befremdlich erscheinen. Genau genommen müßte schon der Nachweis, daß ein einziger wissenschaftlicher Forscher in einer einzigen Beweisführung eine für ihn synthetisch-apriorische Prämisse verwendet hat, den Erkenntnistheoretiker veranlassen, diese Tatsache als ein zu erklärendes Problem anzuerkennen und eine Lösung für dasselbe zu suchen.

Verfügt nun etwa die Erkenntnistheorie über einen untrüglichen Maßstab, nach welchem sie in concreto, mit vollständiger Ausschließung der Möglichkeit eines Irrtums, über die analytische oder synthetische Natur eines gegebenen Urteils (als individuelle Denkerscheinung betrachtet) entscheiden könnte? Auch diese Frage muß (und kann ohne Gefahr für den Wert der vorliegenden Unterscheidung) verneinend beantwortet werden. Schon aus der Geschichte geht hervor, daß man sich über den erkenntnistheoretischen Charakter gegebener, im eigenen Denken untersuchter Urteile vielfach geirrt hat, oder doch, was dasselbe bedeutet, daß darüber vielfach gezweifelt und gestritten worden ist. Bis auf Kant glaubte man allgemein, daß die geometrischen Sätze analytischer Natur seien; aber die späteren Untersuchungen Riemanns und Helmholtz' haben den schon von Kant behaupteten synthetischen Charakter derselben endgültig bewiesen. Die arithmetischen Sätze wurden umgekehrt von Kant für synthetisch gehalten, während sie tatsächlich, wie wir bald sehen werden, rein analytisch sind. Wie lassen sich nun solche Meinungsverschiedenheiten und Irrtümer erklären? Ich glaube, fürs erste aus dem schon früher (9) erörterten Umstand, daß in den Be-

weisführungen der Spezialwissenschaften diejenigen Prämissen, welche für jeden normal organisierten Menschen unmittelbar evident sind, nicht ausdrücklich erwähnt zu werden pflegen und vielfach selbst nicht zu klarem Bewußtsein gelangen. Liegen nun etwa einer Beweisführung nur Definitionen und solche verschwiegene Prämissen synthetischer Natur zugrunde, so kann es leicht geschehen, daß derjenige, welcher diese Beweisführung in sich reproduziert, bloß auf die Definitionen achtet und die synthetischen, unbewußt in Anschlag gebrachten Elemente übersieht. Er wird dann mit Unrecht das Ergebnis der Beweisführung für ein analytisches Urteil ansehen. — Etwas weniger durchsichtig ist die Sache im entgegengesetzten Fall, wo analytische Urteile irrtümlich für synthetisch gehalten werden. Man könnte meinen, wenn analytische Urteile solche sind, deren Gewißheit in der Einsicht begründet ist, daß der Prädikatbegriff im Subjektbegriff enthalten ist (26), so sei es auch undenkbar, daß der Urteilende je glauben könnte, dieselben seien für ihn synthetisch. Die Sache ist aber die, daß man nicht von allen Einsichten, die man hat, sich auch klar und deutlich Rechenschaft abzulegen imstande ist. Nicht bloß das natürliche, sondern auch das wissenschaftliche Denken verläuft für einen guten Teil in den Regionen des Nicht- oder Halbbewußten; nicht jeder neu eingeführte Begriff wird ausdrücklich und scharf definiert; von vielen haben wir die Bedeutung erst durch den Gebrauch kennen gelernt. Unter solchen Umständen kann es leicht vorkommen, daß wir irgend einen Satz, dessen Gewißheit tatsächlich nur auf willkürlich festgestellten Begriffsinhalten beruht, dennoch nicht auf seine Gründe zurückzuführen vermögen und so denselben für synthetisch halten. In dem nächstfolgenden Kapitel werden wir diesen Sachverhalt illustriert finden.

Die Erkenntnistheorie muß demnach auf den Besitz eines unfehlbaren Maßstabes zur Entscheidung über die analytische oder synthetische Natur gegebener wissenschaftlicher Urteile verzichten; auch die genaueste Untersuchung läßt noch einen Rest der Unsicherheit zurück. Das ist nun einmal das Schicksal jeder empirischen Forschung. Was aber den Forscher, hier wie überall, berechtigt, mit seiner Arbeit fortzufahren, ist die Gewißheit, daß jene Unsicherheit nicht in den Objekten der Untersuchung, sondern ausschließlich in seiner mangelhaften Erkenntnis

derselben begründet ist. Die analytische oder synthetische Natur eines gegebenen Urteils, als individueller Denkerscheinung betrachtet, gehört zu seinem eigensten Wesen; sie wird nicht willkürlich in das Urteil hineingelegt, sondern aus dem Urteil, so wie es vorliegt, erkannt.

Spezieller Teil.

I. Die mathematischen Wissenschaften.

I. Die Arithmetik¹⁾.

Die Tatsachen des arithmetischen Denkens.

29. **Der apriorische Charakter der Arithmetik.** Die Beweisführungen der Arithmetik enthalten zwar in methodologischer Hinsicht viel Interessantes, bieten aber der Erkenntnistheorie keine neuen Probleme. Ihr charakteristisches Gepräge verdanken sie hauptsächlich dem Umstande, daß die arithmetischen Sätze fast alle Identitätsurteile ($\mathbf{13}$) sind und als solche zwei allgemeine Urteile, welche sich nur durch die Verwechslung von Subjekt- und Prädikatbegriff unterscheiden, in sich befassen. So behauptet etwa der Satz

$$7 + 4 = 11$$

nicht nur, daß, sooft man sieben und vier Dinge zusammen hat, man deren auch elf besitzt, sondern auch, daß, sooft man elf Dinge zusammen hat, man deren auch sieben und vier besitzt. Die dadurch bedingte Umkehrbarkeit arithmetischer Sätze ermöglicht es, in gleicher Weise auch die arithmetischen Schlüsse

¹⁾ Literatur. Über die Geschichte der hierher gehörigen Fragen: Baumann, Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie, 2 Bde., Berlin 1868, 1869. — Über die Tatsachen des arithmetischen Denkens: Hankel, Theorie der komplexen Zahlensysteme, Leipzig 1867; Husserl, Philosophie der Arithmetik, Halle 1891. — Über die empiristische Theorie: Mill, A system of logic, 10th ed., London 1879, I, 290—298; Michaëlis, Stuart Mills Zahlbegriff, Berlin 1888. — Über geometrische und chronometrische Theorien: Lange, Logische Studien, Iserlohn 1877; Kroman, Unsere Naturerkenntnis, Kopenhagen 1883, Kap. 9; Husserl, Über den Begriff der Zahl, Halle a. S. 1887, S. 20—37. — Über die analytische Natur der Arithmetik: Frege, Die Grundlagen der Arithmetik, Breslau 1884; Sigwart, Logik, Tübingen 1873, 1878, II, § 66; Helmholtz, Zählen und Messen (Philosophische Aufsätze Zeller gewidmet, Leipzig 1877, S. 15—52); Kronecker, Über den Zahlbegriff (ib., S. 261—274); Rühlmann, Philosophische Arbeit über die Zahl, Kiel und Leipzig 1889.

umzukehren, und erteilt so dem regressiv-analytischen Beweisverfahren, welches in der Naturwissenschaft nur mit Hilfe apriorischer Voraussetzungen zu mehr oder weniger wahrscheinlichen Sätzen führen kann, für die Arithmetik unmittelbare, volle Gewißheit ergebende Stringenz. Dieser Unterschied betrifft aber nur die Anwendung der Verbindungsgesetze, nicht diese Gesetze selbst; sämtliche arithmetischen Schlüsse lassen sich ohne Rest aus den früher erörterten logischen Grundgesetzen erklären.

Um so interessanter sind uns die Ausgangspunkte der arithmetischen Beweisführung: die elementaren Urteile der Arithmetik. Dieselben sind nicht, wie die elementaren Urteile der Naturwissenschaft, spezieller, sondern allgemeiner Natur; sie beziehen sich, jedes für sich, nicht auf eine einzelne Tatsache, sondern auf eine der Zahl nach unbestimmte Vielheit von Tatsachen. Schon die einfachsten arithmetischen Sätze, wie etwa „ $3 + 1 = 4$ “, „ $a + b = b + a$ “, sind allgemeine Urteile: jener behauptet, daß jede Zusammenfassung von drei Objekten mit einem Objekte vier Objekte ergibt und umgekehrt, — dieser, daß die Summe je zweier Zahlen von der Reihenfolge der Summanden unabhängig ist. Allerdings kann es sich in der Naturwissenschaft scheinbar ähnlich verhalten: so wenn etwa in der Astronomie die Keplerschen Gesetze aus dem Gravitationsgesetz, oder wenn in der mechanischen Wärmetheorie die Gesetze Boyles und Gay-Lussacs aus allgemeinen Sätzen über die Bewegungen der Moleküle deduziert werden. Tatsächlich aber verhält sich hier die Sache ganz anders: die allgemeineren Sätze werden zwar in der Darstellung den spezielleren vorangeschickt, verdanken aber ihre Gewißheit ausschließlich den letzteren. Unser Wissen um die Gesetze Keplers oder Boyles und Gay-Lussacs stützt sich nicht auf unsere Erkenntnis des Gravitationsgesetzes oder der Molekularbewegungen, sondern auf die Erfahrung; was wir aber von dem Gravitationsgesetz und den Molekularbewegungen wissen, findet seinen Grund in eben denjenigen Tatsachen, welche wir teilweise in den Gesetzen Keplers, Boyles und Gay-Lussacs zusammengefaßt haben. In der Arithmetik ist es gerade umgekehrt: die allgemeinen Sätze, mit welchen sie anfängt, sind uns unmittelbar, ohne Erfahrungsbeweis, evident; sie werden nicht aus den komplizierteren Verhältnissen abstra-

hiert, sondern diese werden aus jenen bewiesen. Man wird vielleicht einwenden, daß doch die einfachsten arithmetischen Beziehungen dem Kinde am Rechenbrett, also empirisch, vordemonstriert werden. Aber dasjenige, was das Kind am Rechenbrett wahrnimmt, kann unmöglich als ein Erfahrungsbeweis im Sinne der Naturwissenschaft gelten. Der Naturforscher nimmt ein Gesetz, welches für eine bestimmte Gruppe von Erscheinungen gelten soll, nur dann als bewiesen an, wenn er dasselbe an allen Arten von Gegenständen, welche dieser Gruppe angehören, erprobt hat; er wird nicht daran denken, etwa Verhältnisse, welche bei einer Tierspezies vorgefunden worden sind, ohne weiteres für alle Tiere als gültig zu behaupten. Wie sollte dann aber die Wahrnehmung der Kügelchen am Rechenbrett im Sinne der Naturwissenschaft Sätze beweisen können, welche ohne Bedenken auf die allerheterogensten Objekte, auf Atome und Planetensysteme, auf Dinge und Ereignisse, auf Empfindungen und Begriffe angewendet werden? Offenbar hat das Rechenbrett nicht die Aufgabe, die arithmetischen Sätze zu beweisen, sondern dieselben zu illustrieren; die abstrakten Verhältnisse zu veranschaulichen und so dem Verständnis des Schülers näher zu bringen. Die Gewißheit der arithmetischen Sätze, das unbedenkliche Vertrauen, womit sie auf alles Bestehende und Gedachte angewendet werden, läßt sich dadurch nicht erklären.

Eine zweite Eigentümlichkeit der Arithmetik liegt in dem Umstande, daß ihre Sätze durchgängig apodiktischer Natur sind (13, 23). Während die Naturwissenschaft für ihre Sätze nur assertorische Gewißheit und im besten Falle eine mehr oder weniger wahrscheinliche Notwendigkeit in Anspruch nimmt (64), haftet den arithmetischen Sätzen die volle Gewißheit ihrer notwendigen Geltung an. Wir behaupten nicht nur, daß $2 \times 2 = 4$ ist, sondern auch, daß $2 \times 2 = 4$ sein muß; den Satz $2 \times 2 = 5$ halten wir nicht nur für falsch, sondern für ungereimt; denjenigen, der ihn aufstellte, würden wir nicht dumm oder unwissend, sondern wahnsinnig nennen. Was wir mit diesen Unterscheidungen eigentlich meinen, und ob wir damit recht haben, ist hier noch nicht die Frage: wir konstatieren bloß die Tatsache, daß im gegebenen Denken den arithmetischen Urteilen notwendige Geltung zugeschrieben wird. Diese Tatsache zu erklären und ihren Inhalt zu verdeutlichen wird später unsere Aufgabe sein.

Als eine letzte, die arithmetischen von den physikalischen Sätzen unterscheidende Eigenschaft kommt noch die absolute Exaktheit in Betracht, welche wir jenen ohne Bedenken zugestehen. In der Naturwissenschaft ergeben die genauesten Messungen doch immer nur approximative Resultate; der mögliche Fehler läßt sich durch Verbesserung der Instrumente und durch Verbindung mehrerer Beobachtungen zwar verkleinern, aber nicht eliminieren, selbst nicht über gewisse Grenzen hinaus zurückdrängen. In der Arithmetik ist es ganz anders: sie bietet absolute Genauigkeit, das heißt Genauigkeit bis auf eine beliebige Anzahl von Dezimalen. Wenn ich eine arithmetische Aufgabe zu lösen habe, so kann ich, selbst wenn keine endliche Zahl derselben genügt, den Fehler im Resultate so klein machen, wie es mir selbst beliebt. Die Hindernisse, welche die Mangelhaftigkeit unserer Sinnesorgane und Instrumente auf jedem anderen Gebiete dem exakten Wissen entgegenstellt, scheinen für die Arithmetik nicht zu bestehen.

Die Arithmetik unterscheidet sich demnach mindestens in dreifacher Hinsicht von den Erfahrungswissenschaften. Sie geht von allgemeinen Sätzen aus und führt zu Überzeugungen, welche Notwendigkeit und vollkommene Exaktheit beanspruchen; während die Erfahrungswissenschaften von Einzelbeobachtungen ausgehen und daraus assertorische, bloß approximativ richtige Sätze ableiten. Dieser spezifische Charakter der Arithmetik wäre vollkommen begreiflich, wenn sämtliche Lehrsätze derselben analytische Urteile und also die einfachen arithmetischen Urteile ausschließlich Definitionen wären; denn Definitionen sind ihrer Natur nach allgemein, und analytische Urteile sind ihrer Natur nach apodiktisch und exakt (26). Wenn dagegen unter den letzten Gründen der Arithmetik noch andere als definierende Urteile vorkämen, so wäre die Sache weniger klar. Denn entweder könnten diese anderen Urteile synthetische Urteile apriori sein, und dann würde ihre Gewißheit an und für sich eine Erklärung fordern; oder aber es könnten synthetische Urteile aposteriori, also Erfahrungsurteile sein, dann müßte aber erklärt werden, wie aus Beobachtungen, welche nur Tatsächliches bieten und immer fehlbar sind, die apodiktische und vollkommen exakte arithmetische Gewißheit entstehen kann (26). Wir werden damit anfangen, zu untersuchen, ob die in den Lehrbüchern vor-

kommenden Definitionen arithmetischer Begriffe zum Aufbau des arithmetischen Wissens ausreichen, oder ob daneben noch andere Elementarurteile erfordert sind.

30. Die arithmetischen Elementarurteile. In den Lehrbüchern wird für gewöhnlich die Zahl als eine Menge von Einheiten, die Einheit als ein einzelnes Ding, jede Zahl für sich als die vorhergehende $+ 1$, und die Addition als die Zusammenfügung mehrerer Zahlen definiert. Wir wollen untersuchen, ob diese Definitionen zum Beweis einer einfachen Additionsformel, wie etwa $7 + 4 = 11$, ausreichen.

Für gewöhnlich wird dieser Beweis folgendermaßen geführt:

$$\begin{array}{ll}
 7 + 4 = 7 + 3 + 1 & \text{(nach der Definition von 4)} \\
 = 7 + 2 + 1 + 1 & \text{(" " " " 3)} \\
 = 7 + 1 + 1 + 1 + 1 & \text{(" " " " 2)} \\
 = 8 + 1 + 1 + 1 & \text{(" " " " 8)} \\
 = 9 + 1 + 1 & \text{(" " " " 9)} \\
 = 10 + 1 & \text{(" " " " 10)} \\
 = 11 & \text{(" " " " 11)}
 \end{array}$$

Es fragt sich, ob diesem Beweise, außer den Definitionen, noch andere, verschwiegene Voraussetzungen zugrunde liegen. Man könnte mit Leibniz¹⁾ meinen, es komme als eine solche das Axiom in Betracht, nach welchem, wenn man Gleiches für Gleiches substituiert, die Gleichung bestehen bleibt. Allein mit Unrecht. Denn die Bedeutung des Gleichheits- oder Identitätsurteils $A = B$ ist eben diese, daß alle A B und alle B A seien (13), und daß demnach von den nämlichen Objekten die Rede ist, wenn von allen A und wenn von allen B gesprochen wird. Wenn ich den Begriff 4 als $3 + 1$ definiere, so meine ich damit, daß ich alles, was sich als $3 + 1$ erkennen läßt, 4 nennen werde, und umgekehrt, sooft ich das Zeichen 4 gebrauche, damit nichts weiter als $3 + 1$ bezeichnen will. Daraus folgt aber, daß ich von den nämlichen Objekten rede, wenn ich von allen Vierzahlen und wenn ich von allen Drei-plus-eins-Zahlen etwas aussage; und daß also die Bedeutung eines Satzes sich nicht ändert, wenn ich für 4 $3 + 1$ oder für $3 + 1$ 4 substituieren. Die vermutete neue Voraussetzung ist demnach selbst analytischer Natur, da sie sich

¹⁾ Opera (ed. Erdmann) p. 363.

durch bloße Analyse des Begriffes der Gleichheit begründen läßt. — Dennoch findet sich in der angeführten Beweisführung, wie u. a. von Frege (a. a. O. 7) bemerkt worden ist, eine bedenkliche Lücke. Wenn wir nämlich versuchen, dieselbe auf eine Reihe von Syllogismen zurückzuführen (25), so zeigt sich folgendes. Wir haben den Satz

$$7 + 4 = 7 + 1 + 1 + 1 + 1$$

dadurch bewiesen, daß wir für $4 = 3 + 1$, für $3 = 2 + 1$ und für $2 = 1 + 1$ substituiert haben; eigentlich müßte demnach dieser Satz folgenderweise geschrieben werden:

$$7 + 4 = 7 + (((1 + 1) + 1) + 1).$$

Wir haben aber dann die Klammern vernachlässigt und uns für berechtigt gehalten, die verschiedenen Einheiten der Reihe nach mit der 7 zu verbinden, um so zuletzt die Zahl 11 herauszubekommen. Das heißt also: wir haben einen Übergang zustande gebracht, der sich folgenderweise formulieren läßt:

$$7 + (((1 + 1) + 1) + 1) = (((7 + 1) + 1) + 1) + 1;$$

und die Möglichkeit dieses Überganges läßt sich keineswegs aus den aufgestellten Definitionen ableiten. — Oder ganz allgemein: Um eine beliebige Additionsformel aus den vorliegenden Definitionen beweisen zu können, muß entweder einmal oder wiederholt die allgemeine Voraussetzung angewandt werden:

$$a + (b + c) = (a + b) + c,$$

welche als das Gesetz der Assoziativität bezeichnet zu werden pflegt. Wenn man diese Voraussetzung zugrunde legt, kann, wie leicht ersichtlich, jede Formel des Einsundeins in streng logischer Weise bewiesen werden. Und da das Produkt als die Summe gleicher Summanden, die Potenz als das Produkt gleicher Faktoren definiert zu werden pflegt, während die Subtraktions-, Divisions- und Wurzelformeln (soweit dieselben nur positive ganze Zahlen betreffen) sich ohne Mühe auf die entsprechenden Additions-, Multiplikations- und Potenzierungsformeln zurückführen lassen, reicht das Assoziativitätsgesetz aus, sämtliche das Gebiet der natürlichen Zahlen nicht überschreitenden arithmetischen Formeln logisch zu beweisen. Sobald dagegen negative, gebrochene, irrationale oder imaginäre Zahlen in die Rechnung hineintreten, stößt man auf neue Probleme: denn es ist aus den aufgestellten Definitionen keineswegs einzusehen, was Zahlen wie -2 , $\frac{1}{2}$, $\sqrt{2}$ oder $\sqrt{-1}$ eigentlich bedeuten sollten. Dementsprechend beruft

man sich bei der Einführung derselben gewöhnlich auf Erfahrungstatsachen (Vermögen und Schuld, teilbare Objekte, Kontinua, die Mehrheit der Dimensionen im Raume); wodurch aber der analytische Charakter der Arithmetik gefährdet und eine Erklärung der apriorischen Gewißheit, welche wir derselben beilegen, von vornherein ausgeschlossen zu werden scheint.

31. Die arithmetischen Elementarurteile: Fortsetzung. Man hat vielfach gemeint, der Arithmetik den Charakter einer rein analytischen Wissenschaft dadurch sichern zu können, daß man die synthetischen Elemente, welche man glaubte der arithmetischen Beweisführung zugrunde legen zu müssen, in die Definitionen der arithmetischen Grundbegriffe aufnahm. So schließen Graßmann¹⁾ und Hankel (a. a. O. 37) in die Definition der Summe das Assoziativitätsgesetz, oder doch einen Spezialfall desselben, ein, indem sie dieselbe als dasjenige Glied der Zahlenreihe bestimmen, für welches die Formel:

$$a + (b + 1) = (a + b) + 1$$

gilt, und dann die übrigen Eigenschaften der Summe analytisch aus dieser Definition ableiten. Für die negativen, gebrochenen, irrationalen und imaginären Zahlen wird von Hankel ein „Prinzip der Permanenz formaler Gesetze“ aufgestellt, nach welchem die Definitionen derselben so zu wählen seien, daß, wenn zwei in allgemeinen Zeichen der gewöhnlichen Arithmetik ausgedrückte Formen einander gleich sind, dieselben einander auch gleich bleiben, wenn die Zeichen aufhören, einfache Größen zu bezeichnen und daher auch die Operationen einen irgendwie anderen Inhalt bekommen (a. a. O., 11). So wird beispielsweise eine Zahl $A = B - C$, wenn $B < C$, in der natürlichen Zahlenreihe nicht zu finden sein; das Zeichen $B - C$ hat demnach keinen Sinn, und wir sind frei, demselben nach Belieben einen solchen beizulegen; diesen bestimmen wir nun so, daß sämtliche Regeln, welche für die Operationen mit $B - C$ gelten, wenn $B > C$, auch für den vorliegenden Fall ihre Gültigkeit behalten, daß also etwa die Gesetze:

$$\begin{aligned} (B - C) + (B' - C') &= (B + B') - (C + C') \\ (B - C) A &= BA - CA \end{aligned}$$

¹⁾ Lehrbuch der Mathematik, I, Stettin 1860, S. 4.
Heymans, Gesetze u. Elemente des wissenschaftl. Denkens. 4. Aufl.

für beliebige Werte von B und C gelten. Es werden also die Regeln für die Operationen nicht aus den Begriffen dieser Operationen abgeleitet, sondern umgekehrt, der Sinn der Operationen wird nach den für dieselben geltenden Regeln bestimmt; und diese Bestimmungen sind nichts weiter als „arbiträre Konventionen zugunsten der Erhaltung des Formalismus im Kalkül“ (a. a. O. 41).

Es ist klar, daß sich aus den in dieser Weise festgestellten Definitionen ein System von Sätzen entwickeln ließe, welche den in unserer Arithmetik aufgestellten Sätzen genau entsprächen und dennoch rein analytischer Natur wären. Es ist aber ebenso klar, daß dieselben, wie auch von Hankel zugestanden wird (a. a. O., 12), eine durchaus neue Wissenschaft bilden würden und die Gewißheit der tatsächlich bestehenden Arithmetik nicht um ein Haar verständlicher zu machen vermöchten. Denn diese tatsächlich bestehende Arithmetik tritt mit dem Anspruch auf, für alles mögliche, welches Objekt des Denkens werden kann, zu gelten: von jener neuen, auf arbiträre Definitionen aufgebauten Wissenschaft müßte aber erst noch bewiesen werden, daß sie für alles mögliche gilt. Bis so lange wäre sie eine bloße Geistesgymnastik, ein Spielen mit Begriffen ohne jede tatsächliche Bedeutung. Sie könnte nur sagen: sofern sich verschiedene Gegenstände solcherweise miteinander verbinden lassen, daß die Formel

$$f\{a, f(b, 1)\} = f\{f(a, b), 1\}$$

gilt, gelten für diese Art der Verbindung auch die übrigen Regeln der Addition; ob es aber Gegenstände gibt, welche sich in dieser Weise miteinander verbinden lassen, könnte nur die Erfahrung lehren. Daß insbesondere diejenigen Eigenschaften verschiedener Erscheinungsgruppen, welche wir die Zahl derselben nennen, wenn wir sie in derjenigen Weise verbinden, welche wir als Addition bezeichnen, ein Resultat ergeben müssen, welches der aufgestellten Formel genügt, wäre keineswegs erwiesen. Die der bestehenden Arithmetik zugrunde liegende unerschütterliche Überzeugung, daß dem so ist, und daß folglich alle zählbaren Gegenstände sich notwendig den arithmetischen Gesetzen fügen müssen, bliebe demnach unerklärt.

Es muß also, vorläufig wenigstens, dabei bleiben, daß die arithmetische Gewißheit sich aus den arithmetischen Begriffen

nicht vollständig erklären läßt, sondern daß dazu gewisse Voraussetzungen mit zugrunde gelegt werden müssen, welche weder Definitionen, noch auch, soweit wir jetzt sehen können, analytische Urteile sind. Ich sage: soweit wir jetzt sehen können; denn es wäre denkbar, daß der wahre Inhalt der arithmetischen Begriffe in den vorliegenden Definitionen nicht richtig oder nicht erschöpfend zum Ausdruck käme. Man wird vielleicht einwenden, daß doch das Definieren Sache der Willkür sei, und daß demnach die Begriffe „richtig“ oder „unrichtig“ auf Definitionen nicht anwendbar seien (26). Das ist auch, sofern es sich um die bewußte Einführung neuer Begriffe handelt, vollkommen wahr: es gilt aber nicht für die nachträgliche Definition bereits bestehender und verwendeter Begriffe. Denn hier ist die Frage nicht, frei zu bestimmen, welche Bedeutung man irgend einem Worte beilegen will, sondern durch Beobachtung des eigenen Denkens zu entdecken, welche Bedeutung man demselben tatsächlich bisher, ohne sich je genaue Rechenschaft davon abzugeben, beigelegt hat. Und diese Beobachtung des eigenen Denkens ist keineswegs unfehlbar. Man versuche es nur, durch einfache Selbstbesinnung festzustellen, was man eigentlich unter irgend einem komplizierteren Begriff, den man täglich mit vollster Sicherheit anwendet, versteht: fast immer wird die nähere Untersuchung lehren, daß sich die aufgestellte Definition keineswegs mit der tatsächlichen Anwendung deckt. Ganz besonders aber bei solchen Begriffen wie denjenigen der Arithmetik, welche uns niemals theoretisch erklärt worden sind, sondern welche wir in frühester Jugend fast mechanisch zu gebrauchen gelernt haben, kann es äußerst schwierig sein, über den eigentlichen Sinn, in welchem wir diese Begriffe verwenden, zu voller Klarheit zu gelangen. Sooft wir in concreto mit denselben arbeiten, ist uns die logische Berechtigung unseres Verfahrens vollkommen evident; wenn wir aber in abstracto diese Evidenz begründen wollen, sehen wir nur dasjenige, was an der Oberfläche des Denkens zu sehen ist und lassen die tieferen, im Halbbewußten verborgenen Grundlagen desselben unbeachtet. So könnte es sich auch hier verhalten. Wir dürfen demnach die vorliegenden Definitionen arithmetischer Begriffe nicht unbedenklich als den richtigen und erschöpfenden Ausdruck für den wesentlichen Inhalt derselben akzeptieren; sondern wir müssen, ehe wir über

den analytischen oder synthetischen Charakter der arithmetischen Sätze ein bestimmtes Urteil aussprechen, durch Rekonstruktion der Denkprozesse, welche zur Aufstellung der arithmetischen Begriffe geführt haben, die eigentliche Bedeutung derselben genau und erschöpfend festzustellen versuchen. Vorher wollen wir aber untersuchen, ob sich nicht die Tatsachen des arithmetischen Denkens (wie weitverbreitete Theorien es behaupten) auf andere Tatsachen des Denkens zurückführen und dadurch erklären lassen.

Die Erklärung der Tatsachen.

32. Die empiristische Theorie. Nach Mill ist die Arithmetik eine empirische Naturwissenschaft, beziehen sich ihre Gesetze auf gegebene, wahrnehmbare, physikalische Tatsachen. „All numbers must be numbers of something; there are no such things as numbers in the abstract. Ten must mean ten bodies, or ten sounds, or ten beatings of the pulse.“ Das Merkwürdige bei den Zahlen sei nicht, daß sie sich auf nichts Gegebenes, sondern vielmehr, daß sie sich auf alles Gegebene beziehen. Eben daraus sei es zu erklären, daß man sich bei den Zahlen nichts Bestimmtes vorstellt und demzufolge glaubt, denselben eine von allem Vorstellbaren unabhängige Existenz zuerkennen zu müssen. Ähnliches komme aber überall vor, wo durch öftere Wiederholung die Prozesse des Denkens mechanisch zu verlaufen angefangen haben und demnach die Vorstellung der Symbole, ohne Unterstützung durch die Vorstellung der Gegenstände, zur Erreichung des Denkzweckes ausreicht. Sobald man aber sich darauf besinnt, was denn eigentlich diesen Prozessen ihre Beweiskraft sichert, sei man immer wieder genötigt, auf die Dinge, welche durch die Symbole bezeichnet werden, zurückzugehen (a. a. O., I, 293—295).

Wie die arithmetischen Begriffe, so beziehen sich nach Mill auch die arithmetischen Urteile auf gegebene Tatsachen. Selbst ein so einfacher Satz wie $3 = 2 + 1$ sei keineswegs als eine bloße Worterklärung, als eine Definition der 3, aufzufassen: es komme in demselben die physikalische Tatsache zum Ausdruck, „that collections of objects exist, which while they impress the senses thus, **, may be separated into two parts, thus ** *.“

Daß dem so sei, lehre uns aber ausschließlich die Erfahrung. „Three pebbles in two separate parcels, and three pebbles in one parcel, do not make the same impression on our senses; and the assertion that the very same pebbles may by an alteration of place and arrangement be made to produce either the one set of sensations or the other, though a very familiar proposition, is not an identical one. It is a truth known to us by early and constant experience: an inductive truth; and such truths are the foundation of the science of Number“ (a. a. O., I, 295—296).

Zur Kritik der empiristischen Theorie der Arithmetik kann teilweise auf dasjenige zurückverwiesen werden, was früher zur Kritik der empiristischen Theorie der Logik angeführt wurde (20). Denn hier ebensowenig wie dort reicht diese Theorie aus, den spezifischen Charakter der vorliegenden Tatsachen, also die Allgemeinheit, Apodiktizität und Exaktheit des arithmetischen Wissens (29), zu erklären; und zwar läßt sich dies hier noch etwas leichter beweisen als dort. Denn es ist doch klar, daß die von Mill als die eigentlichen Untersuchungsobjekte der Arithmetik bezeichneten „physikalischen Tatsachen“ bei weitem nicht so allgemein vorkommen, daß sie unsere felsenfeste Überzeugung, die Arithmetik müsse für alles Denkbare gelten, auch nur als möglich erklären könnten. Im günstigsten Falle wären es doch immer nur die materiellen Dinge, welche in der von Mill angedeuteten Weise durch verschiedenartige Anordnung verschiedene sinnliche Eindrücke hervorzubringen vermögen: die nämlichen drei Ereignisse, oder drei Begriffe, oder drei Relationen können wir doch nicht das eine Mal so, das andere Mal anders geordnet wahrnehmen. Dennoch nehmen wir keinen Anstand, den Satz $3 = 2 + 1$ auch für drei Glockenschläge, drei Regierungsformen, oder drei Werte der Unbekannten in einer Gleichung gelten zu lassen. Aber auch drei Fixsterne, drei Flüsse, drei Häuser haben sich niemals zuerst nach dem Schema **, sodann nach dem Schema ** *, unserer Beobachtung dargeboten: dennoch wird niemand es unrichtig nennen, wenn wir dieselben auch einmal als $2 + 1$ Fixsterne, Flüsse oder Häuser zu bezeichnen für gut finden. Nun ist es zwar leicht, hier von induktiver Verallgemeinerung zu sprechen: es wäre aber doch auffallend, daß die Wissenschaft, welche überall sonst eine bei bestimmten Objekten beobachtete Erscheinung nur für die bestimmte Gattung, welcher

diese Objekte angehören, zum Gesetz erhebt, hier auf einmal dieser Regel untreu geworden wäre, und Sätze, welche nur für eine eng begrenzte Gruppe von Objekten sich verifizieren lassen, unbedenklich, und zwar mit apodiktischer Gewißheit, auf alle möglichen Objekte anzuwenden sich getraute. Wir müßten doch, so scheint es etwas davon bemerken, daß die Gewißheit der arithmetischen Gesetze eine geringere wäre für Fixsterne als für Planeten, für Häuser als für Bausteine, für Flüsse als für Wassertropfen, — sowie wir zweifellos bemerken, daß die Gewißheit des Gravitationsgesetzes eine geringere ist für Atome und Moleküle, wo wir dasselbe nicht haben verifizieren können, als für Himmelskörper (20). — Es wird vielleicht der eine oder der andere meinen, in allen Fällen, wo die arithmetischen Gesetze sich nicht durch direkte Beobachtung verifizieren lassen, sei es doch möglich, die Aufmerksamkeit zuerst allen drei Objekten zusammen, sodann zweien derselben und dem dritten getrennt zuzuwenden; und eben auf diese Möglichkeit beziehen sich die arithmetischen Gesetze. Durch diese Bemerkung würde man sich zweifellos dem richtigen Standpunkte nähern: aber ebenso gewiß hätte man damit dem Standpunkte Mills den Rücken gewendet. Denn damit wäre anerkannt, daß die arithmetischen Gesetze es nicht mit verschiedenen physikalischen Tatsachen, sondern mit verschiedenen subjektiven Betrachtungsweisen einer nämlichen Tatsache zu tun haben; während eben in der Behauptung, daß die arithmetischen Gesetze Naturgesetze seien und als solche auf gegebene objektive Erscheinungen sich beziehen, der Schwerpunkt der Millschen Anschauung liegt.

Zu ähnlichen Bemerkungen, wie die Allgemeinheit und Apodiktizität der arithmetischen Urteile, gibt auch die denselben anhaftende absolute Genauigkeit Veranlassung. Die physikalischen Tatsachen, aus denen nach Mill die arithmetischen Gesetze abstrahiert sein sollen, sind nicht nur nicht allgemein, sondern auch nicht exakt. Denn erstens ist schon die Mangelhaftigkeit unserer Sinnesorgane und Instrumente Ursache, daß die Ergebnisse der sinnlichen Wahrnehmung niemals, und demnach auch hier nicht, vollkommene Exaktheit beanspruchen können. Wer auf einer geraden Linie hundert Stücke von je 1 cm abmißt, wird wahrscheinlich finden, daß die Gesamtlänge der abgemessenen Strecke entweder mehr oder weniger als

1 m beträgt; wer von 100 Pfund einer Ware hundertmal ein Pfund abwägt, wird entweder nicht auskommen oder etwas übrig behalten. Aber auch wenn wir von diesen Beobachtungsfehlern absehen, sind die Naturerscheinungen keineswegs immer darauf angelegt, die exakte Geltung der arithmetischen Gesetze in dem Sinne Mills zu bestätigen. Der „sinnliche Eindruck“ den die Beobachtung einer Mischung von 1 l Alkohol und 1 l Wasser in uns erzeugt, entspricht keineswegs dem sinnlichen Eindruck, den wir der Beobachtung einer Mischung von 1 l Wasser mit noch 1 l Wasser verdanken: die Summe von 1 und 1 wäre demnach nicht immer = 2. Selbst dem scheinbar identischen Satze $1 = 1$ dürfte keine vollkommen exakte Geltung zugeschrieben werden; denn wenn wir ein Objekt zweimal beobachten, kann sich zwischen den beiden Beobachtungen in demselben etwas geändert haben; es kann sogar in mehrere Stücke zerfallen, also zu 2 oder 3 Objekten geworden sein — Mill hat diese Schwierigkeiten dadurch zu lösen versucht, daß er den arithmetischen Sätzen nur hypothetische, durch die Gleichheit der Einheiten (und wohl auch durch die Abwesenheit störender Umstände) bedingte Geltung zuerkannte (a. a. O., I, 297). Aber er hat nicht erklärt, warum wir, wenn spätere Beobachtung die Ergebnisse unserer Rechnung nicht vollkommen genau bestätigt, sofort und ohne den Schatten eines Zweifels Beobachtungsfehler oder Veränderungen in dem Objekte der Untersuchung für diese Abweichung verantwortlich machen, und an die Möglichkeit, daß die arithmetischen Gesetze eine Ausnahme erleiden sollten, selbst nicht denken. Die empirische Naturwissenschaft macht es anders. Allerdings wird auch sie, wenn einmal die Beobachtung nicht zur Theorie paßt, an erster Stelle untersuchen, ob nicht störende Umstände oder Beobachtungsfehler die Abweichung erklären können: aber keineswegs wird sie von vornherein die Möglichkeit ausschließen, daß die Theorie selbst der Korrektur bedürfen sollte. Selbst einer so durchsichtigen und allseitig bestätigten Theorie wie derjenigen der Gravitation gegenüber haben Forscher wie Newton, Euler, Gauß es nicht unterlassen, auf diese Möglichkeit Rücksicht zu nehmen. Nur den mathematischen Gesetzen gegenüber erhebt sich niemals der Schatten eines Zweifels; nur hier werden immer wieder die Tatsachen an der Theorie und wird niemals die Theorie an den Tatsachen ge-

messen. Wenn die mathematischen Gesetze bloße Abstraktionen aus der Erfahrung wären, so ließe sich die Ausnahmestellung, welche dieselben den anderen Naturgesetzen gegenüber einnehmen, wohl kaum erklären.

Es kommen zuletzt noch einige andere Tatsachen des Denkens in Betracht, welche der Millschen Auffassung aufs bestimmteste zu widersprechen scheinen. — Wenn in der Tat die Arithmetik, wie Mill behauptet, nur die Wissenschaft von den verschiedenen möglichen Gruppierungen gegebener Objekte ist, so muß es sonderbar erscheinen, daß sie nicht auch für solche Gruppierungen, welche keine Trennung oder Verbindung zustande bringen, sich Ausdrücke geschaffen hat. Sämtliche drei Gegenstände, meint Mill, lassen sich entweder so: **, oder so: *** ordnen; und eben diese Tatsache soll der arithmetische Satz $3 = 2 + 1$ zum Ausdruck bringen. Nun lassen sich aber drei Gegenstände auch ohne Trennung verschiedenartig ordnen, etwa so: ** und so: ***; und auch von diesen Anordnungen gilt der Satz „that they do not make the same impression on our senses“. Es ist von dem Standpunkte Mills durchaus nicht einzusehen, warum die Arithmetik diese Tatsache ignorieren sollte; vielmehr wäre zu erwarten gewesen, daß sie jene beiden möglichen Anordnungen durch verschiedene Zeichen (etwa 3 und 3') angedeutet und sodann den Satz $3 = 3'$ in ihre Lehrbücher aufgenommen hätte. Dennoch hat sie etwas Derartiges niemals getan, und fühlt auch ein jeder gleichsam instinktiv, daß solche Sätze in die Arithmetik nicht hingehören. Diese Tatsachen verdienen im höchsten Grade unsere Aufmerksamkeit. Denn wo das gegebene Denken mit Begriffen operiert, über deren Inhalt es keine klare Rechenschaft abzulegen vermag, lassen sich Hypothesen über diesen Inhalt nur durch den Nachweis, daß sie zum gegebenen Denken passen, begründen. Wenn also Konsequenzen, welche sich aus der Millschen Auffassung der arithmetischen Begriffe mit Notwendigkeit ergeben, vom gegebenen Denken aufs bestimmteste abgelehnt werden, so hat dieses Resultat die volle Bedeutung eines erkenntnistheoretischen, die Unrichtigkeit jener Auffassung beweisenden Experiments. — Wenn demnach durch verschiedene Gruppierung gegebener Objekte verschiedenartige sinnliche Eindrücke erzielt werden können, welche in der Arithmetik nicht zum Ausdruck kommen, so haben wir umgekehrt gefunden, daß in denjenigen

Fällen, wo die gegebenen Objekte keine verschiedene Gruppierung zulassen, dennoch die arithmetischen Sätze mit vollster Gewißheit angewendet werden. Und denken wir uns schließlich eine Welt, in welcher alles vollkommen unbeweglich wäre und demnach die verschiedenen sinnlichen Eindrücke Mills ein für allemal ausgeschlossen wären, so erscheint es uns dennoch als selbstverständlich, daß für eine solche Welt die arithmetischen Gesetze ihre volle und ausnahmslose Geltung behalten müßten. — Die hier erörterten Tatsachen des Denkens, welche ein jeder durch einfache Selbstbesinnung kontrollieren kann, beweisen zur Genüge, wie lose die Verbindung zwischen der Millschen Theorie und den gegebenen Tatsachen ist. In der Tat scheint Mill sich weniger die Aufgabe gestellt zu haben, zu untersuchen, was wir tatsächlich mit den arithmetischen Begriffen meinen, als vielmehr diese, zu untersuchen, was wir mit diesen Begriffen meinen müssen, wenn die Arithmetik eine empirische Naturwissenschaft sein soll. Letzteres darf aber nicht vorausgesetzt, sondern müßte eben bewiesen werden. Der Fehler Mills besteht darin, daß er, indem er von dem berechtigten Postulate ausgeht, alles Wissen um Gegebenes müsse in diesem Gegebenen begründet sein (2), aus diesem Postulate heraus die Wissenschaft konstruiert, statt sie zu nehmen so wie sie ist, und dann zu versuchen, sie dem Postulate unterzuordnen. In genau derselben Weise versuchte etwa Descartes, aus dem Postulate der mechanischen Weltauffassung heraus die Welt zu konstruieren; während die spätere Naturwissenschaft gelernt hat, zuerst die Erscheinungen, so wie sie vorliegen, möglichst genau zu studieren, und dann zu fragen, wie sie sich mit dem Postulate in Einklang bringen lassen. In dem einen sowie in dem anderen Falle war es die Unterschätzung der unendlichen Komplikation des Gegebenen, welche die Forscher irreführte. Es scheint so leicht, wenn man die allgemeinen Bedingungen für die Denkbarkeit einer Gruppe von Erscheinungen kennt, nach einem raschen Blicke auf die Erscheinungen selbst zu entscheiden, wie dieselben weiterhin beschaffen sein müssen, um diesen Bedingungen zu genügen: immer wieder beweist aber die nähere Untersuchung, daß die Wirklichkeit reicher ist, als wir ahnten, und in einer ganz anderen Weise als derjenigen, welche wir als die einzig mögliche aufgestellt hatten, jenen Bedingungen zu ge-

nügen weiß. Durch solche Erfahrungen hat die Naturwissenschaft Respekt vor den Tatsachen gelernt; die jüngere Erkenntnistheorie braucht sich nicht zu schämen, bei ihr in die Schule zu gehen. Aber sonderbar genug: gerade diejenigen Erkenntnistheoretiker, welche alles und jedes Wissen für empirisch entstanden ansehen, halten es nicht für nötig, diese Ansicht, entsprechend den Forderungen der empirischen Methode, an dem gegebenen Wissen zu verifizieren. Wie leicht Mill und die Seinigen es mit ihren „Beweisen“ nehmen, möge folgendes, von Mill beifällig angeführtes Zitat aus der anonymen Schrift „Essays, by a Barrister“, klarlegen. „Consider this case. There is a world in which, whenever two pairs of things are either placed in proximity or are contemplated together, a fifth thing is immediately created and brought within the contemplation of the mind engaged in putting two and two together. This is surely neither inconceivable, for we can readily conceive the result by thinking of common puzzle tricks, nor can it be said to be beyond the power of Omnipotence. Yet in such a world surely two and two would make five. That is, the result to the mind of contemplating two two's would be to count five. This shows that it is not inconceivable that two and two might make five.“ Und Mill sagt noch einmal, daß hier „it is ingeniously shown, that the reverse of the most familiar principles of arithmetic . . . might have been conceivable, even to our present mental faculties, if those faculties had coexisted with a totally different constitution of external nature“¹⁾. Nun bitte ich aber den Leser, zu überlegen, was hiermit eigentlich „bewiesen“ ist. Doch wohl nichts weiter, als daß, wenn die empiristische Theorie recht hat, wenn also wirklich die arithmetischen Gesetze nur auf Abstraktionen aus gegebenen sinnlichen Eindrücken sich beziehen, die Sache sich solcherweise verhalten muß. Ob aber jene Voraussetzung erfüllt ist, und ob demnach diese Folgerung zutrifft, das bleibt vollkommen problematisch, solange wir in eine Welt wie die vom Verfasser der „Essays“ fingierte, keinen Zutritt haben. Versuchen wir uns aber in eine solche Welt hineinzudenken und also durch ein Gedankenexperiment zu entscheiden, wie wir uns in derselben verhalten würden, so finden wir, daß wir wahrscheinlich genau so verfahren

¹⁾ Mill, An examination of Sir W. Hamiltons philosophy, 6th ed. London, 1889, S. 89.

würden, wie wir in unserer Welt verfahren, wenn die arithmetischen Gesetze scheinbare Ausnahmen erleiden: wir würden die arithmetischen Gesetze handhaben und das Auftreten eines fünften Körpers, sooft deren vier zusammenkommen, als ein physisches Problem betrachten. Denken wir uns dagegen in eine Welt hinein, wo etwa das Gravitationsgesetz, das Gesetz der geradlinigen Bewegung der Lichtstrahlen oder ein anderes empirisches Naturgesetz nicht mehr gelten sollte, so finden wir, daß wir einfach andere Gesetze an die Stelle derselben würden treten lassen. Der von Mill hervorgehobene Fall, soweit derselbe etwas beweisen kann, kehrt sich demnach gegen seine eigene Theorie.

33. Geometrische und chronometrische Theorien. Genau so wie die logische (21), haben manche Forscher auch die arithmetische Gewißheit auf geometrische Grundüberzeugungen zurückzuführen versucht. So behauptet Kroman, „die Arithmetik (sei) ebenso wie die Geometrie in letzter Instanz eine Lehre von Raumbildern“. „Um zu beweisen, daß nicht nur $2 + 3 = 3 + 2$, sondern daß überhaupt $a + b = b + a$ ist, denkt man sich z. B. eine außerordentlich lange Gerade mit einem Anfangspunkte o , einer Marke für einen bestimmten Abstand a von diesem und einer anderen für den bestimmten Abstand $a + b$. Dadurch, daß man diese Marken auf der Geraden gleiten läßt, vergewissert man sich dann, daß $a + b = b + a$ ist, welche Größen a und b man auch annehmen möge“ (a. a. O., 105, 112).

Die Motive für diese Auffassung lassen sich unschwer erraten. Die gewöhnliche Auffassung, nach welcher die „Einheiten“ der Arithmetik beliebige Dinge sein sollten, bietet schon bei der Behandlung der natürlichen Zahlen Schwierigkeiten, welche bei jeder Erweiterung des Zahlengebietes sich deutlicher erkennen lassen. Den arithmetischen Einheiten wird vollkommene Gleichheit zugeschrieben; tatsächlich ist aber ein Ding dem anderen niemals vollkommen gleich; und die Dinge, auf welche die arithmetischen Gesetze angewendet werden, können einander selbst sehr ungleich sein. Was aber negative, gebrochene, irrationale oder imaginäre Dinge bedeuten sollten, ist vollends nicht einzusehen. — Nun gibt es aber wenigstens eine Klasse von Objekten, wo diese Schwierigkeiten hinwegfallen: nämlich gleiche Abschnitte einer Abszissenachse. Denn hier haben wir nicht nur unsere vollkommen

gleichen Einheiten, sondern es lassen sich auch die negativen, gebrochenen, irrationalen, und (wenn wir eine zweite Achse hinzunehmen) die imaginären Einheiten ohne Mühe unterbringen. So lag es denn nahe, diese gleichen Abschnitte einer Abszissenachse als die typischen, eigentlichen und wahren Einheiten zu betrachten, an welchen die arithmetischen Sätze bewiesen und von welchen sie auf andere Gegenstände übertragen werden müssen.

Daß aber in dieser Weise die vorliegenden Probleme nicht wirklich gelöst werden, braucht wohl kaum ausführlich nachgewiesen zu werden. Es ist nun einmal Tatsache, daß im gegebenen Denken die arithmetischen Sätze nicht bloß auf gleiche Linienabschnitte, sondern auf alles mögliche angewandt werden: und wenn man auch jenes aus der räumlichen Anschauung erklären könnte, so wäre doch dieses damit noch keineswegs erklärt. Es nützt auch nichts, von einer Übertragung der arithmetischen Gewißheit von den geometrischen auf andere Gegenstände zu sprechen: denn es bliebe eben die Frage, wie wir zu dieser Übertragung gelangen. Wenn in der Tat die Bedingungen für die Geltung der arithmetischen Gesetze nur bei Linienabschnitten verwirklicht sind, so hat es doch offenbar keinen Sinn, diese Gesetze auch auf andere Gegenstände, bei denen diese Bedingungen fehlen, zu übertragen. Mit gleichem Rechte, so scheint es, könnte auch etwa die Eindimensionalität, mitsamt ihren Korollarien, von den Linienabschnitten auf sämtliche anderen Objekte „übertragen“ werden! Offenbar bringt uns die geometrische Theorie zur Erklärung der Tatsachen des arithmetischen Denkens um keinen einzigen Schritt weiter.

Ähnliches muß, und zwar aus den nämlichen Gründen, von den chronometrischen Theorien der Arithmetik gelten, nach welchen die Zeit der eigentliche Gegenstand des arithmetischen Wissens wäre. Auch für diese Auffassung lassen sich die Motive leicht angeben. Denn erstens haben gleiche und sich unmittelbar sukzedierende Zeitabschnitte die nämlichen Eigenschaften, durch welche gleiche Linienabschnitte sich so vorzüglich zu Vertretern der arithmetischen Einheiten eignen; und zweitens findet die arithmetische Grundoperation, das Zählen, notwendig in der Zeit statt. Drittens aber mußte die Analogie, welche einerseits zwischen Raum und Zeit, andererseits zwischen Geometrie und Arithmetik besteht, notwendig zur Vermutung

führen, daß, so wie jene die Wissenschaft vom Raume, diese die Wissenschaft von der Zeit sei; um so mehr, da die Zeit eine ein-dimensionale Größe ist und Eine Dimension, wie wir gesehen haben, im wesentlichen zur bildlichen Darstellung arithmetischer Verhält-nisse genügt. Daß sich aber diese Analogie nicht durchführen läßt, daß die Arithmetik nicht in dem nämlichen Sinne Zeitmessung ist, wie die Geometrie Raummessung, erhellt aus der einfachen Er-wägung, daß, wenn auch das Zählen wie jeder Denkprozeß Zeit erfordert, es dennoch im unregelmäßigsten Tempo erfolgen kann, ohne seine Bedeutung zu verlieren. Übrigens bliebe auch für die chronometrische Theorie die Übertragung der arithmetischen Eigenschaften auf die gesamte Wirklichkeit ein ungelöstes Problem.

34. Die Grundlage der Arithmetik: Das Zählen. Wir wollen jetzt versuchen, die Denkprozesse, welche das Individuum, und soweit wir sehen können auch die Menschheit, zur Aufstellung der arithmetischen Sätze führen oder geführt haben, zu rekon-struieren, um dadurch über die Bedeutung, welche den arithme-tischen Begriffen im gegebenen Denken zukommt, uns näher zu unterrichten.

Der Anfang alles Rechnens ist jedenfalls das Zählen. Was ist nun eigentlich dieses Zählen? Fragen wir noch etwas genauer: in welcher Weise wird dem Kinde die Kunst des Zählens und die Erkenntnis der Zahlen beigebracht? Bekanntlich werden dem Kinde einige Gegenstände vorgelegt; von dem Unterrichtenden wird der Reihe nach auf jeden derselben hingewiesen, und werden dabei die Laute „eins“, „zwei“, „drei“ usw. ausgesprochen. Durch die endlose Wiederholung dieses Spieles erreicht man ein doppeltes Resultat: erstens werden diese Laute in dieser be-stimmten Reihenfolge bald von dem Kinde auswendig behalten, zweitens lernt es dieselben in der bezeichneten Weise, indem es vorliegende Objekte sukzessiv mit je einem dieser Laute zusammen denkt, anzuwenden. Wird nun für einen bestimmten Fall das Ergebnis dieses Prozesses von dem Unterrichtenden in dem Satze: dies sind fünf Steinchen, zusammengefaßt, so kann das Kind sich dabei offenbar nichts anderes denken als: diese Steinchen lassen sich mit den Lauten eins bis fünf in der bezeichneten Weise ohne Überschuß zusammenfassen. — Gesetzt nun, daß das Kind es zeitlebens nicht weiter als bis zu dieser Anwendung der Zahl-

wörter brächte (was bei wilden Völkern und Ungebildeten vielfach vorkommt), welchen Nutzen würde es dann daraus ziehen können? Offenbar ist es an sich wenig interessant, zu wissen, daß sich bestimmte vorliegende Objekte mit den Lauten eins, zwei, drei usw. paarweise und ohne Überschuß im Denken zusammenfassen lassen. Aber es kann einem sehr interessant sein, zu wissen, ob sich bestimmte vorliegende Objekte mit bestimmten anderen Objekten in dieser Weise zusammenfassen lassen. Gesetzt, ich besitze einige Geldstücke, brauche davon jeden Tag eines und erwarte erst mit Anfang des nächsten Monats neue Zufuhr: so ist es mir sehr interessant, zu wissen, ob ich für jeden kommenden Tag des laufenden Monats ein Geldstück habe oder nicht. Davon kann ich mich überzeugen, indem ich die Tage und die Geldstücke paarweise im Denken zusammenfasse; also etwa, wenn jetzt Donnerstag ist, die Worte Freitag, Sonnabend, Sonntag, Montag usw. vor mir hinsage, jedesmal ein Geldstück auf den Tisch lege und sehe, ob ich auskomme. — Nun kann ich aber, wenn ich wissen will, ob sich zwei Gruppen von Objekten in der bezeichneten Weise ohne Überschuß paarweise zusammenfassen lassen, nicht immer, wie in dem angeführten Fall, direkt die Probe machen. Denn es kann sein, daß ich die Objekte nicht gleichzeitig, sei es in Wirklichkeit, sei es in der bloßen Vorstellung, zusammenhabe. Ich wünsche etwa zu wissen, ob ich in einer oder in der anderen Woche mehr Geld ausgegeben habe, oder ob von zwei Wäldern der eine oder der andere mehr Bäume hat: da kann ich unmöglich auf direktem Wege mich davon überzeugen, ob und an welcher Seite die paarweise Zusammenfassung dieser Objekte einen Überschuß zurücklassen würde. Unter solchen Umständen kann nun die auswendig gelernte Reihe der Zahlwörter treffliche Dienste leisten. Denn ich brauche nur die Geldstücke der einen Woche oder die Bäume des einen Waldes zu zählen, d. h. mit den Zahlwörtern von eins an paarweise zusammenzufassen, und dann die nämliche Operation mit den Geldstücken der anderen Woche oder den Bäumen des anderen Waldes auszuführen, um schließlich, durch Vergleichung der in den beiden Fällen verwendeten Zahlwörterreihen, das gesuchte Verhältnis festzustellen. In diesen und ähnlichen Fällen erfüllt die Reihe der Zahlwörter offenbar die Rolle eines Maßstabes, mittels dessen wir zwei Erscheinungsgruppen

in bezug auf die Möglichkeit der paarweisen Zusammenfassung untersuchen. Genau so, wie wir überall, wenn wir zwei durch Raum oder Zeit getrennte Gegenstände in bezug auf irgend welche Eigenschaft vergleichen wollen, dazu einen Maßstab verwenden, den wir sukzessiv an die beiden Gegenstände anlegen, also für Gewichtsverhältnisse das Kilogramm, für Längenverhältnisse das Meter usw., genau so vergleichen wir zwei Gruppen von Objekten in bezug auf ihre Anzahl mittels des Maßstabes, den wir in der Zahlenreihe besitzen. Es ist übrigens klar, daß dieser Maßstab, ebenso wie jene anderen, ein Produkt willkürlicher Feststellung und als solches keineswegs der einzig mögliche ist. Im Prinzip könnte jede der Anzahl nach bestimmte und nicht an einem festen Orte gebundene Gruppe von Objekten die nämlichen Dienste leisten: also etwa Einschnitte in einem Kerbstock, Kieselsteine, die Finger der Hände usw. Tatsächlich werden auch auf niedrigeren Bildungsstufen alle diese Objekte als Zählmittel benutzt: in bezug auf ihre praktische Anwendbarkeit stehen sie aber sämtlich hinter einer im Gedächtnis aufbewahrten, geordneten Reihe beliebiger Laute weit zurück. Denn erstens hat man diese Laute, sooft man dieselben als Maßstab für die Vergleichung verschiedener Anzahlen gebrauchen will, immer zur Hand, während Kerbstock oder Kieselsteine einem nicht immer zu Gebote stehen. Zweitens kann man übereinkommen (wie in unserem Zahlensystem), diese Laute solcherweise auseinander zu konstruieren, daß sich die Reihe derselben ins Unbegrenzte fortsetzen läßt, während andere Zählmittel doch immer nur in begrenzter Anzahl vorliegen. Drittens aber wird es durch die Einführung der geordneten Zahlenreihe außerordentlich viel leichter, bestimmte Anzahlen im Gedächtnis zu behalten und anderen mitzuteilen, als sonst der Fall sein würde. Wer die Anzahl gegebener Objekte etwa durch paarweise Zusammenfassung mit Kieselsteinen bestimmt hätte, könnte das Ergebnis seiner Untersuchung nur durch Hinweisung auf diese Kieselsteine anderen mitteilen oder sich selbst vergegenwärtigen; wer dagegen gefunden hat, daß gegebene Objekte sich mit den Zahlwörtern von „eins“ bis „fünfundzwanzig“ ohne Überschuß paarweise zusammenfassen lassen, braucht nur letzteren Wortlaut im Kopfe zu behalten, um sich selbst und jeden, der die Zahlenreihe kennt, so-

fort über die gefundene Anzahl zu orientieren. Dem steht allerdings der Nachteil gegenüber, daß diese Art der Mitteilung nur unter Sprachgenossen möglich ist; im Verkehr mit Fremden wird man immer wieder genötigt sein, Finger oder Kieselsteine als Zählmittel zu verwenden. Von diesem verhältnismäßig seltenen Fall abgesehen, bietet aber die geordnete Zahlenreihe so entschiedene Vorteile, daß sich die allgemeine Verbreitung dieses Zählmittels leicht erklären läßt.

Wir fassen die Ergebnisse unserer Untersuchung kurz zusammen. Wenn wir zwei Gruppen von Objekten, welche sich paarweise ohne Überschuß im Denken zusammenfassen lassen, gleichzählig nennen, so kommt der Begriff des Gleichzähligen historisch und logisch vor dem Begriff der Zahl. Aus den tatsächlichen Schwierigkeiten, welche bei räumlich oder zeitlich getrennten Objekten der direkten Entscheidung über die Gleichzähligkeit derselben im Wege stehen, entsteht das Bedürfnis eines allgemein anwendbaren Maßstabes; und als einen solchen hat man (der Sprachgeschichte zufolge nach und aus anderen Zählmitteln) die Zahlenreihe konstruiert.

Da nun diese Auffassung vom Ursprung und Sinn der Zahlbegriffe in sehr wesentlichen Punkten auf das oben angeführte Buch von Frege zurückweist, mag hier auf die von Cassirer¹⁾ an Frege geübte Kritik, sofern sie auch meine Darstellung trifft, kurz eingegangen werden. Wenn also erstens Cassirer glaubt, „das ‚Wieviel‘ der Elemente im gewöhnlichen Sinne (lasse) sich durch keine logische Umdeutung in eine bloße Aussage über das ‚Gleichviel‘ umwandeln“ (S. 62), so wäre darauf zu erwidern, daß nach obigem die Angabe des „Wieviel“ einer Gruppe von Objekten nur bedeutet, daß es von diesen Objekten „gleichviel“ gebe wie Zahlen von 1 bis zur angegebenen; und wenn er des weiteren darauf hinweist, daß der Einzelzahl „nur als Stelle im Gesamtsystem ein fester Wert zukommt“ (S. 62), so ist allerdings der praktische Nutzen einer festen Ordnung der Zahlreihe unbedingt zuzugeben, zugleich aber, da bei anderen Zählmitteln wie Kerbstock und Finger der Hand diese feste Ordnung fehlt, ihre wesentliche Bedeutung für den vorliegenden Zweck zu beanstanden. Sodann zeigen sich nach Cassirer (S. 65) „schon

¹⁾ Substanzbegriff und Funktionsbegriff, Berlin 1910, S. 59—70.

in der Erklärung der Null erhebliche Schwierigkeiten: denn es hat offenbar keinen Sinn, von der wechselseitigen eindeutigen Zuordnung der Glieder verschiedener Klassen noch in dem Fall zu sprechen, daß diese Klassen, ihrer Definition nach, keine Glieder besitzen“; es trete aber besonders dann „der Zirkel in der Erklärung . . . deutlich hervor, sobald zur Definition der ‚Eins‘ fortgeschritten wird. Was es heißt, ein Element als ‚eins‘ aufzufassen, das wurde hier schon von Anfang an als bekannt vorausgesetzt; denn die ‚Gleichzähligkeit‘ zweier Klassen wurde lediglich dadurch erkannt, daß wir jedem Element der ersten Klasse eins und nur eins der zweiten zuordneten“. Ich möchte darauf zum ersten antworten, daß in der Tat die Null beim Zählen keine Rolle spielt: eben darum ist sie aber auch für die Arithmetik prinzipiell entbehrlich, wie sie denn tatsächlich in den griechisch-römischen Zahlensystemen fehlte, und erst im indisch-arabischen, wo die Bedeutung einer Ziffer mit ihrer Stelle sich ändert, praktisch nötig wurde um eine Stelle, wo keine Ziffer steht, als solche bezeichnen zu können. Was aber die Eins anbelangt, so wird, wie mir scheint, ein beliebiger Gegenstand erst dadurch, daß er gezählt wird, zur Eins im arithmetischem Sinne; daher denn nur der Umstand, daß in einigen Sprachen der unbestimmte Artikel und das erste Zahlwort durch den gleichen Laut angedeutet werden, den Schein veranlassen kann, als ob vor dem Zählen die Eins schon vorausgesetzt wäre. Und endlich scheint mir Entsprechendes auch von der Meinung Cassirers zu gelten, daß wir die Inbegriffe, welche wir der Anzahl nach miteinander vergleichen, „als Ganzes einander entgegensetzen und sie eben damit auch als ‚zwei‘ verschiedene auffassen müssen“ (S. 68). Allerdings können diese Inbegriffe, wie alle andere wahrgenommene oder gedachte Gegenstände, auch gezählt werden; wer aber die Exemplare irgendeines Inbegriffs zählt, also sie mit den Zahlen von 1 bis n paarweise zusammenfaßt, braucht keineswegs auch nur daran gedacht zu haben, daß der Inbegriff jener Exemplare und der Inbegriff der verwendeten Zahlen sich zusammen als zwei Inbegriffe zählen lassen. Ich bin also mit Cassirer im allgemeinen darüber einverstanden, daß die Zahlen nicht so etwas wie aus den Wahrnehmungen abstrahierte Klassenmerkmale sind, sondern durchaus auf einer subjektiven Funktion beruhen; dagegen kann ich in

denselben unmöglich „den allgemeinsten Ausdruck der Ordnungs- und Reihenform überhaupt“ sehen, sondern glaube, mit der Anerkennung der Zahlenreihe als eines willkürlich aber sehr praktisch gewählten subjektiven Maßstabes zur Vergleichung von Anzahlen auskommen zu können, um Inhalt und Form unserer arithmetischen Erkenntnis befriedigend zu erklären. Wie das gelingt, sollen die nächsten Paragraphen genauer ausführen.

35. Die Bedeutung der arithmetischen Formeln. Dem Vorhergehenden zufolge bedeutet die Zahlenreihe ursprünglich, für das Individuum sowie für die Gattung, nichts weiter als eine Reihe willkürlich gewählter, aber fest geordneter Laute, welche als Maßstab zur Vergleichung verschiedener Anzahlen gebraucht werden. Auf diese willkürlich gewählten, aber fest geordneten Laute beziehen sich nun sämtliche Sätze der reinen Arithmetik.

Was meinen wir eigentlich damit, wenn wir die Summe der reinen Zahlen 7 und 4 der reinen Zahl 11 gleichsetzen? Nichts weiter, als daß sich die bekannten Laute von „eins“ bis „sieben“ und von „eins“ bis „vier“ mit den Lauten von „eins“ bis „elf“ ohne Überschuß paarweise zusammenfassen lassen. In der Tat: wenn wir uns davon überzeugen wollen, daß der erwähnte Satz gilt, so zählen wir von „sieben“ an noch vier Schritte weiter: das heißt, wir zählen so lange weiter, bis die nach „sieben“ ausgesprochenen Zahlwörter sich mit den Zahlwörtern von „eins“ bis „vier“ paarweise zusammenfassen lassen. Allerdings haben wir vielleicht mit Bewußtsein nur die Wörter: „acht, neun, zehn, elf“ ausgesprochen oder gedacht: wenn wir uns aber darauf besinnen, warum wir denn eigentlich bei „elf“ aufgehört haben, so finden wir, daß wir gleichzeitig ganz leise „eins, zwei, drei, vier“ gezählt und bei derjenigen Zahl, welche mit „vier“ zusammenfiel, innegehalten haben. Allerdings kann es auch vorkommen (besonders bei größeren Zahlen), daß wir uns irgend eines anschaulichen Hilfsmittels bedienen; also etwa, um zu entscheiden, wieviel $13 + 9$ beträgt, neun Striche aufs Papier werfen und an diesen Strichen von „vierzehn“ bis „zweiundzwanzig“ zählen. Dann sind offenbar diese Striche wieder ein Maßstab, mittels dessen wir uns über die Gleichzähligkeit der beiden Zahlenreihen „eins ... dreizehn eins neun“ und „eins zweiundzwanzig“

unterrichten. In einer oder der anderen Weise ist aber die Gewißheit jeder beliebigen Additionsformel $a + b = c$ in der Einsicht begründet, daß sich die Zahlen 1 bis a und 1 bis b mit den Zahlen 1 bis c ohne Überschuß paarweise zusammenfassen lassen. Eben diesen Sachverhalt, und nichts weiter, drückt die reine Additionsformel aus.

Fragen wir nun zuerst, ob das in diesen reinen Additionsformeln enthaltene Wissen analytischer oder synthetischer Natur sei, so kann die Antwort nicht zweifelhaft sein. Denn diese Formeln beziehen sich nicht auf ein Gegebenes, sondern auf eine willkürlich festgestellte und überlieferte Reihe von Wortlauten, und sagen von denselben nur so viel aus, als sie dieser willkürlichen Feststellung verdanken. Für denjenigen, der die Zahlwörter als Glieder dieser Reihe kennt, müssen demnach die Additionsformeln analytische Urteile sein. Die entgegengesetzte Meinung rührt entweder daher, daß man an die angewandte Arithmetik denkt, wo die Zahlwörter Anzahlen von Objekten bedeuten, — oder aber daher, daß man vergißt, in die Definitionen der einzelnen Zahlen die Zahlenreihe selbst aufzunehmen. Es ist klar: wenn man „sieben“ bloß als „die Zahl nach sechs“ und „vier“ als „die Zahl nach drei“ definiert, so läßt sich aus diesen Definitionen nicht ableiten, daß es eine Zahl „elf“ gebe, welche $7 + 4$ gleichzustellen ist. Wenn man aber, wie es die Natur der Sache (31) erfordert, „sieben“ und „vier“ als diejenigen Zahlen definiert, welche in der als bekannt vorausgesetzten Zahlenreihe die Stellen nach „sechs“ und „drei“ einnehmen, so ist die Sache eine ganz andere. Denn daraus, daß in jener Zahlenreihe „acht“ nach „sieben“ kommt, folgt ohne weiteres, daß, wenn wir mit den Lauten „eins . . . sieben“ die gleichen Laute und mit dem Laute „acht“ den Laut „eins“ zusammendenken, wir die Laute „eins . . . acht“ den Lauten „eins . . . sieben eins“ eindeutig zuordnen können; und in durchweg gleicher Weise aus den Stellungen der Laute „neun“, „zehn“, „elf“, daß schließlich auch die Laute „eins . . . elf“ sich den Lauten „eins . . . sieben eins . . . vier“ eindeutig müssen zuordnen lassen. Für denjenigen, der die Zahlenreihe kennt, sind demnach sämtliche Formeln des Einsundeins (und nach 30 auch sämtliche Formeln des Einmaleins) analytische Urteile; ohne Erkenntnis der Zahlenreihe lassen sich dieselben aber überhaupt nicht beweisen.

Für größere, mehrziffrige Zahlen pflegt man die Additionsformeln durch einen abgekürzten Prozeß zu beweisen, über welchen wir noch einige Worte zu sagen haben. Den Satz: $832 + 156 = 988$ könnte man allerdings auch so beweisen, daß man von 833 an 156 Schritte weiter zählte und so die Möglichkeit nachwies, die Zahlen von 1 bis 832 und von 1 bis 156 mit den Zahlen von 1 bis 988 paarweise zusammenzufassen. Tatsächlich macht man es aber bekanntlich anders: man zählt 2 und 6, 3 und 5, 8 und 1 zusammen, und bekommt so die Summe 988 heraus. Allein dieser Prozeß läßt sich leicht dem früher erörterten Schema unterordnen. Die Zahlenreihe ist nämlich (von zehn an) solcherweise konstruiert, daß die späteren Zahlen immer durch ein wiederholtes Setzen der früheren gewonnen werden, und daß demnach in der gesprochenen oder geschriebenen Zahl n die Möglichkeit zum Ausdruck kommt, die Zahlen von 1 bis n mit den teilweise wiederholt gesetzten Zahlen von 1 bis 10 paarweise zusammenzufassen. So kommt in dem Worte „zweiunddreißig“ oder in dem Zeichen 32 die Tatsache zum Ausdruck, daß sich die Zahlen von 1 bis 32 mit den Zahlen 1 10, 1 10, 1 10, 1, 1 paarweise zusammenfassen lassen; ähnlich in dem Worte oder Zeichen 832 die Tatsache, daß sich die Zahlen von 1 bis 832 mit achtmal den Zahlen von 1 bis 100, dreimal den Zahlen von 1 bis 10 und zweimal der Zahl 1 zusammenfassen lassen, während die Zahlen von 1 bis 100 sich wieder mit zehnmal den Zahlen von 1 bis 10 zusammenfassen lassen. — Der erwähnte Abkürzungsprozeß besteht nun einfach darin, daß man für die Zahlen von 1 bis 832 eine gleiche Anzahl von anderen Zahlen, nämlich achtmal die Zahlen von 1 bis 100, dreimal die Zahlen von 1 bis 10 und zweimal die Zahl 1 substituiert; und ebenso für die Zahlen von 1 bis 156 einmal die Zahlen von 1 bis 100, fünfmal die Zahlen von 1 bis 10 und sechsmal die Zahl 1. Man überzeugt sich dann leicht, daß man durch Zusammenfügung dieser beiden Gruppen von neuen Zahlen neunmal die Zahlen von 1 bis 100, achtmal die Zahlen von 1 bis 10 und achtmal die Zahl 1 herausbekommt; während zuletzt aus der Einrichtung unserer Zahlenreihe wieder hervorgeht, daß sich diese Zahlen mit den Zahlen von 1 bis 988 paarweise müssen zusammenfassen lassen. Um dieses Resultat zu erreichen, hat man also das Gesetz anwenden müssen, daß zwei Gruppen von

Zahlen (oder anderen Objekten), welche sich mit einer dritten Gruppe jede für sich paarweise zusammenfassen lassen, sich auch untereinander paarweise müssen zusammenfassen lassen. Dieses Gesetz, welches ich das Substitutionsgesetz nenne, läßt sich aber aus dem Begriff der paarweisen Zusammenfassung analytisch begründen: denn wenn die Objekte der Gruppe A einmal mit den Objekten der Gruppe B und sodann mit den Objekten der Gruppe C sich paarweise zusammenfassen lassen, so braucht man nur diese beiden Operationen gleichzeitig stattfinden zu lassen oder als gleichzeitig stattfindend zu denken, um auch die Objekte der Gruppe B mit denjenigen der Gruppe C paarweise in je einem Denkkakt zusammengefaßt zu haben. — Die Art und Weise, wie die reinen Additionsformeln gewöhnlich für größere Zahlen bewiesen werden, geht demnach über den Rahmen des rein analytischen Beweises nicht hinaus.

Man wird leicht einsehen, daß auch das Assoziativitätsgesetz, welches wir früher als eine zum Beweis der Additionsformeln unumgängliche und aus den gangbaren Definitionen nicht ableitbare Voraussetzung anzuerkennen uns genötigt fanden (30), in den jetzt begründeten Definitionen der arithmetischen Begriffe analytisch enthalten ist. Denn wenn der Satz: $a + b + c = d$ nur bedeutet, daß die Zahlwörter $1, \dots, a, 1, \dots, b, 1, \dots, c$ sich mit den Zahlwörtern $1, \dots, d$ ohne Überschuß paarweise zusammenfassen lassen, so erhellt aus dem im vorigen Abschnitt begründeten Gesetz, daß dieses Ergebnis sich nicht ändert, wenn wir für die Zahlen $1, \dots, a, 1, \dots, b$ die damit paarweise zusammenfaßbaren Zahlen $1, \dots, (a + b)$, oder für die Zahlen $1, \dots, b, 1, \dots, c$ die damit paarweise zusammenfaßbaren Zahlen $1, \dots, (b + c)$ an die Stelle treten lassen; und daß demnach allgemein

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

ist. Es sind ja schließlich die nämlichen Zahllaute, nämlich $1, \dots, a, 1, \dots, b, 1, \dots, c$, welche in diesen verschiedenen Formeln auftreten; und da jeder derselben sich mit dem gleichen Laute aus einer anderen Formel zusammenfassen läßt, kann auch die paarweise Zusammenfassung sämtlicher Laute aus einer mit sämtlichen Lauten aus einer anderen Formel keine Schwierigkeiten bieten. — Es ist schließlich klar, daß aus der rein analytischen Natur der Additionsformeln, mit Rücksicht auf die bekannten

Definitionen der übrigen arithmetischen Operationen (30), die rein analytische Natur dieser übrigen Operationen, soweit dieselben nur auf natürliche Zahlen sich beziehen, unmittelbar folgt.

Dieser Beweisführung gegenüber ist nun von König¹⁾ die Frage aufgeworfen worden, ob nicht vielleicht die Konstruktion der Zahlenreihe selbst nur „durch eine synthetische Funktion des Denkens“ möglich sei, in welchem Falle „die Behauptung, daß die Arithmetik eine analytische Wissenschaft ist, nur in einem sehr eingeschränkten Sinne als richtig (würde) zugelassen werden können.“ In bezug auf diese Frage wäre zunächst daran zu erinnern, daß nicht die analytische oder synthetische Entstehungsweise der in einem Urteil vorkommenden Begriffe, sondern ausschließlich die analytische oder synthetische Entstehungsweise des Urteils selbst dasselbe analytisch oder synthetisch macht (26). Dürfte ein Urteil nur als analytisch gelten, wenn bei seiner Entstehung, direkt oder indirekt, überhaupt keine synthetischen Denkfunktionen beteiligt wären, so gäbe es einfach keine analytischen Urteile: denn schon die Begriffsbildung, schon die Wahrnehmung ist eine synthetische Denkfunktion. Nun nennen wir aber analytische Urteile (unabhängig von der Frage, wie die darin enthaltenen Vorstellungen und Begriffe entstanden sind) solche, welche ihre Evidenz nur der Analyse ihres Subjektbegriffes verdanken, oder mit anderen Worten, welche ausschließlich aus Definitionen aufgebaut worden sind; zur Widerlegung der Behauptung, daß die Arithmetik eine analytische Wissenschaft ist, müßte demnach nachgewiesen werden, daß zum Aufbau derselben neben den Definitionen noch andere Elementarurteile erfordert sind. Allerdings ließe sich auch die Möglichkeit denken, daß schon für die Aufstellung der Definitionen synthetische Voraussetzungen erfordert wären; in diesem Sinne weist König, durchaus zutreffend, auf die geometrischen Sätze hin, welche auch auf selbstgeschaffene, aber keineswegs auf freigeschaffene Objekte sich beziehen; und er fragt, ob die Zahlenreihe eine in jedem Sinne freie Konstruktion sei. Ich glaube aber, diese Frage gestrost bejahen zu dürfen. Wie wir später finden werden (40), erweist sich die Konstruktion der geometrischen Figuren deshalb als eine unfreie, weil wir es dabei unmöglich finden, ein

¹⁾ Phil. Mon. XXIX. S. 317.

Merkmal zu setzen, ohne zugleich andere, in demselben nicht schon enthaltene Merkmale mitzusetzen; dagegen verwendet die Arithmetik, wie oben nachgewiesen wurde, von jedem der Zahl-laute nur ein einziges Merkmal, welches sich eben auf seine Stellung in der Zahlenreihe bezieht. Ich vermag nicht einzusehen, wo hier die Unfreiheit der Konstruktion liegen sollte.

Es erübrigt noch zu bemerken, daß dem Vorhergehenden zufolge in der reinen Arithmetik das Gleichheitszeichen in einem uneigentlichen, von seiner sonstigen Bedeutung verschiedenen Sinne zur Anwendung kommt. Der Satz $7 + 4 = 11$ bedeutet nicht, daß die Zahlen 7 und 4 mit der Zahl 11, oder daß die Zahlen 1, ..., 7, 1, ..., 4 mit den Zahlen 1, ..., 11 identisch seien, sondern daß sich diese mit jenen ohne Überschuß paarweise zusammenfassen lassen. Daß man für diese Beziehung das Identitäts- oder Gleichheitszeichen verwendet, rührt wohl daher, daß hier wie überall die Anwendung der Theorie vorhergegangen ist; oder richtiger, daß die Theorie sich mit und in der Anwendung entwickelt und erst allmählich sich daraus abge sondert hat. Denn in der angewandten Arithmetik bedeutet in der Tat, wie wir sogleich sehen werden, der Satz $7 + 4 = 11$, daß die nämlichen Objekte, welche sich als $7 + 4$ zählen lassen, sich auch als 11 zählen lassen und umgekehrt, und behält demnach das Gleichheitszeichen seine ursprüngliche Bedeutung. — Übrigens ist die Verwendung dieses Zeichens auch in der reinen Arithmetik durchaus ungefährlich, da die Eigenschaft der Umkehrbarkeit, wodurch sich eben in praktischer Hinsicht die Identitätsurteile von den übrigen allgemeinen Urteilen unterscheiden (13, 29), auch den rein arithmetischen, auf die Möglichkeit der paarweisen Zusammenfassung verschiedener Zahlengruppen sich beziehenden Urteilen zukommt.

36. Die Anwendung auf die Wirklichkeit. Wir haben bis jetzt ausschließlich von denjenigen („rein arithmetischen“) Sätzen gehandelt, welche sich auf die Möglichkeit beziehen, zwei Gruppen von Zahlwörtern, bzw. Zahlzeichen, paarweise im Denken zusammenzufassen. Wir haben gefunden, daß diese Sätze durchweg analytischer Natur sind; die apodiktische Gewißheit derselben bietet uns demnach kein Problem. — Nun werden aber die nämlichen Sätze, mit gleicher apodiktischer Gewißheit, auch auf die

Wirklichkeit angewandt: wir behaupten, daß $7 + 4 = 11$ ist, nicht nur in dem Sinne, daß sich die Zahlen $1, \dots, 7, 1, \dots, 4$ mit den Zahlen $1, \dots, 11$ paarweise zusammenfassen lassen, sondern auch in dem Sinne, daß sieben und vier Objekte zusammen immer elf Objekte, und daß elf Objekte immer sieben und vier Objekte sein müssen. Eben durch diese Anwendung auf die Wirklichkeit bekommen die arithmetischen Sätze den Charakter wirklich allgemeiner, eine unbestimmte Vielheit einzelner Fälle unter sich befassender Urteile; während die Sätze der reinen Arithmetik nur auf ein einziges Objekt, die Zahlenreihe, sich beziehen und demnach eigentlich zu den singularen Urteilen gehören. — Es fragt sich nun, ob und wie sich das unbedingte Vertrauen, mit welchem wir die Arithmetik auf die Wirklichkeit anwenden, erklären läßt.

In welcher Weise wenden wir die arithmetischen Begriffe und Gesetze auf die Wirklichkeit an? Wohl erstens dadurch, daß wir die wirklichen Objekte zählen, also mit den Zahlwörtern von „eins“ an paarweise im Denken zusammenfassen. Die Ergebnisse dieses Zählens fassen wir in Urteilen wie „dies sind drei Steinchen“, „Rom hatte sieben Könige“, „es gibt vier Planeten, welche größer sind als die Erde“, zusammen, in welchen regelmäßig als Subjekt die Gesamtheit der Exemplare eines bestimmten Begriffs auftritt, während das Prädikat die Zahlen angibt, mit welchen diese Exemplare sich paarweise ohne Überschuß zusammenfassen lassen. Solche Urteile sind zweifellos synthetischer, aber sie sind keineswegs apriorischer Natur. Es sind Erfahrungsurteile, welche über das in der Erfahrung Gegebene nicht hinausgehen; auch keineswegs Notwendigkeit oder absolute Exaktheit in Anspruch nehmen. Daß es vier Planeten gibt, welche größer sind als die Erde, darüber haben wir bloß tatsächliche, durch die relative Vollkommenheit unserer Instrumente bedingte, jeden Tag der Verbesserung ausgesetzte Gewißheit; daß die Länge eines Weges, den ich gemessen habe, hundert Meter beträgt, das glaube ich keineswegs vollkommen genau, sondern bloß approximativ zu wissen. Urteile dieser Art sind demnach einfach synthetische Urteile aposteriori: in der tatsächlichen Gewißheit derselben steckt kein erkenntnistheoretisches Problem.

Etwas anders verhält es sich mit denjenigen Urteilen, in welchen nicht bloß die Begriffe, sondern auch die Sätze der

reinen Arithmetik auf die Wirklichkeit angewendet werden. Urteile wie: 7 Dinge und 4 Dinge sind = 11 Dinge, beziehen sich ohne Zweifel auf die Wirklichkeit, sind aber gleichzeitig apriorischer Natur. Denn ein jeder ist davon überzeugt, daß dieselben für alle wahrgenommenen und nichtwahrgenommenen Dinge gelten und notwendig gelten müssen. — Was ist aber eigentlich mit solchen Urteilen gemeint? Offenbar nichts weiter, als daß sämtliche Dinge, welche sich als $7 + 4$ zählen lassen (d. h. also, welche sich mit den Zahlen $1, \dots, 7, 1, \dots, 4$ paarweise ohne Überschuß zusammendenken lassen), sich auch als 11 zählen lassen und umgekehrt. Dieser Satz ist aber rein analytischer Natur: denn er folgt logisch aus dem entsprechenden Satze der reinen Arithmetik $7 + 4 = 11$, in Verbindung mit dem schon früher (35) analytisch begründeten Gesetz, daß zwei Gruppen von Objekten, welche sich mit einer dritten Gruppe jede für sich paarweise zusammenfassen lassen, sich auch untereinander paarweise zusammenfassen lassen. In der Tat: wenn ich gefunden habe, daß gewisse Objekte sich mit den Zahlen $1, \dots, 7, 1, \dots, 4$ paarweise zusammenfassen lassen, so brauche ich nur wieder jeder dieser Zahlen eine der Zahlen $1, \dots, 11$ zuzuordnen (was nach dem rein arithmetischen Satze $7 + 4 = 11$ immer geschehen kann), um die betreffenden Objekte auch mit den Zahlen $1, \dots, 11$ paarweise zusammengefaßt, also als 11 Objekte gezählt zu haben. — Auch die Anwendung der arithmetischen Sätze auf die Wirklichkeit geht demnach über die Grenzen des analytischen Denkens nicht hinaus. Die Gesetze der angewandten Arithmetik, genau so wie die Gesetze der angewandten Logik (22), können und dürfen absolut allgemeine und notwendige Geltung in Anspruch nehmen, weil es nicht Naturgesetze, sondern Denkgesetze sind. Diese Gesetze beziehen sich nicht auf die regelmäßige Verbindung verschiedener Naturerscheinungen, sondern sie beziehen sich auf die regelmäßige Verbindung verschiedener Auffassungsweisen der nämlichen Naturerscheinung. Die Ausdrücke „sieben Pferde und vier Pferde“ und „elf Pferde“ bezeichnen nicht etwas objektiv Verschiedenes, sondern genau dasselbe, welches wir nur nach Willkür entweder als $7 + 4$ oder als 11 zählen können. Die Möglichkeit dieser doppelten Auffassung aber ist ausschließlich in der Einrichtung jener Zahlenreihe begründet, welche wir im

vorhergehenden als ein Produkt rein willkürlicher Feststellung kennengelernt haben.

Wir sehen jetzt auch ein, was es bedeutet, wenn man in der Arithmetik die Einheiten als vollkommen gleich betrachtet. Diese Gleichheit bezieht sich nicht auf die gezählten Objekte in ihrer Totalität, sondern nur auf die Eigenschaft derselben, unter einen Begriff zu fallen, dessen Exemplare man gerade zählen will. Nur mit dieser Eigenschaft hat die Arithmetik es zu tun; in bezug auf diese Eigenschaft sind aber die gezählten Objekte sich wirklich gleich. Welcher aber der Begriff ist, dessen Exemplare man zählen will, das ist Sache rein willkürlicher Feststellung. Je nachdem man diesen Begriff bestimmt, werden sich daher die nämlichen Gegenstände auch verschiedenartig zählen lassen: das Zählen einiger Geldstücke wird anders ausfallen, wenn man dieselben als Exemplare des Begriffs „Münze“, als wenn man dieselben als Exemplare des Begriffs „Zahlungsmittel zum Werte einer Mark“ betrachtet. Hat man aber einmal den Begriff, dessen Exemplare man zählen will, bestimmt, so kommen diese Exemplare nur als solche in Betracht und dürfen in dieser Beziehung unbedenklich als gleich angesehen werden.

37. Ergebnisse. Das Gesamtergebnis unserer bisherigen Untersuchungen wäre demnach folgendes. Die Behauptung Mills, nach welcher die reinen Zahlen an sich nichts bedeuten sollten (32), ist unrichtig: die reinen Zahlen bedeuten eben die Glieder der Zahlenreihe, jene willkürlich angenommenen, fest geordneten Laute, welche wir als Maßstab, die Anzahl gegebener Objekte zu bestimmen, verwenden. Und zwar bedeutet ursprünglich jede Zahl nur einen jener Laute für sich; während sie später, der Kürze halber, zur Bezeichnung einer Reihe von jenen Lauten, deren erster „eins“ und deren letzter sie selbst ist, verwendet wird. Auf die Möglichkeit, verschiedene dieser Laute paarweise ohne Überschuß im Denken zusammenzufassen, bezieht sich die „reine Arithmetik“. — Von den „Zahlen“ müssen die „Anzahlen“, von dem Maßstabe das Objekt der Messung unterschieden werden. Während jene selbstgeschaffene Objekte sind, über welche wir demnach mit vollkommener Genauigkeit und Gewißheit urteilen können, sind diese in der Erfahrung gegeben, und ist unsere Erkenntnis derselben vielfach bloß wahrscheinlich und approxi-

mativ. Über die Möglichkeit, eine nämliche gegebene Anzahl durch verschiedene arithmetische Formeln auszudrücken, besitzen wir dagegen wieder apriorische Gewißheit, weil diese Möglichkeit nur durch die Einrichtung der Zahlenreihe bedingt wird. — Zur Erläuterung mag noch darauf hingewiesen werden, daß die Sache sich bei allen anderen willkürlich bestimmten Maßstäben genau so verhält. Daß $1\text{ m} = 10\text{ dm}$, wissen wir absolut genau und vollkommen gewiß; daß ein gegebener Stab 1 m lang ist, wissen wir bloß approximativ; daß aber alle Stäbe, welche 1 m lang sind, auch 10 dm messen, das können wir wieder vollkommen genau wissen. Überall ist unsere Erkenntnis des Maßstabes analytisch und apriorisch; der Eigenschaften gegebener Objekte, welche wir mittels desselben messen, synthetisch und aposteriorisch; der Beziehungen zwischen verschiedenen Weisen, diese Eigenschaften in jenem Maßstabe auszudrücken, wieder analytisch und apriorisch. Die Tatsachen des arithmetischen Denkens bieten nur einen Spezialfall dieses allgemeinen und vollkommen durchsichtigen Sachverhalts.

38. Die Erweiterung der Zahlenreihe. Die vorhergehenden Erörterungen reichen nur zur Erklärung derjenigen Sätze der reinen oder angewandten Arithmetik aus, welche ausschließlich auf ganze und positive, also auf die sogenannten natürlichen Zahlen, sich beziehen. Die Einführung negativer, gebrochener, irrationaler und imaginärer Zahlen gibt zu neuen Problemen Veranlassung. Denn was die reine Arithmetik anbelangt, führt offenbar die arithmetische Grundoperation, das Zählen, niemals über die Reihe der natürlichen Zahlen hinaus; und auch in der angewandten Arithmetik ist es keineswegs unmittelbar klar, was mit einer negativen, gebrochenen, irrationalen oder imaginären Anzahl von Gegenständen gemeint sein sollte. Der Satz, hier sind n Dinge, bedeutet ja nach dem Vorhergehenden nichts weiter als: diese Dinge lassen sich mit den Zahlen $1, \dots, n$ ohne Überschuß paarweise zusammenfassen; wird aber $n = -2, = \frac{1}{2}, = \sqrt{2}$ oder $= \sqrt{-1}$ gesetzt, so ist nicht einzusehen, wie sich diese ursprüngliche Bedeutung jenes Satzes aufrechterhalten ließe.

In den Lehrbüchern pflegt man die Erweiterung der Zahlenreihe entweder dadurch zu begründen, daß man Spezialfälle anführt, in welchen den neuen Zahlen eine anschauliche Bedeutung

beigelegt werden kann (33); oder aber dadurch, daß man willkürlich bestimmt, die arithmetischen Operationen sollen immer ausführbar sein, und demnach überall, wo in der natürlichen Zahlenreihe kein Zeichen vorkommt, welches die Aufgabe löst, ein neues Zeichen einführt, welches als die Lösung der Aufgabe angesehen wird (31). Weder in der einen noch in der anderen Weise wird aber die Sache vollständig aufgeklärt; für jenen Standpunkt müßte die Anwendbarkeit der neuen Zahlen auf andere als die betreffenden Objekte, für diesen ihre Anwendbarkeit auf Objekte überhaupt problematisch bleiben. Dem letzteren Standpunkte gegenüber kommt aber noch folgende Erwägung in Betracht. Die Wissenschaft hat ohne Zweifel das Recht, einen bestehenden Begriff zu erweitern: einzelne seiner Merkmale fallen zu lassen, oder andere, allgemeinere, an die Stelle derselben treten zu lassen. Aber sie hat nicht das Recht, ein Merkmal fallen zu lassen, und dennoch andere, welche von diesem Merkmale abhängen, zu handhaben. Sie war ohne Zweifel berechtigt, nachdem das Ozon entdeckt worden war, aus dem Begriff des Sauerstoffs das Merkmal eines spezifischen Gewichts = 16 fallen zu lassen und also den weiteren Begriff eines Stoffes, dem sämtliche bekannte Eigenschaften des Sauerstoffs, nur nicht ein bestimmtes spezifisches Gewicht, zukämen, aufzustellen. Aber sie würde nicht berechtigt sein, den Begriff eines Etwas aufzustellen, dem sämtliche bekannte Eigenschaften des Sauerstoffs außer dem Merkmal der Stofflichkeit zukämen. Denn ohne Stofflichkeit lassen sich eben die übrigen Eigenschaften des Sauerstoffs nicht denken: der aufgestellte Begriff enthielte demnach einen Widerspruch. Einen solchen Widerspruch enthielte nun aber auch der Begriff eines Etwas, welches ohne ein Produkt des Zählens, ohne demnach eine eigentliche Zahl zu sein, dennoch den Zahlgesetzen unterworfen wäre. Was die Zahlgesetze, was Addieren, Multiplizieren usw. eigentlich bedeuten, läßt sich nur an den Zahlen verständlich machen. Was es heißt, eine beliebige Zahl n zweimal nehmen, ist vollkommen klar: es heißt, so viele Zahlen von 1 an nehmen, als sich mit zweimal den Zahlen von 1 bis n paarweise zusammenfassen lassen (35). Was es aber heißen soll, eine Zahl (-2) mal, $\frac{1}{2}$ mal, $\sqrt{-2}$ mal, oder $\sqrt{-1}$ mal nehmen, ist nicht einzusehen. Das Multiplizieren ist eben eine Operation, welche ihrer Natur nach nur mit Zahlen, und mit nichts

anderem, ausgeführt werden kann. Mit etwas, welches keine zählbare Zahl ist, multiplizieren, hat einfach keinen Sinn. Wollte man aber in irgend welcher Weise den Begriff des Multiplizierens dahin erweitern, daß auch an sich sinnlose Zeichen als Multiplikator auftreten könnten, so wäre damit nicht die neue Multiplikation erklärt, sondern vielmehr die alte verdunkelt. Und offenbar muß das nämliche von den übrigen Operationen gelten. — Das unbedingte Vertrauen, womit tatsächlich die Wissenschaft negative, gebrochene, irrationale und imaginäre Zahlen in der Rechnung verwendet, kann demnach in dieser Weise nicht erklärt werden.

39. Die Erweiterung der Zahlenreihe: Fortsetzung. Wir wollen damit anfangen, diejenigen Fälle ins Auge zu fassen, wo den in der natürlichen Zahlenreihe nicht vorkommenden Zahlen eine reelle Bedeutung beigelegt werden kann. Was die negativen Zahlen in diesen Fällen bedeuten, hat schon Gauß vollkommen klar dargelegt. „Positive und negative Zahlen können nur da eine Anwendung finden, wo das Gezählte ein Entgegengesetztes hat, was mit ihm vereinigt gedacht der Vernichtung gleichzustellen ist. Genau besehen findet diese Voraussetzung nur da statt, wo nicht Substanzen (für sich denkbare Gegenstände), sondern Relationen zwischen je zwei Gegenständen das Gezählte sind. Postuliert wird dabei, daß diese Gegenstände auf eine bestimmte Art in einer Reihe geordnet sind, z. B. A, B, C, D, . . . und daß die Relation des A zu B als der Relation des B zu C gleich betrachtet werden kann. Hier gehört nun zu dem Begriff der Entgegensetzung nichts weiter als der Umtausch der Relation, so daß, wenn die Relation (oder der Übergang) von A zu B als $+1$ gilt, die Relation von B zu A durch -1 dargestellt werden muß. Insofern also eine solche Reihe auf beiden Seiten unbegrenzt ist, repräsentiert jede reelle ganze Zahl die Relation eines beliebig als Anfang gewählten Gliedes zu einem bestimmten Gliede der Reihe“¹⁾. — Solche entgegengesetzte Übergänge sind beispielsweise Bewegungen vorwärts und rückwärts, Gelderwerb und Schuldenmachen, der Übergang von einem früheren zu einem späteren und derjenige von einem späteren zu einem früheren Zeitpunkt usw. In all

¹⁾ Gauß, Werke, Bd. 2, S. 175—176.

diesen Fällen ist es klar, daß der Gegensatz des Positiven und Negativen nicht die Zahl, sondern das Gezählte betrifft; wenn a eine beliebige Relation oder einen beliebigen Übergang vorstellt, so bedeutet $-3a$ nicht, daß dieser Übergang -3 mal, sondern daß 3 mal ein anderer, diesem entgegengesetzter Übergang zustande gebracht werden muß. Ausdrücke wie etwa $3a$ und $-5a$ beziehen sich demnach auf verschiedene Einheiten; es sind ungleichnamige Zahlen, welche sich als solche (ohne Erweiterung des Begriffs, als dessen Exemplare sie gezählt werden: 36) ebensowenig addieren lassen, wie etwa 3 Äpfel und 5 Birnen. Nur der Umstand, daß diese verschiedenen Einheiten (die gezählten Übergänge der einen und der anderen Art) sich paarweise aufheben, ermöglicht es, für $3a + 5(-a)$ einfach $2(-a)$ oder $-2a$ zu schreiben. — Das Minuszeichen hat also hier nur die Aufgabe, den Charakter der in der Rechnung verwendeten Einheiten in bezug auf andere Einheiten zu bestimmen. Auch wo es in dem Multiplikator eines Produktes vorkommt, behält es die nämliche Bedeutung; woraus sich die Multiplikationsregeln für negative Zahlen von selbst ergeben. Denn genau so wie $-3a$ nur bedeutet, daß 3 mal eine dem a gleiche und entgegengesetzte Einheit genommen werden muß, bedeutet auch $-2(3a)$, daß 2 mal eine der neuen Einheit ($-3a$) gleiche und entgegengesetzte Einheit genommen werden muß; also $-2(3a) = 2(-3a) = -6a$ und $-2(-3a) = 2(3a) = 6a$.

Ähnlich verhält es sich mit den gebrochenen Zahlen. Auch hier haben wir es ursprünglich mit verschiedenartigen Einheiten, also mit Exemplaren verschiedener Begriffe zu tun; und zwar mit solchen, welche die Eigenschaft besitzen, daß n Einheiten der einen Art mit einer Einheit der anderen Art äquivalent sind. Wenn a eine beliebige Einheit vorstellt, so bedeutet demnach $\frac{3}{4}a$ nicht, daß diese Einheit $\frac{3}{4}$ mal, sondern daß 3 mal eine andere Einheit genommen werden muß, deren 4 mit jener ersteren Einheit äquivalent sind. Genau so wie die negativen Zahlen, sind demnach auch die Brüche eigentlich benannte Zahlen; daher auch ganze Zahlen und Brüche, oder Brüche mit verschiedenen Nennern, (ein sehr richtiges Wort), sich ohne weiteres ebensowenig addieren lassen wie positive und negative Zahlen. Nur das Verhältnis zwischen jenen verschiedenen Einheiten, welches in den Nennern zum Ausdruck kommt, ermög-

licht es auch hier, eine additive Verbindung zwischen denselben zustande zu bringen. — Für die irrationalen und imaginären Zahlen gilt das nämliche. Auch hier ist es im Grunde nicht die Zahl, sondern die Einheit, welche ihre Natur ändert: wenn in der Geometrie a eine beliebige Einheitsstrecke bedeutet, so sind $a\sqrt{2}$ und $a\sqrt{-1}$ andere Einheiten, welche sich rein arithmetisch in jene erstere nicht ausdrücken lassen, sondern deren Bedeutung geometrisch durch Hinweisung auf das Längenverhältnis zwischen Kathete und Hypotenuse im rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck, oder auf das Richtungsverhältnis verschiedener Achsen erklärt werden muß. — Überall wo die Zahlenreihe eine Erweiterung zu erfahren scheint, haben wir es demnach ursprünglich mit verschiedenartigen, aber in Beziehung aufeinander bestimmten Einheiten zu tun; wo solche Einheiten vorliegen, bietet die Einführung der negativen, gebrochenen, irrationalen und imaginären Zahlen kein Problem. Es fragt sich nur, aus welchen Gründen der Mathematiker sich berechtigt glaubt, das erweiterte Zahlensystem ganz allgemein, ohne zu fragen, ob die Einheiten, mit welchen er sich zurzeit beschäftigt, andere von der Form $-a, \frac{a}{2}, a\sqrt{2}$ oder $a\sqrt{-1}$ neben sich zulassen, seinen Operationen zugrunde zu legen.

Sehen wir uns zuerst noch einmal die Tatsachen an. — Wenn der Mathematiker die Bedingungen, denen eine gesuchte Lösung genügen muß, in Formeln bringt, so versäumt er nicht, darunter ausdrücklich oder stillschweigend auch die Bedingung aufzunehmen, daß gewisse Zahlen nicht negativ, gebrochen, irrational oder imaginär werden dürfen, und solcherweise von vornherein die Möglichkeit auszuschließen, daß Zahlen, denen keine reelle Bedeutung zukäme, im Resultate vorkommen sollten. Fängt dann die Arithmetik ihre Arbeit an, so steht sie einem Systeme von reinen Zahlengleichungen gegenüber, aus welchen sie durch Transformationen und Verbindungen den Wert der Unbekannten zu ermitteln sucht. Bei diesen Transformationen und Verbindungen wird nun das ganze Schema der negativen, gebrochenen, irrationalen und imaginären Zahlen vorausgesetzt und nötigenfalls als Durchgangsstadium benutzt. Es fragt sich, in welchem Sinne dies geschehen könne; da doch, wie wir gesehen haben, reine Zahlen sich nur als ganze positive denken lassen. Die

Antwort muß, wie mir scheint, lauten, daß, wenn auch reine Zahlen sich nur als ganze positive denken lassen, dennoch bei Operationen mit reinen Zahlen ohne Nachteil vorübergehend von ihren Anwendungen auf besondere Fälle, welche andere als ganze positive Zahlen zulassen, Gebrauch gemacht werden kann. Denn dieses Verfahren läßt sich in folgende (natürlich meistens nur unklar und ungesondert vorgestellte) Einzelschritte zerlegen. Aus dem Substitutionsgesetz folgt analytisch, daß eine für Zahlen geltende Gleichung auch für Anzahlen beliebiger Objekte, und daß eine für Anzahlen bestimmter Objekte geltende Gleichung auch für Zahlen gelten muß. Die reinen Zahlengleichungen, mit welchen die Rechnung anhebt, müssen demnach auch für solche Einheiten gelten, welche negative, gebrochene, irrationale und imaginäre Einheiten neben sich zulassen. Gelten aber diese Gleichungen für solche Einheiten, so müssen für die nämlichen Einheiten auch andere Gleichungen gelten, welche sich durch Vermittlung der negativen, gebrochenen, irrationalen oder imaginären Einheiten aus den ersteren ableiten lassen. Diese abgeleiteten, für die betreffenden Einheiten geltenden Gleichungen müssen aber auch wieder für reine Zahlen gelten: denn sie sagen nur aus, daß die nämlichen Objekte sich sowohl in der vor dem Gleichheitszeichen, als in der nach dem Gleichheitszeichen angedeuteten Weise zählen lassen, mit andern Worten (nach dem Substitutionsgesetz), daß auch die betreffenden Zahlen gleich sind. — Mit Unrecht würde man die rein analytische Natur dieser Beweisführung dadurch beeinträchtigt glauben, daß empirische Elemente (nämlich die Existenz solcher Einheiten, welche negative Einheiten usw. neben sich haben) in dieselbe hineintreten. Denn es ist eben nicht die tatsächliche Existenz, sondern ausschließlich die Denkbare solcher Einheiten, auf welche es hier ankommt. Sobald wir (sei es auch auf Veranlassung äußerer Daten) den Begriff von Einheiten aufgestellt haben, welche ein Entgegengesetztes zulassen, teilbar sind, mit anderen Einheiten unmeßbar sind, oder andere Einheiten neben sich haben, welche sich als die mittlere Proportionale zwischen ihnen und den ihnen entgegengesetzten Einheiten betrachten lassen, reichen diese gedachten Einheiten vollständig aus, die Vermittlerrolle in der gebotenen Beweisführung zu übernehmen. Der Satz, daß für solche Einheiten alle mittels Operationen mit

negativen, gebrochenen, irrationalen und imaginären Zahlen zu erreichenden Resultate gelten, ist ein analytisches Urteil, dessen Wahrheit von der Frage, ob es solche Einheiten gibt, unabhängig ist. Durch die Einschaltung dieses Satzes in eine Beweisführung kann die analytische Natur derselben nicht gefährdet werden.

Es dürfte schließlich klar sein, daß, wenn hiermit die tatsächliche Evidenz der reinen und angewandten Arithmetik im Prinzip befriedigend erklärt worden ist, diese Erklärung auch eine Rechtfertigung jener Evidenz in sich schließt. Denn es hätte sich dann herausgestellt, daß unser ganzes arithmetisches Wissen analytischer Natur ist, also schließlich nur auf Gegenstände geht, welche wir selbst geschaffen haben, und von denen wir also auch eine vollständige und adäquate Erkenntnis besitzen können.

II. Die Geometrie¹⁾.

Die Tatsachen des geometrischen Denkens.

40. **Die geometrischen Axiome.** Die Geometrie verfährt, wie die Arithmetik, im großen und ganzen deduktiv, indem sie von allgemeinsten Grundsätzen (Axiomen) ausgeht und ihre Lehrsätze als Folgerungen aus diesen Grundsätzen darstellt. Über die Frage, wie viele und welche Grundsätze zur Begründung der Geometrie erforderlich seien, herrscht Streit; jedenfalls werden dazu aber Sätze gerechnet wie diese: daß eine gerade Linie durch zwei beliebige ihrer Punkte bestimmt wird, und daß durch einen Punkt außerhalb einer geraden Linie nur eine derselben

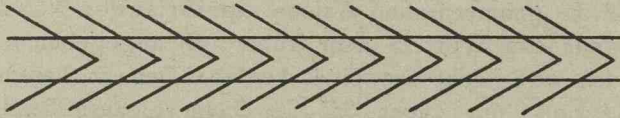
¹⁾ Literatur. Über die Geschichte der Theorien über Raum und Geometrie: Baumann, Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie, 2 Bde., Berlin 1868, 1869. — Über die Tatsachen des geometrischen Denkens: Riemann, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen (Abh. d. Kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Bd. XIII; Gesamm. math. Werke, Leipzig 1876, S. 254—269); Helmholtz, Über die Tatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen (Nachr. v. d. Kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1868; Wiss. Abh., Leipzig 1883, II, S. 618—639); Über die tatsächlichen Grundlagen der Geometrie (Verh. d. naturh.-med. Vereins zu Heidelberg 1866; Wiss. Abh., Leipzig 1883, II, S. 610—617); Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome (Vortr. u. Reden, Braunschweig 1884, II, S. 3—31); Erdmann, Die Axiome der Geometrie, Leipzig 1877. — Über die empiristische Theorie: Mill, A system of logic, 10th ed., London 1879, I, 258—289. — Über den Ursprung der Raumvorstellung: Stumpf, Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung, Leipzig 1873; Cesca, Le teorie nativistiche e genetiche della localizzazione spaziale, Verona 1883; Kant, Kritik der reinen Vernunft: Von dem Raume (ed. Kehrbach, S. 50—57); Helmholtz, Die neueren Fortschritte in der Theorie des Sehens (Vortr. u. Reden, Braunschweig 1884, I, S. 233—331); Mill, An examination of Sir W. Hamilton's philosophy, 6th ed., London 1889, S. 265—313; Riehl, Der philosophische Kritizismus und seine Bedeutung für die positive Wissenschaft, 2 Bde., Leipzig 1876—1887, II, S. 133—187; mein Artikel: Zur Raumfrage (Viert. f. wiss. Phil. XII, 3, 4).

parallele Linie gezogen werden kann. Wir werden damit anfangen müssen, uns über die Natur dieser Grundsätze und der darauf gebauten Beweisführung vorläufig zu orientieren.

Daß die geometrischen Axiome apriorischer Natur sind, kann, wenn das Wort in dem früher (26) angegebenen Sinne verstanden wird, nicht bezweifelt werden. Denn in diesem Sinne heißt „apriori“ nur „über das Gegebene hinausgehend“; die geometrischen Axiome gehen aber offenbar über das Gegebene hinaus. Denn erstens kommt denselben Apodiktizität zu: wir sind nicht nur überzeugt, daß es keine gerade Linie gibt, welche nicht durch zwei beliebige ihrer Punkte bestimmt wird, sondern wir behaupten auch, daß es eine solche nicht geben kann. In der Erfahrung ist uns aber immer nur Tatsächlichkeit, nicht Notwendigkeit gegeben. Als apodiktische Sätze haben ferner die geometrischen Axiome absolute Allgemeinheit; sie gelten gleichmäßig für Wahrgenommenes und Nichtwahrgenommenes und behalten selbst für dasjenige, welches infolge zeitlicher oder räumlicher Entfernung, unendlicher Größe oder unendlicher Kleinheit nicht wahrgenommen werden kann, ihre volle Gewißheit. Drittens aber kommt den geometrischen Axiomen vollkommene Exaktheit zu; demzufolge auch den daraus abgeleiteten quantitativen Sätzen absolute Richtigkeit, d. h. Richtigkeit bis zu einer willkürlichen Anzahl von Dezimalen, zugeschrieben wird. Wir wissen, daß die Winkelsumme des Dreiecks $= 180^\circ$ ist, nicht etwa mit einem möglichen Fehler von einigen Hundertsteln oder Tausendsteln einer Sekunde, sondern eben ohne möglichen Fehler, vollkommen genau. Offenbar geht auch in dieser Hinsicht unser Wissen über das Gegebene weit hinaus; was sich zum Überfluß noch durch einfache Experimente beweisen läßt. Von den beiden untenstehenden Linien:

ist eine gerade und die andere gebogen; aber man wird kaum sehen können, welche gerade und welche gebogen ist; und man würde es sicher nicht sehen können, wenn sie, bei gleicher maximaler Entfernung, hundert- oder tausendmal länger wären. Die bloße Erfahrung kann demnach auch nicht lehren, daß nicht die beiden Linien gerade sind und als solche eine Ausnahme

vom Axiom von der geraden Linie bilden. Ähnlich mit dem Parallelenaxiom. Die beiden untenstehenden horizontalen Linien:



sind parallel, aber sie werden sehr deutlich als nicht parallel wahrgenommen. Wenn aber die Wahrnehmung in betreff der Parallelität so fehlbar ist, so enthält offenbar die unerschütterliche Überzeugung von der vollkommen strengen Geltung des Parallelenaxioms mehr als die Erfahrung gewährleisten kann. Über die Frage, ob die geometrische Gewißheit aus der Erfahrung entsteht, ist hiermit natürlich noch nichts entschieden: nur so viel steht fest, daß dieselbe mehr enthält, als uns in der Erfahrung gegeben ist, somit apriorischer Natur ist.

Weit eher als die apriorische, dürfte die synthetische Natur der geometrischen Grundsätze bezweifelt werden. Man könnte meinen, die Geometrie beziehe sich, genau so wie die Arithmetik, nur auf selbstgeschaffene Objekte; zugestandenermaßen handle sie nicht von den Körpern der Natur, sondern von willkürlichen Konstruktionen im Raume, und auf jene wende sie ihre Ergebnisse nur an, wenn und insofern sie mit diesen übereinstimmen. Sämtliche Sätze der Geometrie seien demnach nichts anderes, als analytische Folgerungen aus willkürlich aufgestellten Definitionen. — In der Tat ist dies die Meinung aller vorkantischen und vieler nachkantischen Philosophen gewesen; keineswegs wird dieselbe aber durch die nähere Untersuchung bestätigt. Denn die geometrischen Figuren sind nicht Produkte einer freien, sondern einer an den Eigenschaften des gegebenen Raumes gebundenen Konstruktion. Eben diese Eigenschaften und deren apodiktische, unbedingt allgemeine, vollkommen exakte Erkenntnis werden bei jeder Konstruktion vorausgesetzt. Versuchen wir dies vorläufig (der strenge Beweis folgt 43—46) für die beiden erwähnten Axiome darzutun. An der geraden Linie kennt und verwertet die Geometrie sowohl die anschauliche Eigenschaft der unveränderlichen Richtung, als die begriffliche des Bestimmtwerdens

durch zwei Punkte. Weder die eine noch die andere Eigenschaft kann sie für ihre Beweisführung entbehren: jene nicht, weil man die anschauliche Vorstellung der geraden Linie haben muß, um beurteilen zu können, welche gerade Linien in der Figur möglich sind, — diese nicht, weil sich ohne dieselbe schon die einfachsten Kongruenzverhältnisse nicht demonstrieren ließen. Nun stehen aber diese beiden Eigenschaften (wenigstens solange wir nicht über die in der Geometrie gebrauchten Begriffe hinausgehen) logisch unverbunden nebeneinander: der Begriff „Richtung“ pflegt als ein nicht weiter reduzierbarer, der Anschauung entnommener Grundbegriff aufgestellt zu werden; und in dem Satze, daß die Richtung einer Linie konstant ist, wird offenbar über die Zahl der Punkte, wodurch diese Linie bestimmt wird, nichts gesagt. Die Verbindung jener beiden Eigenschaften in dem Axiome von der geraden Linie ist demnach eine synthetische: keineswegs aber ist sie das Produkt einer willkürlichen Synthesis. Denn wenn wir in dem Begriff der geraden Linie die Eigenschaft der konstanten Richtung gesetzt haben, so hängt es nicht mehr von unserer Willkür ab, ob wir derselben die andere Eigenschaft des Durch-zwei-Punkte-bestimmt-werdens hinzufügen wollen oder nicht: wir können uns eben die Linie von konstanter Richtung nicht anders, als durch zwei beliebige ihrer Punkte bestimmt, denken. — Ähnlich verhält es sich mit dem Parallelenaxiom. Soweit die geometrischen Begriffe reichen, läßt sich keine logische Notwendigkeit aufweisen, kraft welcher durch einen gegebenen Punkt nur eine Linie einer gegebenen parallel gezogen werden könnte. Wenn wir more geometrico parallele Linien definieren als solche, welche in einer Ebene liegen und sich niemals schneiden, so liegt in dem Gedanken, daß zwei durch einen gegebenen Punkt gehende Geraden jede für sich einer dritten parallel laufen sollten, kein logischer Widerspruch. Und dennoch: wenn wir versuchen, diesen Gedanken zu vollziehen, so finden wir es unmöglich. — In den beiden bisher untersuchten Axiomen wird demnach die ausnahmslose und von unserer Willkür unabhängige Verbindung zweier Merkmale ausgesprochen, ohne daß diese Verbindung in den logischen Verhältnissen der entsprechenden Begriffe begründet wäre. Urteile dieser Art aber sind, wie wir gesehen haben (26), synthetische Urteile und lassen sich durch keine Mittel in analytische verwandeln. Selbst wenn wir die De-

finition der geraden Linie so einrichten wollten, daß darin die konstante Richtung, das Passen in das erste und das Passen in das zweite Axiom sämtlich als Merkmale enthalten wären, so ließe sich daraus analytisch doch immer nur ableiten, daß alle unter diese Definition fallende Linien, nicht aber, daß alle Linien von konstanter Richtung sich den beiden Axiomen fügen müssen (vgl. 31). Und eben letzteres wird in der Geometrie fortwährend vorausgesetzt.

Mutatis mutandis gelten diese Bemerkungen auch gegen den heutzutage beliebten Versuch, die gesamte Geometrie auf den Boden der Analysis zu stellen. Selbstverständlich ist nichts dagegen einzuwenden, wenn irgend ein System von Grundgleichungen widerspruchsfrei aufgestellt, und dann auf analytischem Wege die darin enthaltenen Folgerungen ans Licht befördert werden. Um aber dieses ganze Gefüge von Grund- und Folgesätzen auf den Raum anwenden zu können, muß man zuerst wissen, daß die in diesem Raume geltenden Verhältnisse jenen Grundsätzen genau und vollständig entsprechen. Man kann allerdings diese Frage ganz beiseite lassen, und sich damit begnügen, für den durchaus hypothetischen Fall eines „euklidischen Raumes“, dem man beliebig viele andere gleichberechtigte Fälle zur Seite stellen kann, die analytischen Verhältnisse entwickelt zu haben; dann wäre aber doch jedenfalls noch eine neue Untersuchung darüber nötig, ob und inwiefern unser gegebener Raum diesem hypothetischen euklidischen Raume entspricht. Jedenfalls ist es Tatsache, daß die geometrischen Axiome stets als für unseren gegebenen Raum evident anerkannt worden sind; und eben diese Tatsache erfordert eine Erklärung. Schließlich gilt hier genau das nämliche, was früher (31) in bezug auf die Hankelsche Begründung der Arithmetik bemerkt wurde: man kann überall dasjenige, was man von bestimmten Gegenständen weiß, statt als ein Urteil über diese Gegenstände, als eine freie Begriffsbestimmung einführen, und dann daraus manches ableiten, was tatsächlich auch von den betreffenden Gegenständen gilt; um aber zu wissen, daß es von denselben gilt, muß man sich doch vorher davon versichert haben, daß die Gegenstände auch wirklich jener freien Begriffsbestimmung genau entsprechen.

Wir müssen demnach die erwähnten Axiome, vorläufig wenigstens, als synthetische Urteile apriori anerkennen; und es er-

scheint sogar keineswegs als ausgeschlossen, daß neben denselben noch viele andere synthetisch-apriorische Voraussetzungen beim Aufbau unserer Geometrie unbemerkt zur Verwendung gelangen. Das könnte allerdings nicht der Fall sein, wenn die geometrische Beweisführung eine analytisch-logische wäre; wenn sie also die ausdrücklich zugrunde gelegten Definitionen und Axiome nur in abstracto als Prämissen verwendete, um daraus nach logischen Gesetzen die entsprechenden Schlußsätze hervorgehen zu lassen. Aber so verhält es sich nicht; vielmehr muß diese Beweisführung sich fortwährend durch die Anschauung der gezeichneten oder vorgestellten Figuren führen lassen, also bei jedem Schritt, außer den Definitionen und den ausdrücklich erwähnten Axiomen, Verhältnisse voraussetzen, deren Gegebensein sie nicht aus bloßen Begriffen beweisen, sondern nur an der Figur nachweisen kann. Daß etwa zwei Dreiecke, welche die Seiten AB und BC und den Winkel C gemeinschaftlich haben, nur dann kongruent sein müssen, wenn $BC < AB$, das läßt sich aus den Begriffen der geraden Linie, des Winkels und des Dreiecks, mitsamt den euklidischen Axiomen, nimmermehr rein logisch beweisen: man muß sich eben die betreffenden Figuren vorstellen, um es einzusehen. Es wird also bei dieser Beweisführung, außer diesen Begriffen und Axiomen, noch etwas mehr vorausgesetzt, und es bleibt immerhin möglich, daß auch in diesem Mehreren noch synthetisch-apriorische Elemente versteckt liegen. Allerdings könnte man meinen, wir hätten es hier nur mit unmittelbaren Erfahrungen, also mit synthetischen Urteilen *aposteriori*, zu tun: es lehre ja der direkte Augenschein, daß in der vorliegenden Figur die Verhältnisse so liegen, wie es die Beweisführung erfordert; des weiteren könne man aber in der Vorstellung diese Figur nach Belieben variieren lassen, und sich so durch eine „innere Augenblickserfahrung“ (Kroman, a. a. O., Kap. 7, 8) davon überzeugen, daß ganz allgemein ein Gleiches gilt. Ich will nun gewiß nicht leugnen, daß diese innere Augenblickserfahrung bei der Sache eine Rolle spielt, glaube aber nicht, daß dadurch die erwähnte Unsicherheit aufgehoben wird. Denn es ist wieder zu bedenken, daß wir auch demjenigen, was wir kraft dieser inneren Augenblickserfahrung als zuverlässig voraussetzen, notwendige, absolut allgemeine und absolut exakte Geltung beilegen, während doch das Gebiet der Vorstellung zwar

viel weiter ist als dasjenige der Wahrnehmung, aber sich doch immer, wie dieses, auf Tatsächliches und Approximatives beschränkt. Die Sache bleibt also unaufgeklärt, und wir müssen uns, ehe wir weiter gehen können, nach Mitteln umsehen, von demjenigen, was die Geometrie tatsächlich bei ihren Beweisführungen voraussetzt, eine vollständige und genaue Übersicht zu gewinnen.

41. Der wesentliche Inhalt unseres räumlichen Wissens.
Einleitende Bemerkungen. Die vorhergehende Untersuchung hat uns zwar gelehrt, daß bei der geometrischen Deduktion Urteile vorausgesetzt werden, deren tatsächliche Gewißheit sich weder aus gegebener Erfahrung, noch aus willkürlichen Definitionen erklären läßt; die Frage aber, wie viele und welche Voraussetzungen dieser Art für den Aufbau der Geometrie notwendig und zureichend seien, hat sie nicht entschieden. Auch die Lehrbücher der Geometrie haben für diese Frage keine endgültige Antwort; dieselben pflegen zwar einige unbeweisbare aber selbstverständliche Grundsätze an die Spitze ihrer Beweisführungen zu stellen, können aber weder die Vollständigkeit, noch auch die gegenseitige Unabhängigkeit derselben gewährleisten. „Es ist ohne weiteres durchaus nicht ersichtlich, ob die verschiedenen hierhergehörigen Annahmen wirklich das notwendige und hinreichende System der Axiome darstellen, ob nicht manche einfachste Anschauungsverhältnisse, etwa weil sie sich der geometrischen Betrachtung überall als selbstverständliche Voraussetzungen aufdrängen, übergangen worden sind. Es ist ohne besonderen Beweis ebensowenig klar, ob jene Annahmen in der Tat Axiome sind, ob sie wirklich einen Beweis weder brauchen noch vertragen; denn es ist auch hier möglich, daß sich einfachere Anschauungselemente finden lassen, die ihnen zugrunde liegen, und die nur deshalb nicht sofort hervortreten, weil sie wegen ihrer unmittelbaren Evidenz nicht als besonders zu beachtende Eigenschaften unserer Raumvorstellung angesehen werden“ (Erdmann, a. a. O., S. 14). Auch läßt sich diese Schwierigkeit mit Hilfe der früher (25) erörterten Untersuchungsmethoden nicht ohne weiteres heben. Denn die Geometrie pflegt, wie schon bemerkt wurde, ihre Lehrsätze durchweg an der Figur zu demonstrieren, ist dabei aber für die Möglichkeit ihrer Konstruktionen und Hilfskonstruktionen an die gegebenen Eigenschaften des Raumes

gebunden. Indem sie diese Möglichkeit voraussetzt, setzt sie demnach etwas über gewisse Eigenschaften des Raumes voraus; und es läßt sich oft nicht so leicht entscheiden, ob dieses Etwas schon in den ausdrücklich erwähnten Voraussetzungen enthalten ist oder nicht. Andererseits ist offenbar der Umstand, daß es bis jetzt nicht gelungen ist, ohne eine bestimmte Voraussetzung in der Geometrie auszukommen, keineswegs genügend, um zu beweisen, daß dieselbe nicht schon in anderen Voraussetzungen logisch enthalten ist und also unter den letzten Prämissen geometrischen Wissens keine selbständige Stelle einnimmt. Eine genaue Feststellung des Tatsachenmaterials, also eine exakte Beantwortung der Frage, was wir eigentlich beim geometrischen Denken voraussetzen, läßt sich demnach auf diesem Wege nicht erreichen.

42. Die Versuche Legendres und Lobatschewskys über die erkenntnistheoretische Natur des Parallelenaxioms. Dennoch verdienen einzelne der hierhergehörigen Untersuchungen, welche durch die spätere Forschung (vgl. 46) in überraschender Weise bestätigt worden sind, erwähnt zu werden. Dieselben beziehen sich auf die spezielle Frage, ob das Parallelenaxiom sich auf die anderen Axiome reduzieren lasse oder nicht, ob es demnach zusammengesetzter oder einfacher Natur sei. — Legendre hob hervor, daß dieses Axiom mit dem Lehrsatz, nach welchem die Winkelsumme im geradlinigen Dreieck gleich zwei Rechten ist, zusammenfällt, und versuchte, es in dieser Fassung aus dem Axiom von der geraden Linie zu beweisen. Das einzige, was er erreichen konnte, war aber der Beweis, daß erstens die Winkelsumme im geradlinigen Dreieck nicht größer als zwei Rechte sein kann, und daß zweitens, wenn es ein einziges Dreieck gibt, in welchem dieselbe gleich zwei Rechten ist, das nämliche auch für jedes Dreieck zutreffen muß. Daß die Winkelsumme im geradlinigen Dreieck auch nicht kleiner als zwei Rechte sein kann, vermochte er nicht zu beweisen; vielmehr erklärte er die Schwierigkeiten, welche sich der Lösung dieses Problems entgegensetzen, für unüberwindlich¹⁾. Aus dem Fehlschlagen der Ver-

¹⁾ Legendre, Réflexions sur différentes manières de démontrer la théorie des parallèles. Mém. de l'Acad. XII, 1833. — Die Beweise findet man angeführt bei Delboeuf, Prolégomènes philosophiques de la géométrie, Liège 1860, S. 236 fgg.

suche Legendres ließ sich schon die Vermutung rechtfertigen, daß aus der Verbindung geometrischer Definitionen mit dem Axiom von der geraden Linie die Gewißheit des Parallelenaxioms sich nicht entwickeln läßt, und daß also in dem letzteren eine neue, nicht bereits in dem ersteren enthaltene Voraussetzung zum Ausdruck gelangt. — Einen zweiten Schritt, gleichfalls auf experimentellem Wege, tat Lobatschewsky. Statt zu versuchen, aus Definitionen und dem Axiom von der geraden Linie das Parallelenaxiom aufzubauen, brachte er eine Verbindung zustande zwischen dem Axiom von der geraden Linie und einem dem Parallelenaxiom widersprechenden Urteil. Er ging dabei von dem richtigen Gedanken aus, daß, wenn das Parallelenaxiom in irgend welcher Weise in dem Axiom von der geraden Linie logisch enthalten ist, sich aus jener Verbindung notwendig Widersprechendes ergeben müsse. Er fand aber, daß aus der Verbindung des Axioms von der geraden Linie mit dem Satz, daß die Winkelsumme des Dreiecks kleiner als zwei Rechte sei, sich eine Reihe von Folgerungen entwickeln läßt, welche zwar selbstverständlich für den gegebenen Raum nicht gelten, aber dennoch keine inneren Widersprüche enthalten¹⁾. Dieses Ergebnis, welches dasjenige Legendres bestätigte, gab der Vermutung, daß wenigstens ein Teil der in dem Parallelenaxiom ausgedrückten Wahrheit elementarer Natur sei, eine neue Stütze. Als vollständig entscheidend dürfte es dennoch nicht angenommen werden: schon deshalb nicht, weil Experimente mit negativem Ausgang niemals vollständig entscheidend sind. Die Möglichkeit blieb offen, daß in einer von Legendre übersehenen Weise sich dennoch der Satz, daß die Winkelsumme des Dreiecks nicht kleiner als zwei Rechte sein kann, aus dem Axiom von der geraden Linie herleiten lasse; und daß das Experiment Lobatschewskys, wenn er es nur weiter fortgeführt hätte, zuletzt dennoch sich widersprechende Urteile zutage gefördert hätte. Außerdem blieb es aus den früher angeführten Gründen jedenfalls ungewiß, ob nicht noch andere als die erwähnten Axiome unbewußt dazu mitwirken, die geometrische Beweisführung zu ermöglichen.

¹⁾ Lobatschewsky, Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien. 2. Aufl., Berlin 1887.

43. Die Untersuchungen Riemanns und Helmholtz': die Methode. Die endgültige Lösung der Frage nach den tatsächlichen Grundlagen geometrischer Gewißheit verdanken wir den Forschungen zweier deutscher Mathematiker: Riemanns und Helmholtz. Das Mißlingen der bisherigen Versuche mußte vor allem dem Umstande zugeschrieben werden, daß bei der anschaulichen Beweisführung die Möglichkeit der Mitwirkung unbewußter Voraussetzungen nicht ausgeschlossen werden konnte. Diese Schwierigkeit ließ sich aber beseitigen, da die analytische Geometrie es ermöglicht, begriffliche Verhältnisse an die Stelle der anschaulichen Verhältnisse treten zu lassen. Sämtliche Raumverhältnisse lassen sich nämlich als Abhängigkeitsverhältnisse zwischen Größen betrachten und als solche in analytischer Form darstellen; diese analytischen Formeln aber kann man durch bloße Rechnung auseinander abzuleiten versuchen. Gesetzt nun, es gelänge, in dieser Weise die Formel für ein beliebiges räumliches Verhältnis aus der Formel für ein anderes räumliches Verhältnis zu entwickeln, so könnte man ganz gewiß sein, daß das eine in dem anderen logisch enthalten wäre: denn das arithmetische Denken ist, wie wir gesehen haben, durchaus analytischer Natur. Aus solchen Erwägungen entsprang nun der Gedanke, ob es nicht möglich sein sollte, ein System von Voraussetzungen aufzufinden, aus denen sich durch bloße Rechnung sämtliche uns bekannte räumliche Verhältnisse, als Größenverhältnisse betrachtet, ableiten ließen. Wäre dieses gelungen, so wäre damit offenbar das uns jetzt vorliegende Problem gelöst: es wäre bewiesen, daß diese und eben nur diese letzten Prämissen, bewußt oder unbewußt, der geometrischen Beweisführung zugrunde liegen. Und damit wäre der notwendige Ausgangspunkt geschaffen, um auch für die Frage, woher die Gewißheit dieser letzten Prämissen stammt, eine Antwort suchen zu können.

Als Ausgangspunkt der sich hierauf beziehenden Untersuchungen mußte nun offenbar der nackte Begriff des funktionellen Verhältnisses überhaupt genommen und sodann gefragt werden, welche nähere Bestimmungen zu diesem Begriffe hinzugedacht werden müssen, um die speziellen Abhängigkeitsverhältnisse, welche unsere Geometrie kennt, herauszubekommen. Einige dieser näheren Bestimmungen liegen allerdings unmittelbar zur Hand.

Aus der unendlichen Menge der Systeme, innerhalb deren Bestimmungen nach n unabhängig veränderlichen Größen möglich sind, scheidet sich das System der Punkte im Raume erstens dadurch aus, daß jeder Punkt durch drei unabhängig Variable bestimmt wird; zweitens aber dadurch, daß dieselben kontinuierlich ihre Größe ändern. In ersterer Beziehung unterscheidet sich etwa das Raumsystem von dem System der Töne, da jeder Ton (abgesehen von der Klangfarbe) durch zwei unabhängig veränderliche Größen, Tonhöhe und Tonstärke, vollständig bestimmt wird; in der zweiten unterscheidet es sich von dem Systeme der für ausgeliehene Kapitalien zu zahlenden Zinsen, indem hier sämtliche unabhängig Variable (Kapital, Zinsfuß, Zeit) nur als sprungweise veränderlich in Betracht gezogen werden. — Diesen Begriff einer durch drei kontinuierlich veränderliche Größen bestimmten Mannigfaltigkeit gilt es nun, durch Hinzufügung weiterer Merkmale so lange einzuschränken, bis nur noch die Möglichkeit des in unserer Geometrie gegebenen Systems von Abhängigkeitsverhältnissen zurückbleibt. Die hierhergehörigen Untersuchungen sind von Riemann angefangen und von Helmholtz zu Ende geführt worden: im Interesse einer systematischen Darstellung empfiehlt es sich aber, hier die Ergebnisse derselben in umgekehrter Reihenfolge vorzuführen.

44. Die Untersuchungen Helmholtz'. Helmholtz geht von der Tatsache aus, „daß alle ursprüngliche Raummessung auf Beobachtung der Kongruenz beruht Von Kongruenz kann man aber überhaupt nicht reden, wenn nicht feste Körper oder Punktsysteme in unveränderlicher Form zueinander bewegt werden können, und wenn Kongruenz zweier Raumgrößen nicht ein unabhängig von allen Bewegungen bestehendes Faktum ist.“ (W. A. 62 I.) Da nun in der Geometrie die Möglichkeit der Kongruenz fortwährend vorausgesetzt wird, werden die Bedingungen für diese Möglichkeit auch Bedingungen für die Geltung der Geometrie überhaupt sein müssen. Hätten wir diese Kongruenzbedingungen analytisch formuliert, so könnte daraus über die Abhängigkeitsverhältnisse, welche in einer diesen Bedingungen entsprechenden Mannigfaltigkeit möglich sind, vielleicht etwas abgeleitet werden. Und indem wir dieses Etwas mit den in

unserer Geometrie geltenden Abhängigkeitsverhältnissen verglichen, ließe sich vielleicht die spezifische Differenz, wodurch sich das Raumsystem von dem höheren Begriff einer „kongruenten Mannigfaltigkeit“ unterscheidet, etwas genauer bestimmen.

In der Tat hat nun Helmholtz auf diesem Wege wichtige Resultate erreicht. Seine Voraussetzungen sind: erstens mehrfache Bestimmtheit und Kontinuität; zweitens das Erfülltsein der Kongruenzbedingungen. Indem er dieselben analytisch formuliert, kommt er zu folgenden Merkmalen einer n -fach bestimmten, kontinuierlichen, kongruenten Mannigfaltigkeit:

1. Jedes Element in derselben ist bestimmbar durch Abmessung von n kontinuierlich veränderlichen, voneinander unabhängigen Größen (Koordinaten).

2. Es gibt bewegliche, aber in sich feste Systeme von Elementen; d. h. zwischen den $2n$ Koordinaten jedes Elementepaares, welches einem solchen Systeme angehört, besteht eine Gleichung, welche unabhängig davon ist, ob das System seine Stellung innerhalb der Mannigfaltigkeit überhaupt ändert.

3. Die festen Systeme von Elementen sind vollkommen frei beweglich; d. h. jedes Element derselben kann in jedes andere Element kontinuierlich übergehen, soweit es nicht durch die Gleichungen, die zwischen ihm und den übrigen Elementen des festen Systems, zu dem es gehört, bestehen, gebunden ist.

4. Wenn ein festes System von Elementen seine Stellung innerhalb der Mannigfaltigkeit überhaupt solcherweise ändert, daß dabei $n - 1$ seiner Elemente unveränderte Koordinaten behalten, so führt diese Änderung schließlich zu dem Anfangszustand zurück, von dem sie ausgegangen war.

Es ist klar, daß diese Voraussetzungen, auf Raumverhältnisse angewendet, nichts weiter enthalten, als die Forderungen der mehrfachen Ausdehnung und Kontinuität, der Existenz fester und frei beweglicher mathematischer Körper und der Unabhängigkeit der Form dieser Körper von der Drehung, welche auch von der gewöhnlichen Geometrie aufgestellt werden. Es war nicht ganz möglich, aus der analytischen Formulierung alles, was an spezielle Raumverhältnisse erinnert, auszuschließen, da es der Sprache oft an einem Ausdruck für die entsprechenden analytischen Verhältnisse fehlt. Dennoch habe ich es (hierin etwas von Helmholtz abweichend) versucht, um dadurch die Tatsache, daß wir es

hier nur mit diesen analytischen Verhältnissen zu tun haben, besser hervorzuheben. Wir haben (allerdings mit Rücksicht auf die gegebenen Raumverhältnisse) den Allgemeinbegriff des funktionellen Verhältnisses überhaupt durch die Hinzufügung vier neuer (und wie die Rechnung zeigt, voneinander unabhängiger) Merkmale spezifiziert und so den Begriff einer n -fach bestimmten, kontinuierlichen, kongruenten Mannigfaltigkeit zustande gebracht. Unsere Untersuchung gehört noch immer der reinen Größenlehre an.

Helmholtz fand nun, daß, wenn obige vier Bedingungen (zunächst nur für Elemente mit unendlich kleinen Koordinatenunterschieden) erfüllt sind, für je zwei unendlich wenig verschiedene Elemente innerhalb eines festen Systems eine homogene Funktion zweiten Grades von den Differentialen existieren muß, welche bei der Bewegung des festen Systems unverändert bleibt. Für die mathematische Begründung dieses Satzes muß, dem Zwecke dieses Buches entsprechend, auf die Helmholtzsche Abhandlung verwiesen werden: nur über die Art der Begründung und die Bedeutung des Ergebnisses mag hier einiges bemerkt werden. Nach der zweiten Helmholtzschen Forderung muß es zwischen je zwei Elementen eine Gleichung, demnach zwischen m Elementen $\frac{m(m-1)}{2}$ Gleichungen geben. In diesen Gleichungen kommen aber (wenn wir eine n -fach bestimmte Mannigfaltigkeit betrachten) mn Unbekannte (Koordinaten) vor; und von diesen müssen, damit die im dritten Postulat gestellte Forderung der vollkommen freien Beweglichkeit erfüllt sei, wieder $\frac{n(n+1)}{2}$ verfügbar bleiben. Denn das erste Element eines festen Systems muß absolut beweglich und seine n Koordinaten müssen demnach willkürlich bestimmbar sein; das zweite Element ist durch die Gleichung, welche zwischen ihm und dem ersten besteht, teilweise bestimmt, und eine seiner Koordinaten wird Funktion der $(n-1)$ übrigen; für das dritte Element bestehen zwei Gleichungen und müssen demnach $(n-2)$ Koordinaten verfügbar bleiben usw.; so daß im ganzen $n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{n(n+1)}{2}$ Unbekannte der freien Bestimmung überlassen bleiben. Daraus geht aber

hervor, daß, wenn $m > (n + 1)$, die Zahl der Gleichungen größer ist als die Zahl der Unbekannten. Es kann also nicht jede beliebige Art von Gleichungen zwischen den Koordinaten je zweier Elemente bestehen; sondern es läßt sich fragen, wie diese Gleichungen beschaffen sein müssen, wenn den aufgestellten Bedingungen genügt werden soll. Eben diese Frage hat Helmholtz beantwortet.

Für die Erkenntnistheorie sind die Untersuchungen Helmholtz' hauptsächlich deshalb von großer Bedeutung, weil sie es ermöglichen, die spezifischen Merkmale, wodurch sich das Raumsystem von dem höheren Begriff einer n -fach bestimmten, kontinuierlichen, kongruenten Mannigfaltigkeit unterscheidet, scharf zu bestimmen. Denn aus diesen Untersuchungen wissen wir, daß in einer solchen Mannigfaltigkeit für je zwei benachbarte Elemente eines festen Systems eine unveränderliche homogene Funktion zweiten Grades von den Differentialen existieren muß; nun wissen wir aber aus der Geometrie, daß für je zwei benachbarte Punkte eines festen mathematischen Körpers in der Tat eine unveränderliche homogene Funktion zweiten Grades von den Differentialen existiert; diejenige Funktion nämlich, welche wir die Entfernung der beiden Punkte nennen und durch die Formel:

$$ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$$

ausdrücken. Damit sind wir aber offenbar unserem Ziele um einen bedeutenden Schritt näher gekommen. Denn erstens haben wir jetzt Gewißheit darüber, daß die Merkmale der dreifachen Ausdehnung, der Kontinuität und der Kongruenz nicht genügen, um die bestimmte Art der Abhängigkeitsverhältnisse, welche in unserem Raume gelten, vollständig zu bestimmen. Zweitens aber erkennen wir, daß, um aus dem allgemeinen Fall einer dreifach bestimmten, kontinuierlichen, kongruenten Mannigfaltigkeit den Spezialfall unseres Raumes herauszubekommen, zu dem ersteren Begriffe solche weiteren Merkmale hinzugedacht werden müssen, als erfordert sind, um für je zwei Elemente, statt einer unveränderlichen homogenen Funktion zweiten Grades überhaupt, nur jene ganz bestimmte Funktion, welche in unserem Raume gilt, zulässig zu machen. Es ist das Verdienst Riemanns, diese weiteren Merkmale entdeckt zu haben.

45. Die Untersuchungen Riemanns. Der von Helmholtz als charakteristisch für die n -fach bestimmte, kontinuierliche, kongruente Mannigfaltigkeit nachgewiesene Satz, daß für je zwei benachbarte Elemente eines festen Systems eine konstante, homogene Funktion zweiten Grades von den Differentialen existieren muß, war von Riemann an die Spitze seiner Untersuchungen gestellt worden. Er hatte hypothetisch vorausgesetzt, daß es eine solche Funktion gebe, und sodann untersucht, welche spezielle Form dieselbe annehmen müsse, damit auch für Elemente mit endlichen Koordinatenunterschieden die (analytisch gefaßten) Kongruenzsätze (Helmholtz' Postulate 2 bis 4) Geltung haben. Er fand, daß dieses nur möglich sei, wenn ein gewisser aus der Rechnung hervorgehender algebraischer Ausdruck für das ganze Gebiet der betreffenden Mannigfaltigkeit konstant bleibt. Wenn dieser algebraische Ausdruck durch α vorgestellt wird, so erhält die für je zwei Elemente geforderte unveränderliche Funktion folgende Form:

$$ds = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{4} \sum x^2} \sqrt{\sum dx^2}.$$

Hierbei kann α positiv, negativ oder Null sein; und für jeden dieser drei Fälle ergibt sich ein eigenes System von Abhängigkeitsverhältnissen. Setzt man $\alpha = 0$, so ergibt sich ein System von Abhängigkeitsverhältnissen, welches mit dem Systeme der in unserem Raume geltenden Abhängigkeitsverhältnisse identisch ist. — Auch hier muß für die mathematische Begründung auf die Originalarbeit verwiesen werden: zum besseren Verständnis mag aber der abstrakten Untersuchung die Anwendung auf einen konkreten, anschaulich vorstellbaren Fall an die Seite gestellt werden.

Die Ergebnisse der Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen lassen sich, wie aus unserem Referate hervorgeht, auf jede n -fach bestimmte Mannigfaltigkeit, unabhängig von der Zahl der unabhängig veränderlichen Größen, anwenden. Wir wählen zur Veranschaulichung derselben die zweifach bestimmte Mannigfaltigkeit der innerhalb einer gegebenen Fläche befindlichen Punkte. Für diesen Fall zeigt sich, daß innerhalb einer beliebigen krummen Fläche die vier Helmholtzschen Be-

dingungen (für unendlich nahe Punkte) erfüllt sind, und demnach für je zwei unendlich nahe Punkte eines festen Punktesystems eine homogene Funktion zweiten Grades von den Differentialen der Koordinaten existiert, welche bei Bewegung des Systems innerhalb der Fläche unverändert bleibt. Sollen aber die Helmholtzschen Bedingungen auch für Punkte von endlicher Entfernung gelten, soll also auch für endliche Figuren innerhalb der Fläche Kongruenz möglich sein, so muß eine bestimmte Größe, welche schon von Gauß als das Krümmungsmaß der betreffenden Fläche bezeichnet worden war, und welche der früher genannten Größe α analytisch entspricht, für die ganze Fläche konstant sein. Je nachdem aber dieses Krümmungsmaß positiv, negativ oder gleich Null gesetzt wird, geht die gegebene krumme Fläche entweder in eine Kugelfläche, oder in eine Pseudosphäre¹⁾, oder in eine Ebene über. Bei allen sonstigen Flächen ist das Krümmungsmaß veränderlich, und ist demnach im allgemeinen Übertragung einer Figur von einem Orte der Fläche zu einem anderen ohne Formveränderung nicht möglich. — Aus diesem Grunde hat nun Riemann ganz allgemein die algebraische Größe, deren Konstanz für das Gebiet einer beliebigen Mannigfaltigkeit die Kongruenz endlicher Systeme innerhalb dieser Mannigfaltigkeit ermöglicht, das Krümmungsmaß der Mannigfaltigkeit genannt; und weiterhin, je nachdem dieses Krümmungsmaß positiv, negativ oder gleich Null ist, die Mannigfaltigkeit selbst als eine sphärische, pseudosphärische oder ebene bezeichnet.

46. Das Gesamtergebnis der Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen. Die Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen ermöglichen es, den Allgemeinbegriff einer n -fach bestimmten Mannigfaltigkeit durch allmähliche und genau kontrollierbare Hinzufügung neuer Merkmale in solcher Weise und bis zu dem Punkte einzuteilen, daß man zuletzt zu einer Spezies gelangt, welche mit dem in unserem Raume geltenden Systeme von Abhängig-

¹⁾ Pseudosphäre nennt man eine Art von Flächen, welche dadurch gekennzeichnet sind, daß die beiden Hauptkrümmungen ihre Konkavität nach entgegengesetzten Seiten kehren. Man denke etwa an die Oberfläche eines Sattels, oder an die Außenseite eines kelchförmigen Champagnerglases mit unendlich verlängertem, stets dünner werdendem Stiele.

keitsbeziehungen zusammenfällt. Aus dem Vorhergehenden erhellt, daß diese Einteilung nach folgendem Schema stattfinden kann:

n -fach bestimmte Mannigfaltigkeit.

Kontinuierlich veränderliche Koordinaten.	Diskontinuierlich veränderliche Koordinaten.
--	---

Kongruenz für unendlich kleine Teile	Nicht-Kongruenz
---	-----------------

(es existiert für je zwei unendlich wenig verschiedene Elemente eine homogene Funktion zweiten Grades von den Differentialen der Koordinaten.)

Konstantes Krümmungsmaß (Kongruenz endlicher Teile)	Variables Krümmungsmaß.
--	-------------------------

$$\left(ds = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{4} \sum x^2} \sqrt{\sum dx^2} \right)$$

$\alpha = 0$	α positiv	α negativ
(ebene Mannigf.)	(sphärische Mannigf.)	(pseudosph. Mannigf.)
$(ds = \sqrt{\sum dx^2})$		

3-fache Bestimmung	$1-, 2-, 4-, 5-, \dots n$ -fache Bestimmung.
$(ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)})$.	

Wir können demnach das System der in unserem Raume geltenden Abhängigkeitsbeziehungen bestimmen als eine dreifach bestimmte, kontinuierliche, in sich kongruente Mannigfaltigkeit, deren Krümmungsmaß konstant = 0 ist.

Damit wäre also eine erschöpfende Charakteristik des in unserem Raume geltenden Systems von Abhängigkeitsbeziehungen gewonnen; wir hätten sämtliche Voraussetzungen, welche, bewußt oder unbewußt, dem geometrischen Denken zugrunde liegen, beisammen; und wir könnten uns sogleich der Frage zuwenden, wie sich die tatsächliche Gewißheit derselben erklären lasse. Um aber für die auf diese Frage sich beziehende Untersuchung einen festen Boden zu gewinnen, muß zuerst an der Form der bis jetzt erreichten Resultate noch etwas geändert werden.

Es ist nämlich klar, daß nicht alle Merkmale des in unserem Raume geltenden Systems von Abhängigkeitsbeziehungen, welche wir bis jetzt kennen gelernt haben, bei dem tatsächlichen geometrischen Denken in derjenigen Form, in welcher wir sie kennen gelernt haben, vorausgesetzt werden. Allerdings: die Annahmen der Dreidimensionalität und der Kontinuität liegen der ganzen Geometrie zugrunde; die Existenz fester und frei beweglicher mathematischer Körper wird schon bei dem Beweis der Kongruenzsätze —, die Unabhängigkeit der Form dieser Körper von der Drehung bei der Konstruktion des Kreises vorausgesetzt. Die Konstanz des Krümmungsmaßes setzt die Geometrie gleichfalls schon dadurch voraus, daß sie ihre Kongruenzsätze auch für Körper von endlicher Ausdehnung gelten läßt. Wie aber mit dem Nullwert des Krümmungsmaßes? Es ist aus dem Vorhergehenden klar, daß derselbe in irgend einer Form vorausgesetzt werden muß, da sonst andere Abhängigkeitsbeziehungen (wie sie in einer „sphärischen“ oder „pseudosphärischen“ Mannigfaltigkeit gelten) uns für den Raum ebenso möglich erscheinen müßten, wie diejenigen, welche wir in unserer Geometrie anerkennen. Es ist aber ebenso klar, daß derselbe nicht als solcher von der gegebenen Geometrie vorausgesetzt wird: daß wir z. B. über den Satz, der die Entfernung zweier Punkte der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der Koordinatenunterschiede gleichsetzt, volle Gewißheit erhalten können, ohne über das Krümmungsmaß je etwas gehört zu haben. Die nämliche Voraussetzung, welche wir analytisch als Nullwert des Krümmungsmaßes ausdrücken, muß demnach in einer anderen, anschaulichen Form auch von der gewöhnlichen Geometrie gemacht werden. Es läßt sich schon von vornherein vermuten, daß die Axiome, welche die gewöhnliche Geometrie ihrer Beweisführung zugrunde legt, und welche in den Voraussetzungen der dreifachen Ausdehnung, der Kontinuirlichkeit und der Kongruenz nicht enthalten sind, hierbei eine Rolle spielen werden. Und in der Tat wird diese Vermutung durch die weitere Untersuchung bestätigt.

Es ergeben nämlich die Riemannschen Untersuchungen das wichtige Resultat, daß für die sphärische Mannigfaltigkeit weder zum Axiom von der geraden Linie, noch zum Parallelenaxiom Analoga existieren; daß für die pseudosphärische Mannig-

faltigkeit wohl zum Axiom von der geraden Linie, nicht aber zum Parallelenaxiom ein Analogon existiert; und daß nur für die ebene Mannigfaltigkeit beide Axiome, oder Analoga zu denselben, gelten. Wäre das System der im Raume geltenden Abhängigkeitsbeziehungen eine dreifach ausgedehnte, kontinuierliche, in sich kongruente sphärische Mannigfaltigkeit, so wären zwischen je zwei Punkten mehrere gerade Linien möglich, und innerhalb einer der Ebene entsprechenden Fläche gäbe es keine geraden Linien, welche bei genügender Verlängerung sich nicht schneiden sollten; die Summe der Dreieckswinkel wäre demnach größer als zwei Rechte, und der Raum wäre nicht unendlich groß. Wenn dagegen das Raumsystem eine dreifach ausgedehnte, kontinuierliche, in sich kongruente pseudosphärische Mannigfaltigkeit wäre, so ließe sich zwar zwischen je zwei Punkten nur eine Gerade ziehen, und die Unendlichkeit des Raumes bliebe gewahrt; aber es ließen sich zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt unzählige Parallele führen, und die Summe der Dreieckswinkel wäre kleiner als zwei Rechte. Nur für die ebene Mannigfaltigkeit der Punkte im gegebenen Raume gelten die beiden Axiome, und ist die Summe der Dreieckswinkel zwei Rechten gleich. Die der gewöhnlichen Geometrie zugrunde liegende Voraussetzung der Gültigkeit beider Axiome ist demnach mit der analytischen Voraussetzung des Nullwertes des Krümmungsmaßes inhaltlich identisch.

Es erübrigt noch, kurz auf die Übereinstimmung dieses Ergebnisses mit den früher (42) besprochenen Resultaten Legendres und Lobatschewskys hinzuweisen. Jetzt wird nämlich erklärlich, warum der erstere, indem er außer den Kongruenzbedingungen nur das Axiom von der geraden Linie voraussetzte, daraus wohl beweisen konnte, daß die Summe der Dreieckswinkel nicht größer, nicht aber, daß sie nicht kleiner als zwei Rechte sein könne. Denn jenes Axiom gilt gleichmäßig für die ebene und für die pseudosphärische Mannigfaltigkeit, nicht aber für die sphärische: durch die Voraussetzung desselben war demnach nur der letztere Fall, für welchen die Winkelsumme des Dreiecks größer als zwei Rechte ist, ausgeschlossen, über die beiden anderen Fälle aber nichts entschieden worden. — Auch der Versuch Lobatschewskys wird durch die Ergebnisse der analyt-

tischen Untersuchung glänzend bestätigt. Seine „imaginäre Geometrie“, welche das Axiom von der geraden Linie voraussetzt, aber daneben die Möglichkeit annimmt, durch einen Punkt außerhalb einer geraden Linie mehrere derselben parallele Linien zu konstruieren, entspricht der analytischen Theorie der pseudosphärischen Mannigfaltigkeiten und steht also, wie diese, zwar überall mit einer spezifischen Eigenschaft unseres Raumes, jedoch nirgends mit sich selbst im Widerspruch. In der Tat liefert jene Theorie zu jedem der von Lobatschewsky auf synthetischem Wege gefundenen Sätze das Seitenstück.

Was aber die Erkenntnistheorie, sämtlichen vorhergehenden Erörterungen zufolge, den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen verdankt, ist die Möglichkeit, vollständig und genau die einfachen synthetisch-apriorischen Urteile festzustellen, aus deren Verbindung alle geometrische Gewißheit tatsächlich entsteht. Dieselben lassen sich folgenderweise formulieren:

1. Jeder Punkt im Raume wird durch drei unabhängig veränderliche Koordinaten vollständig bestimmt.
2. Diese Koordinaten sind kontinuierlich veränderlich.
3. Die verschiedenen Teile des Raumes sind kongruent.
4. Zwischen je zwei Punkten im Raume ist nur eine gerade Linie möglich (der Raum ist unendlich groß).
5. Zu jeder geraden Linie läßt sich durch einen Punkt außerhalb derselben nur eine derselben parallele (in der nämlichen Ebene liegende und dieselbe nicht schneidende) Linie konstruieren.

Die Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen haben bewiesen, daß aus diesen wenigen Elementarüberzeugungen die ganze gewaltige Masse des geometrischen Wissens sich aufbaut. — Wenn der Naturforscher nachweisen kann, daß bei der Entstehung einer gegebenen Naturerscheinung *A* gewisse Agentien *abcd* beteiligt gewesen sind, und wenn er sodann in seinem Laboratorium aus eben diesen Agentien *abcd* eine Erscheinung von genau derselben Beschaffenheit wie *A* aufbauen kann, so schließt er, daß auch der Erscheinung *A* nur die Agentien *abcd* zugrunde liegen. In ganz derselben Weise kann der Erkenntnistheoretiker nachweisen, erstens, daß bei dem tatsächlichen Zustandekommen geometrischer Gewißheit immer jene Voraus-

setzungen mitwirken, zweitens, daß aus jenen Voraussetzungen, bei vollständiger Ausschließung aller anderen Faktoren, ein System von Gewißheiten aufgebaut werden kann, welches mit dem gegebenen Systeme geometrischer Lehrsätze inhaltlich identisch ist. Er schließt, genau so wie jener, daß auch diesem gegebenen Systeme nur jene bestimmte Voraussetzungen zugrunde liegen.

Die Frage nach dem wesentlichen Inhalte unseres elementaren räumlichen Wissens wäre damit erledigt. Jetzt kommt die andere: wie die Tatsache dieses Wissens zu erklären sei? Ihren Grund findet dieselbe in der Einsicht, daß dieses Wissen apriorischer Natur ist, d. h. (26) daß es über die gegebene Erfahrung hinausgeht. Für einzelne geometrische Grundsätze wurde dies schon früher (40) vorläufig nachgewiesen: es läßt sich jetzt dieser Nachweis vervollständigen. Denn aus den Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen geht nicht nur hervor, daß Systeme von Abhängigkeitsbeziehungen, welche von dem in unserem Raume geltenden Systeme abweichen, sich ohne Widerspruch denken lassen; sondern auch, daß der Grad dieser Abweichung ein so geringfügiger sein könnte, daß wir mit unseren Sinnesorganen und Meßinstrumenten nichts davon bemerken würden. Denken wir uns den Fall, das System der Punkte im Raume wäre eine Mannigfaltigkeit mit innerhalb sehr enger Grenzen wechselndem Krümmungsmaß, oder auch mit konstantem, aber äußerst geringem positivem oder negativem Krümmungsmaß: so müßten im ersteren Fall bewegte Körper eine minimale Formveränderung erleiden, im zweiten die Axiome, oder eins derselben, ihre absolute Exaktheit verlieren; aber weder das eine noch das andere brauchte für uns wahrnehmbar zu sein. Denken wir uns zur Veranschaulichung (mit Helmholtz) vernunftbegabte zweidimensionale Wesen, welche die Oberfläche eines Riesenellipsoids oder einer Riesenkugel bewohnten, so würden dieselben von der Krümmung ihres (zweidimensionalen) Raumes ebenso wenig etwas bemerken, wie wir von der Krümmung der Erdoberfläche; keine Beobachtung würde sie darüber belehren, daß der euklidischen Planimetrie für ihren Wohnort nur annähernde Gültigkeit zukäme; — aber umgekehrtenfalls würden sie auch niemals volle Gewißheit darüber erhalten können, daß die Fläche, welche sie bewohnen, wirklich eine Ebene ist. Wie läßt es sich

nun erklären, daß wir, indem wir für die Beobachtung der Verhältnisse in unserem Raum über keine besseren Mittel verfügen als jene, dennoch für die Lehrsätze unserer Geometrie notwendige und vollkommen exakte Wahrheit in Anspruch nehmen? Warum fordern wir bei einer mathematischen Beweisführung nicht jene peinliche Sorgfalt der Messungsmethoden, jene gewissenhafte Ausschließung störender Umstände, ohne welche keine physikalische Beweisführung uns überzeugen kann? Warum darf die exakteste Wissenschaft, ohne etwas von ihrer Exaktheit einzubüßen, mit dem rohesten Materiale arbeiten? Warum, endlich, hat die mathematische Naturwissenschaft, welche bei allen ihren Untersuchungen die Geltung der Axiome bis ins Gebiet des Unmeßbargroßen und des Unmeßbarkleinen voraussetzt, niemals das Bedürfnis empfunden, sich durch eingehende Messungen, soweit es möglich war, von der Richtigkeit dieser Voraussetzungen zu überzeugen?

Das sind die Fragen, für welche wir eine Antwort —, die Tatsachen, für welche wir eine Erklärung zu suchen haben.

Die Erklärung der Tatsachen.

47. Die empiristische Theorie. Für die Philosophen der empiristischen Schule, als deren hervorragendsten Vertreter wir auch für die jetzt vorliegenden Fragen John Stuart Mill betrachten können, ist die Geometrie, wie die Logik und die Arithmetik, eine empirische Naturwissenschaft. Die Begriffe, welche sie aufstellt, die Verhältnisse, welche sie untersucht, sind durch die sinnliche Wahrnehmung bekannt, aus der sinnlichen Wahrnehmung abstrahiert; ihre Grundsätze fassen nur zusammen, was die sinnliche Wahrnehmung uns lehrt. Die besondere Art der Gewißheit aber, welche den geometrischen Sätzen anhaftet, die Notwendigkeit, Allgemeinheit und Exaktheit, welche wir denselben zuschreiben, wird zum Teil einfach geleugnet, zum Teil auch in der nämlichen Weise erklärt, wie wir es früher (20, 32) für die logischen und arithmetischen Sätze gesehen haben.

Aus dieser Auffassung der eigentlichen Natur des geometrischen Wissens ergeben sich aber wichtige Konsequenzen. Wenn die Untersuchungsobjekte der Geometrie uns durch sinn-

liche Wahrnehmung gegeben sein sollen, so wird dasjenige, was nicht sinnlich wahrgenommen werden kann, also beispielsweise der ausdehnungslose Punkt, die eindimensionale Linie, unmöglich Untersuchungsobjekt der Geometrie sein können. Aber weiter: auch dasjenige, welches bloß tatsächlich der sinnlichen Wahrnehmung niemals dargeboten wird: der vollkommene Kreis, der exakt gerade Winkel, kann nicht zu den Untersuchungsobjekten der Geometrie gehören. In der Tat sind nach Mill die wahren Gegenstände geometrischer Untersuchung nicht der ausdehnungslose Punkt, sondern das „minimum visibile“, der kleinste noch wahrnehmbare Teil einer Fläche; nicht die eindimensionale Linie, sondern der Kreidestrich oder der gespannte Faden; nicht der vollkommene Kreis, sondern etwa die Durchschnittsfläche eines Baumes; — und die geometrischen Definitionen sollen durch Generalisation aus der Wahrnehmung dieser gegebenen Objekte entstanden sein. Ist dieses aber einmal zugegeben, so folgt notwendig, daß den geometrischen Lehrsätzen nur approximative Wahrheit zukommen kann. Ebenso wenig wie die Lehrsätze anderer Wissenschaften, bieten sie eine vollkommen genaue Erkenntnis der Objekte, auf welche sie sich beziehen: der Ruf der Exaktheit, dessen die Geometrie sich erfreut, ist demnach einfach usurpiert (a. a. O. I. 258—262).

Vielleicht dürfte das Angeführte schon genügen zum Beweis, daß Mill auch hier weniger seine Theorie den Tatsachen, als die Tatsachen seiner Theorie anzupassen bestrebt ist. Allerdings: die Frage, ob die „wahren“ Gegenstände geometrischer Forschung ideale Raumkonstruktionen oder gegebene Objekte sind, ist eine ziemlich müßige; man sagt nicht wesentlich Verschiedenes, wenn man den Baumdurchschnitt einen unvollkommenen Kreis, und wenn man den Kreis einen unvollkommenen Baumdurchschnitt nennt. Auch sind alle darüber einverstanden, daß die bekannten Sätze aus den Lehrbüchern nur für den Kreis vollkommen genau, für den Baumdurchschnitt aber nur approximativ gelten; und es könnte ohne Nachteil dem besonderen Geschmacke eines jeden überlassen werden, ob er in einer Theorie des ersteren oder in einer Theorie des letzteren das höchste Ziel geometrischen Forschens erblicken will. In der Art und Weise aber, wie Mill diese Frage erledigt, wird etwas vorausgesetzt, was am Eingang der Untersuchung nicht vorausgesetzt werden darf: daß nämlich

die Geometrie (oder die Wissenschaft überhaupt) nur auf sinnlich wahrnehmbare Einzeldinge sich beziehen kann. Ob diese Voraussetzung richtig ist, kann nur eine eingehende Untersuchung der tatsächlich gegebenen Wissenschaft entscheiden; ohne eine solche darf es aber am allerwenigsten für das Gebiet der Geometrie als selbstverständlich angenommen werden. Denn hier scheinen doch die Tatsachen am allerwenigsten dazu geeignet zu sein, sich dieser Auffassung anzubequemen. Es ist den Geometern niemals eingefallen, ihr gutes Recht zur Erforschung der Eigenschaften irgend einer Figur davon abhängen zu lassen, ob auch in der materiellen Welt Urbilder zu dieser Figur zu finden seien; sie haben mit gleich gutem Gewissen das Tausendeck und die Hyperbel, wie das Dreieck und den Kreis zum Gegenstand ihrer Untersuchungen gemacht, und sie haben niemals geglaubt, dieses Verfahren erst dadurch rechtfertigen zu können, daß sie nun auch mit Bleistift oder Kreide eine annähernd genaue Zeichnung der betreffenden Figur zustande brächten. Auf die Frage aber, womit sich denn eigentlich ihre Wissenschaft beschäftige, haben sie stets geantwortet: mit Konstruktionen im Raume. Nun läßt sich allerdings fragen: wie man denn von diesem an sich unwahrnehmbaren Raum, außer durch Wahrnehmung der sich darin befindenden Dinge, etwas wissen könne; in Beziehung zu welcher Wirklichkeit denn eigentlich den geometrischen Sätzen Wahrheit zukomme usw.: — und in der Tat muß eine richtige Theorie der Mathematik jede dieser Fragen zu beantworten imstande sein. Es läßt sich auch von vornherein die Möglichkeit keineswegs ausschließen, daß diese Antwort im Sinne Mills ausfallen müßte; daß sich demnach sämtliche Mathematiker über die eigentliche Natur ihrer Untersuchungen vollständig und durchgehend geirrt hätten. So viel aber wird klar sein, daß die Sache eine etwas eingehendere Untersuchung erfordert, als Mill derselben hat zuteil werden lassen.

48. Die empiristische Theorie. Fortsetzung. Während also Mill die geometrischen Definitionen nur als annähernd richtig gelten lassen will, glaubt er umgekehrt für die geometrischen Axiome eine strenge, von allem Hypothetischen freie Geltung in Anspruch nehmen zu können. Er behauptet aber, damit sei nichts Außergewöhnliches, der Geometrie Eigentümliches zu-

gegeben: fast in jeder Wissenschaft gebe es, neben den Urteilen, denen nur approximative Wahrheit zukommt, andere, welche vollkommen genau gelten. So in der Mechanik das Trägheitsgesetz, in der Astronomie den Satz, daß die Dauer einer Achsendrehung der Erde 24 Stunden beträgt. Genau so wie diese, seien auch die geometrischen Grundsätze experimentelle Wahrheiten, induktive Verallgemeinerungen aus der Erfahrung. Wer einer anderen Ansicht sei, müsse die Beweislast auf sich nehmen: denn jeder müsse doch zugeben, daß, selbst wenn die Axiome keine Bestätigung durch die Erfahrung brauchen sollten, eine solche Bestätigung denselben fortwährend und in endloser Fülle zuströmt. Die Gründe, welche in allen anderen Fällen Gewißheit erzeugen, seien hier vollständig und in unendlich reichem Maße wie dort vorhanden; für die Annahme spezifischer Gründe liege demnach keine einzige Veranlassung vor. Wer sich darauf beruft, daß vollkommen gerade Linien uns niemals gegeben sind, solle bedenken, daß die gegebenen Linien, je geringer ihre Krümmung ist, um so besser den geometrischen Axiomen entsprechen: daraus erkläre sich unsere Überzeugung, daß vollkommen gerade Linien auch vollkommen genau in die Axiome passen würden. Daß wir ohne tatsächliche Wahrnehmung, durch bloßes Experimentieren mit unseren Phantasievorstellungen, uns von der Wahrheit der Axiome überzeugen können, sei eben kein großes Wunder: denn den geometrischen Figuren komme die charakteristische Eigentümlichkeit zu, daß unsere Vorstellungen von denselben den entsprechenden Wahrnehmungen vollkommen gleich seien. Die notwendige Geltung aber, welche wir den Axiomen zuschreiben, sei einfach das Ergebnis einer Assoziation zwischen ausnahmslos verbundenen Vorstellungen: es lehre ja die ganze Geschichte des menschlichen Denkens, wie schwierig es ist, Vorstellungen zu trennen, wenn die entsprechenden Empfindungen sich niemals gesondert dem Geiste dargeboten haben. Damit seien aber alle Gründe, welche man gegen den empirischen Ursprung der geometrischen Grundsätze angeführt hat, widerlegt (a. a. O., I, 264—289).

Wir werden sogleich untersuchen, was diese Theorie zur Erklärung der vorliegenden Tatsachen leisten kann: eine kurze Bemerkung über die von Mill hervorgehobene Eigenschaft der vollkommen adäquaten Reproduzierbarkeit geometrischer Figuren

lasse ich vorhergehen. Eine merkwürdige Eigenschaft in der Tat, — deren scheinbare Selbstverständlichkeit aber das nämliche Problem, welches sie lösen sollte, wieder in sich schließt. Denn wie kommt es doch, daß, während man in keiner anderen Wissenschaft es sich würde einfallen lassen, für die Beurteilung tatsächlicher Verhältnisse auf die bloßen Erinnerungsbilder derselben sich zu verlassen, man hier dieses Verfahren ganz natürlich findet? Mill weist darauf hin, daß mancher auch von zwei gesondert wahrgenommenen Farben aus der bloßen Erinnerung beurteilen könne, welche die dunklere sei. Allerdings: aber wenn sich irgend ein wissenschaftliches Interesse an die Frage knüpfte, würde man es dann auch auf die bloße Erinnerung ankommen lassen? Was würde man wohl zu einem Physiker sagen, der aus der bloßen Erinnerung entscheiden wollte, wievielmals das Sonnenlicht stärker ist als das Licht des Mondes? — Aber die Erfahrung, so behauptet Mill, hat gelehrt, daß unsere Erinnerungsbilder geometrischer Figuren vollkommen genau mit den Originalen übereinstimmen. Ich möchte fragen, wann und wo man sich denn durch exakte Messung von dieser vollkommen genauen Übereinstimmung überzeugt habe? Man wird wohl gestehen müssen: niemals und nirgends! Nun wohl: so mache man denn den Versuch! Man vergleiche etwa aus der Erinnerung die Länge oder den Krümmungsgrad zweier gesondert wahrgenommener, sehr wenig verschiedener Linien. Man wird finden, daß die Reproduktion geometrischer Formen keineswegs exakter ist als die Reproduktion wahrgenommener Farben oder Töne. Und die „merkwürdige Eigenschaft“, welche Mill zugunsten seiner empiristischen Theorie für die geometrischen Formen in Anspruch nimmt, ist bei näherem Zusehen nichts weiter als — ein Produkt apriorischer Konstruktion. Wenn die Geometrie eine Wissenschaft von gegebenen Objekten sein soll und dennoch ohne Gefahr für die Richtigkeit ihrer Ergebnisse sich auf die Untersuchung bloßer Phantasiebilder beschränken kann, so müssen offenbar diese Phantasiebilder Reproduktionen früherer Wahrnehmungen sein und mit diesen Wahrnehmungen genau übereinstimmen. Geht man aber nicht von der *petitio principii*, sondern von den Tatsachen aus, so läßt der Schluß sich umkehren: Die Reproduktion geometrischer Formen ist keineswegs exakter als die Reproduktion anderer Wahrnehmungen;

dennoch gelangt die Geometrie durch Untersuchung bloßer Phantasiebilder zu vollkommen sicheren Ergebnissen: die Gewißheit derselben muß sich demnach auf etwas anderes als auf die gegebenen Objekte beziehen. — Wir lassen die Frage, was dieses andere sein kann, einstweilen dahingestellt und untersuchen zunächst, ob sich das Entstehen geometrischer Gewißheit, wenn auch nicht aus bloßen Phantasiebildern, so doch aus gegebener Erfahrung erklären lasse.

Die elementaren Urteile, aus deren Verbindungsprodukten die gesamte Geometrie besteht, beziehen sich nach dem Vorhergehenden (46) auf die Dreizahl der Raumdimensionen, auf deren kontinuierliche Veränderung, auf die Kongruenz verschiedener Raumteile, auf die Geltung des Axioms von der geraden Linie (welches die Unendlichkeit des Raumes in sich schließt) und auf die Geltung des Parallelenaxioms. Diesen Urteilen wird, wie wir gleichfalls gesehen haben, apodiktische, allgemeine, exakte Wahrheit zugeschrieben. Mill erkennt diese Tatsache an, glaubt aber dieselbe aus Assoziationswirkungen erklären zu können. Um über die Zulässigkeit dieser Erklärung urteilen zu können, halten wir die gegebene geometrische Gewißheit mit derjenigen zusammen, welche sich in anderen, für das Zustandekommen assoziativer Verbindungen gleich günstigen Fällen konstatieren läßt. — Die unendliche Ausdehnung des Raumes einerseits, seine unendliche Teilbarkeit (Kontinuität) andererseits, soll uns deshalb als selbstverständlich und notwendig erscheinen, weil wir niemals einen Gegenstand gesehen haben, ohne daß sich noch etwas anderes dahinten befände, und weil wir noch keinen Körper wahrgenommen haben, der nicht zerlegbar wäre. Gesetzt nun, diese Erklärung wäre richtig: so müßten uns offenbar die unendliche Ausdehnung und die unendliche Teilbarkeit der Materie genau so selbstverständlich und notwendig erscheinen, wie die entsprechenden Eigenschaften des Raumes. Denn die von Mill angeführten Wahrnehmungstatsachen beziehen sich doch unmittelbar nur auf die (wahrnehmbare) Materie, und erst mittelbar auf den (an sich nicht wahrnehmbaren) Raum. Und zwar mit Recht: denn daß sich etwa hinter dem Monde noch Raum befindet, läßt sich doch nicht unmittelbar wahrnehmen, sondern erst daraus schließen, daß wir Körper entdecken, denen wir einen Ort jenseits des Mondes zuzuschreiben uns genötigt

finden. Ähnlich bei der Kontinuität: die gegenständliche Wahrnehmung kann uns nur lehren, daß auch der kleinste Körper, aber nicht unmittelbar, daß auch der kleinste Raumteil noch weitere Teilung zuläßt. Die nämlichen Erfahrungen, welche uns hinter jedem Raume noch andere Räume und in jedem Raumteil noch kleinere Raumteile gezeigt haben, haben uns demnach hinter jeder Materie noch andere Materie und in jedem Stoffteile noch kleinere Stoffteile entdecken lassen: und trotz dieser vollständigen Gleichheit der Umstände soll sich in dem ersten Fall eine „unzertrennliche Assoziation“ ausgebildet haben, kraft deren wir außerstande sind, eine Grenze für Ausdehnung und Teilbarkeit des Raumes auch nur als möglich zu denken, — während in dem zweiten weder die atomistische Hypothese, noch der Gedanke, daß vielleicht nur ein Teil des Raumes Materie enthält, dem Denken auch nur die geringsten Schwierigkeiten zu bereiten scheint. — Ähnlich verhält es sich mit der Kongruenz verschiedener Raumteile. Die freie Beweglichkeit der Körper im leeren Raume und die Unabhängigkeit ihrer Gestalt von der Bewegung scheint uns selbstverständlich, das Umgekehrte undenkbar. Die Empiristen müssen folgerichtig die Ursache dieser Undenkbarkeit wieder darin suchen, daß wir bisher jeden Körper als frei und ohne Formveränderung beweglich kennen gelernt haben. Nun ist dies aber erstens nicht vollkommen richtig: insofern Körper, wenn etwa die Räume, durch welche sie sich bewegen, verschiedene Temperaturen besitzen, ganz gewiß bei der Bewegung Formveränderung erkennen lassen. Nehmen wir aber an, diese allerdings sehr geringe Formveränderung sei nicht bemerkt worden, und es haben sich demnach zwischen Bewegung und unveränderter Form ungestört assoziative Verbindungen ausbilden können. Dann läßt sich immer noch nachweisen, daß die besagte Undenkbarkeit etwas ganz anderes enthält, als aus diesen assoziativen Verbindungen mit Möglichkeit hätte hervorgehen können. Denn was dieselben hätten leisten können, wäre doch im günstigsten Falle nur dies: daß uns die Fähigkeit, Bewegung und Formveränderung zusammen vorzustellen, verloren gegangen wäre, und daß wir darum bei allen Untersuchungen die Unabhängigkeit der Form von der Bewegung als selbstverständlich voraussetzten. Nun beweist aber eine einfache Selbstbesinnung, daß uns diese Fähigkeit

keineswegs verloren gegangen ist. Wir können uns ohne jede Schwierigkeit Körper vorstellen, welche bei der Bewegung ihre Form ändern; und nichts hindert uns, diese Formveränderung genau so uns vorzustellen, wie sie in einem Raume mit veränderlichem Krümmungsmaß — etwa in einem „ellipsoidischen Raume“¹⁾ — stattfinden müßte. Wir können noch weiter gehen und behaupten, daß entsprechende Erfahrungen uns nicht nur nicht unvorstellbar, sondern auch nicht undenkbar sind, d. h. daß wir uns keineswegs von vornherein genötigt finden, das Vorkommen derselben tatsächlich unmöglich zu nennen. Nur würden wir dieselben sogleich physisch, und nicht geometrisch, interpretieren; d. h. wir würden nicht die Konstitution des Raumes, sondern unbekannt im Raume wirkende Kräfte für dieselben verantwortlich machen. Oder mit anderen Worten: die Abhängigkeit der Form physischer Körper vom Ort würden wir unbeanstandet hinnehmen und als eine zu erklärende Tatsache zur Seite legen; die Unabhängigkeit der Form mathematischer Körper vom Ort würde uns aber genau so gewiß und so selbstverständlich erscheinen wie zuvor. Dieser Umstand ist wichtig: derselbe beweist wieder einmal, daß der Begriff mathematischer Körper keineswegs eine bloße Abstraktion aus den Wahrnehmungen physischer Körper ist, und daß das Axiom der Kongruenz, welches sich auf die ersteren bezieht, keineswegs auf assoziativem Wege aus der Wahrnehmung der letzteren entstanden sein kann. Um die Sache zu voller Klarheit zu bringen, wolle man ein einfaches Gedankenexperiment anstellen. Man denke sich in den Fall hinein, daß genaue Messungen für sämtliche Körper eine bestimmte geringe Abweichung vom Gravitationsgesetze ergeben sollten; und man frage sich, ob man in diesem Fall noch daran denken würde, zu glauben, es gebe doch einen abstrakten „Körper überhaupt“, für welchen das Gravitationsgesetz seine volle Geltung behielte. Man wird sich leicht davon überzeugen, daß nichts Dergleichen geschehen würde: unsere Erkenntnis von den Eigenschaften tatsächlich gegebener Körper kann sich nicht ändern, ohne daß der aus denselben abstrahierte Begriff des Körpers überhaupt die nämliche Änderung mitmachen müßte. Ähnlich müßte es

¹⁾ Ein ellipsoidischer Raum wäre ein solcher, der sich zu dem unsrigen verhielte wie die Ellipsoidfläche zur Ebene.

sich aber hier verhalten, wenn unser Begriff des mathematischen Körpers und unsere Erkenntnis seiner Eigenschaften nur durch Abstraktion aus den Wahrnehmungen physischer Körper entstanden wäre. Wir haben aber gesehen, daß es sich hier anders verhält: daß wir für sämtliche physische Körper die Kongruenzbedingungen aufgehoben denken können, ohne daß die notwendige Geltung derselben für mathematische Körper auch nur im geringsten geschmälert würde. Ich sehe nicht ein, wie die empiristische Theorie diese durch einfache Selbstbesinnung zu kontrollierenden Tatsachen erklären könnte. — Sagen wir zuletzt noch ein Wort über die Euklidischen Axiome. Die Evidenz derselben ist nach Mill ein Ergebnis der sogenannten Methode der sich begleitenden Veränderungen: wir haben zwar niemals eine vollkommen gerade, dagegen oft mehr oder weniger krumme Linien wahrgenommen, und dabei jedesmal bemerkt, daß, je geringer die Krümmung, um so kleiner auch der Raum wird, welchen zwei solche Linien einschließen. Daraus haben wir abgeleitet, daß zwei vollkommen gerade Linien keinen Raum einschließen würden. Nun wird allerdings in der empirischen Naturwissenschaft von dieser Methode der sich begleitenden Veränderungen ein ausgiebiger Gebrauch gemacht; es ist aber auffallend, daß dieselbe nirgends sonst als in der Geometrie auch nur den Schein eines apriorischen Wissens hat zustande bringen können. Die Erfahrung lehrt, daß Wärmezufuhr das Volumen der Körper vergrößert und umgekehrt; demzufolge ist zwar die Vermutung ausgesprochen worden, daß, wenn einem Körper all seine Wärme entzogen wäre, sein Volumen sich auf Null reduzieren müßte, keineswegs aber hat dieser Satz auch nur im entferntesten die Bedeutung einer notwendigen Wahrheit erlangen können. Nur in der Geometrie, und zwar ohne jemals genaue Messungen angestellt zu haben, hält man es für selbstverständlich, daß Beziehungen, welche man innerhalb der engen unserer Wahrnehmung gesetzten Grenzen für gültig befunden hat, auch außerhalb dieser Grenzen, bis ins unmeßbar Große und unmeßbar Kleine, ihre volle Gültigkeit bewahren. Überall sonst, selbst bei so gut beglaubigten und so durchsichtigen Gesetzen, wie dem Gravitationsgesetz in der Physik und dem Gesetz der multiplen Verbindungen in der Chemie, werden immer wieder neue Messungen unternommen, um die

exakte Geltung der betreffenden Formeln zu prüfen, und wird dennoch von niemandem geglaubt, daß man es weiter als bis zu einer mehr oder weniger großen Wahrscheinlichkeit bringen könnte. Sollte nun das gänzlich verschiedene Verhalten der Wissenschaft den geometrischen Erscheinungen gegenüber durch eine einfache Berufung auf die Methode der sich begleitenden Veränderungen erklärt werden können? — In der Tat: allzuviel haben die Empiristen über das System die Tatsachen, über den Empirismus die Empirie vergessen.

49. Die Hypothese Kants. Wir haben gesehen, daß die Tatsache der apodiktischen, allgemeinen, exakten Gewißheit geometrischer Sätze sich aus gegebenen Wahrnehmungen und assoziativer Verarbeitung derselben nicht erklären läßt. Es fragt sich, ob und in welcher Weise eine andere Erklärung dieser Tatsache denkbar sei.

Auf diese Frage läßt sich nun vielleicht eine Antwort finden, wenn wir uns erinnern, daß dasjenige, welches wir wahrnehmen, nicht als identisch mit den außer uns existierenden Dingen selbst, sondern nur als eine Wirkung dieser Dinge auf den Wahrnehmer aufgefaßt werden kann (1). Nun gilt aber ganz allgemein, daß die Wirkung, welche ein Ding A in einem anderen Dinge B zustande bringt, nicht ausschließlich von den Eigenschaften des A, auch nicht ausschließlich von den Eigenschaften des B, sondern von den Eigenschaften beider Dinge zusammen abhängt. Daß Wachs von der Sonne geschmolzen wird, liegt nicht bloß an der Eigenschaft der Sonne, Wärme auszustrahlen, sondern auch an der Eigenschaft des Wachses, schmelzbar zu sein; das Spiegelbild irgend eines Gegenstandes wird nach Farbe und Gestalt nicht bloß durch die entsprechenden Eigenschaften des Gegenstandes, sondern auch durch Farbe und Gestalt der Spiegelfläche bestimmt. So muß denn auch der Inhalt unserer Wahrnehmungen nicht ausschließlich von den Eigenschaften der Dinge, auf welche sie sich beziehen, sondern auch von gewissen Eigenschaften des wahrnehmenden Subjekts, welche wir kurz unter dem Namen Wahrnehmungsvermögen zusammenfassen, abhängen. In der Tat ist diese Vermutung für bestimmte Gebiete schon von der empirischen Naturwissenschaft bestätigt worden. Dieselbe nimmt an, daß unsere Farben- und Tonempfindungen durch mechanische

Prozesse in der Außenwelt, welche also an sich mit Ton und Farbe nichts zu schaffen haben, veranlaßt werden; und daß demnach jede gegebene Empfindung aus dem Zusammenwirken dieses mechanischen Reizes mit der bleibenden, eben auf Ton- und Farbenempfindung eingerichteten Organisation des Wahrnehmers resultiert. — Wenn sich aber die Sache so verhält, so muß sich offenbar für jede Wahrnehmung die allgemeine, nur in der Organisation des Wahrnehmers begründete Form derselben aus ihrem spezifischen, von dem einwirkenden Objekte mitbestimmten Inhalte ausscheiden lassen. Ich sehe eine grüne Wiese: daß ich überhaupt Farbe sehe, gehört in dieser Wahrnehmung offenbar zur Form, denn es hängt ausschließlich von der eigentümlichen Affizierbarkeit des Gesichtssinnes ab; daß ich aber diese bestimmte grüne Farbe in diesem bestimmten Teile des Sehfeldes wahrnehme, das ist der Inhalt der Wahrnehmung, der von objektiven Faktoren mitbestimmt wird. Gesezt nun, daß uns die psychophysische Organisation eines Wahrnehmers vollkommen genau bekannt wäre, so würden wir offenbar, unabhängig von aller äußeren Erfahrung, im voraus zu bestimmen imstande sein, zwar nicht welche Affektionen dieser Wahrnehmer erleiden wird, aber doch welche Affektionen er erleiden kann. Und auch über die Verhältnisse zwischen diesen möglichen Affektionen würden wir eine Erkenntnis erwerben können, deren Wahrheit keine Übereinstimmung mit einer äußeren, sondern eben nur Übereinstimmung mit dieser inneren Wirklichkeit bedeuten würde; welche aber dessenungeachtet, eben weil sie für alle dem Wahrnehmer möglichen Wahrnehmungen gelten würde, auch für die Wahrnehmungen, welche er tatsächlich hat, notwendig gelten müßte. Genau so wie wir von einem Spiegel, von dem wir wissen, daß er aus blauem Glase verfertigt worden ist, von vornherein versichern können, daß er alle Gegenstände, welche sich darin spiegeln, in blauer Farbe wird erscheinen lassen, genau so würde auch eine vollständige Erkenntnis der eigentümlichen Natur unseres Wahrnehmungsvermögens uns befähigen, den allgemeinen Charakter sämtlicher von uns zu habenden Wahrnehmungen und die verschiedenen zwischen denselben obwaltenden Beziehungen im voraus zu bestimmen. — Nun ist es allerdings wahr, daß wir uns des Besitzes einer solchen Erkenntnis nicht klar und deutlich bewußt sind: es könnte aber dennoch

sein, daß dieselbe, wie so manche andere (man denke etwa an die vielen Momente, welche wir unbewußt bei der Schätzung der Entfernung gesehener Objekte in Anschlag bringen), unter den nicht- oder halbbewußten Grundlagen des bewußten Denkens eine Rolle spielen sollte; daß also der Geist, ohne sich davon mit Worten Rechenschaft ablegen zu können, in der gegebenen Erfahrung den von ihm selbst herrührenden Allgemeincharakter von dem spezifischen, dem einwirkenden Objekte zuzuschreibenden Inhalte zu unterscheiden und diese Unterscheidung logisch zu verwerten vermöchte. Wenn dem aber so wäre, so wäre für die Existenz apriorischer, auf gegebene Erfahrung sich beziehender Gewißheit jedenfalls eine Möglichkeit der Erklärung gefunden. Denn diese Gewißheit ließe sich dann vielleicht so begreifen, daß sie eben nur jenen vom Wahrnehmer herrührenden Allgemeincharakter der Erfahrung betreffe: damit wäre aber ihre apriorische Natur erklärt, denn alle gegebene Erfahrung muß sich offenbar den Bedingungen fügen, welche in der Einrichtung des Wahrnehmungsvermögens selbst begründet sind.

Durch die angeführten Betrachtungen ist noch wenig mehr als ein System von leeren Möglichkeiten gegeben: wir wollen jetzt untersuchen, ob diesen Möglichkeiten für das wirkliche Denken irgend welche Bedeutung zukommt. Wir beschränken uns dabei vorläufig auf das Gebiet solcher Erfahrungen, aus denen die Wissenschaft bereits einen Teil als zweifellos subjektiven Ursprungs ausgeschieden hat; und fragen erstens, ob auch für diese Erfahrungen im tatsächlichen Denken apriorische Urteile vorkommen, zweitens, ob sich dieselben vielleicht eben auf jenen zweifellos subjektiven Teil der betreffenden Erfahrungen beziehen sollten. — Solche Erfahrungen, wie wir sie für diese Untersuchung brauchen, liefert uns das Gebiet der Farben und Töne: die Überzeugung, daß dieselben nicht etwas außer uns Existierendes, sondern bloß eine Wirkung des außer uns Existierenden in unserem Bewußtsein sind, ist seit langer Zeit Gemeingut der Wissenschaft. Auch sind wir tatsächlich im Besitze apriorischer, sich auf die Verhältnisse zwischen verschiedenen Farben oder verschiedenen Tönen beziehender Urteile: daß etwa das Rot mehr dem Orange als dem Grün verwandt ist, oder daß die Töne C und G eine Konsonanz ergeben, oder auch, daß alle

Töne sich in ein eindimensionales Schema ordnen, das muß nach unserer unerschütterlichen Überzeugung für alle Farben und Töne, welche unter die genannten Bezeichnungen fallen, notwendig und ohne Ausnahme gelten. Offenbar sind diese Sätze synthetisch-apriorischer Natur: denn der Begriff einer bestimmten Farbe oder eines bestimmten Tones ist ein absolut einfacher, nicht weiter analysierbarer; und die angeführten Sätze beziehen sich nicht bloß auf die Ergebnisse bisheriger Erfahrung, sondern auf alle mögliche Erfahrung überhaupt. Auch läßt sich die Gewißheit derselben, ebensowenig wie die Gewißheit der geometrischen Axiome, der allgemeinen Tatsache induktiver Gewißheit unterordnen: denn die Induktion liefert, wie wir nun zur Genüge gesehen haben, niemals apodiktisches oder absolut allgemeines Wissen. — Wie erklären sich nun diese unerschütterlichen Überzeugungen? Sehr einfach aus der Tatsache, daß dieselben nicht auf den konkreten Inhalt, sondern eben auf die allgemeine, durch die psychophysische Organisation des Wahrnehmers bedingte Form der betreffenden Erscheinungen sich beziehen. Welche Farben und Töne wahrgenommen werden, wie oft, wann und wo die einzelnen Farben und Töne wahrgenommen werden, welche Prozesse in der Außenwelt das Auftreten bestimmter Farben- oder Tonempfindungen bedingen, darüber sagen diese Überzeugungen nichts. Auch die allgemeinen Gesetze, welche die regelmäßige räumliche und zeitliche Verbindung bestimmter Farben und Töne miteinander oder mit anderen Erscheinungen beherrschen, vermögen sie nicht zu bestimmen. Sondern sie beziehen sich ausschließlich auf das allgemeine Schema der Empfindungen, welche der Wahrnehmer, kraft seiner psychophysischen Organisation, haben kann, — müssen aber eben darum auch für alle Empfindungen, welche der Wahrnehmer tatsächlich hat, notwendig und ohne Ausnahme gelten. Wenn unser Gehörorgan einmal so eingerichtet ist, daß wir den Zusammenklang der Töne C und G als eine Konsonanz auffassen, so ist damit offenbar über die Frage, ob wir je die Töne C und G zusammen wahrnehmen werden, nichts entschieden; wenn und sooft aber in unserer Erfahrung diese Töne zusammentreffen, werden sie notwendig eine Konsonanz ergeben müssen. — Wir finden also, daß in der Tat für das Gebiet der Farben und Töne synthetisch-apriorische Überzeugungen vorkommen, welche

auf die „Form“ der betreffenden Empfindungen sich beziehen, und deren Gegebensein sich nur daraus erklären läßt, daß wir in irgend welcher Weise, auch ohne klare Rechenschaft davon ablegen zu können, diese Form aus dem gegebenen Inhalte abzusondern vermögen.

Die vorhergehenden Erörterungen mögen dazu dienen, die von Kant aufgestellte Hypothese, daß auch die räumliche Natur der Erscheinungen überhaupt zur „Form“ derselben gehöre, also rein subjektiven Ursprungs sei, dem Verständnis des Lesers näher zu bringen. Zur Begründung dieser Hypothese werden von Kant, außer der Tatsache der apriorischen Gewißheit der geometrischen Grundsätze, noch folgende Erwägungen angeführt. Erstens: wenn unsere Erkenntnis des Raumes aus dem Inhalte der Erfahrung stammte, so müßte sie, da der Raum als ein Ganzes sich nicht wahrnehmen läßt, aus den einzelnen Raumerfahrungen abstrahiert sein. Dann könnten wir aber den Raum nicht als einen einzigen, der alle besonderen Räume in sich befaßt, noch auch als eine unendliche Größe denken: denn der Allgemeinbegriff befaßt niemals seine Exemplare als Teile in sich, und der aus verschiedenen Größen abstrahierte Begriff kann unmöglich eine bestimmte Größe als Merkmal in sich schließen. Sodann liegt aber auch jeder einzelnen Raumwahrnehmung schon die Vorstellung des Raumes überhaupt zugrunde; damit ich etwas räumlich bestimmen kann, muß mir das Raumschema schon zu Gebote stehen. „Demnach kann die Vorstellung des Raumes nicht aus den Verhältnissen der äußeren Erscheinung durch Erfahrung erborgt sein, sondern diese äußere Erfahrung ist selbst nur durch gedachte Vorstellung allererst möglich.“ — Zweitens ist der Raum eine notwendige Vorstellung. „Man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, daß kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, daß keine Gegenstände darin angetroffen werden.“ Auch diese sonst schwer zu erklärende Tatsache ließe sich begreifen, wenn der Raum mit dem wahrnehmenden Subjekte selbst gesetzt, also nicht aufzuheben wäre, ohne daß dieses mit aufgehoben würde. — Kant schließt: „Der Raum ist nichts anderes, als nur die Form aller Erscheinungen äußerer Sinne, d. i. die subjektive Bedingung der Sinnlichkeit, unter der allein uns äußere Anschauung möglich ist. Weil . . . die Rezep-

tivität des Subjekts, von Gegenständen affiziert zu werden, notwendigerweise vor allen Anschauungen dieser Objekte vorhergeht, so läßt sich verstehen, wie die Form aller Erscheinungen vor allen wirklichen Wahrnehmungen, mithin a priori im Gemüte gegeben sein könne, und wie sie als eine reine Anschauung, in der alle Gegenstände bestimmt werden müssen, Prinzipien der Verhältnisse derselben vor aller Erfahrung enthalten könne.“ (A. a. O., S. 50, 54—55.)

Die Raumlehre Kants gehört zu den kühnsten Hypothesen aus der ganzen Geschichte der Wissenschaft; nicht mit Unrecht wurde dieselbe von ihrem Urheber der heliozentrischen Hypothese Copernicus' an die Seite gestellt. Denn genau so wie diese, erklärt auch jene das an bestimmten Objekten Wahrgenommene dadurch, daß sie es einem ganz verschiedenen Objekte, an welchem es nicht wahrgenommen wird, zuschreibt. Copernicus leugnet die unmittelbar wahrgenommene Bewegung der Himmelskörper und läßt die nicht wahrgenommene Bewegung der Erde an deren Stelle treten; Kant verneint die unmittelbar wahrgenommene räumliche Ordnung der Dinge und schreibt dieselbe dem Subjekte zu, dessen Selbstwahrnehmung nichts Räumliches erkennen läßt. Genau so wie die Copernicanische findet denn auch die Hypothese Kants ihren schlimmsten Feind in dem gegebenen Sinnenschein, welchem sie sich widersetzt. Wie, so führte man gegen Copernicus an, diese feste Erde, auf der wir alle leben und uns bewegen, sollte selbst in fortwährender Bewegung begriffen sein, und die Sonne, welche wir täglich auf- und untergehen sehen, sollte in Wirklichkeit ruhen? Und mit gleicher Entrüstung gegen Kant: wie, dieser unendliche Raum, der alles Bestehende in sich schließt, sollte bloßer Schein sein, und ich, der ich mich als ein unendlich kleines Objekt im Raume kenne, sollte die ganze Vorstellung dieses Raumes aus mir hervorgebracht haben? — Diesen fast unüberwindlichen Sinnenschein gilt es nun vor allem, durch Hinweisung auf analoge Fälle und durch Betonung desjenigen, was die Kantische Hypothese zur Erklärung gegebener Tatsachen leisten könnte, seines Gewichtes zu berauben. Jenes kann wieder am besten durch die Erinnerung an Farben- und Tonempfindungen geschehen, deren rein subjektive Natur dem unwissenschaftlichen Denken genau so widersinnig erscheint, wie die entsprechende Eigenschaft der Raum-

vorstellung. Wenn man dessenungeachtet sich für jene allmählich in die entgegengesetzte Ansicht hineingefunden hat, so darf man es von vornherein nicht unmöglich nennen, daß Erfahrung und Überlegung auch in bezug auf diese einen ähnlichen Frontwechsel erfordern und zustande bringen sollten. — Was aber die Leistungsfähigkeit der betreffenden Hypothese anbelangt, mag nur dieses bemerkt werden: daß dieselbe einzig und allein imstande zu sein scheint, die seit Jahrtausenden feststehende und von keinem denkenden Menschen bezweifelte Evidenz des geometrischen Wissens als eine sachlich begründete nachzuweisen. Das geometrische Wissen ist, wie die Untersuchungen Riemanns und Helmholtz' bewiesen haben, synthetischer Natur; dennoch beansprucht es, wie die tägliche Erfahrung des Denkens lehrt, absolut allgemeine, notwendige, exakte Geltung. Wenn es sich aber auf ein außer uns Existierendes, also auf den Inhalt der Erfahrung beziehen sollte, so müßte es aus Einzelwahrnehmungen, denen niemals Notwendigkeit und Exaktheit zukommt, entstanden sein; es müßten also aus nicht-notwendigen und nicht-exakten Prämissen notwendige und vollkommen exakte Schlußfolgerungen abgeleitet worden sein: und es ist klar, daß dieses nicht nach logischen Gesetzen hätte stattfinden können. Wenn dagegen die geometrischen Grundsätze nur auf die Rezeptivität des Subjekts, also auf etwas rein Psychisches sich beziehen sollten, so wäre eine vollkommen genaue Erkenntnis derselben wenigstens denkbar, dann aber auch die Überzeugung, daß sie für alle räumliche Erfahrung notwendig gelten müssen, erklärt. Eins von beiden also: entweder es gibt ein ganzes System vollkommen klarer, von sämtlichen Denkern zweier Jahrtausende als evident und zweifellos anerkannter Überzeugungen, welche dennoch, so wie sie vorliegen, einfach Hirngespinnste sind; — oder aber, diese Überzeugungen müssen sich auf etwas anderes als auf den gegebenen Inhalt der Erfahrung beziehen. Was aber dieses Andere sein könnte, wenn nicht die Form der Erfahrung in dem früher (S. 191) angegebenen Sinne, läßt sich nicht leicht einsehen.

Trotz alledem ist die Lehre Kants, so wie sie von ihm vortragen und begründet wurde, doch mehr ein Postulat als eine Hypothese. Wir sehen ein, daß, wenn das geometrische Wissen logisch begründet sein soll, die elementaren Urteile, welche dem-

selben zugrunde liegen, nicht auf objektive, sondern auf subjektive Daten sich beziehen müssen. Aus welchen subjektiven Daten aber und wie aus diesen subjektiven Daten das geometrische Wissen entsteht, darüber sagt die Kantische Lehre nichts. Demzufolge ist es auch unmöglich, dieselbe, so wie sie von Kant geboten wurde, mit den Tatsachen des geometrischen Wissens, deren Inhalt wir aus den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen kennen gelernt haben, zu vergleichen: denn aus dem Allgemeinbegriff eines auf subjektive Erkenntnisfaktoren sich beziehenden Wissens läßt sich offenbar über den Inhalt dieses Wissens nichts Näheres bestimmen. Um den genialen Gedanken Kants zum Range einer der Verifikation fähigen Hypothese zu erheben, mußte derselbe demnach vor allem näher präzisiert werden. Wie diese nähere Präzisierung stattfinden kann, werden wir sogleich sehen, nachdem wir zuerst einige von hervorragender Seite ausgesprochene Einwände gegen die Zulässigkeit des Kantischen Gedankens überhaupt kennen gelernt haben.

50. Einwürfe gegen die Hypothese Kants auf Grund der Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen. Es haben nämlich Riemann und Helmholtz geglaubt, durch ihre Untersuchungen nicht nur den tatsächlichen Inhalt unserer geometrischen Grundüberzeugungen festgestellt, sondern auch den rein empirischen Ursprung dieser Überzeugungen bewiesen und eine Erklärung derselben im Kantischen Sinne endgültig ausgeschlossen zu haben. Wir dürfen es nicht unterlassen, die Gründe, welche die beiden ausgezeichneten Forscher für diese Meinung angeführt haben, kurz zu untersuchen.

Der Riemannsche Empirismus fußt ausschließlich auf den von ihm gelieferten Beweis, „daß eine mehrfach ausgedehnte Größe verschiedener Maßverhältnisse fähig ist und der Raum also nur einen besonderen Fall einer dreifach ausgedehnten Größe bildet“. Er meint, „hiervon (sei) eine notwendige Folge, daß die Sätze der Geometrie sich nicht aus allgemeinen Größenbegriffen ableiten lassen, sondern daß diejenigen Eigenschaften, durch welche sich der Raum von anderen denkbaren dreifach ausgedehnten Größen unterscheidet, nur aus der Erfahrung entnommen werden können. Hieraus (entstehe) die Aufgabe, die einfachsten Tatsachen aufzusuchen, aus denen sich die Maßverhältnisse des

Raumes bestimmen lassen . . . Diese Tatsachen (seien) wie alle Tatsachen nicht notwendig, sondern nur von empirischer Gewißheit; sie (seien) Hypothesen; man (könne) also ihre Wahrscheinlichkeit, welche innerhalb der Grenzen der Beobachtung allerdings sehr groß ist, untersuchen und hiernach über die Zulässigkeit ihrer Ausdehnung jenseits der Grenzen der Beobachtung, sowohl nach der Seite des unmeßbar Großen als nach der Seite des unmeßbar Kleinen, urteilen.“ (A. a. O., 254—255.)

Nach Riemann müßte also die Geometrie schon deshalb eine empirische Wissenschaft sein, weil sich andere Maßverhältnisse als diejenigen, welche für sie gelten, ohne Widerspruch denken lassen. Damit ist aber offenbar nur bewiesen, daß die Geometrie nicht (wie die Arithmetik) eine analytische Wissenschaft ist: daß sie also nicht logisch notwendige Begriffsverhältnisse, sondern ein Gegebenes, auch anders Denkbare, zum Gegenstande hat. Ob aber dieses Gegebene zum Inhalt oder zur Form der Erfahrung gehört, das ist damit noch keineswegs entschieden. Wäre letzteres der Fall, so müßte offenbar die Erkenntnis dieser gegebenen Form als solcher uns befähigen, über die geometrischen Eigenschaften der Erfahrungsobjekte apodiktische und vollkommen gewisse Urteile auszusprechen; daß wir aber eine solche Erkenntnis, wenn auch nicht klar bewußt, besäßen, wäre jedenfalls nicht unmöglich (49). Die Meinung Riemanns, daß eine nicht-analytische Wissenschaft nur assertorische, hypothetische, auf Wahrscheinlichkeiten sich beziehende Sätze bieten könne, läßt sich demnach nicht aufrecht erhalten.

51. Einwürfe gegen die Hypothese Kants auf Grund der Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen: Fortsetzung. Eine eingehendere und ausführlichere Behandlung als bei Riemann findet die Frage nach dem Ursprung der geometrischen Axiome bei Helmholtz. Seine Raumtheorie wurzelt in der Behauptung, daß erstens ein ganz bestimmtes Verhalten der Erfahrungsobjekte dazu erfordert sei, die Annahme dieser Axiome zu begründen; und daß zweitens abweichende Verhältnisse uns keineswegs unvorstellbar seien. Wenn dem aber so sei, so müssen die geometrischen Eigenschaften des Raumes zum Inhalt, nicht zur Form der Erfahrung gehören.

Was den ersteren Punkt anbelangt, so geht aus den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen hervor, daß in einer Mannigfaltigkeit mit veränderlichem Krümmungsmaß (45) nicht unbedingt zu jedem einem bestimmten Teile der Mannigfaltigkeit angehörenden Systeme von Elementen, in anderen Teilen der Mannigfaltigkeit ein damit kongruentes (durch die nämlichen Maßverhältnisse zu bestimmendes) System bestehen kann. Eine solche (zweidimensionale) Mannigfaltigkeit mit veränderlichem Krümmungsmaß bietet beispielsweise die Oberfläche eines Ellipsoids; demzufolge auch zu einer gegebenen Figur auf dieser Oberfläche sich nicht in jedem anderen Teile derselben eine damit kongruente Figur konstruieren läßt. Wäre also die Mannigfaltigkeit der Punkte im Raume eine Mannigfaltigkeit mit veränderlichem Krümmungsmaß, so würde es nicht allgemein möglich sein, an einem Orte dieses Raumes eine Figur zu konstruieren, welche mit einer gegebenen, an einem anderen Orte des Raumes befindlichen Figur kongruent wäre; demzufolge müßte es aber auch entweder nicht möglich sein, einen gegebenen physischen Körper von einem Orte nach jedem anderen zu versetzen, oder aber dieser Körper müßte dabei eine Formveränderung erleiden. Daß tatsächlich in unserem Raume weder das eine noch das andere der Fall ist, scheint nur die Erfahrung lehren zu können. Allerdings nicht schon dadurch, daß wir bei Ortsveränderung eines Körpers unmittelbar keine Formveränderung desselben wahrnehmen: denn da der Maßstab, welchen wir an den Körper anlegen, die Formveränderung des Körpers mitmachen müßte, würden wir nichts von derselben bemerken. Allein die Rechnung beweist, daß in einem Raume mit veränderlichem Krümmungsmaß die Bewegungsvorgänge nach Gesetzen stattfinden müßten, welche von den erfahrungsmäßig geltenden Gesetzen durchaus verschieden wären. Die Geltung des Axioms von der Unveränderlichkeit des Krümmungsmaßes, ohne welches die einfachsten Kongruenzsätze ihren Sinn verlieren müßten, scheint demnach von Verhältnissen abhängig zu sein, welche nicht mehr rein geometrischer, sondern mechanischer Natur sind, und von welchen niemand behaupten wird, daß sie nicht anders gegeben sein könnten, als sie tatsächlich gegeben sind. Helmholtz schließt, daß das betreffende Axiom nur in der Erfahrung begründet sein kann.

Wir wollen diesen Ausführungen Helmholtz' gegenüber vorläufig nur daran erinnern, daß, wenn auch in einem Raume mit veränderlichem Krümmungsmaß notwendig jene von den unsrigen abweichenden Verhältnisse gelten müßten, darum noch keineswegs umgekehrt diese Verhältnisse, wenn sie gegeben wären, notwendig zur Annahme eines Raumes mit veränderlichem Krümmungsmaß führen müßten. Neben der Möglichkeit, die im gesetzten Fall zu beobachtenden Abweichungen von den mechanischen Gesetzen auf ein veränderliches Krümmungsmaß des Raumes zurückzuführen, bliebe doch immer die andere Möglichkeit bestehen, ein ungleichmäßig im euklidischen Raume verteiltes Medium anzunehmen und die zu erklärenden Abweichungen der Einwirkung dieses Mediums zuzuschreiben. Die neue Variable, welche in die Rechnung eingeführt werden müßte, könnte allerdings geometrisch, aber dieselbe könnte auch physisch interpretiert werden. Analytisch würden diese beiden Erklärungsweisen gleichberechtigt nebeneinander stehen; tatsächlich aber würde man immer die zweite vorziehen, und hat man auch immer, wo die Erfahrung den mechanischen Gesetzen nicht entsprach, die zweite vorgezogen: eben weil der Gedanke eines nicht homogenen Raumes, eines Raumes, in welchem mathematische Körper nicht unbedingt ihren Ort wechseln können, uns einfach unannehmbar erscheint. Letzteres sei hier nur wieder als eine bloße Tatsache des Denkens hervorgehoben; ob und wie dieselbe sich auf zureichende Gründe zurückführen läßt, untersuchen wir später. Wollte man aber schon hier behaupten, dieser Widerwille des Denkens gegen einen nicht homogenen Raum sei jedenfalls unbegründet, es sei offenbar unwissenschaftlich, von zwei gleichmäßlichen Erklärungshypothesen die eine von vornherein auszuschließen usw., — so würde man dabei eben dasjenige voraussetzen, was der Kantischen Hypothese gegenüber zu beweisen ist: daß nämlich die Grundvoraussetzungen der Geometrie Erklärungshypothesen sind. Wenn dem so ist, wenn wirklich die geometrischen Axiome nur willkürliche, zur Erklärung gegebener Erscheinungen aufgestellte und an diese zu verifizierende Annahmen sind, so muß es offenbar als reiner Blödsinn erscheinen, von vornherein sich zu weigern, dieselben zu modifizieren, wenn die gegebenen Erscheinungen es fordern sollten. Aber ob dem so

ist, ist eben die Frage. Nach der Kantischen Lehre wäre die Homogenität des Raumes ebensowenig eine Hypothese, wie etwa die Eindimensionalität des Tonschemas eine Hypothese ist; wenn dieselbe recht hat, so ließe sich vielleicht die Gemütsruhe, mit welcher die Wissenschaft ohne genauere Untersuchung jene voraussetzt, ebensowohl erklären und rechtfertigen wie die apriorische Gewißheit, mit welcher sie diese annimmt. Ob die Sache sich wirklich so verhält, muß die weitere Untersuchung lehren (57). Die Frage, ob die Wissenschaft berechtigt ist, zur Erklärung derjenigen Bewegungserscheinungen, welche den mechanischen Gesetzen widersprechen, sich auf Hypothesen, welche den homogenen Raum voraussetzen, zu beschränken, bleibt demnach vorläufig unentschieden; für jetzt genügt es, nachgewiesen zu haben, daß sich solche Bewegungserscheinungen jedenfalls auch unter Voraussetzung des homogenen Raumes erklären lassen, und daß demnach ein bestimmtes Verhalten der physischen Körper keine notwendige Bedingung für die Annahme eines homogenen Raumes ist. Allerdings ist damit zur positiven Begründung der Kantischen Hypothese noch nichts geschehen, aber für eine genauere Präzisierung und nachfolgende Prüfung dieser Hypothese ist, von dieser Seite wenigstens, der Weg frei gemacht worden.

52. Einwürfe gegen die Hypothese Kants auf Grund der Riemann-Helmholtz'schen Untersuchungen: Schluß. Der zweite Einwand Helmholtz' wurzelt in dem durchaus richtigen Gedanken, daß dasjenige, welches zur Form der Wahrnehmung gehört, unmöglich anders als es wahrgenommen wird, vorgestellt werden kann (49). In der Tat: wenn gewisse Eigenschaften des Wahrgenommenen in der Natur des Wahrnehmungsvermögens begründet sind, so muß auch alles, was man sich in der Phantasie als eine mögliche, dem betreffenden Gebiete angehörende Wahrnehmung ausmalen kann, mit diesen Eigenschaften ausgestattet sein. So finden wir denn auch wirklich, daß wir uns eine gelbe Farbe, welche mehr dem Blau als dem Orange ähnlich wäre, oder einen Ton, der nicht in dem eindimensionalen Tonschema seine Stelle hätte, nicht vorzustellen vermögen. Ebenso müßte es sich offenbar mit Raumercheinungen verhalten, welche den geometrischen Grundsätzen widersprechen, wenn diese geome-

trischen Grundsätze wirklich auf die Form der räumlichen Wahrnehmung sich bezögen. Nun glaubt aber Helmholtz nachweisen zu können, daß es sich tatsächlich nicht so verhält, daß wir also etwa die Wahrnehmungen, welche wir haben würden, wenn der Raum eine sphärische oder pseudosphärische Mannigfaltigkeit wäre (45), ohne große Schwierigkeit uns vorzustellen vermögen. Denn da die Struktur eines solchen Raumes analytisch vollkommen scharf bestimmt werden kann, läßt sich genau berechnen, wie in einem solchen Raume die Bilder beschaffen sein müßten, welche die von den Objekten zurückgeworfenen Lichtstrahlen (gesetzt, daß dieselben, wie in unserem Raume, sich nach kürzesten Linien fortpflanzen) in unserer Netzhaut zustande bringen würden. Das Ergebnis dieser Berechnung ist nach Helmholtz folgendes. Wenn ein Beobachter, dessen Augenmaß und Raumerfahrungen sich gleich den unsrigen im ebenen Raume ausgebildet hätten, in einen pseudosphärischen Raum versetzt würde, so würde er „die entferntesten Gegenstände dieses Raumes in endlicher Entfernung¹⁾ ringsum sich zu erblicken glauben, nehmen wir beispielsweise an, in hundert Fuß Abstand. Ginge er aber auf diese entfernten Gegenstände zu, so würden sie sich vor ihm dehnen, und zwar noch mehr nach der Tiefe, als nach der Fläche; hinter ihm aber würden sie sich zusammenziehen. Er würde erkennen, daß er nach dem Augenmaß falsch geurteilt hat. Sähe er zwei gerade Linien, die sich nach seiner Schätzung miteinander parallel bis auf diese Entfernung von 100 Fuß, wo ihm die Welt abgeschlossen erscheint, hinausziehen, so würde er, ihnen nachgehend, erkennen, daß sie bei dieser Dehnung der Gegenstände, denen er sich nähert, auseinanderrücken, je mehr er an ihnen vorschreitet; hinter ihm dagegen würde ihr Abstand zu schwinden scheinen, so daß sie ihm beim Vorschreiten immer mehr divergent und immer entfernter voneinander erscheinen würden. Zwei gerade Linien aber, die vom ersten Standpunkte aus nach einem und demselben Punkte des Hintergrundes in hundert Fuß zu konvergieren scheinen, würden dies immer tun, so weit er ginge, und er würde ihren Schnittpunkt nie erreichen ... Die entgegengesetzten Täuschungen würde ein sphärischer Raum von drei Dimensionen mit sich bringen, wenn wir mit dem im

¹⁾ Das reziproke, negative Quadrat dieser Entfernung wäre das Krümmungsmaß des pseudosphärischen Raumes.

euklidischen Raume erworbenen Augenmaße in ihn einträten. Wir würden entferntere Gegenstände für entfernter und größer halten, als sie sind; wir würden, auf sie zugehend, finden, daß wir sie schneller erreichen, als wir nach dem Gesichtsbilde annehmen mußten. Wir würden aber auch Gegenstände vor uns sehen, die wir nur mit divergierenden Gesichtslinien fixieren können; dies würde bei allen denjenigen der Fall sein, welche von uns weiter als ein Quadrant eines größten Kreises entfernt sind . . . Den seltsamsten Teil des Anblicks der sphärischen Welt würde aber unser eigener Hinterkopf bilden, in dem alle unsere Gesichtslinien wieder zusammenlaufen würden, soweit sie zwischen anderen Gegenständen frei durchgehen können, und welcher den äußersten Hintergrund des ganzen perspektivischen Bildes ausfüllen müßte . . . Es wird dies genügen, um zu zeigen, wie man auf dem eingeschlagenen Wege aus den bekannten Gesetzen unserer sinnlichen Wahrnehmungen die Reihe der sinnlichen Eindrücke herleiten kann, welche eine sphärische oder pseudo-sphärische Welt uns geben würde, wenn sie existierte. Auch dabei treffen wir nirgends auf eine Unfolgerichtigkeit oder Unmöglichkeit, ebensowenig wie in der rechnenden Behandlung der Maßverhältnisse. Wir können uns den Anblick einer pseudo-sphärischen Welt ebensogut nach allen Richtungen hin ausmalen, wie wir ihren Begriff entwickeln können. Wir können deshalb auch nicht zugeben, daß die Axiome unserer Geometrie in der gegebenen Form unseres Anschauungsvermögens begründet wären, oder mit einer solchen irgendwie zusammenhängen.“ (V. u. R. II. 26—28.)

So weit Helmholtz. Auch hier muß für eine definitive Entscheidung über die Zulässigkeit seiner Gründe auf Späteres verwiesen werden (57), während wir uns für den Augenblick (genau so wie dem ersteren Helmholtzschen Einwände gegenüber) darauf beschränken, nachzuweisen, daß dieselben nicht unbedingt, sondern nur wenn eine von Helmholtz nicht ausdrücklich erwähnte Voraussetzung erfüllt ist, als zulässig anerkannt werden müssen. Diese Voraussetzung ist, daß wir unsere Erkenntnis der räumlichen Beziehungen ursprünglich dem Gesichtssinn verdanken. Daß die Richtigkeit dieser Voraussetzung keineswegs so selbstverständlich ist, als es vielleicht im ersten Augenblick scheint, lehrt uns schon

die einfache Erwägung, daß auch Blindgeborene, denen also niemals Gesichtswahrnehmungen zu Gebote gestanden haben, zum vollen Verständnis der geometrischen Sätze gelangen können: eine Tatsache, welche von Helmholtz selbst (a. a. O. 231) ausdrücklich hervorgehoben wird. Es muß demnach andere Daten neben denjenigen des Gesichtssinnes geben, welche uns von den geometrischen Eigenschaften des Raumes vollständige Kenntnis zu liefern vermögen; und es erscheint jedenfalls als möglich, daß diese anderen Daten auch bei Sehenden die echten und ursprünglichen Träger der Raumvorstellung sein sollten, während dagegen den Gesichtsempfindungen an sich die räumliche Natur nicht zukäme, sondern wir erst nachträglich, durch Erfahrung und Assoziation, gelernt hätten, dieselben als Zeichen für räumliche Verhältnisse aufzufassen. Dieser Gedanke muß allerdings anfangs paradox erscheinen, im nächsten Paragraphen werden wir aber sehen, daß demselben nicht bloß Möglichkeit, sondern eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit zukommt. — Gesetzt aber, dieser Gedanke wäre richtig, so ließe sich offenbar die Helmholtzsche Argumentation nicht mehr aufrechterhalten. Denn dann käme es zur Entscheidung der vorliegenden Frage nur darauf an, ob sich jene anderen Daten, so wie sie in einem sphärischen oder pseudosphärischen Raume gegeben sein müßten, vorstellen lassen; keineswegs aber darauf, ob sich Gesichtseindrücke vorstellen lassen, welche, wenn solche Daten wie jene gegeben wären, als Zeichen für dieselben aufgefaßt werden könnten. Erläutern wir die Sache durch ein Beispiel. Eine schwingende Saite nehmen wir mit dem Auge als solche, mit dem Ohr als tönend wahr; die Erfahrung lehrt, daß die Tonhöhe mit der Schwingungsdauer wechselt, und daß wir demnach diese als ein Zeichen für jene auffassen können. Wenn nun die Frage aufgeworfen wird, welche Töne das Ohr wahrzunehmen vermag, so ist es offenbar für die Beantwortung dieser Frage vollkommen gleichgültig, welche Schwingungen das Auge wahrzunehmen oder vorzustellen imstande ist. Ein Ton unter C_1 ist uns unvorstellbar, obgleich wir das Gesichtsbild einer Saite, deren Schwingungsdauer mehr als $\frac{1}{14}$ Sekunde beträgt, ohne jede Schwierigkeit wahrnehmen oder uns vorstellen. Genau so würden nun auch über die Frage der Vorstellbarkeit nicht-euklidischer Raumverhältnisse die Helmholtzschen Erörterungen nichts entschei-

den, wenn unser räumliches Wissen aus anderen Daten als denjenigen des Gesichtssinnes entspringen sollte. Ob wir aber Gründe haben, dies anzunehmen, wird der nächste Paragraph lehren.

53. Der psychologische Ursprung der Raumvorstellung.

Nachdem wir also die Gründe, welche gegen die Zulässigkeit der Kantischen Hypothese überhaupt angeführt worden sind, vorläufig widerlegt haben, werden wir jetzt versuchen, für diese Hypothese eine bestimmtere Form zu finden, und dadurch die Möglichkeit zu schaffen, dieselbe an den gegebenen Tatsachen des Denkens zu verifizieren. Dazu werden wir aber vor allem zu untersuchen haben, welchem Sinne wir eigentlich die Daten verdanken, welche in letzter Instanz unserer Raumerkenntnis zugrunde liegen.

Man könnte sich allerdings veranlaßt finden zu meinen, daß nicht ein einziger Sinn, sondern daß alle oder doch mehrere Sinne, jeder für sich, uns räumliche Daten zuführen. Ort und Gestalt wahrgenommener oder vermuteter Gegenstände beurteilen wir nach Tast-, Gesichts-, Bewegungs-, teilweise auch nach Gehörs- oder Geruchseindrücken. Es lehrt aber schon eine oberflächliche Erwägung, daß keineswegs allen diesen Eindrücken an sich schon räumliche Bedeutung zukommt, sondern daß mindestens einige derselben nur durch Erfahrung und Assoziation mit anderen Eindrücken für die Orientierung im Raume Bedeutung gewinnen. So ganz besonders die Gehörs- und Geruchseindrücke. Hier ist es offenbar nur die größere oder geringere Intensität des Eindrucks, welche uns auf die Entfernung des Objektes, — nur die Zu- oder Abnahme jener bei Kopf- und Körperbewegungen, welche uns auf die Richtung, in welcher dieses sich befindet, schließen läßt; und was diesen Schluß ermöglicht, ist eine regelmäßige Erfahrung, welche die Erkenntnis des Raumes schon voraussetzt. In den Daten des Gehörs- und Geruchssinnes an und für sich ist uns nichts Räumliches gegeben; in einem Menschen, der nur über Gehörs- und Geruchsempfindungen verfügte, könnte die Raumvorstellung nicht entstehen. — Ähnliches scheint von den Tasteindrücken, sofern sie nicht durch Bewegungseindrücke unterstützt werden, also von den reinen Hautempfindungen, zu gelten. Auch diese werden, und zwar teilweise sehr genau, lokalisiert; aber auch hier wird diese Loka-

lisierung als eine abgeleitete, nicht als eine ursprüngliche zu betrachten sein. Dies geht nicht nur daraus hervor, daß die genaueste Analyse der Tastempfindungen, wenn von den assoziierten Gesichts- und Bewegungsvorstellungen abgesehen wird, keine anderen als qualitative Unterschiede erkennen läßt, sondern auch aus der bekannten Tatsache, daß die Lokalisation unsicherer wird, je weniger die betreffende Körperstelle dem Auge oder der bewegend Hand erreichbar ist; dementsprechend auch im Innern des Körpers die Lokalisation nur in sehr unvollkommener Weise möglich ist. In der Tat ließe die entgegengesetzte Meinung sich nur mittels der sonderbaren Annahme durchführen, daß dem Menschen eine vollständige Erkenntnis der eigenen Körpergestalt angeboren sei. Auch dem Tastsinn (sowie dem Geschmacksinn und den passiven Organ- und Muskelempfindungen) kann daher für die Raumvorstellung nur eine sekundäre Bedeutung zuerkannt werden.

Die wesentlichen Daten, welche uns mit dem Dasein und den Eigenschaften des Raumes bekannt machen, werden also entweder in dem Gebiete der Gesichtsempfindungen, oder in demjenigen der Bewegungsempfindungen, oder aber in beiden zu suchen sein. Zur Beantwortung der Frage, welche von diesen drei Möglichkeiten angenommen werden muß, erinnern wir erstens an die wichtige, schon früher erwähnte Tatsache, daß auch Blindgeborene zum vollen Verständnis der Geometrie gelangen können. Aus dieser Tatsache geht hervor, daß jedenfalls die Bewegungsempfindungen für sich zur Entstehung und Ausbildung räumlichen Wissens die genügenden Daten bieten. Es bleibt also nur noch die Frage: ob auch der Gesichtssinn für sich solche Daten biete, oder aber, ob den Gesichtsempfindungen nur durch Assoziation mit gleichzeitigen Bewegungsempfindungen das Vermögen, uns über räumliche Verhältnisse unterrichten zu können, zukomme.

Eine direkte Beantwortung dieser Frage wäre nur möglich, wenn den Fällen angeborener Blindheit andere gegenüberständen, in denen von Geburt an Bewegungsempfindungen fehlten. Solche Fälle gibt es aber meines Wissens nicht, und so muß denn auf indirektem Wege vorgegangen werden. — Allerdings erscheint es zunächst als selbstverständlich, daß die Frage bejaht werden müsse: die unmittelbarste Selbstbesinnung scheint zu lehren, daß uns die Daten des Gesichtssinnes von Hause aus, ohne irgend

welche assoziative Verarbeitung, in räumlicher Ordnung gegeben seien. Es läßt sich aber unschwer nachweisen, daß die Aussagen des unmittelbaren Bewußtseins in solchen Fragen, wie der vorliegenden, keineswegs unbedingt zuverlässig sind. Bekannte Erscheinungen, wie diejenigen des blinden Flecks, das Einfachsehen, während tatsächlich zwei verschiedene Netzhautbilder gegeben sind, mannigfache Gesichtstäuschungen (die scheinbare Verwandlung eines geteilten Quadrates in ein Rechteck, das Größersehen der untergehenden Sonne, das scheinbare Konvergieren der horizontalen Linien auf S. 164) liefern den Beweis, daß auch in dem scheinbar reinen Gesichtseindruck schon vieles durch anderweitige Einflüsse modifiziert sein kann. — Ähnliches gilt aber auch von so wesentlichen Bestandteilen unserer Raumvorstellung wie dreifache Ausdehnung und Unbegrenztheit. Die elementaren Empfindungen, welche als Kennzeichen von Entfernungen in der dritten Dimension aufgefaßt werden, sind, wie bekannt, sehr verschiedener Art: Bewegungsempfindungen beim Konvergieren der Augenachsen und beim Akkomodieren, die scheinbare Größe des gesehenen Objekts, die mehr oder weniger scharfe Begrenzung desselben, die Verschiedenheit der von beiden Augen empfangenen Eindrücke usw. Die Heterogenität dieser Daten untereinander, und eines jeden derselben mit der (im zweidimensionalen Gesichtsfelde) gesehenen Entfernung, macht es undenkbar, daß dieselben ursprünglich, d. h. also ohne assoziative Verbindung mit anderen Eindrücken, als Zeichen für Entfernungen aufgefaßt werden sollten; und dennoch glauben wir die Tiefendimension, ebenso unmittelbar wie die beiden anderen, durch den Gesichtssinn zu erkennen. — Sodann ist uns das Gesichtsfeld jedesmal nur als eine begrenzte Fläche gegeben; wenn wir bei Kopf- und Körperbewegungen den Inhalt desselben wechseln sehen, so können wir diese Erscheinung nur dann als einen Beweis für die allseitige Ausbreitung des Raumes auffassen, wenn wir schon wissen, was die gleichzeitigen Bewegungsempfindungen bedeuten, nämlich eine Änderung unserer Stellung im Raume. Ohne diese Vorkenntnis würde der wechselnde Inhalt des Gesichtsfeldes nur als eine Aufeinanderfolge von Erscheinungen in einem begrenzten (zweidimensionalen) Raume aufgefaßt werden können. — Es stellt sich also heraus, daß wir in der Gesichtswahrnehmung vieles, und darunter sehr Wesentliches, als un-

mittelbar gegeben auffassen, welches die genauere Analyse als importierte Waare erkennen läßt; und so könnte man denn jedenfalls hypothetisch die Frage aufwerfen, ob nicht die räumliche Ordnung der Gesichtseindrücke überhaupt eine solche importierte Waare sei. Zur Begründung dieser Hypothese ließe sich erstens anführen, daß es jedenfalls ein Gebiet (dasjenige der Bewegungsempfindungen) gibt, woher —, und einen Weg (denjenigen der Assoziation und der unbewußten Schlüsse), auf welchem der Import stattfinden könnte. Die Annahme einer ursprünglich gegebenen räumlichen Ordnung der Gesichtseindrücke ist demnach zur Erklärung der tatsächlichen räumlichen Auffassung derselben jedenfalls unnötig. Daß aber diese Annahme auch unrichtig ist, wird m. A. n. in entscheidender Weise durch die Beobachtungen an operierten Blindgeborenen bewiesen. Es sei mir gestattet, aus den vielen und in der Hauptsache vollkommen übereinstimmenden hierhergehörigen Fällen einen der interessantesten und überzeugendsten mitzuteilen (nach Riehl, a. a. O. II. 138—139). „Dufaur hat einen 20jährigen Menschen mit beiderseitigem, angeborenem Katarakt, welcher zwar Licht- und selbst ein gewisses Vermögen für Farbenempfindungen besaß, aber niemals Umrisse gesehen und keine Kenntnis von der Form der Körper hatte, sehend gemacht und über seine in den ersten Tagen darauf planmäßig angestellten Beobachtungen über die Entwicklung des Sehens in den „Archives des sciences physiques et naturelles“, Tom. 58, p. 232, berichtet. Am ersten Tage bewegte sich der Operierte noch immer wie ein Blinder, so daß D. schon am Erfolge der Operation zweifelhaft wurde. Die Aufmerksamkeit des Geheilten schien von den ihn umgebenden Objekten nicht im geringsten gefesselt zu werden, obschon die Prüfung ergab, daß er gut sah. Nicht einmal die Bewegung eines gut beleuchteten, hellen Objektes im Gesichtsfelde konnte der Operierte anfangs erkennen, obgleich er angab, das Objekt selbst als „etwas Helles“ zu sehen . . . Die in einer Ebene gelegenen Formen vermochte der Operierte nicht zu unterscheiden, noch am dritten Tage wußte er nicht anzugeben, welches von zwei vorgehaltenen Stücken Kartonpapiers das runde, welches das quadratische sei. Auf die Frage, ob er wisse, was rund, was viereckig sei, führte er mit den beiden Händen die entsprechenden Bewegungen aus. Nach einiger Zeit lernte er

das rechteckige Stück am Winkel, also dem plötzlichen Richtungsunterschied, erkennen. Der Geheilte hatte ferner kein Urteil über die Größe der gesehenen Objekte und konnte nicht entscheiden, welches von zwei gleichgestalteten Papierstücken, deren eines die doppelte Länge des anderen hatte, das längere sei. Zur Entscheidung darüber gedrängt, strich er die Finger über die beiden Stücke und bestimmte also die Größe nach der verschiedenen Dauer einer Serie von ähnlichen Empfindungen. Über Entfernungen hatte er anfangs gar kein Urteil ohne den Gebrauch der Hände; daher er mit vorgestreckten Händen ging und tastete, als ob er nichts sähe, auf die helle Türklinke, auf die er aufmerksam gemacht wurde, zwar losging, aber zwei Schritte vor ihr stehen blieb und im Versuch, sie zu ergreifen, große Mißgriffe beging.“ — Was beweisen nun diese und ähnliche Beobachtungen? Dieselben beweisen erstens, wie Riehl (a. a. O. II. 139) hervorhebt, „daß sämtliche Grundbestandteile der Raumkonstruktion: Bewegung, Gestalt, Größe, Richtung, für die beiden Sinne verschieden sind, daß somit zwischen den aus ihnen abgeleiteten beiderseitigen Vorstellungen keine andere Verbindung besteht, als diejenige, welche die Erfahrung stiftet“. Aber zweitens machen dieselben es in hohem Grade wahrscheinlich, daß ursprünglich die Gesichtseindrücke nicht als eine extensive Größe ins Bewußtsein treten. Denn wenn dem so wäre, so müßten doch, scheint es, größere und kleinere Teile des Gesichtsfeldes unmittelbar, ohne Unterstützung durch Bewegungsempfindungen, als solche unterschieden werden; was aber tatsächlich (nach dem Experimente mit den beiden Papierstreifen) nicht der Fall ist. Wir finden also in den Beobachtungen an operierten Blindgeborenen einen Grund, es wenigstens für sehr wahrscheinlich zu halten, daß nicht nur die dritte Dimension und die Unbegrenztheit, sondern daß der räumliche Charakter überhaupt in den ursprünglichen Daten des Gesichtssinnes nicht gegeben ist. — Durchwegs analoge und nicht weniger interessante Resultate lieferten die Erfahrungen solcher, welche von geringeren Augenfehlern geheilt wurden. So wird uns von Astigmatikern berichtet, daß sie, solange keine Kompensation stattgefunden hat, ihre nicht-adäquaten Netzhautbilder dennoch richtig zu deuten lernen, also etwa kreisförmige Gegenstände, trotz der elliptischen Form des

entsprechenden Netzhautbildes, als kreisförmig wahrnehmen; dagegen später, wenn sie anfangen eine Brille zu tragen, den jetzt adäquat abgebildeten Kreis als eine Ellipse (vertikal bzw. horizontal ausgezogen, je nachdem das unkorrigierte Netzhautbild horizontal bzw. vertikal ausgezogen war) sehen; und erst nach und nach wieder die richtige Auffassung zurückerlangen¹⁾. Das heißt also: die wahrgenommene Form erweist sich von der tatsächlich vorliegenden Form des Netzhautbildes relativ unabhängig; sie wird ausschließlich durch dasjenige bestimmt, was die sonstige Erfahrung über die Form der Gegenstände, welche jenes Netzhautbild erzeugen, gelehrt hat. Und daraus läßt sich schließen, daß wahrscheinlich auch Nichtastigmatiker die Gegenstände nicht rund sehen, weil das entsprechende Netzhautbild rund ist, sondern weil wieder die sonstige Erfahrung gelehrt hat, daß die Gegenstände, von welchen die an dieses Netzhautbild anknüpfenden Gesichtsempfindungen herrühren, die runde Form besitzen.

Durch die angeführten Tatsachen und durch andere, für welche ich auf die interessante Abhandlung Helmholtz': „Die neueren Fortschritte in der Theorie des Sehens“ (V. u. R. I. 233—331) verweisen muß, werden wir augenscheinlich zu derjenigen Theorie von der Entstehung des Gesichtsraumes hingetrieben, welche man als die empiristische zu bezeichnen pflegt. „Diese Theorie nimmt an, daß unsere Sinnesempfindungen uns überhaupt nichts weiter geben, als Zeichen für die äußeren Dinge und Vorgänge, welche zu deuten wir durch Erfahrung und Übung erst lernen müssen. Was namentlich die Wahrnehmung der örtlichen Unterschiede betrifft, so würden diese erst mit Hilfe von Bewegungen kennen zu lernen sein, im Gesichtsfelde namentlich mittels der Augenbewegungen. Einen Unterschied zwischen den Empfindungen verschiedener Netzhautstellen, der von der örtlichen Verschiedenheit derselben herrührt, muß natürlich auch die empiristische Theorie anerkennen. Wenn ein solcher nicht vorhanden wäre, würde es überhaupt unmöglich sein, örtliche Unterschiede im Gesichtsfelde zu machen. Die Empfindung von Rot, welches die rechte Seite einer Netzhaut trifft, muß irgendwie unterschieden sein von der Empfindung

¹⁾ J. Van den Borg, Statistische en andere bijdragen tot de kennis van het astigmatisme. Amsterdam 1905, S. 103—113.

desselben Rot, wenn es die linke Seite derselben Netzhaut trifft, und zwar muß dieser Unterschied beider Empfindungen ein anderer sein, als wenn zwei verschiedene Abstufungen des Rot nacheinander dieselbe Netzhautstelle treffen. Diesen übrigen vorläufig seiner Art nach unbekannt bleibenden Unterschied zwischen den Empfindungen, welche dieselbe Farbe in verschiedenen Netzhautstellen erregt, nennen wir mit Lotze das Lokalzeichen der Empfindung.... Die empiristische Theorie (betrachtet also) die Lokalzeichen als irgend welche Zeichen — gleichviel, welcher Art sie seien — und verlangt, daß die Bedeutung dieser Zeichen für die Erkenntnis der Außenwelt gelernt werden könne und gelernt werde. Dabei ist es also auch nicht nötig, irgend welche Art von Übereinstimmung zwischen den Lokalzeichen und den ihnen entsprechenden äußeren Raumunterschieden vorauszusetzen“ (Helmholtz, a. a. O. 298—299). — Lichtempfindungen an verschiedenen Netzhautstellen sind also, dieser Theorie zufolge, ursprünglich nicht als örtlich, sondern als rein qualitativ verschieden (ähnlich wie verschiedene Töne) gegeben; nur die Erfahrung bringt zwischen diesen Empfindungen und den (von Hause aus räumlichen) Daten des Bewegungssinnes assoziative Verbindungen zustande, kraft deren wir auch aus jenen über räumliche Verhältnisse zu urteilen vermögen. Das Verhältnis zwischen jenen Netzhautempfindungen und den entsprechenden Bewegungsempfindungen wäre demnach ein ähnliches, wie dasjenige zwischen dem Gesichtseindruck des geschriebenen und dem Gehörseindruck des gesprochenen Wortes. Genau so wie wir, sooft wir ein Wort lesen, uns auch den entsprechenden Laut sofort vorstellen, demzufolge der ungebildete Mensch glauben könnte, in dem geschriebenen Zeichen selbst schon etwas von dem gehörten Laute wahrzunehmen, genau so treten auch gleichzeitig mit den Netzhautempfindungen die entsprechenden, durch Assoziation damit verbundenen räumlichen Daten des Bewegungssinnes ins Bewußtsein, und bilden wir uns demzufolge ein, dieselben seien schon in den Netzhautempfindungen mitgegeben. Tatsächlich ist aber der reine Gesichtseindruck ebensowenig ausgedehnt, wie das geschriebene Wort hörbar ist.

Diejenigen Daten, welche uns ursprünglich und unmittelbar mit räumlichen Verhältnissen bekannt machen, können demnach,

wie es scheint, nur dem Gebiete der Bewegungsempfindungen angehören. Allerdings läßt sich dieser Satz nicht direkt, durch Beobachtung oder Experiment, beweisen: denn erstens sind uns keine Fälle bekannt, in denen Bewegungsempfindungen von Geburt an entweder nicht, oder mit Ausschließung sämtlicher anderen Empfindungen gegeben wären; und zweitens lassen sich auch in der Phantasie die Daten des Bewegungssinnes nicht scharf von den Daten anderer Sinne absondern (54). Zur Begründung des aufgestellten Satzes läßt sich aber erstens darauf hinweisen, daß die Daten sämtlicher anderen Sinne, wie wir gesehen haben, zur Erklärung unseres tatsächlichen räumlichen Wissens nicht ausreichen. Zweitens auf die bekannte Tatsache, daß Kinder (und nach den Beobachtungen Dufours auch operierte Blindgeborene) durch Bewegungen sich im Raume orientieren und die Gesichtsempfindungen räumlich interpretieren lernen. Drittens wäre mit Riehl (a. a. O. II. 143) daran zu erinnern, „wie überaus scharf unsere Unterscheidungsfähigkeit dieser (Bewegungsempfindungen) . . . ist, (was) wir jedesmal inne (werden), sooft die Ausführung unserer Bewegungen von der Aufmerksamkeit auf dieselben allein abhängt, z. B. wenn wir uns im Dunkeln zu orientieren haben, oder wenn wir auch nur auf unsere Ruhelage im Finstern merken“. In entscheidender Weise würde aber die Richtigkeit der aufgestellten Vermutung nur dadurch bewiesen werden können, daß sich die Tatsachen unseres räumlichen Wissens, so wie dieselben im gegebenen Denken vorliegen, vollständig aus derselben erklären ließen. Ob dies wirklich der Fall ist, werden wir später untersuchen; vorläufig halten wir es aus den angeführten Gründen für wahrscheinlich, daß die wesentlichen Grundlagen unserer Raumerkenntnis uns in den Bewegungsempfindungen gegeben sind, und versuchen über die Art und Weise dieses Gegebenseins uns etwas näher zu unterrichten.

54. Der Raum des Bewegungssinnes. Die Hypothese Riehls.

Dem Vorhergehenden zufolge müssen uns die eigenen Bewegungen in irgend welcher Weise unmittelbar gegeben sein: in welcher Weise sind uns dieselben aber gegeben? Sind wir uns nur des gegebenen Bewegungsimpulses bewußt, oder wird die ausgeführte Bewegung selbst, mittels Empfindungen der Bogengänge, der Haut, der Muskeln oder Gelenke, von uns wahrgenommen?

Sind uns die betreffenden Eindrücke ursprünglich als ein bloßes Aggregat verschiedenartiger und auf nichts Gemeinsames zurückzuführender Daten gegeben, oder sind dieselben sämtlich aus einer beschränkten Anzahl elementarer Empfindungen in verschiedener Weise zusammengesetzt? — Auch diese Fragen lassen sich durch einfache Selbstbeobachtung nicht entscheiden: schon deshalb nicht, weil die Gesichtsempfindungen, ihrer größeren praktischen Leistungsfähigkeit wegen, die Bewegungsempfindungen vollständig in den Hintergrund des Bewußtseins zurückgedrängt haben, demzufolge wir die Fähigkeit, uns den Inhalt der letzteren rein und klar vorzustellen, zum allergrößten Teil verloren haben. Wenn wir uns durch bloßes Herumtasten in einem unbekanntem dunklen Raume orientieren, so stellen wir uns dennoch die Ergebnisse dieser Untersuchung in Gesichtsbildern vor, und vermögen nicht scharf zu unterscheiden, wie diejenigen Daten, welche assoziativ diese Gesichtsbilder hervorrufen, selbst beschaffen sind. Unter solchen Umständen sind wir auch für die Bestimmung des eigentlichen Inhaltes der Bewegungsempfindungen auf Hypothesen angewiesen, welche sich dadurch beglaubigen müssen, daß sie zur Erklärung der gegebenen Erscheinungen sich tauglich erweisen.

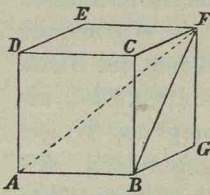
Die einfachst denkbare Hypothese über die Beschaffenheit der ursprünglichen Daten des Bewegungssinnes ist nun wohl diejenige Riehls, nach welcher die Bewegungsempfindungen uns ursprünglich als „eine Mehrfachheit qualitativ verschiedener Bestimmungsweisen“ gegeben seien, „derart, daß von einer Bestimmungsweise ein stetiger Übergang zu einer davon verschiedenen möglich ist“. Riehl nennt diese mehrfach bestimmten Bewegungsempfindungen Richtungsgefühle, und nimmt an, daß wir drei verschiedene Arten derselben besitzen: „die Gefühle des Zugs der Schwere, wenn diesem nachgegeben oder ihm entgegengewirkt wird, die Gefühle intendierter oder ausgeführter seitlicher Bewegungen, welche durch die Lage unserer Gliedmaßen wo nicht erzeugt, doch verstärkt werden, endlich die Gefühle, welche der beabsichtigten oder wirklich erfolgenden Bewegung nach vor- oder rückwärts eigentümlich sind“. Er bemerkt ausdrücklich und wiederholt, „daß darunter nicht etwa die Vorstellungen der Teile unseres Körpers oder die der Richtungen im Raume zu verstehen sind, sondern ausschließlich die Gefühle als solche“ (Riehl, a. a. O. II. 143).

Es ist von höchster Wichtigkeit, daß man sich über diesen Punkt vollständig klar werde, und denselben bei den nachfolgenden Untersuchungen fortwährend scharf im Auge behalte. Zu diesem Zwecke ist es vor allem nötig, alle Erinnerungen an Gesichtsbilder fernzuhalten; was sich vielleicht am besten so bewerkstelligen läßt, daß man die Raumvorstellung des Blindgeborenen als Hilfsbegriff einführt. Allerdings ist es nach dem Vorhergehenden dem Sehenden nicht möglich, sich in diese Vorstellung zu versetzen: der Gedanke aber, daß es sich hier nur um die Erklärung dieser Raumvorstellung handelt, kann viele Mißverständnisse verhüten. — Die Hypothese Riehls enthält also einfach folgendes: daß, wenn wir einen Blindgeborenen Bewegungen nach oben oder nach unten, nach links oder nach rechts, nach vorn oder nach hinten ausführen sehen, dem Blindgeborenen selbst nur drei qualitativ verschiedene, jedes für sich eines Entgegengesetzten fähige Gefühle ins Bewußtsein treten; während ihm bei der Ausführung gemischter Bewegungen (wie etwa nach vorn-oben, nach rechts-unten usw.) auch die entsprechenden Gefühle in entsprechenden quantitativen Verhältnissen verbunden gegeben sind. Die Beziehung zwischen diesen drei Gefühlen brauchen wir uns nicht inniger und nicht anders zu denken, als etwa die Beziehung zwischen verschiedenen elementaren Farbeempfindungen, welche auch als solche einen identischen Allgemeincharakter besitzen, aber übrigens unter sich vollkommen unvergleichbar sind. Ganz besonders muß aber der Gedanke zurückgedrängt werden, als ob der Blindgeborene schon etwas davon wüßte, daß diese Gefühle Bewegungen in einem dreidimensionalen Raume bedeuten: er weiß eben von dem Dasein eines Raumes noch nichts, sondern ist ausschließlich auf die dreifach bestimmten Gefühle angewiesen, welche für ihn ebensowenig etwas „bedeuten“, wie etwa drei Farbeempfindungen für den Sehenden. Eben die Entstehung des räumlichen Wissens aus diesen Daten soll die Riehlsche Hypothese erklären. — Über die Frage, ob dem Blindgeborenen in diesen Richtungsgefühlen unmittelbar der Willensimpuls, die Innervation, ins Bewußtsein trete, oder aber ob ihm dieselben in letzter Instanz als Empfindungen der Bogengänge, der Haut, der Muskeln oder Gelenke gegeben seien, entscheidet diese Hypothese nicht. Nur so viel wird vorausgesetzt, daß der Blindgeborene erstens, in irgend welcher Weise, etwas

anderes empfindet, wenn er willkürliche Bewegungen nach oben oder unten, als wenn er willkürliche Bewegungen nach rechts oder links, oder nach vorn oder hinten zustande bringt; und daß er zweitens auch bei Bewegungen in gleicher Richtung den längeren von dem kürzeren Wege zu unterscheiden, also an den Bewegungsgefühlen ein Mehr oder Weniger zu unterscheiden imstande ist¹⁾. Offenbar ist diese Hypothese die einfachst denkbare, sofern die Tatsache, daß der Blindgeborene zwischen verschiedenen Richtungen und zwischen verschiedenen Entfernungen unterscheiden kann, überhaupt erklärt werden soll. — Wir nennen die nicht näher zu bestimmenden Daten, nach welchen der Blindgeborene zwischen verschiedenen Richtungen unterscheidet, die Qualität, die anderen, welche er bei der Messung des Weges in Anschlag bringt, die Quantität des Bewegungsgefühles. Wir bezeichnen weiter die drei qualitativ verschiedenen Grundgefühle, denen Bewegungen nach oben oder unten, nach rechts oder links, oder nach vorn oder hinten entsprechen, durch die Buchstaben O, R und V, und nehmen dieselben positiv für Bewegungen nach oben, nach rechts oder nach vorn, negativ für Bewegungen nach unten, nach links oder nach hinten. Die einer beliebigen Bewegung entsprechenden Daten sind dann für den Blindgeborenen in doppelter Weise bestimmt: erstens qualitativ durch das (gleichbleibende oder wechselnde) Verhältnis, in welchem die drei Grundgefühle darin vertreten sind, also etwa durch die Formel (O : R : V); zweitens quantitativ durch den Gesamtbetrag derselben, also etwa durch die Formel (O, R, V); diese beiden Bestimmungen vertreten also für den Blindgeborenen dasjenige, welches wir die Richtung und die Größe der Bewegung nennen. Eine in gerader Linie stattfindende Bewegung ist für den Blindgeborenen durch das Konstantbleiben des Verhältnisses (O : R : V), eine krumme oder gebrochene durch die allmähliche bzw. plötzliche Änderung desselben charakterisiert. Die Entfernung zweier Körper wird er sich nur als ein gewisses Bewegungsgefühl vorstellen können, welches die Tastempfindung des einen zeitlich

¹⁾ Ob dem Blindgeborenen der Unterschied des längeren und des kürzeren Weges unmittelbar gegeben ist, oder ob er (wie Riehl annimmt) denselben erst mittelbar, durch Verbindung gegebener, der Geschwindigkeit entsprechender Merkmale des Bewegungsgefühles mit der Zeitdauer desselben bestimmen lernt, kann hier unentschieden bleiben.

mit der Tastempfindung des anderen verbindet; die Größe dieser Entfernung wird er nur durch die Quantität dieses Bewegungsgefühles messen können. Aber auch den Ort, wo sich ein gegebener Körper befindet, wird er nur durch die Quantität der Bewegungsgefühle bestimmt denken können, welche erfordert sind, um denselben zu erreichen; der Begriff des Ortes wird für ihn keinen anderen Inhalt haben, als das Vollendetsein einer quantitativ bestimmten Reihe von Bewegungsgefühlen; er wird



nicht (wie wir, infolge der Einmischung des Gesichtsbildes) den Ort für sich, abgetrennt von dem zu demselben führenden Wege, sich denken können. Der Satz, daß der nämliche Ort auf verschiedenen Wegen erreicht werden kann, wird für ihn nichts weiter bedeuten, als daß die nämliche quantitativ bestimmte

Summe von Bewegungsgefühlen in verschiedener Reihenfolge sich erzeugen läßt; daß man (in der nebenstehenden Figur) von A nach F sowohl auf dem Wege ABCF, als auf dem Wege ADEF, ABF oder AF usw. gelangen kann, will für ihn nur sagen, daß die Summe von Bewegungsgefühlen (O, R, V) nach Belieben in der Reihenfolge (o, R, o), (O, o, o), (o, o, V), oder (O, o, o), (o, o, V), (o, R, o), oder (o, R, o), (O, o, V), oder (O, R, V) usw. erzeugt werden kann. So wird die Geometrie des Blindgeborenen, wie Riehl treffend bemerkt, sich zur unsrigen verhalten, wie die analytische zur synthetischen. „In der analytischen Geometrie wird das einzelne (der Ort) durch Abmessung kontinuierlich und unabhängig voneinander veränderlicher Größen bestimmt, jede Bewegung eines Gebildes wird begleitet von einer stetigen Änderung einer oder mehrerer Koordinaten, mithin durch die bestimmte Änderung dieser Größen dargestellt. Nun finden wir in der Tat, daß auch die Wahrnehmung des Tastenden durch drei voneinander unabhängige Grundgefühle bestimmt, die Bewegung oder Änderung seiner Wahrnehmung durch Änderung dieser Gefühle gekennzeichnet wird. Wir sehen, daß er seine Vorstellung von dem, was in der Sprache des Gesichts.... rund, was viereckig heißt, durch entsprechende Bewegungen ausdrückt, daß er den Winkel an der plötzlichen Änderung des Richtungsgefühles erkennt usf. Seine Geometrie ist, was ihre tatsächlichen Grund-

lagen betrifft, eine Koordinatengeometrie, wie die Geometrie des Sehenden die synthetische, sowohl die ältere des Euklides als — und besonders — die neuere projektivische ist“ (a. a. O. II. 148).

Man könnte nun allerdings fragen, woher wir denn wissen, daß der Blindgeborene alle jene rein analytischen Verhältnisse mit den uns in einem ganz anderen Sinne geläufigen Namen „gerade Linie“, „Entfernung“, „Ort“ usw. bezeichnen wird, und ob also nicht wenigstens diese Bezeichnungen als selbständige Elemente in die Riehlsche Hypothese aufzunehmen seien. Das kann allerdings so scheinen; ich glaube jedoch, nicht ganz mit Recht. Die Frage ist nämlich nicht, wie irgend ein hypothetischer Blindgeborener jene Verhältnisse zu bezeichnen für gut finden wird; sondern die Frage ist, ob nicht wir alle eigentlich jene Verhältnisse meinen, wenn wir die betreffenden Namen verwenden. Der „Blindgeborene“ wurde ja nur deshalb in die Besprechung eingeführt, weil wir Gründe gefunden hatten zu vermuten, daß seine spezifische Raumvorstellung zugleich die ursprüngliche und wesentliche Raumvorstellung aller anderen ist. Die Sachlage ist also diese. Wenn wir etwa von einer geraden Linie reden, so finden wir vielleicht in unserem Bewußtsein nichts weiter vor als die Gesichtsvorstellung eines schwarzen Striches auf weißem Papier; in unserem geometrischen Denken funktioniert aber diese Gesichtsvorstellung bloß als Zeichen für eine andere, nicht klar bewußte Vorstellung, und zwar für eine solche aus dem Gebiete des Bewegungssinnes. Es gilt nun, diese letztere Vorstellung aus ihrem verworrenen Zustande zur klaren Bewußtheit zu erheben und begrifflich zu bestimmen. Zu diesem Zwecke müssen wir uns fragen, was wir tatsächlich empfinden, wenn wir mit geschlossenen Augen Bewegungen ausführen, welche wir als annähernd geradlinig bzw. als gebogen oder gebrochen bezeichnen; und hier lehrt denn wohl bereits die direkte Selbstbesinnung so viel, daß im ersteren Falle in unserem Bewegungsgefühl „etwas“ annähernd konstant bleibt, welches sich im zweiten allmählich, und im dritten plötzlich verändert. Was dieses Etwas ist, vermag aber die direkte Selbstbesinnung kaum zu entscheiden, und hier tritt dann die Riehlsche Hypothese helfend ein. Wenn, dieser Hypothese zufolge, bei Bewegungen nach den drei Hauptrichtungen jedesmal nur ein besonderes elementares Gefühl zum

Bewußtsein gelangt, so läßt sich verstehen, daß bei Bewegungen, welche gleichzeitig nach mehreren Hauptrichtungen verlaufen, gemischte, zusammengesetzte Gefühle auftreten; und da dasjenige, was wir eine geradlinige Bewegung nennen, tatsächlich dadurch gekennzeichnet ist, daß in je einer Hauptrichtung in gleichen Zeiten gleich weit vorgeschritten wird, so kann das Wort „geradlinig“ ursprünglich kaum etwas anderes bedeuten, als eben die konstante Zusammensetzung jener Gefühle. Ich glaube demnach nicht, daß die Begriffsbestimmungen der einfachsten geometrischen Gebilde als selbständige Voraussetzungen in der Riehlschen Hypothese erwähnt zu werden brauchen; vielmehr scheint diese Hypothese für die Charakteristik jener Gebilde keine anderen Merkmale verfügbar zu stellen, als in den obigen Begriffsbestimmungen verwendet wurden.

Noch ein weiteres könnte man fragen, nämlich dieses: woher denn der Blindgeborene weiß, daß die Reihenfolge, in welcher die verschiedenen Arten von Bewegungsgefühlen erzeugt werden, für das Endergebnis gleichgültig ist, daß also zwei Schritte vorwärts und ein Schritt rechts zum nämlichen Orte führen wie ein Schritt rechts und zwei Schritte vorwärts. Und sicher ließen sich diese Sätze schwerlich apriori behaupten, wenn mit dem „Orte“ etwas anderes als eben die Summe dieser drei Schritte gemeint wäre. Daß also jene beiden Aufeinanderfolgen von Bewegungen etwa auf die Berührung eines identischen Gegenstandes hinauslaufen, kann nur die Erfahrung lehren; wenn aber die Erfahrung es anders lehrte, bliebe noch immer wahr, was der geometrische Satz besagt, und wir stünden einfach einem physikalischen Problem gegenüber, dessen Gesetzlichkeit wir zu untersuchen und womöglich zu erklären hätten. Es ist damit ganz wie im Gebiet der Töne: daß es auf das gleiche hinausläuft, einen Ton auf die doppelte Stärke zu bringen und dann um eine Oktave zu erhöhen, oder ihn um eine Oktave zu erhöhen und dann auf die doppelte Stärke zu bringen, ist apriori klar; stellte sich aber beim Versuch heraus, daß die beiden Töne verschieden wären, so müßte man auf störende Umstände schließen, denen zufolge die beabsichtigte Erhöhung etwa eine unbemerkte Verstärkung mit sich geführt hätte oder umgekehrt. Ähnlich braucht auch hier, wenn eine Reihe von Bewegungsgefühlen empirisch zum nämlichen Ergebnis führt wie die gleichen Bewe-

gungsgefühle in anderer Reihenfolge, nichts weiter vorausgesetzt zu werden; verhielte es sich aber anders, so müßte das seine besonderen Ursachen haben, deren Erforschung der Naturwissenschaft zufiele. Übrigens kommen wir auf diese Fragen später (59) noch einmal zurück.

Welche Vorstellung wird aber der Blindgeborene, der aufgestellten Hypothese zufolge, mit dem Worte Raum verbinden? So viel ist klar, daß es ihm „an der Möglichkeit fehlen (muß), die Ausdehnung unmittelbar aufzufassen“. „Die Tastwahrnehmungen der Koexistenzverhältnisse weichen von den entsprechenden Vorstellungen des Gesichts darin ab, daß ihnen das charakteristische Merkmal der letzteren fehlt: das simultane Außereinandersein der vorgestellten Elemente. — Falten wir im Dunkeln die Hände und bemühen wir uns, die Erinnerung an die Gesichtsvorstellung ihrer Gestalt, ja selbst die Vorstellung des Dunkeln gänzlich abzuhalten — und wir werden nichts weiteres wahrzunehmen vermögen, als eine zusammengesetzte Empfindung, deren Teile nur in der Weise unterschieden werden können, wie die Partialtöne eines Klanges oder die einzelnen Klänge eines Akkordes, die wir zugleich hören und unterscheiden. D. h. die gleichzeitigen Bestandteile dieses Wahrnehmungszustandes bilden eine Mannigfaltigkeit reiner Intensitäten, welche nichts von einem Außereinandersein der koexistierenden Bestimmungsweisen enthält Nun bewegen wir die Arme, hüten uns aber sorgfältig, die Spuren ihres Weges auf einen Hintergrund von irgend einer Helligkeit, sei es auch nur der des „Augenschwarz“, zu projizieren, — und die einzige Wahrnehmung, die wir auf diesem Wege erlangen können, wird die der Folge der Bewegungsempfindungen und einer gewissen Dauer dieser Folge sein“ (Riehl, a. a. O. II. 144, 146). Von einem Raume als einem selbständig außer uns existierenden Etwas, als einem in jedem Momente tatsächlich gegebenen riesigen Behälter, in welchem sämtliche Dinge ihren Platz haben, wird demnach der Blindgeborene einfach keine Ahnung haben. Wohl aber wird er dazu gelangen können, ein allgemeines Schema sämtlicher nach Qualität und Quantität möglicher Bewegungsgefühle aufzustellen, und (nachdem er gelernt hat, in dem früher angedeuteten Sinne die Orte der Dinge durch die zur Erreichung derselben erfordernten Bewegungsgefühle

zu bestimmen) jedem Dinge einen Ort innerhalb desselben anzuweisen. Dieses Schema, ein reines Gedankending, wird alles sein, was sich der Blindgeborene bei dem Worte „Raum“ denken kann. Der Ort eines Dinges in diesem Raume bedeutet für den Blindgeborenen genau das nämliche wie die Stelle eines Tones in dem zweidimensionalen Tonschema für uns: also nicht ein reelles Verhältnis, sondern eine Bestimmung des Wahrgenommenen in bezug auf das abstrakte Schema des Wahrnehmbaren. Genau so, wie wir nicht daran denken, dem Tonschema eine eigene Realität neben den einzelnen Tönen beizulegen, wird auch der Blindgeborene keinen Grund finden, dem Raume eine selbständige Existenz neben den einzelnen Bewegungsempfindungen zuzuschreiben. Der Raum ist für ihn nicht Anschauung, sondern Begriff; und dieser Begriff hat keinen anderen Inhalt als die Vorstellung der dreifach bestimmten Bewegungsgefühle, mit dem Nebengedanken, daß diese Gefühle sich nach Willkür, in beliebiger Zusammensetzung und Quantität, erzeugen lassen.

55. Die Geometrie des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls. Nachdem wir also über die Bedeutung, welche der Riehlschen Hypothese zufolge den geometrischen Grundbegriffen für Blindgeborene zukommen muß, uns vorläufig orientiert haben, werden wir jetzt untersuchen, ob diese Hypothese zur Erklärung der gegebenen Tatsachen ausreicht. Die Tatsache, welche die Riehlsche Hypothese erklären soll, ist das Vorkommen eines dem unsrigen vollständig entsprechenden geometrischen Wissens bei Blindgeborenen. Seinem Inhalte nach haben wir dieses Wissen durch die Axiome der Dreidimensionalität, der Kontinuität, der Homogenität oder Kongruenz, der geraden Linie (welches die Unendlichkeit des Raumes analytisch in sich enthält) und der Parallelen, — seiner allgemeinen Natur nach durch die Merkmale der absoluten Allgemeinheit, der Apodiktizität und der Exaktheit bestimmt gefunden (40, 46). Es fragt sich, ob, unter Voraussetzung der Hypothese Riehls, die Notwendigkeit dieses nach Form und Inhalt bestimmten geometrischen Wissens für Blindgeborene nachgewiesen werden kann.

Was erstens die dreifache Bestimmtheit und die Kon-

tinuität betrifft, so ist es unmittelbar klar, daß diese Eigenschaften dem Schema der Bewegungsempfindungen, welches nach der Hypothese Riehls für den Blindgeborenen unserem „Raume“ entspricht, zukommen müssen. Dem Axiome, daß von einem beliebigen Punkte aus sich nur drei senkrecht aufeinander stehende Gerade ziehen lassen, entspricht für den Blindgeborenen der Satz, daß er nur in drei elementaren Qualitäten Bewegungsgefühle erzeugen kann; dem Axiome, daß jene Geraden kontinuierliche Größen sind, der Satz, daß die Quantität dieser Bewegungsgefühle kontinuierlicher Zunahme fähig ist. Beides ist dem Blindgeborenen *ex hypothesis* in der unmittelbarsten Selbstwahrnehmung gegeben.

Nicht unmittelbar gegeben, aber dennoch leicht zu erklären ist die Gewißheit, welche dem Homogenitäts- oder Kongruenzaxiom für Blindgeborene zukommt. Wenn der Raum für den Blindgeborenen nichts weiter ist als das Schema der überhaupt möglichen Bewegungsempfindungen (54), so kann auch die Homogenität des Raumes für ihn nichts weiter sein als die Homogenität dieses Schemas. Dieselbe muß ihm demnach einfach selbstverständlich erscheinen: denn dieser Raum ist nicht ein Gegebenes, sondern die bloße Vorstellung der beliebigen Fortsetzung eines identischen Prozesses. Die verschiedenen Teile dieses Raumes sind nicht verschiedene nebeneinander existierende Wirklichkeiten, sondern verschiedene sukzedierend gedachte Betätigungen eines nämlichen Vermögens: des Vermögens, Bewegungsgefühle hervorzubringen. Der Blindgeborene kann demnach getrost behaupten, daß der ihn jetzt umgebende Raum vollkommen homogen ist mit demjenigen, in welchem er gestern verweilte: denn er behauptet damit nichts anderes als die Identität der Bewegungsempfindung mit sich selbst. Daher auch die Forderung, daß es unbedingt möglich sein müsse, an jedem Orte des Raumes eine einer gegebenen kongruente Figur zu konstruieren. Raumfiguren, mathematische Körper, sind für den Blindgeborenen nichts weiter als Ausschnitte aus dem Schema der Bewegungsempfindungen; dieselben werden ausschließlich durch Qualität und Quantität der entsprechenden Bewegungsempfindungen bestimmt; und die Gewißheit, daß sie sich an jeder Stelle jenes Schemas in gleicher Bestimmung konstruieren lassen, ist einfach darin begründet, daß es die näm-

lichen Bewegungsempfindungen sind, welche, in endloser Wiederholung, jede Stelle dieses Schemas ausfüllen. Fassen wir aus diesem Gesichtspunkt noch einmal die drei Helmholtz'schen Kongruenzaxiome (S. 173, 2—4) ins Auge, so ergibt sich folgendes. Die Existenz beweglicher aber in sich fester Systeme von Elementen besagt für den Blindgeborenen nur, daß er in seinem Raumschema überall (d. h. also: nachdem er beliebige Komplexe von Bewegungsempfindungen erzeugt hat) stets wieder „eine gleiche Figur zeichnen“, also identische Komplexe von Bewegungsempfindungen hervorbringen kann. Die freie Beweglichkeit dieser festen Systeme drückt für ihn nichts weiter aus, als daß sämtliche Momente eines solchen Komplexes sich mittels Erzeugung weiterer Reihen von Bewegungsempfindungen in die entsprechenden Momente eines anderen Komplexes überführen lassen. Und die Wiederherstellung des Anfangszustandes infolge einer Drehung des Systems will für ihn zunächst nur sagen, daß er von jedem Moment eines beliebigen Komplexes aus „einen Kreis ziehen“, also bestimmte Reihen von kontinuierlich sich verändernden Bewegungsempfindungen erzeugen kann, in welchen jede Art derselben abwechselnd durch gleiche positive und negative Beträge, deren Summe also schließlich wieder $= 0$ wird, vertreten ist. Doch steckt hier, also in den bei Rotationsbewegungen des Systems vorliegenden Verhältnissen¹⁾, noch eine Schwierigkeit, welche ich früher übersehen habe, auf welche mich aber ein freundlicher Kritiker brieflich aufmerksam gemacht hat. Es fragt sich nämlich, was der Blindgeborene damit meinen kann, wenn er das System während der Drehung als ein festes, also die Entfernung je zweier Punkte desselben als eine konstante bezeichnet. Allerdings wird er insofern die Helmholtz'sche Forderung befriedigt finden, als nach einer vollendeten Umdrehung alle diese Entfernungen wieder durch gleiche Beträge von Bewegungsempfindungen der drei Arten, wie am Anfang, sich bestimmen lassen; während der Drehung wechselt aber die Zusammensetzung der betreffenden Reihen fortwährend, und es ist nicht ohne weiteres einzusehen, welchen Maßstab der Blindgeborene verwenden sollte, wenn er etwa eine Entfernung von $5V$ einer

¹⁾ Bei Translationsbewegungen des Systems besteht diese Schwierigkeit nicht, da hier die Bewegungsempfindungen jeder Art mit einem für sämtliche Momente gleichen Betrage vermehrt oder vermindert werden, also alle Differenzen sich gleich bleiben.

solchen von $4V + 3R$ oder von $3V + 4R$ gleichsetzt. Offenbar hängt diese Frage mit der anderen: wie der Blindgeborene sich die eigenen Rotationsbewegungen zurechtlegt, enge zusammen, denn mittels solcher kann er sich immer wieder von der durchgängigen Gleichheit aller jener Entfernungen überzeugen. In bezug auf diesen Punkt bedarf also die Riehl'sche Hypothese noch wohl einer Ergänzung; wie diese aussehen muß, vermag ich aber zurzeit noch nicht anzugeben.

Das Axiom von der geraden Linie sagt aus, daß zwei verschiedene, von einem Punkte aus gezogene gerade Linien, beliebig verlängert, keinen zweiten Punkt gemein haben können. Wie muß dieses Axiom in der Sprache des Bewegungssinnes lauten? Eine gerade Linie ist für diesen Sinn nur eine Reihe konstant zusammengesetzter Bewegungsgefühle; der Punkt ist für denselben nichts weiter als ein Moment aus einer Reihe sukzessiv erzeugter Bewegungsgefühle und wird nur durch die Quantität der zur Erreichung desselben erfordernten Bewegungsgefühle bestimmt (54). Das Axiom von der geraden Linie will also in der Sprache des Bewegungssinnes nur sagen, daß, wenn von einem durch die Erzeugung beliebiger Bewegungsgefühle zu erreichenden Anfangszustand aus, zweimal, in verschiedener, aber jedesmal konstanter Zusammensetzung, Reihen von Bewegungsgefühlen erzeugt werden, diese beiden Prozesse, beliebig fortgesetzt, keine Momente enthalten können, welche durch die nämlichen Beiträge an Bewegungsgefühlen der drei Arten bestimmt werden. Diese Behauptung ist aber nicht mehr ein unbeweisbares Axiom, sondern ein streng zu beweisender Lehrsatz. Der Anfangszustand der beiden Prozesse sei durch die Bewegungsgefühle (O, R, V) bestimmt; die konstanten Verhältnisse, in welchen von diesem Anfangszustande aus Bewegungsgefühle erzeugt werden, seien $(O_1:R_1:V_1)$ und $(O_2:R_2:V_2)$; es werde demnach vorausgesetzt, daß nicht $O_1:R_1:V_1 = O_2:R_2:V_2$. Dann wird offenbar jeder im Verlaufe des ersteren Prozesses zu erreichende Moment durch einen Ausdruck von der Form:

$$(O + pO_1, R + pR_1, V + pV_1),$$

jeder im Verlaufe des zweiten Prozesses zu erreichende Moment durch einen Ausdruck von der Form:

$$(O + qO_2, R + qR_2, V + qV_2)$$

quantitativ bestimmt; und es gilt zu beweisen, daß niemals, welche Werte man für p und q anzunehmen beliebe, die Gleichungen:

$$\begin{aligned} O + pO_1 &= O + qO_2, \\ R + pR_1 &= R + qR_2, \text{ und} \\ V + pV_1 &= V + qV_2 \end{aligned}$$

zusammen gelten können. Dieser Beweis läßt sich aber sehr einfach führen: denn wenn für bestimmte Werte von p und q jene drei Gleichungen zusammen gelten sollten, so ließe sich daraus sofort ableiten:

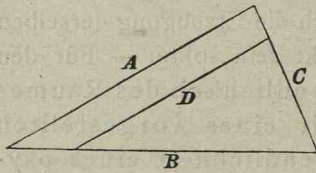
$$\begin{aligned} pO_1 = qO_2 \quad pR_1 = qR_2 \quad pV_1 = qV_2 \\ p : q = O_2 : O_1 = R_2 : R_1 = V_2 : V_1 \\ O_1 : R_1 : V_1 = O_2 : R_2 : V_2, \end{aligned}$$

was der Voraussetzung widerspricht. — Aus den Daten des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls läßt sich demnach das Axiom von der geraden Linie, in der Form, welche es für den Blindgeborenen haben muß, analytisch ableiten.

Das Axiom von der Unendlichkeit des Raumes ist nach den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen (45) in den vorhergehenden analytisch enthalten; es kann aber für die Einsicht in die Leistungsfähigkeit der Riehlschen Hypothese nützlich sein, über die Bedeutung, welche es im Denken des Blindgeborenen haben muß, noch einige Worte zu sagen. Offenbar kann der Blindgeborene sich die Unendlichkeit des Raumes nur denken als die Möglichkeit einer unbeschränkt fortgesetzten Erzeugung von Bewegungsempfindungen. In welchem Sinne und mit welchem Rechte wird aber diese Möglichkeit von ihm behauptet? Gewiß nicht in dem Sinne, daß sein Vermögen, Bewegungsgefühle zu erzeugen, tatsächlich unbeschränkt wäre: jeder empfundene Widerstand lehrt ihn ja das Gegenteil, und er hat keinen Grund, zu behaupten, daß nicht irgend einmal dieser Widerstand ein absoluter sein könne. Auch tut die Vermutung eines solchen absoluten Widerstandes (wie ihn etwa das „Himmelsgewölbe“ nach populärer Auffassung bieten würde) der Gewißheit des Unendlichkeitsaxioms keinen Abbruch. Wenn aber das Axiom über die tatsächliche Möglichkeit, ins Unendliche Bewegungsgefühle zu erzeugen, nichts enthält, welchen Sinn hat es dann? Man braucht, um auf diese Frage die Antwort zu finden,

nur daran zu denken, daß die Bewegungsempfindungen nicht passiver, sondern aktiver Natur sind, nicht erlebt, sondern willkürlich erzeugt werden. Stößt dieser Prozeß auf einen Widerstand, so wird als Ursache der Hemmung ein fremdes, widerstandleistendes, „stoffliches“ Ding postuliert; dabei bleibt aber doch immer der Gedanke zurück, es wäre, wenn das fremde Ding nicht dagewesen wäre, möglich gewesen, noch mehr Bewegungsempfindungen zu erzeugen. In diesem Gedanken liegt der Keim des Unendlichkeitsaxioms. So oft ich, tatsächlich oder in der bloßen Vorstellung, auf Widerstand stoße, kann ich mir leicht noch eine weitere Erzeugung von Bewegungsgefühlen vorstellen; es liegt ja in den Bewegungsgefühlen selbst nichts, wodurch die Erzeugung derselben innerhalb bestimmter Grenzen beschränkt sein sollte. — Für den Blindgeborenen ist also auch die Unendlichkeit des Raumes nicht die gegebene Unendlichkeit eines vorgestellten Dinges, sondern die gedachte Unendlichkeit eines psychischen Prozesses. Aus der bloßen Tatsache der willkürlichen Erzeugung von Bewegungsempfindungen ergibt sich ihm auf rein analytischem Wege der fundamentale Gegensatz von Raum und Stoff (leerem und erfülltem Raum, freier und gehemmter Erzeugung von Bewegungsempfindungen), sowie die notwendige Teilnahme des zweiten an den Eigenschaften des ersteren. Und der Begriff des unendlichen, an jedem Punkte entweder leeren oder stoff erfüllten Raumes hat für ihn keinen anderen Inhalt als den der begrifflich unendlicher Fortsetzung fähigen, faktisch aber in jedem Momente entweder freien oder gehemmten Erzeugung von Bewegungsempfindungen. Demnach wird auch meiner Ansicht nach der Blindgeborene ganz wohl den Ausdruck: die Dinge seien außer einander im Raume, verstehen können. Jedes Ding entspricht ja für ihn einem bestimmten Komplex von gehemmten Bewegungsempfindungen; und er wird leicht einsehen können, daß alle diese Komplexe Teile des Systems der überhaupt vorstellbaren Bewegungsempfindungen sind, und daß dieselben als solche außer einander sich befinden. Nur kann hierbei selbstverständlich nicht von einem simultan wahrgenommenen Außereinander die Rede sein; vielmehr von einem Verhältnisse wie demjenigen zweier beliebiger Zahlenreihen, von denen man auch ein Außereinander, innerhalb der unendlichen Zahlenreihe, behaupten kann.

Endlich das Axiom von den Parallelen. In der von Helmholtz gebotenen Formulierung (V. u. R. II. S. 5) sagt dasselbe aus, „daß durch einen außerhalb einer geraden Linie liegenden Punkt nur eine einzige und nicht zwei verschiedene jener ersten parallele Linien gelegt werden können. Parallel aber nennt man zwei Linien, die in ein und derselben Ebene liegen und sich niemals schneiden, so weit sie auch verlängert werden mögen“. Um dieses Axiom in die Sprache des Bewegungssinnes übertragen zu können, werden wir zuerst ein Merkmal aufsuchen müssen, wodurch der Blindgeborene zwei in einer und derselben Ebene liegende gerade Linien



von anderen unterscheiden kann. Ein solches Merkmal würde etwa folgende Begriffsbestimmung bieten: zwei gerade Linien liegen in einer und derselben Ebene, wenn sie, jede für sich, zwei andere gerade Linien, welche einen Punkt gemein haben, schneiden. Nehmen wir diese Begriffsbestimmung an, so erhält das Parallelenaxiom folgende Form: wenn von einem bestimmten Punkte aus zwei gerade Linien A und B gezogen werden, und wenn von einem Punkte der Linie A aus eine dritte gerade Linie C gezogen wird, welche die Linie B schneidet, — so wird es immer möglich sein, von einem beliebigen Punkte der Linie B aus eine und nur eine gerade Linie D zu ziehen, welche die Linie C wohl, die Linie A aber niemals schneidet. Oder in der Sprache des Bewegungssinnes: wenn, von einem bestimmten Anfangszustand aus, zwei Reihen von Bewegungsgefühlen A und B, von verschiedener, aber konstanter Zusammensetzung ($O:R:V$) und ($O_1:R_1:V_1$) erzeugt werden, und wenn von einem Momente in der Reihe A aus eine dritte konstant zusammengesetzte Reihe von Bewegungsgefühlen C erzeugt wird, derart, daß dieselbe mit der Reihe B einen Moment gemein hat, — so wird es immer möglich sein, von einem beliebigen Momente der Reihe B aus eine und nur eine konstant zusammengesetzte Reihe von Bewegungsgefühlen D zu erzeugen, welche mit der Reihe C wohl, mit der Reihe A aber nicht einen Moment gemein hat. Dieser Satz läßt sich aber folgendermaßen beweisen:

Erstens wird es immer möglich sein, die Reihe C zu erzeugen. Denn von dem Momente (mO, mR, mV) der Reihe A aus läßt sich ein beliebiger Moment (nO_1, nR_1, nV_1) der Reihe B immer so erreichen, daß man eine neue Reihe von der konstanten Zusammensetzung $\{(nO_1 - mO) : (nR_1 - mR) : (nV_1 - mV)\}$ und in der Quantität ($nO_1 - mO, nR_1 - mR, nV_1 - mV$) erzeugt; der Endmoment derselben wird in bezug auf den ursprünglichen Anfangszustand durch ($mO + nO_1 - mO, mR + nR_1 - mR, mV + nV_1 - mV$) bestimmt sein und also mit (nO_1, nR_1, nV_1) zusammenfallen. — Zweitens: es wird immer möglich sein, von einem Momente (pO_1, pR_1, pV_1) der Reihe B aus eine Reihe D zu erzeugen, welche mit C wohl, mit A aber nicht einen Moment gemein hat: man braucht dieselbe nur in dem Verhältnis (O : R : V) zusammensetzen. Denn wenn diese Reihe bis zum

Betrage $\left(\frac{m(n-p)}{n}O, \frac{m(n-p)}{n}R, \frac{m(n-p)}{n}V\right)$ fortgesetzt wird,

so wird der Endmoment derselben in bezug auf den ursprünglichen Anfangszustand durch

$$\left\{pO_1 + \frac{m(n-p)}{n}O, pR_1 + \frac{m(n-p)}{n}R, pV_1 + \frac{m(n-p)}{n}V\right\}$$

bestimmt sein. In der Reihe C aber ist jeder Moment in bezug auf den ursprünglichen Anfangszustand durch

$$\left\{mO + x(nO_1 - mO), mR + x(nR_1 - mR), mV + x(nV_1 - mV)\right\}$$

bestimmt; und wird diese Reihe fortgesetzt bis $x = \frac{p}{n}$, so ist

offenbar der Endmoment mit dem vorher erzeugten identisch; denn

$$pO_1 + \frac{m(n-p)}{n}O = mO + \frac{p}{n}(nO_1 - mO)$$

$$pR_1 + \frac{m(n-p)}{n}R = mR + \frac{p}{n}(nR_1 - mR)$$

$$pV_1 + \frac{m(n-p)}{n}V = mV + \frac{p}{n}(nV_1 - mV).$$

Mit der Reihe A kann die Reihe D aber niemals einen Moment gemein haben; denn sollte ein Moment (qO, qR, qV) der Reihe A mit einem Momente ($pO_1 + rO, pR_1 + rR, pV_1 + rV$) der Reihe D zusammentreffen, so hätten wir:

$$\begin{array}{lll} qO = pO_1 + rO & qR = pR_1 + rR & qV = pV_1 + rV \\ (q-r)O = pO_1 & (q-r)R = pR_1 & (q-r)V = pV_1 \end{array}$$

und demnach:

$$p : (q-r) = O : O_1 = R : R_1 = V : V_1 \\ O : R : V = O_1 : R_1 : V_1 ;$$

es müßten also die Reihen A und B identisch sein, was der Voraussetzung widerspricht. — Drittens: die Reihe D ist die einzige, welche den gestellten Bedingungen genügt. Denn wenn von dem Momente (pO_1 , pR_1 , pV_1) der Reihe B aus eine Reihe D' erzeugt wird, welche mit C einen anderen Moment als den erwähnten, also etwa

$$\left\{ mO + \left(\frac{p}{n} + s \right) (nO_1 - mO), \quad mR + \left(\frac{p}{n} + s \right) (nR_1 - mR), \right. \\ \left. mV + \left(\frac{p}{n} + s \right) (nV_1 - mV) \right\}$$

gemein hat, so wird zuerst die Zusammensetzung dieser neuen Reihe D' zu berechnen sein. Setzen wir dieselbe = (O_x , R_x , V_x), so ergeben sich aus

$$mO + \left(\frac{p}{n} + s \right) (nO_1 - mO) = pO_1 + O_x$$

$$mR + \left(\frac{p}{n} + s \right) (nR_1 - mR) = pR_1 + R_x$$

$$mV + \left(\frac{p}{n} + s \right) (nV_1 - mV) = pV_1 + V_x$$

folgende Werte für O_x , R_x und V_x :

$$O_x = pO + snO_1 \quad R_x = pR + snR_1 \quad V_x = pV + snV_1,$$

worin P eine Konstante = $\frac{(n-p-sn)m}{n}$ vorstellt. Die all-

gemeine Form für die Momente der Reihe D' ist demnach (in bezug auf ihren eigenen Anfangsmoment) folgende:

$$\left\{ y(pO + snO_1), \quad y(pR + snR_1), \quad y(pV + snV_1) \right\}.$$

Wird diese Reihe fortgesetzt bis $y = \frac{-p}{sn}$, so wird der Endmoment derselben in bezug auf den ursprünglichen Anfangszustand bestimmt durch

$$\left\{ pO_1 + \frac{-p}{sn} (pO + snO_1), \quad pR_1 + \frac{-p}{sn} (pR + snR_1), \right. \\ \left. pV_1 + \frac{-p}{sn} (pV + snV_1) \right\}$$

oder $\left(\frac{-p^P}{sn}O, \frac{-p^P}{sn}R, \frac{-p^P}{sn}V\right)$;

dieser Moment gehört also auch zur Reihe A. — Die Reihe D', und ebenso jede andere außer D, welche, von dem Momente (pO_1, pR_1, pV_1) ausgehend, mit der Reihe C einen Moment gemein hat, hat also auch einen Moment gemein mit der Reihe A. Mit anderen Worten: es gibt nur eine Reihe, welche den gestellten Bedingungen genügt, was zu beweisen war. — Auch das Parallelenaxiom läßt sich demnach aus den Daten des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls analytisch ableiten.

Man wird vielleicht gegen die Bedeutung dieser Beweisführung für die Erklärung des geometrischen Denkens Blindgeborener einwenden, es sei doch äußerst unwahrscheinlich, daß dieselben je zur Einsicht in einen auf so umständliche Weise zu begründenden Satz gelangen sollten. Diese Bemerkung ist zweifellos richtig, aber für die vorliegende Frage deshalb nicht entscheidend, weil der lange und unübersichtliche Weg, den wir gegangen sind, sich leicht durch einen kürzeren, aus übersichtlichen Teilen zusammengesetzten, ersetzen läßt. Ich habe jenen längeren Weg gewählt, damit über die Frage, ob das Parallelenaxiom in seiner gewöhnlichen, auch den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen zugrunde gelegten Formulierung in den Daten des Bewegungssinnes nach der Riehlschen Hypothese analytisch enthalten sei, auch nicht der geringste Zweifel zurückbleibe. Hat man aber einmal eingesehen, daß dem so ist, so wird man sich leicht davon überzeugen können, daß aus diesen Daten sich auch in einfacherer Weise das in dem Parallelenaxiom enthaltene Wissen gewinnen läßt. Die Schritte, welche den Blindgeborenen zu diesem Wissen führen, kann man sich etwa folgenderweise zurechtlegen. An gegebenen Parallelen wird dem Blindgeborenen nicht zuerst die Eigenschaft derselben, in einer Ebene zu liegen und sich niemals zu schneiden, sondern vielmehr das elementare Merkmal der Richtungsgleichheit, also der gleichen Zusammensetzung der entsprechenden Bewegungsgefühle, auffallen. Er wird demnach die Parallelität verschiedener Reihen von Bewegungsgefühlen durch dieses Merkmal definieren, und dann sofort einsehen, daß von einem gegebenen Anfangsmomente aus nur eine einzige einer gegebenen parallele (in gleichem Verhältnis zusammengesetzte) Reihe

von Bewegungsgefühlen erzeugt werden kann. Sodann wird er sich leicht davon überzeugen, daß letztere Reihe mit der gegebenen unmöglich einen Moment gemein haben kann: denn wenn die beiden Reihen in dem Verhältnis ($O : R : V$) zusammengesetzt sind, und wenn der Anfangsmoment der einen in bezug auf den Anfangsmoment der anderen durch die Bewegungsgefühle (O_1, R_1, V_1) bestimmt ist, so kann offenbar (wenn nicht $O : R : V = O_1 : R_1 : V_1$) für keine Werte von p und q gleichzeitig

$$O_1 + pO = qO$$

$$R_1 + pR = qR$$

$$V_1 + pV = qV$$

sein. In solcher Weise wird der Blindgeborene sich davon überzeugen, daß durch einen gegebenen Punkt nur eine mit einer gegebenen gleichgerichtete Linie geführt werden kann, und daß diese Linien (sofern nicht schon der gegebene Punkt innerhalb der gegebenen Linie liegt) keinen Punkt gemein haben können. Und schließlich wird er in einer oder der anderen Weise, je nachdem er sich den Begriff der Ebene zurechtlegt, zur Einsicht gelangen können, daß zwei solche gleichgerichtete Gerade immer innerhalb einer Ebene liegen müssen, und daß Gerade, welche innerhalb einer Ebene liegen, aber nicht gleichgerichtet sind, sich notwendig irgendwo schneiden müssen.

Das in diesem Paragraphen gewonnene Resultat, nach welchem die euklidischen Axiome aus der Riehl'schen Hypothese als notwendige Folgerungen hervorgehen, scheint nun den Ergebnissen des § 46 schnurstracks zuwiderzulaufen. Denn nach den Untersuchungen, über welche dort referiert wurde, genügt der Allgemeinbegriff einer dreifach bestimmten Mannigfaltigkeit keineswegs, um die dafür geltenden Maßverhältnisse eindeutig festzulegen; jetzt aber wurde gefunden, daß der Blindgeborene, welcher für die Konstruktion seines Raumes über nichts weiter als 3 unabhängig veränderliche Größen verfügt, sich diesen Raum nicht anders als euklidisch denken kann. Wie läßt sich das reimen? Sollte etwa doch, unbemerkterweise, in der Riehl'schen Hypothese noch etwas mehr als die dreifache Bestimmtheit der Bewegungsempfindungen vorausgesetzt worden sein? Ich glaube nicht: vielmehr muß umgekehrt, um zu den Begriffen nicht euklidischer (sphärischer, pseudo-sphärischer u. a.) Räume zu gelangen, etwas mehr als die dreifache Bestimmtheit der Bewegungsempfindungen vorausgesetzt

werden, nämlich bestimmte gesetzliche Beziehungen, durch welche die Möglichkeit, in beliebigen Verbindungen Bewegungsempfindungen der drei Arten zu erzeugen, irgendwie eingeschränkt wird. Überall dagegen, wo wir nichts weiter voraussetzen als drei (oder allgemeiner n) unabhängig veränderliche Größen, welche sich vollkommen frei, also in beliebigen Maßen und beliebigen Verhältnissen, miteinander verbinden lassen, gelten notwendig Sätze, welche den der euklidischen Geometrie zugrunde liegenden Axiomen entsprechen. So für die zweifach (nach Höhe und Stärke) bestimmte Mannigfaltigkeit der Töne, wo folgendes Analogon zum Axiom von der geraden Linie sich aufstellen läßt: wenn von einem nach Höhe und Stärke bestimmten Tone aus zwei Tonreihen von stetig wachsender Höhe und Stärke hervorgebracht werden, derart, daß das Verhältnis zwischen der Zunahme der Anzahl der Schwingungen pro Sekunde und der Zunahme der Schwingungsintensität in beiden Fällen ein verschiedenes, aber in jedem derselben konstant ist, so wird kein Ton der ersteren Reihe nach Höhe und Stärke mit einem Tone der zweiten Reihe identisch sein. Oder für die n fach bestimmte Mannigfaltigkeit einer Mischung von n verschiedenen Substanzen, wo das entsprechende Axiom sich folgendermaßen gestalten würde: wenn zu einer quantitativ bestimmten Mischung von n Substanzen allmählich von einer anderen Mischung, in welcher die nämlichen Substanzen in einem bestimmten Verhältnis enthalten sind, hinzugefügt wird; und wenn ein anderes Mal zu der gleichen ursprünglichen Mischung allmählich von einer in einem anderen Verhältnis aus den nämlichen Substanzen zusammengesetzten Mischung hinzugefügt wird; so wird das Ergebnis des ersteren Prozesses zu keiner Zeit in dem nämlichen Verhältnis zusammengesetzt sein, wie das Ergebnis des zweiten Prozesses zu irgend einer Zeit zusammengesetzt ist. — Man wolle nun erstens die strenge Analogie zwischen diesen Sätzen und der S. 225 gegebenen Formulierung des Axioms von der geraden Linie sorgfältig nachprüfen, und sich dann davon überzeugen, daß die ersteren nur in dem Falle aufhören würden richtig zu sein, wenn neben den genannten noch weitere Voraussetzungen gemacht würden, wie etwa diese, daß, bei gleichmäßiger Zunahme der Höhe und Stärke eines gehörten Tons das Maß dieser Zunahme doch eigentlich, ohne daß wir etwas davon bemerken, stets geringer wird und dieselbe schließlich in eine Abnahme übergeht,

welche den Ton wieder zur anfänglichen Höhe und Stärke zurückführt; oder im anderen Fall, daß die Zusammensetzung der hinzugefügten Mischungen insgeheim eine fortschreitende Veränderung erfährt, infolgedessen das Verhältnis der Stoffe in der ursprünglichen Mischung zwar vorübergehend modifiziert wird, sich aber später wiederherstellt. Genau so müßten wir nun auch, um aus unserem euklidischen Raume etwa einen sphärischen zu machen, annehmen daß, wenn wir andauernd in einem bestimmten Verhältnis Bewegungsempfindungen der drei Arten zu erzeugen glauben, dennoch tatsächlich diese Bewegungsempfindungen allmählich in solche mit entgegengesetztem Vorzeichen übergehen, dergestalt, daß nach einiger Zeit die positiven und negativen Werte derselben sich vollständig kompensiert haben. Und in der Tat wird eine derartige Unfreiheit in der Erzeugung von Bewegungsempfindungen, nämlich ein Gehemmt- oder Geführtwerden derselben durch vierdimensionale äußere Gegenstände, bei der Begründung der nicht-euklidischen Geometrien überall vorausgesetzt. Auf die Frage, ob Gründe vorliegen, solchen Voraussetzungen irgendwelche Wahrscheinlichkeit beizumessen, kommen wir später (59) zurück; jedenfalls liegt aber diese Frage außerhalb des Gebietes der eigentlichen Geometrie. Denn die Geometrie hat von altersher nur die Wissenschaft vom Raume sein wollen, die äußeren Gegenstände dagegen der Physik überlassen. Selbstverständlich ist es ihre Sache, ob sie diesen Standpunkt verlassen, statt des Maßstabes das zu Messende untersuchen und also mit der Physik zusammenfließen will; die Erkenntnistheorie hat nur festzustellen, daß sie, solange sie ihre Sätze nur für den abstrakten Raum gelten ließ, durchaus berechtigt war, denselben die apriorische Gewißheit der euklidischen Axiome zugrunde zu legen.

56. Die Geometrie des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls. Fortsetzung. Wir haben gefunden, daß sämtliche elementaren Voraussetzungen, welche nach den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen unserer Geometrie zugrunde liegen, ihrem Inhalte nach in denjenigen Daten des Bewegungssinnes, welche nach der Hypothese Riehls den Blindgeborenen zur Begründung seines räumlichen Wissens ausschließlich zu Gebote stehen, analytisch enthalten sind. Es erübrigt noch zu untersuchen, ob auch die allgemeine Natur des geometrischen Wissens,

also seine Apodiktizität, Allgemeinheit und Exaktheit, aus dem Gegebensein dieser Daten sich erklären läßt.

Man wird leicht finden, daß diese Frage in der nämlichen Weise beantwortet werden muß, wie die früher aufgeworfene Frage, ob und in welcher Weise sich die apodiktische Gewißheit der logischen Gesetze erklären läßt (23). So wie der apodiktischen Gewißheit des logischen Denkens die Tatsache der doppelten Reaktionsfähigkeit des Geistes, so liegt der apodiktischen Gewißheit des geometrischen Denkens die Tatsache der dreifachen qualitativen Bestimmtheit und beliebigen quantitativen Vermehrbarkeit der Bewegungsgefühle zugrunde. Diese Tatsache ist bloß als eine solche, nicht als notwendig gegeben; ist sie aber gegeben, so läßt sich daraus die allgemeine, notwendige und exakte Geltung der Riemann-Helmholtzschen Axiome für das Schema der Bewegungsgefühle auf rein logischem Wege beweisen. Man braucht auch keineswegs, um die vollkommene Exaktheit des geometrischen Wissens bei Blindgeborenen zu erklären, die unwahrscheinliche Voraussetzung zu machen, daß den Daten des Bewegungssinnes in bezug auf ihre tatsächliche Zusammensetzung und Quantität die nämliche Exaktheit zukomme. Denn die geometrischen Sätze, sofern sie vollkommene Exaktheit beanspruchen, beziehen sich nicht auf konkrete Tatsachen, sondern auf abstrakte, begrifflich bestimmte Verhältnisse. Das Parallelenaxiom sagt nur aus, daß zwei gerade Linien, sofern sie parallel sind (also für den Blindgeborenen zwei Reihen von Bewegungsgefühlen, sofern sie in dem nämlichen konstanten Verhältnis aus den Grundgefühlen zusammengesetzt sind), sich niemals schneiden: ob aber zwei gegebene Linien (zwei tatsächlich erzeugte Reihen von Bewegungsgefühlen) wirklich parallel sind, darüber sagt dasselbe nichts. Über jenes erstere, rein begriffliche Verhältnis kann der Blindgeborene vollkommen exakte, über dieses zweite, konkret-tatsächliche, dagegen bloß approximative Gewißheit haben. Ähnlich überall. Um die Exaktheit des geometrischen Wissens bei Blindgeborenen zu erklären, braucht demnach den Wahrnehmungen des Bewegungssinnes keine größere Genauigkeit zugeschrieben zu werden, als die Wahrnehmungen der anderen Sinne bieten.

Daß schließlich der Blindgeborene die Gewißheit der geometrischen Sätze nicht nur für den Raum überhaupt (also für das Schema der Bewegungsgefühle), sondern auch, und zwar

mit der nämlichen apriorischen Gewißheit, für die gegebene Wirklichkeit im Raume gelten läßt, findet seine einfache Erklärung in dem Umstande, daß die räumlichen Eigenschaften des Gegebenen eben an dem Schema der Bewegungsgefühle gemessen werden. Gestalt, Größe und Ort gegebener Objekte bedeuten für den Blindgeborenen nichts weiter als gewisse Komplexe qualitativ und quantitativ bestimmter Bewegungsgefühle, deren Erzeugung durch jene Objekte gehemmt wird, und haben demnach an den Eigenschaften, welche den Bewegungsgefühlen im allgemeinen zukommen, notwendig teil. Daß der Blindgeborene die geometrischen Sätze unbedenklich auf die Wirklichkeit anwendet, läßt sich demnach in der nämlichen Weise erklären, wie wir früher (22, 36, 37) die Anwendung der logischen und arithmetischen Sätze auf die Wirklichkeit erklärt haben: nämlich daraus, daß jene Sätze nur scheinbar auf das unabhängig von dem Urteilenden Bestehende, tatsächlich aber bloß auf die Art und Weise, wie er das Bestehende auffaßt, Beziehung haben, und auf diese Art und Weise nur, sofern dieselbe durch subjektive Faktoren (also in der Logik durch die doppelte Reaktionsfähigkeit des Geistes, in der Arithmetik durch die willkürliche Feststellung der Zahlenreihe, in der Geometrie durch das Vermögen, dreifach bestimmte Bewegungsgefühle zu erzeugen) bestimmt wird. Die logischen, arithmetischen und geometrischen Gesetze bieten apriorische Gewißheit nur über Erscheinungen, welche in Urteile umgesetzt, gezählt bzw. gemessen worden sind; und dann bezieht sich diese apriorische Gewißheit im Grunde nur auf die Urteilsform, in welche die Erscheinungen passen, auf die Zahlenreihe, mit welcher sie gleichzählig sind, und auf die Bewegungsgefühle, welche durch sie gehemmt werden. Damit ist aber offenbar das Rätsel, welches die Tatsache jener apriorischen Gewißheit uns geboten hatte, prinzipiell gelöst.

Ich halte auf Grund der vorhergehenden Erörterungen (55, 56) die Hypothese Riehls in dem nämlichen Sinne für bewiesen, und die Entstehung des geometrischen Wissens bei Blindgeborenen in dem nämlichen Sinne für erklärt, wie etwa durch die mechanische Lichttheorie die Ätherhypothese bewiesen und die optischen Erscheinungen erklärt worden sind. Allerdings sind, hier wie dort, noch nicht alle Fragen gelöst, und bietet insbesondere die

Art und Weise, auf welche der Blindgeborene von den Axiomen zu dem pythagoreischen Lehrsatz gelangt, oder allgemeiner, die Art und Weise, auf welche er einfache und zusammengesetzte Bewegungsgefühle der Quantität nach miteinander vergleicht, der Erklärung Schwierigkeiten, von denen ich noch nicht einsehe, wie sie überwunden werden können (vgl. S. 224—225). Daß dieselben aber nicht unüberwindlich sind, dürfen wir auf Grund desjenigen, was die Riehlsche Hypothese schon geleistet hat, mit Zuversicht erwarten. Denn die Kongruenzaxiome, um welche es sich hier handelt, bilden ja die unumgängliche Voraussetzung des Axioms von der geraden Linie und des Parallelenaxioms; wenn also diese, wie wir gesehen haben, aus der Riehlschen Hypothese als notwendige Folgerungen hervorgehen, so müssen wohl auch jene in oder mit dieser Hypothese irgendwie als notwendig gültig vorausgesetzt sein. Näheres darüber wird aber wohl erst von einer genaueren mathematischen Bearbeitung und psychologischen Begründung unseres räumlichen Wissens zu erwarten sein.

57. Der Raum als die Form der Bewegungsempfindungen.

Wir haben früher Gründe gefunden, es für wahrscheinlich zu halten, daß unsere Raumvorstellung ursprünglich aus Daten, welche wir dem Bewegungssinne verdanken, entsteht, während die Daten der anderen Sinne erst nachträglich, durch erfahrungsmäßige Assoziation mit Bewegungsempfindungen, eine räumliche Bedeutung gewinnen (53). Wir haben uns sodann davon überzeugt, daß der Inhalt unseres räumlichen Wissens, so wie wir denselben aus den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen kennen gelernt haben, aus einer einfachen Hypothese über die Natur dieser Bewegungsempfindungen sich vollständig erklären läßt (55, 56); während es umgekehrt nicht möglich erschien, aus den Daten der anderen Sinne die Entstehung dieses Wissens zu begreifen. Es ist klar, daß diese beiden Ergebnisse sich wechselseitig bestätigen: denn wenn wir die Raumvorstellung den Bewegungsempfindungen verdanken, so erscheint es von vornherein als wahrscheinlich, daß in diesen Bewegungsempfindungen auch die zureichenden Gründe des räumlichen Wissens gegeben sein werden; und wenn umgekehrt nur aus den Bewegungsempfindungen sich dieses Wissen begründen läßt, so erscheint es von vornherein als wahrscheinlich, daß eben diese auch die ursprünglichen Träger

der Raumvorstellung sein werden. Sämtlichen vorhergehenden Untersuchungen zufolge halten wir es demnach für sehr wahrscheinlich, daß auch die Raumvorstellung des Sehenden, ihrem wesentlichen Inhalte nach, ausschließlich ein Produkt des Bewegungssinnes ist und daß die Geometrie des Sehenden, genau so wie die Geometrie des Blindgeborenen, aus den Daten des Bewegungssinnes nach der Hypothese Riehls erklärt werden muß.

Es wird kaum nötig sein ausdrücklich zu bemerken, daß das jetzt erreichte Resultat vollständig die Vermutung Kants (49) bestätigt. In der Tat: wenn wir fragen, was in den Daten des Bewegungssinnes subjektiv-formaler, was dagegen objektiv-inhaltlicher Natur sei, so kann die Antwort nur lauten: das Schema der Bewegungsgefühle selbst ist rein formaler Natur; es bezieht sich, genau so wie das Schema der Farben oder Töne, ausschließlich auf die psychophysische Organisation des Wahrnehmers; es liegt, wie jene, aller objektiven Wahrnehmung zugrunde und macht dieselbe erst möglich. Denken wir uns einen ausschließlich auf die Daten des Bewegungssinnes angewiesenen Intellekt, so wird derselbe, solange ihm nur die nach eigener Willkür zu erzeugenden oder nicht zu erzeugenden Bewegungsgefühle vorliegen, keinen Grund finden, etwas Objektives vorauszusetzen; nur die gegen den Willen erfolgende Hemmung dieses Erzeugungsprozesses wird ihn veranlassen, sich eine Außenwelt gegenüberzustellen (55). In den jeweilig erzeugten, qualitativ und quantitativ bestimmten, in gewissen Momenten gehemmten Bewegungsempfindungen gehört also die allgemeine Tatsache, daß überhaupt dreifach bestimmte Bewegungsempfindungen erzeugt werden, zur Form der Empfindung, und beansprucht eben deshalb für alles, was mittels des Bewegungssinnes wahrgenommen wird, absolut allgemeine, notwendige Geltung. Die spezielle Tatsache, daß eben diese Bewegungsempfindungen erzeugt werden, ist zwar ebenfalls ausschließlich in subjektiven Faktoren, aber nicht ausschließlich in der bleibenden Organisation des Wahrnehmers, sondern daneben in dem momentanen Willensentschluß begründet; während erst das Gehemmtwerden der Bewegungsempfindungen denselben Bedeutung für die Erkenntnis der äußeren Wirklichkeit zuteil werden läßt. Eben auf jene allgemeine Tatsache des Erzeugtwerdens dreifach bestimmter Bewegungsempfindungen überhaupt bezieht sich aber

die Geometrie, deren apriorische Gewißheit, genau so wie diejenige der entsprechenden Urteile über Farben und Töne (49), demnach vollständig aus der formal-subjektiven Natur ihres Gegenstandes zu erklären ist.

Mann sieht leicht ein, daß die Gründe, welche von Helmholtz gegen die Zulässigkeit der Kantischen Hypothese angeführt worden sind (51, 52), dieselbe in der Form, welche sie den vorhergehenden Untersuchungen zufolge für uns angenommen hat, nicht berühren. Denn fürs erste ist uns das allgemeine Schema der Bewegungsgefühle begrifflich vor aller gegenständlichen Erfahrung gegeben; die Eigenschaften desselben sind von dem Verhalten der Dinge, welche wir als Ursachen der Bewegungshemmung annehmen, vollkommen unabhängig; vielmehr werden die räumlichen Eigenschaften der Dinge und deren Veränderung erst in bezug auf dasselbe bestimmt. Ob wir aber Gründe haben, neben diesem subjektiven noch einen objektiven, möglicherweise abweichend konstruierten Raum anzunehmen, untersuchen wir später (59). — Auch dem zweiten Einwande Helmholtz' gegenüber läßt die aufgestellte Theorie sich unschwer behaupten. Denn wenn der Raum nicht die allgemeine Form des Gesichtssinnes, sondern die allgemeine Form des Bewegungssinnes ist, so kann offenbar der Umstand, daß wir uns die Gesichtseindrücke aus einem nichtebenen Raume vorzustellen vermögen, über die Vorstellbarkeit eines solchen Raumes selbst nichts entscheiden. Nach der Hypothese Riehls wäre eben in der Tatsache, daß wir Bewegungsgefühle nur in drei unterscheidbaren Qualitäten zu erzeugen vermögen, unser Unvermögen begründet, den Raum anders als dreidimensional, und demzufolge nach den Verhältnissen der euklidischen Geometrie, uns vorzustellen.

58. Der Raum als die Form der Bewegungsempfindungen.
Fortsetzung. Es seien schließlich noch einzelne Tatsachen des Denkens, welche dazu geeignet scheinen, die gewonnenen Einsichten zu erläutern oder zu bestätigen, kurz hervorgehoben.

Als solche kommen vor allem einige Eigentümlichkeiten unseres räumlichen Wissens in Betracht, wodurch sich dasselbe von unserem Wissen um die subjektiven Elemente in den Daten des Gesichts- und Gehörsinnes unterscheidet, welche demzufolge auch manchmal gegen die Gleichsetzung jener beiden Wissens-

gebiete in erkenntnistheoretischer Hinsicht angeführt worden sind, und welche selbst Kant an die Berechtigung dieser Gleichsetzung irregemacht haben (a. a. O. S. 56—57). Ich meine erstens die Tatsache, daß wir wohl den Raum, nicht aber etwa die Farben abgesondert von den Gegenständen vorzustellen vermögen, und auch die Eigenschaften des Raumes apriori, diejenigen des Farbenschemas dagegen erst auf Grund gegenständlicher Erfahrung erkennen. Kant glaubt auf Grund dieser Differenzen nur den Raum als eine reine, nichts Empirisches in sich schließende Anschauungsform betrachten zu müssen; andere dagegen haben gemeint, wenn sich das unzweifelbar subjektive Farbenschema nicht apriori vorstellen läßt, so könne auch die apriorische Vorstellbarkeit des Raumes nicht als ein Beweis für die Subjektivität desselben angesehen werden. — Ich glaube nun, daß die angeführten Tatsachen sich aus der im vorhergehenden begründeten Raumtheorie wenigstens so weit erklären lassen, als nötig ist, um die Parallelstellung des Raumes zum Schema der Farben oder Töne zu behaupten. Nach dieser Theorie ist der Raum nur die Form der Bewegungsempfindungen; die Bewegungsempfindungen haben aber das Eigentümliche, daß sie willkürlich hervorgebracht werden können, während erst die Hemmung derselben unabhängig vom Willen stattfindet und demnach äußerer Einwirkung zugeschrieben werden muß. Damit ist aber sowohl die Tatsache, daß wir den Raum für sich, unabhängig von den räumlichen Dingen, vorzustellen vermögen, wie die andere, daß wir für eine erschöpfende Kenntnis des Raumes keine gegenständliche Erfahrung abzuwarten brauchen, ohne weiteres erklärt: denn das allgemeine Schema der Bewegungsempfindungen läßt sich vorstellen und erkennen, unabhängig davon, ob, wann und wo die Erzeugung dieser Bewegungsempfindungen gehemmt wird. Übrigens wurde schon früher (49) bemerkt, daß wir, nachdem wir die Farben durch Erfahrung kennengelernt haben, auch die formellen Beziehungen zwischen diesen Farben als notwendige und unbedingt allgemeine, also apriori, erkennen. — Was endlich eine letzte Differenz zwischen Raumwahrnehmungen einerseits, Farben- und Tonwahrnehmungen andererseits betrifft, daß nämlich jene nicht, wie diese bisweilen, individuell verschieden sind — ich gestehe, daß ich nicht einsehe, wie man darin einen Grund gegen die

formal-subjektive Natur der ersteren hat erblicken können (Kroman, a. a. O. 445—446). Denn gesetzt, der Raum hätte wirklich eine eigene, objektive Existenz, so könnte derselbe doch nicht ohne weiteres in unsere Vorstellung hinübertreten: sondern die Raumvorstellung müßte, genau so wie nach der hier vertretenen Auffassung, aus gegebenen sinnlichen Eindrücken in unserem Bewußtsein neu konstruiert werden. Daß aber die physiologischen und psychologischen Prozesse, durch welche diese Neukonstruktion stattfände, nicht ebenso leicht individuell-verschiedene Auffassungen ergeben könnten, wie wenn die Raumvorstellung rein-subjektiver Natur wäre, ist einfach eine unbegründete Annahme. Mit Unrecht, wie ich glaube, behauptet dann auch Kroman, daß es Tatsachen wie diejenige der Farbenblindheit seien, welche unsere Überzeugung von der rein-formalen Natur der Farben und Töne begründen. Farben und Töne könnten objektive Eigenschaften der Dinge sein und dennoch, bei individuellen Verschiedenheiten in der Einrichtung der Sinnesorgane, individuell-verschieden aufgefaßt werden. Und in der Tat lehrt auch die Geschichte der Wissenschaft, daß diese nicht auf Dalton gewartet hat, um die subjektive Natur der Farbenempfindungen als feststehend anzunehmen.

Eine andere Tatsache des Bewußtseins, welche in der aufgestellten Theorie ihre Erklärung findet, ist die von Kant hervorgehobene Unmöglichkeit, „sich eine Vorstellung davon zu machen, daß kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, daß keine Gegenstände darin angetroffen werden“. Diese Unmöglichkeit wäre schwerlich zu verstehen, wenn der Raum, ebenso wie die Gegenstände, zum Inhalte der Erfahrung gehörte; aber sie ist leicht begreiflich, wenn der Raum nur ein subjektiver Maßstab ist, den wir an die Gegenstände anlegen. Denn wenn wir auch alle Gegenstände hinwegdenken, so können wir doch uns selbst nicht hinwegdenken: mehr als uns selbst aber brauchen wir nicht zu denken, um auch das Vermögen, Bewegungsempfindungen zu erzeugen, das Schema der Bewegungsempfindungen selbst, und also den Raum mitgedacht zu haben.

Zuletzt mag noch auf eine merkwürdige Eigentümlichkeit unseres Wissens vom Raume, über welche wir uns kaum je deutliche Rechenschaft ablegen, deren Einfluß auf unser Denken

sich aber vollkommen scharf nachweisen läßt, hingewiesen werden. Ich meine die Tatsache, daß wir dem Raume doch eigentlich keine wahre Wirklichkeit, weder als ein Ding noch als eine Eigenschaft, zugestehen, sondern vielmehr geneigt sind, den leeren Raum dem Nichts (man denke an das $\mu\eta\ \delta\upsilon\nu$ der Eleaten und Platons) gleichzusetzen; auch von „Eigenschaften des Raumes“ nur mit dem Nebengedanken, dieser Ausdruck sei doch eigentlich nicht zulässig, reden. Innerhalb der Wissenschaft spricht sich diese Tatsache darin aus, daß wir dem Raume apriori jede physische Wirksamkeit absprechen, demselben vollkommene Gleichgültigkeit gegen alles in ihm Geschehende zuschreiben, demnach auch überall, wo die Erscheinungen mit dem Orte wechseln, Dinge im Raume voraussetzen, welche wir für diesen Wechsel verantwortlich machen. Dieses Verfahren wäre kaum zu begreifen, wenn der Raum ein durch sinnliche Wahrnehmung bekanntes Objekt unter Objekten wäre: denn wie könnten wir wissen, ob nicht diesem Objekte, neben den wahrgenommenen, noch andere Eigenschaften zukämen, durch welche es auf andere Objekte einwirken könnte? Es wird aber sofort begreiflich, wenn der Raum nur das abstrakte Schema sämtlicher möglicher Bewegungsempfindungen, also ein bloßes Gedankending ist. Der Raum nimmt dann in dem Systeme unseres Wissens eine ähnliche Stellung ein wie etwa die Naturgesetze; er ist, wie diese, durch Abstraktion und Konstruktion aus gegebenen Erscheinungen entstanden; er hat, wie sie, einen scharf bestimmten, von aller Willkür unabhängigen Inhalt, aber keine eigene Existenz. Genau so wie die Naturgesetze ihre Geltung behalten würden, auch wenn es keine dieselben exemplifizierende Erscheinungen gäbe, ist auch die Wahrheit unseres räumlichen Wissens unabhängig davon, ob Bewegungsempfindungen tatsächlich erzeugt werden oder nicht; aber ebensowenig wie jene neben den gegebenen Stoffen und Kräften, hat auch der Raum neben den gegebenen Bewegungsempfindungen eine eigene Realität.

59. Die „*physische Geometrie*“. Das unbedenkliche Vertrauen, womit die Wissenschaft die geometrischen Sätze auf die Wirklichkeit anwendet, haben wir oben daraus erklärt, daß diese Sätze sich im Grunde nicht auf die objektive Wirklichkeit selbst, sondern bloß auf einen subjektiven Maßstab beziehen, den wir

an diese Wirklichkeit anlegen (56). Ob aber diese Erklärung als vollständig genügend angesehen werden darf, ließe sich noch aus folgenden Gründen bezweifeln. Denken wir uns zweidimensionale, eine Fläche bewohnende Wesen, welche sich in dieser Fläche zu bewegen und dabei zweifach bestimmte Bewegungsempfindungen zu unterscheiden vermöchten, so würden dieselben eine apriorische, auf das System dieser Bewegungsempfindungen sich beziehende Planimetrie, welche nach Form und Inhalt unserer Geometrie vollständig entspräche, aufstellen, und mit gleichem Rechte, wie wir unsere Geometrie, auf die Wirklichkeit anwenden können (55). Nehmen wir nun aber weiter an, die von diesen Wesen bewohnte Fläche wäre keine Ebene, sondern etwa eine Kugel, so würden dieselben bald entdecken, daß bestimmte Bewegungen Erscheinungen herbeiführten, welche sich rein geometrisch nicht erklären ließen. Sie würden beispielsweise finden, daß zwei von einem nämlichen Anfangszustande ausgehende, konstant aber verschieden zusammengesetzte Reihen von Bewegungsempfindungen schließlich zur Wahrnehmung eines nämlichen Dinges führten, welchem sie demzufolge zwei verschiedene Orte in ihrem vorgestellten Bewegungsraume anweisen müßten. Und sie würden, durch diese und ähnliche Erfahrungen belehrt, zur Einsicht gelangen können, daß es zwischen den Dingen Verhältnisse gäbe, welche keineswegs den rein geometrischen Verhältnissen entsprächen, und daß demnach ihre subjektiv-apriorische durch eine objektiv-empirische, die reine durch eine „physische Geometrie“, korrigiert werden müßte. — Nun scheint aber die Möglichkeit, daß in ähnlicher Weise auch unser objektiver Wohnraum von unserem subjektiven Bewegungsraume abweichen sollte, durch die vorhergehenden Erörterungen keineswegs ausgeschlossen zu sein. Die notwendige Geltung der euklidischen Geometrie für diesen scheint demnach über die Frage, ob sie auch für jenen gilt, nicht das geringste zu entscheiden. Und das tatsächliche Verfahren der Wissenschaft, welche die apriorische, auf den subjektiven Maßstab sich beziehende Gewißheit unbedenklich auf das Objekt der Messung überträgt, erscheint noch immer als unbegründet und unerklärt¹⁾.

¹⁾ Vgl. Helmholtz, Über den Ursprung und Sinn der geometrischen Sätze (Wiss. Abh. II. S. 640—660).

Bei genauerem Zusehen stellt sich aber heraus, daß das tatsächliche Verfahren der Wissenschaft vollkommen in der Ordnung und unser Zweifel an der Berechtigung desselben aus einer unbegründeten Voraussetzung entsprungen ist. Um dieses einzusehen, wolle man sich nur genau vergegenwärtigen, wie wir eigentlich zum Begriff eines objektiven „Wohnraumes“ neben dem subjektiven Bewegungsraum gelangen. Nach obigem nur dadurch, daß wir uns in unserem dreidimensionalen Bewegungsraume Wesen denken, welche zweifach bestimmte Bewegungsgefühle erzeugen könnten, und deren Bewegungsfreiheit an die Oberfläche eines gegebenen Körpers gebunden, demnach physisch beschränkt wäre. Versuchen wir dann, uns auf den Standpunkt dieser fingierten, zweifach bestimmter Bewegungsgefühle fähigen Wesen zu versetzen, so nehmen wir jene der dreidimensional aufgefaßten Welt angehörende Vorstellung einer die Bewegungsfreiheit derselben beschränkenden Oberfläche mit, und es erscheint uns als selbstverständlich, daß die betreffenden Wesen neben ihrem subjektiven Bewegungsraum einen objektiven Wohnraum haben müßten, und daß die Struktur des letzteren von derjenigen des ersteren abweichen könnte. Diesen Gedanken übertragen wir dann zuletzt wieder auf unseren eigenen Standpunkt. Der Begriff eines n -dimensionalen Wohnraumes bedeutet demnach nichts weiter als: ein n -dimensionales Gebilde in einem $(n+1)$ -dimensionalen Bewegungsraum, durch welches die Bewegungen gewisser n -dimensionaler Wesen gebunden wären. Und der Gedanke, daß wir in einem solchen dreidimensionalen Wohnraum leben, hat keinen anderen Sinn als folgenden: die Welt sei solcherweise eingerichtet, daß sie von einem hypothetischen höheren Wesen als eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit aufgefaßt werden könnte; wenn aber ein solches Wesen existierte, so würde es in seinem vierdimensionalen Bewegungsraum ein dreidimensionales Gebilde wahrnehmen können, an welches unsere Bewegungen in gleicher Weise gebunden wären, wie die Bewegungen einer zweidimensionalen Figur an die Fläche, welcher sie angehört. Liegen nun aber wirklich Gründe vor, diesem Gedanken irgendwelche über die bloße Möglichkeit hinausgehende Wahrscheinlichkeit zuzuerkennen? Ich glaube nicht. Die Erfahrung der gegen den Willen erfolgenden Bewegungshemmung

nötigt uns, Dinge anzunehmen, welche Eigenschaften besitzen, kraft deren sie eben in jedem besonderen Fall diese bestimmten Bewegungsgefühle hemmen; aber wir haben keinen einzigen Grund, neben diesen besonderen auch noch eine allgemeine, unsere Bewegungsfreiheit beschränkende Ursache anzunehmen. Auch über jene Eigenschaften der Dinge können wir in Ermangelung weiterer Daten nichts Näheres wissen oder vermuten; und es nützt wenig, ob wir, diesen Mangel zu verdecken, den Empfindungsinhalt selbst als real setzen. Die Tatsache, daß die Bewegungsgefühle a durch eine unbekannte Ursache gehemmt werden, derzufolge wir diese Ursache an dem Orte a in unserem subjektiven Bewegungsraume lokalisieren, wird durch die Annahme, daß jene Ursache sich in einem objektiven Wohnraume an dem entsprechendem Orte a' befinde, ebensowenig erklärt, wie die gegebene Tonempfindung durch die Annahme eines derselben entsprechenden objektiven Tones erklärt werden könnte. Gewiß wird es niemanden zu verargen sein, wenn er sagt: das Ding befindet sich dort, statt: es existieren zwischen mir und dem Dinge Beziehungen, kraft welcher diese bestimmten Bewegungsgefühle von demselben gehemmt werden; wie man ja auch sagt: das Ding tönt, statt: das Ding bringt Wirkungen hervor, welche ich als Töne wahrnehme. Aber in dem einen Fall wie in dem anderen enthält der erstere Ausspruch nicht mehr wie der zweite. — Allerdings wäre es „denkbar“, daß die Erfahrung uns Abhängigkeitsverhältnisse darböte, welche sich am leichtesten durch die Annahme eines (nichtebenen) Wohnraumes erklären ließen. Es wäre denkbar, daß etwa der Gesamtbetrag der zur Erreichung eines beliebigen Dinges erforderlichen Bewegungsgefühle von der Reihenfolge, in welcher dieselben erzeugt würden, oder die Gestalt der Körper von dem Orte, welchen sie einnähmen, abhängig sich zeigte, wie es in einem sphärischen, bzw. in einem Raume mit veränderlichem Krümmungsmaß der Fall sein müßte. Aber die „Denkbarkeit“ dieser Verhältnisse bedeutet nichts weiter, als daß der Begriff derselben keinen Widerspruch involviert; in diesem Sinne aber ist so vieles denkbar, daß die Wissenschaft, wenn sie allen diesen Denkbarkeiten eine systematische Untersuchung widmen wollte, einfach nicht vom Fleck käme. Die bloße Denkbarkeit der Existenz eines „Wohnraumes“ bietet ebensowenig einen Grund, in den ge-

gebenen Erscheinungen nach Abhängigkeitsverhältnissen zu suchen, welche, wenn ein solcher Wohnraum existierte, uns mit seinen Eigenschaften bekannt machen könnten, wie die bloße Denkbareit, daß in meinem Garten ein Schatz verborgen liegt, einen Grund bietet, nach demselben zu graben. — Die Sache liegt demnach folgenderweise. Wird vorausgesetzt, daß neben dem subjektiven Raumschema ein objektiver Wohnraum (also ein Gebilde, welches in der angedeuteten Weise das Vermögen zur Erzeugung von Bewegungsgefühlen allgemein beschränkt) existiert, so stehen der Möglichkeit, daß dieser sich mit jenem genau deckt, nach den Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen unendlich viele andere Möglichkeiten gleichberechtigt gegenüber, und es darf nicht unterlassen werden, alle Daten zu sammeln, welche eine Entscheidung zwischen diesen Möglichkeiten herbeiführen könnten. Wird aber nichts vorausgesetzt, so hat man nicht mehr die Wahrscheinlichkeit eines euklidischen mit derjenigen eines nichteuklidischen bewegungshemmenden Gebildes zu vergleichen, sondern vielmehr die Wahrscheinlichkeit, daß ein solches Gebilde überhaupt existiert, ins Auge zu fassen. Diese Wahrscheinlichkeit ist aber apriori unendlich klein; und sie würde aposteriori nur Berücksichtigung verdienen, wenn die Erfahrung unverkennbar auf eine Abhängigkeit der Ortsbestimmung von der Reihenfolge, in welcher Bewegungsgefühle erzeugt werden, oder der Gestalt der Dinge vom Orte, wo sie sich befinden, hinwies. Wäre dies der Fall, so bliebe zwar dem Bewegungsraum seine volle Bedeutung als Wahrnehmungsform, und der euklidischen Geometrie ihre volle Wahrheit in bezug auf denselben gewahrt; aber es könnte die Frage, ob sich die wahrgenommenen Abhängigkeitsverhältnisse durch die Annahme eines Wohnraumes bestimmter Natur erklären ließen, Berücksichtigung verdienen. Daß aber solche Abhängigkeitsverhältnisse vorkommen sollten, ist nur „denkbar“, und zwar in genau demselben Sinne, in welchem es auch denkbar ist, daß die Gestalt der Dinge von der Farbe derselben oder von der Zeit abhängen sollte. Die Forderung einer physischen neben der mathematischen Geometrie ist nicht zwingender als die einer physischen neben der mathematischen Arithmetik, welche beispielsweise zu untersuchen hätte, ob nicht, entsprechend jener Millschen Fiktion (S. 138), so oft 2×2 Dinge zusammen-

kommen, ein fünftes sich denselben zugesellen sollte, und also „physisch“ 2×2 nicht $= 4$, sondern $= 5$ zu setzen wäre. Von vornherein unmöglich ist allerdings dieses so wenig wie jenes; es würden aber sehr entschiedene Fingerzeige von seiten der Erfahrung nötig sein, um aus diesen Möglichkeiten irgendwie beachtenswerte Wahrscheinlichkeiten zu machen.

III. Die Kinematik¹⁾.

60. Allgemeine Bemerkungen. Von den beiden Disziplinen, welche für gewöhnlich unter dem Namen der Mechanik zusammengefaßt werden, der Kinematik oder Phoronomie und der Dynamik, muß mindestens die erstere den mathematischen Wissenschaften zugerechnet werden. Sämtliche Merkmale, durch welche sich schon für eine oberflächliche Betrachtung die mathematischen von den Naturwissenschaften unterscheiden, finden sich auch bei der Kinematik vor: die elementaren Urteile, welche der Beweisführung zugrunde liegen, sind universeller Natur; die Beweismethode ist diejenige der Deduktion; und die Ergebnisse derselben beanspruchen notwendige, absolut allgemeine, vollkommen exakte Geltung. Die Gewißheit, welche den kinematischen Sätzen zukommt, ist demnach ohne Zweifel eine apriorische; ob aber diese Sätze analytische oder synthetische Urteile sind, kann fraglich erscheinen. Ein Blick in die Lehrbücher ließe ersteres vermuten: denn dort scheinen als Ausgangspunkte der Deduktion nur Definitionen, nicht Axiome verwendet zu werden. Bei genauerem Zusehen findet man aber, daß in diesen Definitionen und in der darauf gebauten Beweisführung, außer den logischen, arithmetischen und geometrischen Gesetzen, noch andere vorausgesetzt werden, welche sich auf einen neueingeführten Begriff, denjenigen der Zeit, beziehen. Es gehören dazu etwa folgende: daß die Zeit eine eindimensionale Größe ist, daß sich zwischen je zwei Zeitpunkten immer noch andere denken lassen, daß eine vergangene Zeit unmöglich wieder zurückkehren kann usw. Diese Gesetze pflegen nicht in eine eigene Wissenschaft, wie

¹⁾ Literatur. Baumann, Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie, 2 Bde., Berlin 1868, 1869; Kant, Kritik der reinen Vernunft: Von der Zeit (ed. Kehrbach, S. 58—66); Liebmann, Zur Analysis der Wirklichkeit, Straßburg 1876: Über subjektive, objektive und absolute Zeit (S. 70—96); Groß, „Form“ und „Materie“ des Erkennens, Leipzig 1910.

die entsprechenden auf den Raum sich beziehenden Gesetze in die Geometrie, zusammengefaßt zu werden; mit den geometrischen Gesetzen liegen sie aber der Kinematik, welche eben die Bewegung, also die in der Zeit erfolgende Veränderung des Ortes im Raume zu ihrem Gegenstande hat, zugrunde. Die Kinematik wäre vollkommen unverständlich, wenn sie die Gewißheit dieser Gesetze nicht voraussetzen dürfte; nur ihrer großen Einfachheit und unmittelbaren Evidenz wegen werden dieselben nicht ausdrücklich erwähnt. Wird aber die Erkenntnis der auf Raum und Zeit sich beziehenden Gesetze vorausgesetzt, so erfolgen die weiteren Beweisführungen der Kinematik auf rein analytischem Wege¹⁾. Wir werden uns demnach in dem gegenwärtigen Kapitel, indem wir für die Erklärung des geometrischen Wissens auf das vorhergehende zurückverweisen, auf die Untersuchung des chronometrischen Wissens beschränken dürfen.

61. Die synthetisch-apriorische Natur des chronometrischen Wissens. Wenn wir uns darauf besinnen, was wir eigentlich von der Zeit wissen, so finden wir es nach Inhalt und Form unserem geometrischen Wissen nahe verwandt. Genau so wie das System der Punkte im Raume, läßt sich auch das System der Momente in der Zeit dem Allgemeinbegriff einer kontinuierlichen, in sich kongruenten Mannigfaltigkeit, deren Krümmungsmaß konstant $= 0$ ist (46), unterordnen: nur haben wir es hier, statt mit einer dreidimensionalen, mit einer eindimensionalen Mannigfaltigkeit zu tun. Aber dieser eindimensionalen Größe werden unendliche Teilbarkeit, strenge Homogenität, unendliche Ausdehnung und unveränderliche Richtung zugeschrieben: eben diejenigen Eigenschaften also, welche den analytischen Merkmalen der Kontinuität, der Konstanz des Krümmungsmaßes oder der Kongruenz, und des Nullwertes des Krümmungsmaßes entsprechen. Daher ist auch die Chronometrie, ihrem mathematischen Inhalte nach, mit der Geometrie der geraden Linie vollkommen identisch, und kann die Zeit nur durch das Bild einer geraden

¹⁾ Der Begriff der absoluten Bewegung, der neue Probleme zu bieten scheint, wird zwar vielfach schon in der Kinematik aufgestellt, hat aber eigentlich seine Stelle erst in der Dynamik und soll bei der Erörterung der dynamischen Grundsätze näher untersucht werden. Sämtliche Sätze der Kinematik behalten auch für die relative, in Beziehung auf ein beliebiges Koordinatensystem bestimmte Bewegung ihre volle Geltung.

Linie anschaulich vorgestellt werden. — Was sodann die erkenntnistheoretische Natur der betreffenden Überzeugungen anbelangt, so kommt denselben offenbar die nämliche apodiktische, absolut allgemeine, vollkommen exakte Geltung zu, welche wir früher als charakteristisch für das geometrische Wissen kennen gelernt haben. Daß der Zeitlauf jemals angefangen sei oder jemals ein Ende nehmen werde; daß die Zeiteinteilung jemals auf letzte, nicht weiter teilbare Elemente stoßen sollte, oder daß zwei Zeitabschnitte durch etwas anderes, welches nicht Zeit wäre, getrennt wären; daß verschiedene Zeiteile nicht vollkommen homogen wären; oder daß die Zeit jemals in sich zurückkehren, also einen bereits dagewesenen Moment wiederbringen sollte, — das erscheint uns alles nicht nur als unwahr, sondern als undenkbar und unmöglich. Daß es sich anders verhält, wissen wir nicht bloß als eine Tatsache, sondern als eine notwendige Tatsache. Damit ist aber auch schon gesagt, daß unser Wissen um die Zeit apriorischer Natur ist: denn nach allen Seiten umfaßt es offenbar weit mehr als uns die Erfahrung lehren kann. Daß aber dieses apriorische Wissen nicht als ein analytisches erklärt werden kann, läßt sich in der nämlichen Weise, nur viel einfacher, beweisen, wie es die Riemann-Helmholtzschen Untersuchungen für das geometrische Wissen bewiesen haben. Oder richtiger: in dem letzteren Beweise ist der erstere schon mitenthalten. Die logische Denkbarkeit einer Mannigfaltigkeit, welche diskontinuierlicher Natur, oder deren Krümmungsmaß variabel, positiv oder negativ wäre, macht es ein für allemal klar, daß Urteile, welche einer gegebenen Mannigfaltigkeit die Merkmale der Kontinuität, der Konstanz und des Nullwertes des Krümmungsmaßes beilegen, nur synthetische sein können. — Die Grundsätze der Zeitwissenschaft sind demnach synthetische Urteile a priori und erfordern als solche eine Erklärung (26).

62. Die Hypothese Kants. Es ist bis jetzt der Wissenschaft nicht gelungen, die geforderte Erklärung zu geben; wohl aber liegen schwerwiegende Gründe vor, zu vermuten, daß dieselbe in ähnlicher Weise wird erfolgen müssen, wie sie für die entsprechenden Erscheinungen des geometrischen Wissens bereits erfolgt ist, nämlich durch den Nachweis, daß die Zeit zu den formalen Elementen der Wahrnehmung gehört. Diese

Vermutung wurde, wie die entsprechende Vermutung über den Raum, zuerst von Kant aufgestellt und durch ähnliche Erwägungen wie jene begründet. Wir stellen kurz die Tatsachen zusammen, welche dazu geeignet erscheinen, derselben wenigstens eine vorläufige Wahrscheinlichkeit zu sichern.

Als eine solche kommt erstens und hauptsächlich die vollständige Analogie in Betracht, welche nach Form und Inhalt zwischen Raum- und Zeitwissenschaft besteht (61), und derzufolge schon von vornherein der Gedanke, daß die Probleme aus beiden Gebieten in der nämlichen Weise zu lösen seien, sich schwerlich zurückdrängen läßt. Es kommt hinzu, daß wir bis jetzt überall, wo ein apriorisches Wissen gegeben war, dasselbe in subjektiven Faktoren, sei es in einem willkürlich eingeführten Begriffssysteme, sei es in der gegebenen Einrichtung des Wahrnehmens oder Denkens, begründet gefunden haben; auch nicht einsehen, wie ein apriorisches Wissen sonst begründet sein könnte; während für das chronometrische Wissen eine solche Begründung nur dann möglich erscheint, wenn die zeitlichen Eigenschaften des Gegebenen zur Form desselben gehören. Ganz besonders wäre aber noch darauf hinzuweisen, daß Eigenschaften wie diejenigen der notwendigen Homogenität und der notwendigen Unendlichkeit sich als Eigenschaften eines Wirklichen, welches aus mehreren für sich existierenden Teilen zusammengesetzt wäre, in keiner Weise denken lassen, während sie ganz selbstverständlich erscheinen, wenn sie auf die (in Gedanken beliebiger Fortsetzung fähige) Anwendung eines identischen subjektiven Maßstabes auf die Wirklichkeit sich beziehen sollten (55). Dasjenige, was wir von der Zeit wissen, und die Art und Weise, wie wir es wissen, scheint demnach nur durch eine der Kantischen Hypothese sich unterordnende Theorie erklärt werden zu können.

Es wäre zweitens mit Kant daran zu erinnern, daß „die Zeit eine notwendige Vorstellung (ist), die allen Anschauungen zum Grunde liegt“. „Man kann in Ansehung der Erscheinungen überhaupt die Zeit selbst nicht aufheben, ob man zwar ganz wohl die Erscheinungen aus der Zeit wegnehmen kann“ (a. a. O. 58). Wir haben früher (58) das entsprechende Verhalten des Denkens dem Raume gegenüber dadurch erklärt, daß der Denkende zwar alles Gegebene, nicht aber sich selbst und seine eigene Organisation wegdenken kann; die Hypothese

Kants würde es ermöglichen, für die Zeit die nämliche Erklärung gelten zu lassen.

Eine weitere, für Raum und Zeit gleichmäßig geltende Tatsache des Bewußtseins ist die vollkommen klare Überzeugung, daß unser Wissen um die Eigenschaften derselben von aller gegenständlichen Erfahrung unabhängig ist; demzufolge wir auch Erscheinungen, welche sich durch abweichende Eigenschaften von Raum oder Zeit erklären ließen, niemals als ein Zeichen für solche auffassen, sondern stets physikalisch, unter Voraussetzung der alten geometrischen und chronometrischen Grundsätze, auszulegen versuchen würden (48, 51). In der nämlichen Weise wie in bezug auf den Raum, ließe sich auch in bezug auf die Zeit analytisch die Möglichkeit denken, daß dieselbe eine endliche, oder eine diskontinuierliche, oder eine periodisch in sich zurückkehrende Mannigfaltigkeit wäre. Offenbar müßte im ersten Fall von einem bestimmten Momente an alle Veränderung aufhören; im zweiten könnte sie nur stoßweise stattfinden; während im dritten sämtliche Veränderungen nach bestimmten Zeiten regelmäßig Zustände herbeiführen müßten, welche mit früher schon dagewesenen Zuständen vollkommen identisch wären. Wir finden uns auch keineswegs genötigt, die Möglichkeit solcher Verhältnisse, also eines stationären Endzustandes, stoßweise erfolgender Veränderungen oder eines ewigen Kreislaufes der gesamten Welt, apriori auszuschließen; aber wir sind nicht imstande, den Inhalt dieser Möglichkeiten als das Produkt entsprechender Eigenschaften der Zeit zu denken. Wir sehen vollkommen klar ein, daß wir, wenn wir Gründe hätten, eine dieser Möglichkeiten für wahr zu halten, dieselbe notwendig durch physische, in der unendlichen, kontinuierlichen, geradlinigen Zeit wirkende Ursachen erklären, und die andere, analytisch gleichberechtigte, vielleicht einfachere Erklärung von vornherein zurückweisen müßten. Auch hier ließe sich diese Notwendigkeit, welche wir sehr deutlich empfinden, wenn wir uns auch keine Rechenschaft von derselben ablegen können, schwerlich begreifen, wenn die chronometrischen Grundsätze aus den Erscheinungen abstrahierte Naturgesetze oder an dieselben zu verifizierende Erklärungshypothesen wären, während sie sich von selbst versteht, wenn dieselben auf eine aller Erfahrung vorhergehende Wahrnehmungsform sich beziehen.

Eine letzte hierhergehörige Tatsache, zu welcher wir gleichfalls bei der Untersuchung der Raumvorstellung bereits ein Analogon kennen gelernt haben, ist die, daß wir auch der Zeit keine wahre Wirklichkeit, sondern nur eine schattenhafte, zwischen Sein und Nichtsein schwebende Sonderexistenz zuschreiben; eine Tatsache, welche in der Behauptung Herbarts, „daß die Momente samt ihrem Unterschiede Nichts sind, auch die Zeit von niemandem, der sich besinnt, für Etwas gehalten wird“¹⁾, ihren schärfsten Ausdruck findet. Dieser Tatsache zufolge ist uns auch wieder der Gedanke, die Zeit sei in irgend welcher Weise physisch wirksam, unvollziehbar; demzufolge wir überall, wo die Erscheinungen mit der Zeit wechseln, andere, in der Zeit wirkende Ursachen voraussetzen, welche wir für diesen Wechsel verantwortlich machen. Die apriorische Natur dieser Voraussetzung tritt am deutlichsten hervor, wenn die Erscheinungen einem periodischen Wechsel unterliegen; denn während sich diese Erscheinungen ebenso leicht in allgemeine Gesetze zusammenfassen, berechnen und vorausbestimmen lassen wie andere, hat die Wissenschaft dennoch immer das Bedürfnis empfunden, dieselben zu „erklären“: offenbar, weil ihr die Möglichkeit, daß die Zeit an und für sich als Ursache auftreten sollte, von vornherein ausgeschlossen erschien. — Es ist klar, daß auch diese Tatsachen sich verstehen ließen, wenn die Zeit, genau so wie der Raum, nur ein abstraktes Schema möglicher Wahrnehmungen, und also ein bloßes Gedankending wäre (58).

Das wären also die Erwägungen, welche der Vermutung, daß die Lösung des Zeitproblems in der von Kant angedeuteten Richtung zu suchen sei, eine vorläufige Stütze zu gewähren scheinen. Weiter als bis zu dieser Vermutung ist die Wissenschaft bis jetzt nicht gelangt. Der psychologische Ursprung der Zeitvorstellung liegt vollständig im Dunkeln; noch immer muß man mit dem Kirchenvater Augustinus eingestehen: „Si rogas, quid sit tempus, nescio; si non rogas, intelligo.“ Das heißt: in der Praxis des Lebens ist uns die Anwendung des Zeitbegriffs vollkommen geläufig; sobald wir aber fragen, wie wir zu demselben gelangen, finden wir keine Antwort. Zur praktischen Zeitmessung verwenden wir Erscheinungen, welche die Erfah-

¹⁾ Herbart, Sämtliche Werke, III. 20—21.

rung uns darbietet: die fortschreitende Bewegung des Uhrzeigers, die oszillierende des Pendels, die Achsendrehung der Erde. Aber wir sind uns vollkommen bewußt, daß diese Erscheinungen, an welchen wir andere messen, nicht die Zeit selbst sind; daß den Ergebnissen dieser Messung nur eine relative, abgeleitete, der Korrektur ausgesetzte Bedeutung zukommt; daß es eine „absolute Zeit“ gibt, welche, unabhängig von allen Erscheinungen, gleichmäßig dahinfließt. Wie wir aber zu dem Begriffe dieser absoluten Zeit gelangen, das ist eben die Frage, welche wir nicht zu beantworten vermögen. Zwar glauben wir in gewissen Erscheinungen (denjenigen der unbeeinflussten Bewegung) einen besseren Maßstab für dieselbe zu besitzen als in anderen, aber diese Meinung ist in Erwägungen begründet, welche selbst den Begriff der absoluten Zeit wieder voraussetzen. Es verhält sich mit der Zeitmessung genau so wie mit der Raummessung: wir bestimmen die räumlichen Eigenschaften der gegebenen Objekte, indem wir dieselben mit einem willkürlich gewählten Maßstabe vergleichen; aber dasjenige, was wir in dieser Weise bestimmen wollen, ist das Verhältnis derselben nicht zu jenem, sondern zu einem anderen, inneren Maßstabe, über welchen wir uns für gewöhnlich keine Rechenschaft ablegen, welchen wir aber schon dadurch voraussetzen beweisen, daß uns der Gedanke, sämtliche äußere Maßstäbe seien ungenau und veränderlich, keineswegs ungereimt erscheint. Ebenso halten wir es für vollkommen denkbar, daß es in der Natur keine gleichmäßige Veränderung, also kein exaktes Zeitmaß, geben sollte, und beweisen dadurch, daß unser ursprüngliches, letztes und höchstes Zeitmaß nicht in den Naturerscheinungen liegt. Aber während wir es für wahrscheinlich befunden haben, daß der letzte Maßstab für die Raummessung in den Bewegungsgefühlen zu suchen ist, haben wir über die Frage, welche Daten wir als letzten Maßstab für die Zeitmessung verwenden, selbst keine verifizierbare Hypothese.

63. Die Hypothese Kants. Fortsetzung. Die Hypothese von dem subjektiven Ursprung der Zeitvorstellung liegt dem natürlichen Denken noch ferner als die entsprechende Hypothese über die Raumvorstellung. Man findet es unmöglich, sich eine Welt zu denken, welche an sich außerhalb der Zeit stünde und erst vom Subjekte, kraft seiner eigenen Organisation, in der Zeitform

wahrgenommen würde. Sofern nun mit dieser Unmöglichkeit nur gemeint ist, daß man sich in eine solche Welt nicht versetzen, sich keine Vorstellung von derselben machen kann, hat man vollkommen recht. Diese Unmöglichkeit beweist aber nichts gegen die Kantische Hypothese, vielmehr umgekehrt. Denn wenn wir uns eine Welt außerhalb der Zeit vorstellen könnten, so gehörte die Zeit gewiß nicht zu den formalen Elementen der Erfahrung; eben daß wir uns eine solche Welt nicht vorstellen können, macht die Kantische Hypothese verständlich (52). Auch eine nicht-räumliche Welt vermögen wir uns nicht vorzustellen; und dennoch haben wir keinen Grund gefunden, für den Raum eine eigene Existenz außerhalb des Bewußtseins in Anspruch zu nehmen (59). — Den Inhalt der aufgestellten Hypothese in Vorstellungen zu verdeutlichen ist demnach ein für allemal unmöglich; wohl aber kann durch folgende leicht sich darbietende Erwägungen wenigstens eine teilweise Abhängigkeit der zeitlichen Auffassung der Welt von subjektiven Faktoren nachgewiesen und so der Gedanke, daß dieselbe vielleicht ausschließlich in subjektiven Faktoren begründet sei, dem Verständnisse nähergerückt werden.

Erstens: auch wenn wir die Realität der Zeit voraussetzen, läßt sich nachweisen, daß die zeitliche Auffassung der Welt nicht ein Ergebnis direkter Wahrnehmung, sondern erst im Subjekte entstanden ist. Denn in jedem Momente ist uns doch nur der gegenwärtige Bewußtseinsinhalt gegeben: daß wir von diesem Inhalte einen Teil als Wahrnehmung in der Gegenwart, einen anderen als Erinnerung in der Vergangenheit lokalisieren, kann nur in Unterschieden zwischen den gegenwärtigen Vorstellungen begründet sein. Die Sukzession ist uns in keinem Momente unmittelbar gegeben; wir nehmen nicht die Erscheinungen als sukzedierend wahr, sondern wir stellen gegenwärtige Erscheinungen als sukzedierend vor. Jedenfalls wird demnach die zeitliche Ordnung der Erscheinungen vom Subjekte selbständig reproduziert, was vielleicht die Vermutung, daß dieselbe ausschließlich vom Subjekte herrühren sollte, etwas weniger befremdlich wird erscheinen lassen.

Eine zweite Erwägung, welche gleichfalls dazu geeignet erscheint, die Abhängigkeit der Zeitvorstellung von subjektiven Faktoren gewissermaßen zu veranschaulichen, entnehmen wir

einer berühmten Rede Karl Ernst von Baers¹⁾. Der Verfasser geht von der Einsicht aus, daß der letzte Maßstab, nach welchem wir Zeitgrößen bestimmen, nicht außer, sondern in uns liegt; und sucht denselben in der Zeit, die wir brauchen, um uns eines Eindrucks auf unsere Sinnesorgane bewußt zu werden. Sodann weist er nach, daß, wenn dieses Grundmaß sich änderte, auch unsere gesamte Weltauffassung eine ganz andere werden müßte. Nehmen wir etwa an, daß wir tausendmal soviel Zeit zu einer sinnlichen Wahrnehmung bedürften, als wir jetzt gebrauchen. „Der Verlauf eines Jahres würde dann auf uns einen Eindruck machen, wie jetzt acht und drei viertel Stunden. Wir sähen also in unseren Breiten im Verlaufe von wenig mehr als vier Stunden unserer inneren Zeit den Schnee in Wasser zerfließen, den Erdboden auftauen, Gras und Blumen hervortreiben, die Bäume sich belauben, Früchte tragen und die Blätter wieder verlieren. Wir würden das Wachsen wirklich sehen, indem unser Auge die Vergrößerung unmittelbar auffaßte; doch manche Entwicklung, wie die eines Pilzes etwa, würde von uns kaum verfolgt werden können, sondern wir sähen die Pflanze erst, wenn sie fertig dasteht, wie wir jetzt einen aufschießenden Springbrunnen, dem wir nahe stehen, erst sehen, wenn er aufgeschossen ist. In demselben Maße würden die Tiere uns vergänglich scheinen, besonders die niederen. Nur die Stämme der größeren Bäume würden einige Beharrlichkeit haben oder in langsamer Veränderung begriffen sein. Was aber das Gefühl von steter Veränderung am meisten in uns erregen müßte, wäre der Umstand, daß in den vier Stunden Sommerzeit ununterbrochen Tag und Nacht wie eine helle Minute mit einer dunkeln halben wechselte und die Sonne für unser Gefühl in einer Minute ihren ganzen Bogen am Himmel vollendete und eine halbe unsichtbar würde.“ „Wenn wir das tausendfach verlangsamte Menschenleben noch auf das tausendfache langsamer annehmen, so würde ihm die äußere Natur wieder ganz anders sich zeigen. Der Mensch könnte im Verlaufe eines Erdenjahres nur 189 Wahrnehmungen machen, denn für jede Empfindung wären fast zweimal 24 Stunden nötig. Wir könnten den regelmäßigen Wechsel von Tag und Nacht nicht erkennen. Ja, wir würden die Sonne nicht einmal erkennen,

¹⁾ K. E. von Baer, Welche Auffassung der lebenden Natur ist die richtige? Berlin 1862.

sondern wie eine rasch im Kreise geschwungene glühende Kohle als leuchtender Kreis erscheint, würden wir den Sonnenlauf nur als leuchtenden Bogen am Himmel sehen, und da der Eindruck eines hellen Lichtes viel länger bleibt als der Eindruck der Dunkelheit, so würden wir das Schwinden des Lichtes in der Nacht nicht wahrnehmen können. Höchstens könnten wir eine regelmäßig wiederkehrende momentane Abschwächung des Lichtes bemerken, besonders im Winter.... Den Unterschied der Jahreszeiten würden Menschen dieser Art wohl erkennen, aber als unendlich rasch und vorübergehend, denn in 189 Augenblicken wäre der ganze Jahreswechsel vollbracht“ (a. a. O. S. 33—35). So würde uns die Welt, bei jeder Verlängerung des subjektiven Zeitmaßes, welches wir an dieselbe anlegen, ein anderes Bild darbieten; und denken wir ein wahrnehmendes Subjekt mit unendlich verlängertem Zeitmaß, so würde es die ganze unendliche Zeit in einem Momente übersehen. Daß wir die Welt in der Zeit wahrnehmen, liegt demnach nicht an der Welt, sondern an unserer Organisation. Von unserem Standpunkte aus erscheint uns allerdings jene zeitlose Weltauffassung als unrichtig. Aber wenn ein jener Fiktion entsprechendes Wesen existierte, würde es von seinem Standpunkte aus auch unsere Weltauffassung für unrichtig halten. Und versuchen wir uns über die beiden Standpunkte zu erheben, so finden wir keinen Grund, es für weniger wahrscheinlich zu halten, daß das Subjekt eine an sich zeitlose Welt als eine zeitliche, als daß es eine an sich zeitliche Welt als eine zeitlose auffassen sollte.

Weiter als bis zu diesen Andeutungen, Wahrscheinlichkeiten und Analogien reichen in der vorliegenden Frage unsere erkenntnistheoretischen Einsichten nicht. Eine Hypothese zu finden, welche dem Gedanken von der formal-subjektiven Natur der Zeitvorstellung einen bestimmten Inhalt gibt und es möglich macht, dieselbe an den Tatsachen des Denkens zu verifizieren, muß der Zukunft überlassen bleiben. Sollte sich aber dereinst eine solche Hypothese finden lassen, so wäre damit die Zuversicht, mit welcher wir die chronometrischen Axiome für den ganzen Umkreis unserer Erfahrung als gültig voraussetzen, in der nämlichen Weise erklärt und gerechtfertigt, wie unser gleichartiges Verhalten den geometrischen Axiomen gegenüber durch die Riehlsche Hypothese erklärt und gerechtfertigt worden ist.

II. Die Naturwissenschaften.

I. Das naturwissenschaftliche Denken im allgemeinen¹⁾.

Die Tatsachen des naturwissenschaftlichen Denkens.

64. Das induktive Denken. Schon eine oberflächliche Betrachtung lehrt, daß das naturwissenschaftliche Denken sich in manchen Beziehungen von dem mathematischen Denken, welchem wir bis jetzt ausschließlich unsere Aufmerksamkeit zugewandt haben, unterscheidet. Die elementaren, unmittelbar gewissen Grundsätze der Mathematik sind ausnahmslos allgemeine, eine unbestimmte Vielheit von Einzelfällen in sich befassende Urteile; aus diesen elementaren Urteilen werden nach den bekannten logischen Gesetzen zusammengesetzte, auf ein beschränkteres Gebiet sich beziehende Urteile aufgebaut; und diesen sämtlichen elementaren oder zusammengesetzten Urteilen wird notwendige, vollkommen allgemeine und vollkommen exakte Gewißheit zu-

¹⁾ Literatur. Über das induktive Denken im allgemeinen: Mill, A system of logic (10th ed. London 1878) Bk III; Schiel, Die Methode der induktiven Forschung, Braunschweig 1865; Raab, Das induktive und ursächliche Denken, Wien 1882; Jevons, The principles of science, London 1874, I. S. 250—312. — Über die Geschichte des Kausalitätsbegriffs: König, Die Entwicklung des Kausalproblems, Leipzig 1888—1890; meine Kritische geschiedenis van het Causaliteitsbegrip, Leiden 1890. — Über Inhalt und Ursprung des Kausalitätsbegriffs: Hume, A Treatise on human nature, Bk I, Part III; An Enquiry concerning human understanding, Sect. VII; Hamilton, Lectures II, XXXIX; Mill, a. a. O. II. S. 95 bis 112; An examination of Sir W. Hamiltons Philosophy (6th ed. London 1889) Ch. XVI; Riehl, Kausalität und Identität (Vierteljahrsschr. f. wiss. Phil. 1877, S. 365—384); Bolliger, Das Problem der Kausalität, Leipzig 1878; Kohn, Untersuchungen über das Kausalproblem, Wien 1881; Cornelius, Über die Bedeutung des Kausalprinzips, Halle 1867; Prantl, Zur Kausalitätsfrage, 1883; Carus, Ursache, Grund und Zweck, Dresden 1883; Cesca, L'origine del principio di causalità, Verona e Padova 1885.

erkannt (29, 40, 61). In allen diesen Beziehungen gilt aber genau das Umgekehrte für die Naturwissenschaft.

Denn erstens sind die Ausgangspunkte der naturwissenschaftlichen Beweisführung Urteile, welche nicht auf die Gesamtheit der unter einen Allgemeinbegriff fallenden Gegenstände, sondern nur auf einzelne Gegenstände oder auf einzelne Ereignisse sich beziehen. Die Naturwissenschaften sind empirische Wissenschaften, ihre Gewißheit ist in der sinnlichen Erfahrung begründet; diese Erfahrung aber bietet niemals das Allgemeine als solches, sondern ist aus einer Menge einzelner Beobachtungen und Experimente zusammengesetzt. Diese Beobachtungen und Experimente sind die einzigen bewußten Gründe naturwissenschaftlicher Gewißheit; aus denselben wird in letzter Instanz die abstrakteste Formel wie das einfachste empirische Gesetz bewiesen. Allerdings werden stellenweise auch allgemeine Sätze als Ausgangspunkte der naturwissenschaftlichen Argumentation verwendet; dann sind aber entweder diese Sätze selbst schon früher aus der Erfahrung bewiesen worden, oder dieselben werden bloß versuchsweise aufgestellt, und ihre nachfolgende Gewißheit beruht eben darauf, daß die aus denselben sich ergebenden Folgerungen von der Erfahrung bestätigt werden (29). Sowieso sind es doch wieder Urteile über einzelne Tatsachen, welche als letzte Elemente der naturwissenschaftlichen Gewißheit zugrunde liegen.

Damit hängt aber eine zweite Eigentümlichkeit des naturwissenschaftlichen Denkens eng zusammen. Während die Mathematik im Verlaufe ihrer Beweisführung zu Sätzen gelangt, welche auf ein stets beschränkteres Gebiet sich beziehen (also etwa aus Urteilen, welche für alle Zahlen oder für alle gerade Linien gelten, andere ableitet, welche nur auf bestimmte Zahlen oder auf bestimmte aus geraden Linien zusammengesetzte Figuren Bezug haben), wird umgekehrt das Gebiet, auf welches die naturwissenschaftlichen Urteile sich beziehen, im Laufe der Beweisführung fortwährend erweitert. Aus der Gewißheit elementarer, auf einzelne Erscheinungen sich beziehender Urteile (A_1 ist B, A_2 ist B, A_n ist B) entsteht ein Wissen von Gesetzen, von „Gattungsurteilen“, welche also von der unbestimmten Vielheit der einer bestimmten Gattung angehörigen Erscheinungen etwas aussagen (alle A sind B). Aus diesen Gattungsurteilen werden wieder andere, auf eine noch mehr umfassende Gruppe von Er-

scheinungen sich beziehende Urteile abgeleitet; und so fort, bis zu den höchsten Gesetzen und Theorien, dem Gravitationsgesetz, der Atom- und Molekulartheorie, der kinetischen Theorie der Gase hinauf. Der hierbei sich abspielende, durch den Übergang vom Spezielleren zum Allgemeineren charakterisierte Denkprozeß (die Induktion) tritt allerdings vereinzelt auch in der mathematischen Beweisführung auf; hier aber in einer speziellen Gestalt, welche, wie später nachgewiesen werden soll (65), von derjenigen der naturwissenschaftlichen Induktion sich in erkenntnistheoretisch bedeutsamer Weise unterscheidet.

Was sodann die formale Natur der auf dem Wege naturwissenschaftlicher Induktion gewonnenen Urteile anbelangt, so wird denselben der Mehrzahl nach (65) zwar Notwendigkeit und demzufolge unbedingte Allgemeinheit zuerkannt, aber doch in ganz anderer Weise als auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften. Denn erstens fehlt hier die klare Einsicht, daß diese Notwendigkeit sich aus den Begriffen ergibt, demzufolge auch das Gegenteil eines induktiv ermittelten Satzes niemals als undenkbar oder ungereimt erscheint; zweitens wird diese Notwendigkeit nicht vollkommen sicher gewußt, sondern nur als mehr oder weniger wahrscheinlich angenommen. Zum Beispiel: Wir haben auf induktivem Wege gefunden, daß Quecksilber bei 360° siedet; demzufolge nehmen wir allerdings an, daß es in der Natur des Quecksilbers liege, bei 360° zu sieden, daß demnach eine innere Notwendigkeit vorhanden sei, kraft welcher das Sieden bei jener Temperatur stattfindet; aber wir sehen nicht ein, daß es so sein muß, daß es dem Begriffe des bis auf 360° erhitzten Quecksilbers widerstrebt, nicht zu sieden; wir halten auch die Möglichkeit nicht für ausgeschlossen, daß es irgendwo oder irgendwann Modifikationen des Quecksilbers mit abweichender Siedetemperatur gebe, gegeben habe oder geben werde. Das war ganz anders in der Mathematik. Dort fehlte zwar auch die deutliche Einsicht, aber die klare Einsicht war vorhanden; der Mathematiker kann sich zwar keine genaue Rechenschaft darüber ablegen, wie in dem Begriffe der geraden Linie derjenige des Bestimmtwerdens durch zwei Punkte enthalten ist, aber die Tatsache dieses Enthaltenseins ist ihm vollkommen klar; jede Annahme, welche dem Axiom von der geraden Linie widersprechen sollte, erscheint ihm demnach als ungereimt und un-

denkbar, und die unbedingte, über den ganzen unendlichen Raum und die ganze unendliche Zeit sich erstreckende Allgemeinheit des Axioms ist ihm zweifellos sicher. — Man könnte allerdings meinen, auch bei manchen naturwissenschaftlichen Sätzen sei die klare Einsicht in die Notwendigkeit des in denselben zum Ausdruck gelangenden Verhältnisses vorhanden: so etwa bei den Keplerschen Gesetzen, deren Notwendigkeit sich ja sofort aus dem Gravitationsgesetz ergebe. Demgegenüber muß aber bemerkt werden, daß diese Notwendigkeit immer nur eine bedingte, von der vorausgesetzten Gültigkeit anderer induktiv ermittelten Sätze abhängige ist, während bei diesen Sätzen selbst wieder die Einsicht in die Notwendigkeit des Verhältnisses fehlt. Von dem Gravitationsgesetze läßt sich weder einsehen, daß es notwendig, noch mit Gewißheit behaupten, daß es unbedingt allgemein gilt; die Geltung desselben über die räumlichen und zeitlichen Grenzen unserer Erfahrung hinaus ist nur mehr oder weniger wahrscheinlich; sollte es aber irgendwo oder irgendwann nicht mehr gelten, so gälten dort oder dann auch die Keplerschen Gesetze nicht mehr. Daß also die Keplerschen Gesetze nicht gelten sollten, erscheint nur undenkbar, wenn wir das Gelten des Gravitationsgesetzes voraussetzen: daß aber die Keplerschen Gesetze mit dem Gravitationsgesetze nicht gelten sollten, davon sehen wir die Unmöglichkeit keineswegs apriori ein.

Als eine letzte Eigentümlichkeit der naturwissenschaftlichen Urteile sei noch hervorgehoben, daß denselben, sofern darin quantitative Verhältnisse zum Ausdruck kommen, keine vollkommen genaue, sondern bloß approximative Gültigkeit zukommt. Während sämtliche Formeln der Mathematik unbedingte, von der relativen Vollkommenheit unserer Sinnesorgane und Messungsmethoden unabhängige Exaktheit für sich in Anspruch nehmen, bleiben die auf physikalische und chemische Verhältnisse sich beziehenden Formeln fortwährend der Korrektur durch genauere Wahrnehmungen und Messungen ausgesetzt. Es ist leicht einzusehen, daß dieser Unterschied mit dem vorher berührten aufs engste zusammenhängt: denn wo die Einsicht in ein rein begriffliches, zwischen Subjekt und Prädikat bestehendes Verhältnis vorhanden ist, müssen sich auch etwaige quantitative Beziehungen zwischen denselben mit vollkommener Sicherheit feststellen lassen.

Das wären also die auffallendsten (hier nur als tatsächlich

vorliegend zu konstatierenden, im Verlaufe der weiteren Untersuchung genauer festzustellenden und womöglich zu erklärenden) Unterschiede zwischen den gegebenen Tatsachen des mathematischen und den gegebenen Tatsachen des naturwissenschaftlichen Denkens. Freilich soll damit nicht geaugnet werden, daß auch im Gebiete der Naturwissenschaft Sätze vorkommen, bei denen eine mehr oder weniger klare Einsicht in die Notwendigkeit des Verhältnisses zwischen Subjekt- und Prädikatbegriff und damit auch die Überzeugung einer unbedingt allgemeinen und vollkommen exakten Geltung vorhanden ist. Auf diese (wozu in erster Linie die Grundsätze der Mechanik gehören) kommen wir später zurück und werden dann versuchen, die von denselben behauptete Ausnahmestellung zu erklären (87—95).

65. Vollständige und unvollständige Induktion. Wenn wir die Gesetze ermitteln wollen, welche das induktive Denken beherrschen, werden wir damit anfangen müssen, zwei Gruppen von induktiven Denkprozessen zu sondern, deren eine der weiteren Untersuchung nicht die geringsten, während die andere derselben um so größere Schwierigkeiten bereitet.

Es kann nämlich erstens vorkommen, daß das Wirklichkeitsgebiet, von welchem in einem induktiv bewiesenen allgemeinen Urteil ein bestimmtes Prädikat ausgesagt wird, sich vollständig mit der Summe der Wirklichkeitsgebiete, von denen in den zugrunde liegenden singularen oder besonderen Urteilen das nämliche Prädikat ausgesagt wurde, deckt. Also: man hat etwa von jeder einem bestimmten Fundorte entstammenden Münze für sich erkannt, daß sie einer bestimmten Zeit angehört, und man schließt, daß alle jenem Fundorte entstammenden Münzen dieser Zeit angehören. Oder man hat ein neuentdecktes Land in allen Richtungen durchstreift und nirgends Wald gefunden: man schließt allgemein, daß sich in diesem Lande keine Wälder finden. — Zur nämlichen Gruppe gehört der Entstehungsprozeß solcher Urteile, in denen eine zusammengesetzte, bloß in ihren Teilen der Wahrnehmung zugängliche Tatsache beschrieben wird. So schließt etwa der Entdeckungsreisende, welcher in einem unbekanntem Lande, die Küste verfolgend, zuletzt seinen Ausgangspunkt wieder erreicht, daß dieses Land an allen Seiten vom Meere umgeben, also eine Insel ist. Ähnlich schloß Kepler

auf die elliptische Form der Marsbahn, weil die sämtlichen von dem Planeten sukzessiv eingenommenen Orte von ihm als Punkte einer nämlichen Ellipse erkannt waren. — Endlich gehören hierher alle Fälle induktiver Beweisführung auf dem Gebiete der Mathematik. Wenn mittels des sogenannten Schlusses von n auf $n + 1$ klargelegt wird, daß irgend welche Formel für jede beliebige Zahl bewiesen werden kann und derselben demnach Gültigkeit für alle Zahlen zuerkannt wird; wenn man einen Satz gesondert für den Kreis, die Ellipse, die Parabel und die Hyperbel bewiesen hat und denselben dann als für alle Kegelschnitte geltend aufstellt; oder wenn etwa die Kongruenzsätze für Dreiecke von bestimmter Größe und Gestalt bewiesen, dann aber auf alle unter den nämlichen Begriff fallenden Dreiecke erweitert werden, weil man sich durch „innere Augenblickserfahrung“ (40) davon überzeugt hat, daß der nämliche Beweis für Dreiecke von beliebiger Größe und Gestalt geführt werden kann, so haben wir es in diesen und allen ähnlichen Fällen, genau so wie in den früher erörterten, mit einer Beweisführung zu tun, welche für sämtliche Exemplare eines Gattungsbegriffes eine Behauptung aufstellt, die für jedes Exemplar für sich, oder für jede der Arten, in welche die Gattung sich zerlegen läßt, bereits als bekannt vorausgesetzt wird. Diese Art der induktiven Beweisführung nennt man vollständige Induktion. Man wird leicht einsehen, daß dieselbe sich vollständig denjenigen Gesetzen unterordnet, welche wir früher (17) als die Grundgesetze des logischen Denkens kennen gelernt haben. Wenn wir von jedem A für sich erkannt haben, daß es B ist, so macht offenbar das Gesetz des Widerspruchs es unmöglich, den Satz: alle A sind B, zu verneinen. Denn diese Verneinung könnte nach dem Gesetze des ausgeschlossenen Dritten nur bedeuten, daß wenigstens einige A nicht B seien; von diesen A wäre aber, der Voraussetzung gemäß, schon früher erkannt, daß sie B sind, was jener Behauptung widerspricht. In der Tat läßt sich der vorliegende Denkprozeß ohne Schwierigkeit einem der aristotelischen Denkgesetze, und zwar demjenigen, welches wir durch die Formel $MaX + YaM = YaX$ ausgedrückt haben, unterordnen:

Alle untersuchten A sind B;

alle A sind untersuchte A;

demnach sind alle A B.

Zur Erklärung des Denkprozesses der vollständigen Induktion ist demnach die Annahme verschwiegener Prämissen oder neuer Verbindungsgesetze (25) nicht erforderlich. Nur in einem Falle könnte es anders sein: wenn nämlich die Modalität des Schlußsatzes eine andere sein sollte als diejenige der Prämissen. Das kommt aber bei der vollständigen Induktion nur ausnahmsweise vor: fast immer geht entweder aus apodiktischen Prämissen ein apodiktischer Schlußsatz (wie bei der mathematischen Induktion), oder aus assertorischen Prämissen ein assertorischer Schlußsatz (wie in den angeführten nicht-mathematischen Beispielen) hervor. Nur selten wird für einen durch vollständige Induktion aus assertorischen Prämissen gewonnenen Satz mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit (64) notwendige Geltung in Anspruch genommen; diese Fälle lassen sich aber als Grenzfälle der allgemeinen Tatsache des unvollständigen Induktionsverfahrens ohne Schwierigkeit unterordnen.

Mit dem Namen unvollständige Induktion bezeichnet man nämlich diejenige Art des Induktionsverfahrens, bei welchem aus singularen oder besonderen Urteilen, welche für bestimmte Wirklichkeitsgebiete irgend ein Prädikat in Anspruch nehmen, ein allgemeines Urteil abgeleitet wird, das für ein über die Summe dieser Gebiete hinausgehendes Wirklichkeitsgebiet das nämliche Prädikat in Anspruch nimmt. Also: wir haben etwa gefunden, daß, soweit unsere Erfahrung reicht, Zucker süß und Wermut bitter ist, Feuer die Empfindung der Wärme und Eis die Empfindung der Kälte hervorruft, — und wir schließen, daß das nämliche überall und immer, für allen Zucker und für allen Wermut, für alles Feuer und für alles Eis gelten müsse. Ähnlich in der Wissenschaft. Daß Quecksilber bei 360° siedet, daß alle Körper gegenseitig gravitieren, daß Chinin Fieber vertreibt, hält man für allgemein und notwendig wahr, obgleich man bloß einen verschwindend kleinen Teil des überhaupt vorkommenden Quecksilbers oder Chinins, oder der überhaupt vorkommenden Körper auf die betreffenden Eigenschaften hin hat untersuchen können. Und außerdem lehrt noch die Selbstbesinnung, daß die betreffende Verallgemeinerung wahrgenommener Verhältnisse überall auf der Annahme einer inneren Notwendigkeit, welche die Glieder derselben zusammenbindet, beruht. Allgemein ist demnach die Sachlage diese: man hat in einem,

in einigen oder in vielen Fällen gefunden, daß ein A B war, und man schließt (mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit), daß A notwendigerweise B sei, und daß demnach alle A B seien.

Es scheint klar, daß wir es hier mit einem ganz anders garteten Übergange als in den früher erörterten, als Beispiele der vollständigen Induktion angeführten Fällen zu tun haben. Dort wurde das neue Urteil (wenn überhaupt von einem neuen Urteil und nicht von einer bloßen Veränderung im sprachlichen Ausdruck die Rede sein konnte) nach den bereits bekannten und erklärten logischen Gesetzen aus den ursprünglichen Urteilen aufgebaut. Hier dagegen steht erstens die Erzeugung eines neuen, inhaltlich von den ursprünglichen Urteilen verschiedenen Urteils außer Zweifel; und kann zweitens die Erzeugung dieses neuen Urteils nicht aus den logischen Gesetzen erklärt werden. Jenes dürfte ohne weiteres zugegeben werden, aber auch dieses läßt sich in wenigen Worten beweisen.

Denn erstens ist das Element der Notwendigkeit, welches den durch unvollständige Induktion gewonnenen Urteilen eben ihre unbedingte Allgemeinheit sichert, in den über Wahrnehmungstatsachen referierenden Einzelurteilen, welche denselben zugrunde liegen, niemals gegeben. Wenn ich tausendmal wahrgenommen habe, daß Quecksilber bei 360° siedet, so habe ich doch nur tausendmal die nämliche Tatsache, nicht aber die Notwendigkeit derselben wahrgenommen. Daß Quecksilber, wenn es bis auf 360° erhitzt wird, notwendig sieden muß, habe ich nicht wahrgenommen und kann ich nicht wahrnehmen. Sollte man demgegenüber bemerken, es müsse doch zwischen den Quecksilbermolekülen gewisse Beziehungen geben, kraft deren in jenen tausend Fällen das Sieden bei 360° stattgefunden hat, und diese Beziehungen müssen auch in allen weiteren Fällen das nämliche Resultat zustande bringen, — so soll weder das eine noch das andere bestritten, sondern nur gezeugnet werden, daß es in den Wahrnehmungen gegeben oder daraus auf rein logischem Wege abzuleiten sei. Die Wahrnehmungen enthalten nichts weiter als die Tatsache des Siedens bei 360° ; über molekulare Verhältnisse, welche diese Tatsache bedingen, sowie über das Gegebenensein gleicher Verhältnisse in allen, auch den nichtuntersuchten Fällen, enthalten sie offenbar nichts. — Das nämliche gilt aber allgemein.

Zwar könnte man glauben, in gewissen einfachen Fällen die Notwendigkeit eines physikalischen Vorgangs unmittelbar wahrnehmen oder aus dem Wahrgenommenen logisch erschließen zu können: so etwa die Notwendigkeit der Bewegung eines gestoßenen Körpers. Allein mit Unrecht. Denn die Bewegung des stoßenden bis zur Berührung mit dem gestoßenen Körper, und die nachfolgende Bewegung des letzteren sind doch zwei verschiedene Vorgänge; in der Wahrnehmung des einen ist über den anderen nichts mit gegeben. Die logische Schlußfolgerung aber führt niemals von einer Tatsache zur anderen, sondern stets bloß von einer Betrachtungsweise einer Tatsache zu einer anderen Betrachtungsweise der nämlichen Tatsache (22). Aus den Daten der sinnlichen Wahrnehmung und den Gesetzen des logischen Denkens kann die tatsächlich vorliegende Überzeugung von der Notwendigkeit des erwähnten Verhältnisses nicht erklärt werden. Ein Intellekt, welcher nur über jene Daten und Gesetze verfügte, würde nicht zu dieser Überzeugung gelangen können.

Diese und ähnliche Erwägungen haben nun zur „positivistischen“ Behauptung geführt, die Wissenschaft solle (und könne auch ohne Nachteil) den Gedanken eines notwendigen Zusammenhangs aufgeben und sich mit der Einsicht in die tatsächliche Allgemeinheit des Zusammenhangs begnügen (3), — womit freilich die Tatsache, daß man bisher immer jene Notwendigkeit zu erkennen und eben daraus diese Allgemeinheit ableiten zu müssen geglaubt hat, ebensowenig hinweggeschafft, als das Bedürfnis, dieselbe zu erklären, aufgehoben wäre (28). Aber selbst wenn dem so wäre, bliebe es genau so unmöglich, das induktive Denken auf die logischen Gesetze zurückzuführen, wie jetzt. Oder in welcher Weise würde sich der Schluß von einigen A auf alle A syllogistisch darstellen lassen? Wir haben eine gewisse Anzahl Male gefunden, daß Quecksilber bei 360° siedete; wir verfügen demnach über die beiden Prämissen: der Gegenstand unserer damaligen Untersuchungen war Quecksilber, und: der Gegenstand unserer damaligen Untersuchungen siedete bei 360°. Aber daraus läßt sich logisch, nach der Formel $MaX + MaY$

$$= \begin{cases} YiX \\ XiY \end{cases} \quad (15),$$

nur ableiten, daß einiges bei 360° Siedende Quecksilber ist, und daß einiges Quecksilber bei 360° siedet. Dennoch

schließen wir, scheinbar nach der Formel $MaX + MaY = XaY$, daß alles Quecksilber bei 360° siedet. Dießer Schluß ist nach rein logischen Gesetzen unmöglich und wird auch tatsächlich nicht als allgemeingültig anerkannt: niemand wird glauben, daß, weil alle Metalle Elemente und alle Metalle gute Wärmeleiter sind, nun auch alle Elemente gute Wärmeleiter sein müssen. — Wollte man aber mit Mill (a. a. O. I. S. 212—221) annehmen, der induktive Schluß gehe ursprünglich nicht von einigen A auf alle A, sondern nur von einigen A auf ein anderes A, so brächte uns das offenbar um keinen Schritt weiter. Denn jetzt wären unsere Prämissen: einiges Quecksilber siedet bei 360° , und: dieser (andere) Stoff ist Quecksilber, also $MiX + YaM$, woraus nach der Formel $MiX + YaM = 0$ (15) sich eben nichts ableiten läßt. — Oder ganz allgemein: Den Sätzen A_1 ist B, A_2 ist B, . . . A_n ist B, widerspricht es nicht, daß A_{n+1} nicht B sein sollte; jene ersteren und dieser letzte Satz beziehen sich auf verschiedene Erscheinungsgruppen, nicht auf verschiedene Betrachtungsweisen einer Erscheinungsgruppe; aus der Wahrheit jener kann demnach die Unwahrheit dieses Urteils nach logischen Gesetzen nicht abgeleitet werden.

Kann nun aber dieses logische Defizit in der Begründung induktiver Urteile nicht nachträglich durch weitere Erfahrung gedeckt werden? Man könnte es glauben, und kein Geringerer als Mill hat es geglaubt (a. a. O. II. S. 101). Zugegeben, daß unsere induktiven Erwartungen ursprünglich des zureichenden Grundes entbehren, so ist es doch jedenfalls Tatsache, daß spätere Erfahrung dieselben vielfach bestätigt; liegt aber darin nicht ein vollgültiger Beweis für die Zuverlässigkeit der induktiven Methode? — Daß diese Schlußfolgerung auf einer Illusion beruht, wird man leicht einsehen. Wir haben in m Fällen eine bestimmte Koinzidenz wahrgenommen und erwarten, daß wir sie auch später wahrnehmen werden: diese Erwartung soll eine unbegründete Annahme sein. Nun bestätigt sich aber diese Erwartung in n neuen Fällen, und dadurch soll unsere weitere auf die nämliche Koinzidenz gerichtete Erwartung logische Berechtigung gewinnen. Aber worauf beruht diese weitere Erwartung, wenn nicht eben wieder auf $m + n$ wahrgenommenen Fällen? Oder soll etwa der Übergang von einigen auf alle Fälle, welche an sich den logischen Gesetzen widerstreitet, sich dadurch denselben unterordnen, daß,

nachdem jene Fälle zum Teil erkannt waren, das psychische Phänomen der Erwartung eingetreten ist? — Der Grund der Illusion ist aber folgender. Wenn die ersten m Fälle Erwartung erzeugt haben, so machen die folgenden n Bestätigungen dieser Erwartung einen tieferen Eindruck, ziehen mehr die Aufmerksamkeit auf sich, als sie sonst getan hätten; die entsprechenden Urteile werden demnach klarer und intensiver vorgestellt und haben eine größere Wirksamkeit im Bewußtsein (18). Das sind aber rein graduelle Unterschiede; die Art der Wirkung ist in beiden Fällen die nämliche und bedarf gleich sehr der Erklärung.

Es scheint also, daß weder die Notwendigkeit noch die Allgemeinheit, welche den Ergebnissen des induktiven Denkens zukommt, als ein Produkt rein logischer Verarbeitung der zur Begründung derselben angeführten Wahrnehmungsurteile erklärt werden kann. Wir müssen demnach annehmen, daß bei dem Induktionsverfahren entweder außer diesen Wahrnehmungsurteilen noch andere, nicht genannte, und vielleicht selbst nicht klar bewußte Prämissen vorausgesetzt werden, oder aber, daß unter bestimmten Umständen andere als die logischen Verbindungsgesetze wirksam werden (25). Ob wir uns für die eine oder für die andere Alternative entscheiden müssen, kann nur eine sorgfältige Untersuchung des vorliegenden Tatsachenmaterials lehren. Vorher soll aber noch ein Versuch, das induktive Denken rein logisch, ohne die Annahme verschwiegener Prämissen oder neuer Verbindungsgesetze, zu erklären, kurz besprochen werden.

66. Die Theorie Jevons'. Der im vorigen Paragraphen aufgestellte Satz, nach welchem der Inhalt eines durch unvollständige Induktion gewonnenen Urteils über denjenigen seiner Prämissen hinausgeht, wird von W. Stanley Jevons als unbegründet zurückgewiesen. Seiner Ansicht nach „(imperfect induction) merely unfolds the information contained in past observations or events; it merely renders explicit what was implicit in previous experience. It transmutes knowledge, but certainly does not create knowledge“ (a. a. O. I. 168). Und weiter: „in inductive just as in deductive reasoning, the conclusion never passes beyond the premisses“ (a. a. O. I. 251). Zur Begründung dieser Sätze reiche aber die einfache Überlegung aus, daß den durch unvollständige Induktion gewonnenen Urteilen niemals Gewißheit,

sondern stets nur eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit zugeschrieben wird.

Das induktive Denken ist nach Jevons nichts weiter als ein Spezialfall desjenigen Verfahrens, welches in der Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Anwendung gelangt. Die Probleme, welche die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu lösen hat, sind nämlich im allgemeinen zweifacher Art. Entweder gilt es, aus gegebenen Bedingungen die Wahrscheinlichkeit des Eintretens gewisser von denselben abhängiger Erscheinungen, oder aber aus gegebenen Erscheinungen die Wahrscheinlichkeit des Vorliegens gewisser dieselben bedingender Umstände abzuleiten. Befinden sich in einem geschlossenen Behälter drei weiße und eine schwarze Kugel, so ist die Wahrscheinlichkeit, daraus bei einmaligem

Ziehen eine weiße Kugel hervorzuholen, $= \frac{3}{4}$. Und umgekehrt:

hat man aus einem Behälter, in welchem sich vier weiße oder schwarze Kugeln befinden, dreimal eine weiße und einmal eine schwarze Kugel gezogen, so verhalten sich die Wahrscheinlichkeiten, daß von den vier Kugeln drei weiß und eine schwarz, zwei weiß und zwei schwarz, und eine weiß und drei schwarz sind,

wie $4 \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \right) : 4 \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) : 4 \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \right)$, d. h. wie $\frac{27}{64} : \frac{16}{64} : \frac{3}{64}$; die betreffenden

Wahrscheinlichkeiten sind demnach $= \frac{27}{46}, \frac{16}{46}$ und $\frac{3}{46}$. — Durch

eine Verbindung dieser beiden Beweisverfahren läßt sich nun auch aus der gegebenen Frequenz des Eintretens bestimmter Erscheinungen auf die Wahrscheinlichkeit eines erneuerten Eintretens derselben schließen: so ist in dem zuletzt erwähnten Fall die Wahrscheinlichkeit, daß noch einmal eine weiße Kugel ge-

zogen wird, $= \left(\frac{27}{46} \times \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{16}{46} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{3}{46} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{29}{46}$.

Schwieriger wird allerdings die Sache, wenn auch über die Gesamtanzahl der Kugeln nichts bekannt ist, und demnach über das Verhältnis zwischen den weißen und schwarzen Kugeln unendlich viele Hypothesen möglich sind. Doch hat Laplace mit Hilfe der Integralrechnung auch für diesen Fall die Wahrscheinlichkeiten bestimmt und gefunden, daß, nachdem m mal weiß

und n mal schwarz gezogen ist, die Wahrscheinlichkeit, daß ein neuer Zug weiß ergeben wird, $= \frac{m+1}{m+n+2}$ zu setzen ist (a. a. O. I. 292—298). Diese Formel ist nun nach Jevons als die eigentliche Grundformel des induktiven Denkens zu betrachten; alles induktive Denken ist nichts weiter als eine mehr oder weniger rohe Anwendung der in derselben zum Ausdruck kommenden Prinzipien. „Nature is to us like an infinite ballot-box, the contents of which are being continually drawn, ball after ball, and exhibited to us. Science is but the careful observation of the succession in which balls of various character usually present themselves; we register the combinations, notice those which seem to be excluded from occurrence, and from the proportional frequency of those which usually appear we infer the probable character of future drawings“ (a. a. O. I. 109). In dieser Weise schließen wir, wenn wir eine Uhr tausendmal mit regelmäßigen Intervallen haben ticken hören, daß dieselbe wahrscheinlich noch einige Male ticken wird; oder wenn wir tausendmal gefunden haben, daß eine gelbe, metallisch glänzende, dehbare, in Salpetersäure nicht lösbare Substanz bei 1100° schmilzt, daß wahrscheinlich auch andere Substanzen, welche die nämlichen Eigenschaften aufweisen, bei der nämlichen Temperatur schmelzen werden. Allerdings kann es vorkommen, daß scheinbar aus der einmaligen Beobachtung des Zusammentreffens zweier Merkmale oder Merkmalgruppen in dem nämlichen Dinge sofort mit großer, der Gewißheit sich nähernder Wahrscheinlichkeit auf die regelmäßige Verbindung jener Merkmale geschlossen wird. So wird etwa der Chemiker aus der einmaligen Bestimmung des Atomgewichts eines neuentdeckten Stoffs, oder der Zoologe aus der einmaligen Konstatierung eines bestimmten Organes bei einer neuentdeckten Spezies ohne weiteres ableiten, daß neue Versuche zu übereinstimmenden Resultaten führen werden; während die Theorie für eine einmalige Wiederholung dieser Resultate nur eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ ergeben würde. Dennoch lassen sich die erwähnten Tatsachen unschwer der Jevonsschen Theorie unterordnen. Denn bei jener Ableitung werden, außer dem einen Experimente oder der einen Beobachtung, auf welche man sich beruft, noch stillschweigend die

zahlreichen Experimente und Beobachtungen vorausgesetzt, welche gelehrt haben, daß sämtliche Proben eines nämlichen Elementes das nämliche Atomgewicht und sämtliche Exemplare einer nämlichen Spezies die nämlichen Organe besitzen. Aus diesen Experimenten und Beobachtungen ergibt sich aber eine so hohe Wahrscheinlichkeit für die Vermutung, daß es sich mit einem neuen Elemente oder einer neuen Spezies ebenso verhalten wird, daß das tatsächliche Verfahren des Chemikers oder Zoologen vollkommen erklärbar erscheint.

Ihrem allgemeinen Charakter nach scheinen also die Tatsachen des induktiven Denkens vortrefflich in die Jevonssche Theorie zu passen. Aber wir brauchen nur um ein wenig tiefer in diese Tatsachen einzudringen, um manches anders zu finden, als wir es nach der Theorie erwarten sollten. Dazu gehört in erster Linie das Verhalten der Wissenschaft neuen Erscheinungen gegenüber, die sich keiner bekannten Gruppe unterordnen lassen. Nach der Jevonsschen Theorie müßte doch wenigstens hier auf die Anzahl der einstimmigen Beobachtungen oder Experimente das entscheidende Gewicht gelegt werden, während wir umgekehrt finden, daß derselben in der großen Mehrzahl der Fälle kaum irgend welche Bedeutung zugemessen wird. Das Maß der Wahrscheinlichkeit, welche den Ergebnissen induktiven Denkens zuerkannt wird, ist nicht von der Quantität des Wahrnehmungsmaterials, sondern ausschließlich von der mehr oder weniger vollständigen Bekanntheit desselben abhängig. Zur Aufstellung eines neuen, durch keine vorhergegangene Induktion gestützten Kausalgesetzes kann ein einziges Experiment genügen, wenn nur die Mitwirkung unbekannter Faktoren aus irgend welchen Gründen als vollständig ausgeschlossen betrachtet werden kann. Nur wo diese Ausschließung, etwa wegen der unentwirrbaren Komplikation der Erscheinungen, nicht möglich ist, hat die Anzahl der beobachteten Fälle einigen Wert, was später seine Erklärung finden wird (70). In allen sonstigen Fällen aber wird ein Moment, welches nach der Theorie von Jevons den Wahrscheinlichkeitsgrad der auf induktivem Wege erworbenen Überzeugungen in entscheidender Weise beeinflussen müßte, tatsächlich einfach nicht berücksichtigt. — In entgegengesetzter Richtung entfernt sich die Theorie von den Tatsachen in bezug auf die Wertschätzung der negativen Instanzen;

insofern denselben von der Wissenschaft eine viel höhere Bedeutung beigelegt wird, als die Theorie erwarten läßt. Wenn man ein versuchsweise aufgestelltes Gesetz tausendmal bestätigt und kein einziges Mal nicht bestätigt, ein anderes aber tausendmal bestätigt und einmal nicht bestätigt gefunden hat, so müßten die aus diesen Daten resultierenden Überzeugungen nach der Jevonsschen Theorie nur einen kaum bemerklichen Gradunterschied erkennen lassen: denn die Wahrscheinlichkeiten für die einmalige Wiederholung des positiven Resultates verhielten sich wie $\frac{1001}{1002} : \frac{1001}{1003}$. Wir finden aber umgekehrt, daß die eine ne-

gative Instanz tatsächlich genügt, dem Gewicht der tausend positiven Instanzen die Wage zu halten und selbst deren frühere Gewißheit wieder schwankend zu machen. Allerdings wird man zugeben, daß die Wahrscheinlichkeit, bei einem neuen Versuche ein positives Resultat zu erzielen, im zweiten Falle = $\frac{1001}{1003}$ sei;

aber man wird sich um diese Wahrscheinlichkeit nur wenig kümmern, vielmehr sofort hinter der wahrgenommenen relativen eine verborgene absolute Regelmäßigkeit voraussetzen und diese zu erforschen suchen. Wenn man also früher aus den tausend positiven Fällen abgeleitet hat, daß, sooft bestimmte Bedingungen $abcd$ gegeben sind, eine bestimmte Erscheinung p eintritt, und wenn man jetzt einen Fall kennen lernt, in welchem $abcd$ ohne p vorkommen, so wird man einfach schließen, daß in jenen positiven Fällen außer $abcd$ noch andere nicht bemerkte Faktoren mitgewirkt haben, und daß demnach p nicht mit $abcd$, sondern etwa mit $abcdxy \dots$ regelmäßig verbunden ist. — Überhaupt läßt sich die nicht bloß graduelle, sondern prinzipielle Unterscheidung zwischen statistisch ermittelten Regelmäßigkeiten und wirklichen Naturgesetzen, welche der Wissenschaft geläufig ist, vom Standpunkt der Jevonsschen Theorie nicht begreifen. Wenn man unter bestimmten Umständen $abcd$ eine Erscheinung p in 100%, eine Erscheinung q in 90% der beobachteten Fälle wahrgenommen hat, so läßt sich daraus (*ceteris paribus*) nach dieser Theorie nur ableiten, daß weitere Koinzidenzen von p mit $abcd$ etwas wahrscheinlicher sind als weitere Koinzidenzen von q mit $abcd$. Daß aber die Wissenschaft nur in jenem ersteren Falle ein wirkliches Naturgesetz anerkennt und von diesem zweiten unbedenk-

lich voraussetzt, derselbe müsse sich durch vollständigere Erkenntnis der Umstände auf den ersteren zurückführen lassen, bleibt, wenn Jevons Recht hat, unerklärt.

Sehen wir aber für einen Augenblick von diesen Diskrepanzen ab und nehmen wir an, die Wissenschaft beschränkte sich tatsächlich auf die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten, welche aus dem bisherigen Zusammentreffen oder Nichtzusammentreffen verschiedener Erscheinungen für die Zukunft sich ergeben, so bliebe dennoch das Verfahren derselben genau so rätselhaft wie jetzt. Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist ein für allemal außerstande, induktives Denken zu erklären, weil das nämliche Problem, welches dieses in sich birgt, auch in der (hier ausschließlich in Betracht kommenden) empirischen Anwendung jener enthalten ist. Denn hier, genau so wie dort, geht die Schlußfolgerung über das in den Prämissen Gegebene hinaus. Eine „Erwartung“, ein „Wahrscheinlichkeitsurteil“ ist doch auch ein Urteil; und zwar ein Urteil, welches sich nicht dem Gegenstande, sondern ausschließlich der Intensität nach von den „Gewißheitsurteilen“ unterscheidet. Wenn ich für das Eintreten irgend welcher Erscheinung eine Wahrscheinlichkeit $= \frac{p}{q}$ in Anspruch nehme, und wenn ein anderer, der über andere Gründe verfügt, Gewißheit darüber besitzt, daß diese Erscheinung eintreten wird, so will das nur sagen, daß die Intensität der auf das Eintreten dieser Erscheinung sich beziehenden Überzeugung, an dem höchstmöglichen Grade derselben gemessen, in einem Fall $= \frac{p}{q}$, im anderen $= 1$ zu setzen ist. Nun erschien uns aber das induktive Denken deshalb als der Erklärung bedürftig, weil bei demselben der Schlußsatz sich auf andere Erscheinungen oder Erscheinungsgruppen bezieht als die Prämissen; die darin enthaltene Schwierigkeit könnte nur durch den Nachweis, daß jene Meinung unrichtig, demnach in Prämissen und Schlußsatz von der nämlichen Wirklichkeit die Rede wäre, gehoben werden. Statt dessen weist man darauf hin, daß die Intensität der auf den Schlußsatz sich beziehenden Überzeugung eine geringere ist als diejenige der Überzeugung, welche in den Prämissen ihren Ausdruck findet. Offenbar deckt sich aber diese Erklärung keineswegs mit dem zu Erklärenden. Die

Intensität einer Überzeugung und das Wirklichkeitsgebiet, auf welches sie sich bezieht, sind durchaus verschiedene Sachen; eine Erweiterung des letzteren kann durch eine Verringerung der ersteren in keiner Weise aufgewogen werden. Mit gleichem Rechte könnte man etwa ein Taschenspielerkunststück, wodurch scheinbar Blei in Gold verwandelt wird, erklärt nennen, wenn sich herausstellte, daß das Gewicht des erhaltenen Goldes weniger betrüge als dasjenige des ursprünglich gegebenen Bleies. Wenn in der Tat, wie wir früher erkannt haben (22), das logische Denken immer nur verschiedene Betrachtungsweisen einer identischen Erscheinungsgruppe miteinander verbindet, so kann ein Verfahren, welches von Aussagen über eine Erscheinungsgruppe zu Aussagen über eine andere Erscheinungsgruppe führt, niemals aus den logischen Gesetzen allein erklärt werden.

Wenn wir aber etwas genauer darauf achten, wie eigentlich die empirische Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie begründet wird, so stellt sich heraus, daß dieselbe nicht nur außerstande ist, die den Naturgesetzen zugeschriebene Allgemeinheit und Notwendigkeit zu erklären, sondern daß sie umgekehrt, überall wo sie in der Wissenschaft ihre Stelle hat, selbst diese Allgemeinheit und Notwendigkeit voraussetzt. Denn diese Begründung ist, wie auch von Jevons (I. 307—312) hervorgehoben wird, nur in der Weise möglich, daß aus den gegebenen Erscheinungen auf die verborgenen Bedingungen derselben und aus diesen auf die künftigen Erscheinungen geschlossen wird. Man geht etwa von den bekannten, einem beliebigen Glücksspiele entnommenen Beispielen aus; man weist nach oder setzt als bekannt voraus, daß hier der Erfolg teils von konstanten, teils von variablen Bedingungen abhängig ist; und indem man annimmt, daß letztere die Tendenz haben, sich auszugleichen, berechnet man für jede denkbare Verbindung der ersteren die Wahrscheinlichkeiten des beobachteten Erfolgs, sodann die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen Verbindungen selbst und schließlich diejenigen bestimmter künftiger Erfolge. Offenbar ist aber dieser Beweisgang nur möglich, weil man von vornherein weiß, daß die beobachteten und zu beobachtenden Erfolge durch die jeweilige Verbindung konstanter und variabler Faktoren bedingt werden, also damit in naturgesetzlicher Weise verbunden sind.

Es sind demnach nicht die beobachteten Erfolge und die logischen Gesetze allein, welche den Wahrscheinlichkeitsschluß auf die zu beobachtenden Erfolge zustande bringen, sondern es muß mindestens noch jene Voraussetzung eines notwendigen Zusammenhangs hinzukommen, um denselben zu ermöglichen. In gleicher Weise muß aber, damit der erwähnte Schluß auf anderen Gebieten Anwendung finden könne, bereits erkannt sein, daß die betreffenden Erscheinungen in naturgesetzlicher Weise mit gewissen Bedingungen zusammenhängen, und daß diese Bedingungen teilweise konstanter, teilweise variabler Natur sind. Und dennoch soll das bezeichnete Schlußverfahren selbst erst die Aufstellung von Naturgesetzen, also die Annahme eines Abhängigkeitsverhältnisses zwischen verschiedenen Erscheinungen begründen! — Es ist nicht ohne Interesse, zu bemerken, daß Jevons selbst (in geradem Widerspruch mit seiner früher angeführten Behauptung: „induction merely unfolds the information contained in past observations or events“) an anderer Stelle ausdrücklich einzuräumen scheint, daß, um induktives Denken zu ermöglichen, neben den gegebenen Erscheinungen noch die Voraussetzung erfordert wird, es gebe gewisse (teilweise) konstante Bedingungen, welche das Eintreten dieser Erscheinungen beherrschen. „All predictions, all inferences which reach beyond their data, are purely hypothetical, and proceed on the assumption that new events will conform to the conditions detected in our observation of past events We proceed in all our inferences to unexamined objects and times on the assumptions: 1. That our past observation gives us a complete knowledge of what exists. 2. That the conditions of things which did exist will continue to be the conditions of things which will exist“ (I. 169). Offenbar hat aber Jevons mit diesem Zugeständnis die früher behauptete Stellung schon verlassen. Denn weder die Annahme verborgener „Bedingungen“, noch die Voraussetzung der Konstanz dieser Bedingungen in der Zukunft gehört zur „information contained in past observations or events“. Auch der angeblich „hypothetische“ Charakter der Induktionsurteile kann die Sache nicht retten. Denn es ist eben nicht richtig, daß die Wissenschaft, wenn sie einen induktiv gewonnenen Satz aufstellt, damit nichts weiter meint als: so müsse es sein, wenn es konstante Bedingungen der Erscheinungen gebe. Vielmehr setzt

sie das Gegebensein solcher konstanten Bedingungen selbst unbedenklich als feststehend voraus. Wenn einer sieht, daß einem schweren Gewichte seine Stütze entzogen wird, so wird er nicht nur hypothetisch behaupten, falls dieses Gewicht sich wie andere Gewichte verhalte, werde es zu Boden fallen, sondern er wird kategorisch davon überzeugt sein, daß es tatsächlich fallen wird. Das beweist schon die einfache Tatsache, daß er sich beeilen wird, dem nichtunterstützten Gewichte aus dem Wege zu gehen; denn wie wäre diese Handlung motiviert, wenn der Satz von dem Gleichbleiben der Bedingungen ein bloß problematischer Satz wäre? In der Tat, die gesamte Praxis, und ein bedeutender Teil der theoretischen Forschung, hätte einfach keinen Sinn, wenn man nicht zu wissen glaubte, daß, was jetzt geschieht, auch später, sooft die gleichen Verhältnisse sich wiederholen, wieder geschehen wird. Woher aber dieses Wissen stammt, werden wir weiterhin zu untersuchen haben, nachdem wir vorher den gegebenen Inhalt desselben deutlicher kennen gelernt haben. — Was die Jevonssche Theorie betrifft, soll nur noch eins bemerkt werden, was wir auch schon früher in bezug auf andere Theorien zu bemerken Veranlassung fanden (32, 47, 48): daß nämlich auch hier wieder nicht die Tatsachen des Denkens erforscht und eine zu denselben passende Theorie gesucht, sondern umgekehrt eine Theorie selbständig konzipiert und die aus derselben abzuleitenden Folgerungen an die Stelle der gegebenen Tatsachen gesetzt werden.

67. Einleitendes über die Methode der Untersuchung. Die Tatsachen des induktiven Denkens lassen sich, wie die vorhergehende Untersuchung gezeigt hat, ohne Rest nicht auf die logischen Denkgesetze zurückführen; ein Intellekt, welcher ausschließlich über Erfahrungsdaten als Prämissen verfügte und dieselben nicht anders als nach logischen Gesetzen verarbeiten könnte, wäre ein für allemal außerstande, einen induktiven Schluß entweder zu vollziehen oder zu verstehen. Wenn dennoch tatsächlich solche induktive Schlüsse uns geläufig sind, so müssen uns entweder neben den Erfahrungsdaten andere Prämissen zu Gebote stehen, oder es muß angenommen werden, daß unter Umständen die Prämissen nach anderen als logischen Gesetzen zusammengesetzte Urteile

erzeugen; und zwar verdient die erstere Möglichkeit als die einfachere auch an erster Stelle untersucht zu werden (25). Was aber die Methode dieser Untersuchung betrifft, läßt sich vorläufig folgendes bemerken.

Am einfachsten würde sich die Sache gestalten, wenn sich die fehlende Prämisse durch einen einfachen Reduktionsprozeß auffinden ließe; es genügt aber eine kurze Überlegung zum Beweis, daß sich auf diesem Wege kein Resultat gewinnen läßt. Die Ergebnisse des induktiven Denkens sind nämlich zum allergrößten Teile allgemein behahende Urteile; ziehen wir aber die Tabelle der logischen Verbindungsgesetze (15) zu Rate, so finden wir, daß nur eines derselben ($I, 1: MaX + YaM = YaX$) einen allgemein behahenden Schlußsatz ergibt. Diesem Gesetze müßte sich also das induktive Denken unterordnen. Nun sind aber in diesem Falle auch die beiden Prämissen (MaX und YaM) allgemein behahende Urteile; die versuchte Unterordnung wäre also nur möglich, wenn sich zu jedem induktiv begründeten Urteil zwei allgemein behahende Prämissen auffinden ließen, welche sich zu demselben verhielten wie MaX und YaM zu YaX . Bemerken wir nun, daß im induktiven Denken immer von den bisher beobachteten Fällen auf alle Fälle geschlossen wird, so hätten wir einen Schlußsatz von der Form YaX („alle A sind B“) und eine Prämisse von der Form MaX („alle bisher untersuchten A sind B“); die vermutete verschwiegene Prämisse müßte also die Form YaM haben, demnach aussagen, daß alle A untersucht worden sind. Eben dies ist aber bei der unvollständigen Induktion nicht der Fall; die versuchte Ergänzung des induktiven Schlußprozesses kann demnach in dieser Weise nicht stattfinden. — Besseren Erfolg verspricht scheinbar der Gedanke, das induktive Denken auf die vorausgesetzte Konstanz gewisser Eigenschaften oder Wirkungsweisen zurückzuführen. Wenn wir beispielsweise nach ein- oder mehrmaliger Bestimmung des Atomgewichtes von Quecksilber den Satz aufstellen, das gefundene Atomgewicht komme dem Elemente überhaupt zu, so kommt offenbar dieser Übergang unter Mitwirkung der vorhergehenden Überzeugung, daß das Atomgewicht eine konstante Eigenschaft der Elemente ist, zustande. Auch genügt die Herbeiziehung dieser neuen Prämisse, den vorliegenden Denkprozeß vollständig den logischen Gesetzen unterzuordnen: denn nach der Formel

$MaX + YaM = YaX$ wird jetzt aus den beiden Prämissen: „das Atomgewicht des untersuchten Quecksilbers ist 200“, und „das Atomgewicht alles Quecksilbers ist gleich dem Atomgewicht des untersuchten Quecksilbers“, geschlossen, daß das Atomgewicht alles Quecksilbers 200 sei. Schließlich scheint auch die Tatsache, daß der Schluß von „einigen A“ auf „alle A“ in einigen Fällen wohl, in anderen aber nicht gutgeheißen wird, aus den angedeuteten Verhältnissen sich in ungezwungener Weise zu erklären. Denn wenn wir beispielsweise fragen, warum nicht auch Forschungsergebnisse, welche auf die Anzahl der in einem Molekül eines gegebenen Elementes enthaltenen Atome sich beziehen, in gleicher Weise generalisiert werden, so muß offenbar geantwortet werden: weil wir wissen, daß bei vielen Elementen allotropische Zustände vorkommen, welche darauf hinweisen, daß diese Anzahl keineswegs unter allen Umständen die nämliche ist. — Allein bei näherer Überlegung stellt sich heraus, daß auch in dieser Weise eine wirkliche Lösung des vorliegenden Problems sich nicht erzielen läßt. Denn wenn es auch gelingt, die induktive Verallgemeinerung eines gegebenen Verhältnisses durch die vorausgesetzte Konstanz des betreffenden Verhältnisses zu erklären, so wiederholt sich doch für diese Voraussetzung die frühere Schwierigkeit, ohne in der nämlichen Weise wie früher gehoben werden zu können. Unsere Überzeugung, daß das Atomgewicht des Quecksilbers überhaupt = 200 sei, läßt sich mit Hilfe der verschwiegenen Prämisse von der Konstanz des Atomgewichtes syllogistisch erklären; unsere Überzeugung von der Wahrheit dieser Prämisse selbst aber ist doch auch wieder aus Einzelbeobachtungen entstanden und geht ebenso gewiß über den Inhalt dieser Beobachtungen hinaus, wie jene erstere über den Inhalt der ihr zugrunde liegenden Beobachtungen. Wir gelangen also in dieser Weise nur zu einer Verschiebung, nicht zu einer wirklichen Lösung des vorliegenden Problems. Der eine, auf ein beschränkteres Gebiet sich beziehende induktive Denkprozeß wird auf den anderen, auf ein umfassenderes Gebiet sich beziehenden induktiven Denkprozeß zurückgeführt. Als letztes Fundament aller induktiven Gewißheit bleibt immer der nach logischen Gesetzen nicht denkbare, unvermittelte Übergang vom Besonderen zum Allgemeinen zurück.

Das Ergebnis unserer vorläufigen Untersuchung ist demnach

ein negatives. Aus unseren bisherigen, auf die allgemeine Beschaffenheit von Prämissen und Schlußsatz im induktiven Denken sich beziehenden Daten läßt sich über die zur Erklärung derselben aufzustellenden Hypothesen nichts Genaueres bestimmen. Diese Daten sind demnach zu ergänzen, was offenbar nur auf empirischem Wege geschehen kann. Wir müssen untersuchen (da doch der Übergang von „einigen A“ auf „alle A“ nicht unter allen Umständen gutgeheißen wird), in welchen Fällen, unter welchen Bedingungen dieser Übergang tatsächlich zustande kommt. Das heißt: wir müssen versuchen, die gegebenen Tatsachen des induktiven Denkens in empirische Gesetze zusammenzufassen. Sollte uns dies gelingen, so werden wir weiter zu fragen haben, ob in diesen Gesetzen (ähnlich wie in den logischen Grundgesetzen) letzte und höchste, auf die Organisation des menschlichen Denkens sich beziehende Tatsachen zum Ausdruck gelangen, oder aber, ob sie mittels der Einschaltung verschwiegener Prämissen auf die logischen Gesetze sich zurückführen lassen. In dem einen wie in dem anderen Fall wird dann schließlich noch für die Tatsache, daß jenen Gesetzen oder Prämissen Geltung für die gegebene Welt zugeschrieben wird, eine Erklärung zu suchen sein (2; vgl. 19).

68. Die Arten der Induktion. Ehe wir aber zu der im vorhergehenden Paragraphen skizzierten Aufgabe übergehen, wird es geraten sein, die vorliegenden Tatsachen einigermaßen zu spezifizieren. Denn eine kurze Überlegung lehrt, daß die Inhalte der induktiv ermittelten Urteile Verschiedenheiten erkennen lassen, welche vielleicht für das Verständnis ihrer Entstehung nicht ohne Bedeutung sind. Es sind nämlich diese Urteile, ohne Ausnahme allgemeiner Natur; sie haben demnach entweder die Wirklichkeit überhaupt, oder den ganzen Umfang eines bestimmten Teiles der Wirklichkeit zum Subjekte (12). Ersteres ist der Fall bei den Urteilen: „alles Bestehende ist vergänglich“, „es existieren nur Stoff und Kraft“ u. dgl.; das andere kann wieder in sehr verschiedener Weise stattfinden. Denn erstens kann das Subjekt rein zeitlich oder rein örtlich bestimmt sein, d. h. die betreffenden Urteile sagen aus, daß die Wirklichkeit entweder zu bestimmten Zeiten oder an bestimmten Orten bestimmten Vorstellungen entspreche oder nicht entspreche. Wir haben es

dann mit reinen Zeit- oder Ortsgesetzen zu tun, wie etwa folgende: „die Entropie des Universums nimmt fortwährend zu“, „um jeden 12. August gibt es zahlreiche Sternschnuppen“, „in Entfernungen von der Sonne, welche der Formel $4 + 2 \cdot 3^n$ entsprechen, kommen Planeten vor“, „innerhalb der Erde nimmt die Temperatur mit der Tiefe zu“. In anderen Fällen ist das Subjekt qualitativ oder durch räumliche Beziehungen zu einem anderen qualitativ bestimmten Wirklichen bestimmt: es wird behauptet, daß ein Wirkliches, sofern es bestimmte Eigenschaften besitze oder zu einem anderen bestimmten Wirklichen in bestimmten räumlichen Beziehungen stehe, bestimmten Vorstellungen entspreche oder nicht entspreche. So verhält sich die Sache bei den Koexistenzgesetzen: „alle Wiederkäuer besitzen gespaltene Klauen“, „Quarz kommt nur in Formen, welche dem hexagonalen Systeme angehören, vor“, „wo die Alpenflora anfängt, wachsen keine Bäume mehr“. Es können sodann mit diesen qualitativen oder relativen Bestimmungen Zeit- oder Ortsbestimmungen als selbständige Merkmale verbunden sein (zeitlich oder räumlich beschränkte Koexistenzgesetze): „einmal im Jahre werden die Bäume grün“, „jeden Morgen erlöschen die Sterne“, „die Tiere in Amerika sind verhältnismäßig kleiner Statur“. Und schließlich können Zeitbestimmungen, statt selbständig neben den qualitativen oder relativen Bestimmungen aufzutreten, von diesen abhängig gesetzt werden; es wird dann behauptet, daß ein Wirkliches, bevor oder nachdem es in irgend welcher Weise qualitativ oder relativ bestimmt gewesen, bestimmten Vorstellungen entspreche oder nicht entspreche, und wir haben es mit Sukzessionsgesetzen zu tun. Dazu gehören etwa die Urteile: „Willkürherrschaft erzeugt Revolutionen“, „in einem gestoßenen Körper entsteht Wärme“, „alle, welche bis in ein hohes Alter ihre Gesundheit bewahrt haben, haben mäßig gelebt“, „vor dem Sturme fällt das Barometer“. Es wäre leicht, diese Einteilung der induktiven Urteile noch weiter fortzusetzen, doch wird das Angeführte für unseren Zweck genügen.

Man könnte leicht glauben, daß es schon zu viel, weil für das Verständnis des induktiven Denkens ohne Interesse wäre. Denn in allen diesen verschiedenen Fällen wird doch die Geltung einer allgemeinen Regel aus einzelnen, derselben subordinierten Erscheinungen bewiesen; und es könnte demnach scheinen,

als ob der zugrunde liegende Denkprozeß auch überall der nämliche sein müßte. In der Tat läßt sich diese Möglichkeit in dem jetzigen Stadium unserer Untersuchung noch keineswegs ausschließen; neben derselben muß aber auch die Möglichkeit im Auge behalten werden, daß die verschiedenen angeführten Fälle, was die Art ihrer Begründung betrifft, verschieden, etwa einige derselben auf andere zurückführbar seien. Damit dieser Möglichkeit Rechnung getragen werde, empfiehlt es sich, die verschiedenen Fälle nicht auf einen Haufen zusammenzuwerfen, sondern sorgfältig zu untersuchen, ob sich in der Art und Weise, wie sich das Denken denselben gegenüber verhält, irgend welche Ungleichheiten entdecken lassen. — Wir betrachten zuerst einen Fall, welchem schon die Sprache, indem sie eine eigene Terminologie für denselben geschaffen hat, eine hervorragende Stelle einzuräumen scheint, den Fall der kausalen Induktion.

69. Die kausale Induktion und die Millschen Gesetze. Wenn wir einen Satz von der Form: „A ist die Ursache von B“ aussprechen, so meinen wir damit zweifellos ein allgemeines Urteil. Denn in jener Aussage ist die Überzeugung enthalten, daß, so oft A gegeben ist, auch B eintreten müsse. Sodann ist das in der kausalen Aussage enthaltene allgemeine Urteil immer auf induktivem Wege, also aus Einzelurteilen von der Form: „als A_1 gegeben war, trat B_1 ein“, „als A_2 gegeben war, trat B_2 ein“ usw., entstanden. Es fragt sich nun, durch welche spezifische Merkmale sich die allgemeinen induktiven Urteile, welche wir als kausale Urteile bezeichnen, von den übrigen allgemeinen induktiven Urteilen unterscheiden.

Zunächst scheint so viel klar, daß die kausalen Urteile zu den Sukzessionsgesetzen gehören, und zwar zu derjenigen Gruppe derselben, wo die Verwirklichung der Prädikatvorstellung als derjenigen der Subjektsbestimmungen nachfolgend gedacht wird. In allen kausalen Urteilen wird behauptet, daß ein Wirkliches, nachdem es in irgend welcher Weise qualitativ oder relativ bestimmt gewesen, bestimmten Vorstellungen entspreche. Und zwar nennen wir dann jenen vorhergehenden Zustand des Subjekts, auf welches die qualitativen und relativen Bestimmungen sich beziehen, Ursache; diesen nachfolgenden aber, in

welchem das Subjekt der Prädikatvorstellung entspricht, Wirkung¹⁾. Also: wenn wir sagen, daß glühende Kohle in Sauerstoff brennt, so wird das Glühen der Kohle und die Berührung mit Sauerstoff als dem Brennen vorhergehend gedacht; jene beiden ersten Bestimmungen, in Verbindung mit den bleibenden Eigenschaften der Kohle, werden als Ursache, das Brennen der Kohle als Wirkung bezeichnet. Wenn ein freigelassener Stein zu Boden fällt, so ist die Masse des Steins mitsamt seiner Beziehung zur Erde die Ursache; die Bewegung des Steins ist die Wirkung. Wenn Unmäßigkeit Krankheitserscheinungen hervorruft, so ist die Ursache derselben in der vorhandenen körperlichen Konstitution des Patienten, sowie in dem Eintreten der genossenen Speisen in seinen Magen zu suchen; die Krankheitserscheinungen selbst sind die Wirkung. — Sind also zweifellos die kausalen Gesetze sämtlich Sukzessionsgesetze, so veranlaßt uns doch keineswegs umgekehrt jeder Fall gesetzmäßiger Sukzession zur Anwendung der kausalen Begriffe; vielmehr reden wir von Ursachen und Wirkungen nur dann, wenn der nachfolgende, im Prädikatbegriff bestimmte Zustand von dem vorhergehenden, im Subjektbegriff bestimmten Zustande verschieden ist. Daß ein Stück Eisen, von welchem alle äußeren Einwirkungen ferngehalten werden, unverändert bleibt, ist ein Naturgesetz wie jedes andere; und das Verhältnis zwischen dem Zustande des Eisens in einem Momente und dem gleichen Zustande desselben in dem nächstfolgenden Momente ist zweifellos ein Verhältnis gesetzmäßiger Sukzession. Dennoch wird man nicht daran denken, jenen vorhergehenden als die Ursache dieses nachfolgenden Zustandes zu bezeichnen. Ähnlich in denjenigen Fällen, wo wir es nicht mit einem sich gleichbleibenden Dinge, sondern mit einem sich gleichbleibenden Prozesse zu tun haben. Wenn ein Körper sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig bewegt, nennt niemand den früheren Ort desselben die Ursache des späteren; wenn zwei Körper sich mit verschiedener Geschwindigkeit in einer geraden Linie bewegen, wird man ebensowenig die frühere Entfernung derselben als die Ursache der jetzigen bezeichnen. Kurz, die ursächlichen Begriffe finden nur

¹⁾ Ich wähle diese Begriffsbestimmungen, weil sie mir zu einer klaren und durchsichtigen Darstellung der vorliegenden Verhältnisse die geeignetsten scheinen; über den teilweise abweichenden Sprachgebrauch vgl. 84.

Anwendung, wenn die Verwirklichung der Prädikatvorstellung als das Ergebnis einer Veränderung, als ein neu eintretender Zustand gedacht wird.

Wir hätten also, zur Unterscheidung der kausalen von den übrigen induktiv-allgemeinen Urteilen, drei Merkmale aufgefunden: qualitative und relative Bestimmungen des Subjekts, in bezug auf diese Bestimmungen spätere Verwirklichung der Prädikatvorstellung, Ungleichheit zwischen diesen Bestimmungen und der Prädikatvorstellung. Sind aber damit die unterscheidenden Merkmale kausaler Urteile schon vollständig gegeben? Oder mit anderen Worten: wenn wir von einem kausalen Verhältnisse reden, meinen wir dann damit nichts weiter, als daß ein Wirkliches, nachdem gewisse qualitative und relative Bestimmungen desselben eingetreten sind, regelmäßig einer bestimmten davon verschiedenen Vorstellung entspricht oder nicht entspricht? Es scheint doch, als ob wir etwas mehr damit meinen. Denn erstens läßt eine kurze Überlegung uns manche Urteile entdecken, welche den genannten Merkmalen ohne Zweifel genügen und dennoch von niemandem zu den kausalen Urteilen gerechnet werden. Dem Sturme geht ein Fallen des Barometers, dem Erdbeben Unruhe der Haustiere vorher; nach der Morgendämmerung folgt der Sonnenaufgang, nach dem Aufsteigen des Rauches das Ausschlagen der Flamme; Abergläubige sind fest davon überzeugt, daß auf gewisse Vorzeichen regelmäßig ein Glück oder Unglück, auf gewisse Prophezeiungen die Erfüllung derselben folgt; dennoch wird in keinem dieser Fälle das Verhältnis zwischen der vorhergehenden und der nachfolgenden Erscheinung als ein Verhältnis von Ursache und Wirkung bezeichnet. Sodann scheint aber auch die direkte Selbstbesinnung zu lehren, daß der Begriff der kausalen Verbindung mehr enthält als die bloße Vorstellung der regelmäßigen Aufeinanderfolge verschiedener Zustände. Wir denken uns jedenfalls das ursächliche Verhältnis nicht als den Ausdruck, sondern als den Grund für die Regelmäßigkeit der Sukzession; wir sagen, so oft A erscheint, müsse jedesmal B folgen, weil doch A die Ursache von B sei. Dieses ursächliche Verhältnis selbst aber denken wir uns nicht als eine äußere, bloß zeitliche Beziehung, sondern als ein inneres, die beiden Erscheinungen verknüpfendes Band; wir glauben und sagen, daß, wenn die Ursache gegeben

ist, die Wirkung notwendig folgen müsse, unmöglich ausbleiben könne; wir sagen auch, daß die Ursache die Wirkung erzeuge, hervorbringe, daß diese aus jener hervorgehe usw. Allerdings können alle diese Tatsachen zur exakten Bestimmung des wesentlichen Inhalts der kausalen Begriffe vorläufig wenig nützen: wir haben bis jetzt nur eine Art der Notwendigkeit und der Unmöglichkeit, nämlich die logische, kennen gelernt (23), und eben diese scheint hier nicht anwendbar zu sein (65); die anderen oben angeführten Ausdrücke sind aber viel zu unbestimmt, um uns zu einer klaren Einsicht in das Wesen der kausalen Begriffe verhelfen zu können. Nur so viel scheint das Vorhergehende zu beweisen, daß dasjenige, was wir in dem Begriffe des ursächlichen Verhältnisses denken, durch die oben genannten drei Merkmale keineswegs erschöpft ist; es müssen in diesem Begriff weitere Elemente enthalten sein, welche sich aber durch einfache Selbstbesinnung nicht sofort ans Licht ziehen lassen. Die kausalen Begriffe sind eben, nach dem Ausdrucke Kants, „verworrene Begriffe“¹⁾; wir wenden sie im Leben und in der Wissenschaft mit Sicherheit an, sind aber nicht imstande, uns den Inhalt derselben zu deutlichem Bewußtsein zu bringen (vgl. 31). Dieser Inhalt liegt, genau so wie derjenige der arithmetischen und geometrischen Grundbegriffe, teilweise in den Tiefen des Nicht- oder Halbbewußten verborgen und läßt sich, wie jener, nicht auf direktem, sondern bloß auf indirektem Wege entdecken. Das heißt: wir müssen, da die kausalen Begriffe selbst sich nicht greifen lassen, auf die Anwendungen derselben acht geben und aus diesen Anwendungen auf die zugrunde liegenden Begriffe zurückzuschließen versuchen (25). Nach dieser Regel werden wir an erster Stelle untersuchen, in welchen Fällen, unter welchen Bedingungen wir uns veranlaßt finden, zwei Erscheinungen als Ursache und Wirkung zu bezeichnen, und welche Voraussetzungen dieser Bezeichnung zugrunde liegen (69—72); sodann, inwiefern sich über den Sinn dieser Bezeichnung aus den Tatsachen des Denkens etwas Näheres erschließen läßt (75).

Jene erstere Untersuchung unternommen, auf das ganze Gebiet der Erscheinungen des kausalen Denkens ausgedehnt und im

¹⁾ Kant, Sämtliche Werke (ed. Rosenkranz), I, 81.

wesentlichen zu Ende geführt zu haben, ist das bleibende Verdienst John Stuart Mills. Die fünf Methoden des kausalen Denkens, welche er aus dem tatsächlichen Verfahren der Wissenschaft abstrahiert, begrifflich bestimmt und auf eine allgemeine Voraussetzung des Denkens zurückgeführt hat, scheinen in der Tat alle Denkprozesse zu umfassen, welche zur Annahme eines ursächlichen Verhältnisses führen: wenigstens ist noch kein Fall nachgewiesen worden, welcher sich denselben nicht unterordnen sollte. — Im wissenschaftlichen Denken geht die praktische Anwendung dieser Methoden der theoretischen Begründung derselben vorher; das Vertrauen und die Sicherheit, womit man sie anwendet, wurzeln in unbewußten, aus der Anwendung erst zu ermittelnden Prozessen und Voraussetzungen des Denkens. In dem jetzigen Stadium unserer Untersuchung sind dieselben demnach für uns nichts weiter als empirische Gesetze des kausalen Denkens. Als solche lassen sie sich folgendermaßen formulieren:

1. Wenn zwei oder mehrere Fälle, in welchem ein neuer Zustand eintritt, nur einen Umstand¹⁾ gemein haben, so erklärt man diesen Umstand für die wahrscheinliche Ursache oder Mitursache des neu eintretenden Zustandes (Methode der Übereinstimmung).

Schema: ABCD—W

AEFG—W

AHIK—W

A wahrsch. Urs. od. Miturs. von W.

2. Wenn ein Fall, in welchem ein neuer Zustand eintritt, und ein Fall, in welchem derselbe nicht eintritt, alle Umstände bis auf einen gemein haben, während dieser nur in dem ersteren Falle vorhanden ist, so erklärt man diesen Umstand für die Ursache oder Mitursache des neu eintretenden Zustandes (Methode des Unterschieds).

Schema: A PQ—W

A P—nicht W

Q Urs. od. Miturs. von W.

¹⁾ Wir gebrauchen das Wort „Umstand“ für sämtliche (qualitative oder relative) dem Eintreten des neuen Zustandes vorhergehende Bestimmungen des Subjektes desselben und bezeichnen diese Umstände durch die Buchstaben ABC . . . , den neu eintretenden Zustand durch den Buchstaben W.

3. Wenn zwei oder mehrere Fälle, in welchen ein neuer Zustand eintritt, einen oder mehrere Umstände gemein haben, darunter aber nur einen, welcher in zwei oder mehreren Fällen, in denen der neue Zustand nicht eintritt, fehlt, so erklärt man diesen Umstand für die wahrscheinliche Ursache oder Mitursache des neu eintretenden Zustandes (vereinigte Methode der Übereinstimmung und des Unterschieds oder indirekte Methode des Unterschieds).

Schema: ABCD—W
 ABCE—W
 BFG——nicht W
 BCH——nicht W

A wahrsch. Urs. od. Miturs. von W.

4. Wenn ein Teil eines neu eintretenden Zustandes auf Grund vorhergehender Untersuchungen als die Wirkung bestimmter Umstände erkannt worden ist, so erklärt man die übrigbleibenden Umstände für die Ursache oder Mitursache des übrigbleibenden Teiles des neu eintretenden Zustandes (Methode der Rückstände).

Schema: A P—W
 A PQ—W+W'
 Q Urs. oder Miturs. von W'.

5. Wenn ein quantitativ bestimmbarer neuer Zustand in größerem oder geringerem Maße eintritt, je nachdem bestimmte Umstände in größerem oder geringerem Maße vorhanden sind, so erklärt man diese Umstände für die wahrscheinliche Ursache oder Mitursache des neu eintretenden Zustandes (Methode der sich begleitenden Variationen).

Schema: ABC₁D—W₁
 ABC₂E—W₂
 ABC₃F—W₃

C wahrsch. Urs. oder Miturs. von W.

Diese Formulierung unterscheidet sich (von geringeren, das Wesen der Sache nicht berührenden Abweichungen abgesehen) in zweifacher Hinsicht von derjenigen Mills¹⁾. Erstens faßt

¹⁾ Die Millsche (auch von Bain u. a. akzeptierte) Formulierung ist folgende:

1. „If two or more instances of the phenomenon under investigation have only
 Heymans, Gesetze u. Elemente des wissenschaftl. Denkens. 4. Aufl.

Mill seine fünf Methoden allgemeiner, indem er dieselben nicht nur für das kausale, sondern für das induktive Denken überhaupt, nicht nur für die Feststellung der Ursachen neu eintretender Zustände, sondern auch für die Bestimmung der Bedingungen bleibender Zustände gelten läßt. Diese allgemeinere Formulierung ist auch insofern einwurfsfrei, als in der Tat im großen und ganzen sämtliche induktive Denkprozesse diesen Methoden sich unterordnen lassen; sie hat aber den Nachteil, daß sie gewisse höchst bedeutsame, auf die Wahrscheinlichkeitsverhältnisse sich beziehende Unterschiede zwischen kausaler und nichtkausaler Induktion (70, 71, 73) nicht zur Geltung gelangen läßt. Zweitens habe ich gemeint, dem dritten der Mill'schen Gesetze eine von der seinigen inhaltlich abweichende Formulierung geben zu müssen; wofür ich die Gründe weiter unten, bei der genaueren Erörterung dieses Gesetzes, angeben werde (71).

70. Das zweite und vierte der Gesetze Mills. Die Methode des Unterschieds gelangt in der Wissenschaft zur Anwendung, wenn die Erfahrung lehrt, daß ein bestimmter neuer Zustand unter bestimmten Umständen $ABC \dots P$ nicht, unter anderen Umständen $ABC \dots PQ$ aber wohl eingetreten ist; es wird dann sofort geschlossen, daß Q die wahrscheinliche Ursache oder Mit-

one circumstance in common, the circumstance in which alone all the instances agree, is the cause (or effect) of the given phenomenon" (Method of Agreement).

2. „If an instance in which the phenomenon under investigation occurs, and an instance in which it does not occur, have every circumstance in common save one, that one occurring only in the former; the circumstance in which alone the two instances differ, is the effect, or the cause, or an indispensable part of the cause, of the phenomenon“ (Method of Difference).

3. „If two or more instances in which the phenomenon occurs have only one circumstance in common, while two or more instances in which it does not occur have nothing in common save the absence of that circumstance; the circumstance in which alone the two sets of instances differ, is the effect, or the cause, or an indispensable part of the cause, of the phenomenon“ (Joint Method of Agreement and Difference, Indirect Method of Difference).

4. „Subduct from any phenomenon such part as is known by previous inductions to be the effect of certain antecedents, and the residue of the phenomenon is the effect of the remaining antecedents“ (Method of Residues).

5. „Whatever phenomenon varies in any manner whenever another phenomenon varies in some particular manner, is either a cause or an effect of that phenomenon, or is connected with it through some fact of causation“ (Method of Concomitant Variations) (a. a. O. I. S. 451—464).

ursache jenes neuen Zustandes ist. Also: es hat etwa von zwei gesunden Menschen der eine wilde Beeren gegessen und kurz nachher heftige Krämpfe bekommen, während der andere nicht davon gegessen hat und gesund bleibt: man schließt, daß der Genuß dieser Beeren die wahrscheinliche Ursache oder Mitursache der Krankheitserscheinungen ist. Oder man erhitzt zwei gleichartige Stücke Kohle, von denen das eine sich in einem luftleeren, das andere in einem luftefüllten Raume befindet, bis zur nämlichen Temperatur, und findet, daß jenes nicht, dieses aber wohl verbrennt; man schließt, daß die Berührung der Kohle mit der Luft wahrscheinlich Mitursache der Verbrennung ist. — Den in dieser Weise gewonnenen Urteilen kommt, wie sämtlichen Induktionssätzen, bloß Wahrscheinlichkeit, keine vollständige Gewißheit zu; es erhellt aber aus den angeführten Beispielen, daß diese Wahrscheinlichkeit bedeutender Gradunterschiede fähig ist. In dem zuerst erwähnten Falle wird niemand dieselbe hoch anschlagen; vielmehr wird jeder leicht die Möglichkeit zugeben, daß die Krämpfe unabhängig von dem vorhergegangenen Genuß der Beeren eingetreten seien; während man umgekehrt dem Satze, daß die Berührung mit der Luft das Verbrennen der Kohle mitverursacht hat, eine sehr hohe, von der Gewißheit kaum noch zu unterscheidende Wahrscheinlichkeit zugestehen wird. Versuchen wir nun über die tatsächlichen Gründe dieser verschiedenen Wahrscheinlichkeitsverhältnisse uns Rechenschaft abzulegen, so finden wir leicht, daß dieselben sich vollständig auf die größere oder geringere Wahrscheinlichkeit, daß die Bedingungen für die Anwendung der Methode des Unterschieds auch wirklich gegeben seien, zurückführen lassen. Das heißt: wenn wir einmal wirklich vollständige Gewißheit darüber hätten, daß ein Fall, in welchem ein bestimmter neuer Zustand eingetreten, und ein Fall, in welchem derselbe nicht eingetreten ist, nur darin verschieden wären, daß ein einziger bestimmter Umstand in jenem Fall wohl, in diesem aber nicht vorhanden war, so würden wir auch vollständige Gewißheit darüber haben, daß in diesem Umstande die Ursache oder Mitursache jenes neuen Zustandes gegeben wäre. Nur weil tatsächlich jene erstere Gewißheit niemals vollständig vorliegt, sondern immer eine, wenn auch verschwindend geringe Möglichkeit zurückbleibt, daß sich die beiden Fälle noch in anderer Hinsicht als durch das Vor-

handensein oder Fehlen jenes einen Umstandes voneinander unterscheiden, erreichen auch die Ergebnisse der Methode des Unterschieds niemals die vollständige Gewißheit. — Daß aber diese Behauptungen richtig sind, läßt sich (nach der Methode der sich begleitenden Variationen) dadurch beweisen, daß die Wahrscheinlichkeit, welche den Ergebnissen der Unterschiedsmethode zuerkannt wird, bis zur unendlichen Annäherung an die vollständige Gewißheit wächst, wenn es gelingt, die Möglichkeit, daß die untersuchten Fälle sich in mehrfacher Hinsicht voneinander unterscheiden, bis nahe an den Nullwert hinabzudrücken. Diese Möglichkeit läßt sich aber offenbar um so weniger ausschließen, je verwickelter, in sich veränderlicher und weniger bekannt der Komplex der gegebenen Umstände ist, und je länger die Zeit, welche zwischen dem Auftreten des unterscheidenden Umstandes und dem Eintreten des neuen Zustandes verläuft. Daher war in unserem ersten Beispiel nur eine verhältnismäßig geringe Wahrscheinlichkeit erreichbar: von dem komplizierten, in fortwährender Veränderung begriffenen menschlichen Organismus wissen wir zu wenig, um mit irgend welcher Zuversicht behaupten zu dürfen, daß die beiden vorliegenden Fälle nur durch den einen hervortretenden Umstand sich voneinander unterscheiden. Gesetzt nun aber, die Krankheitserscheinungen seien in dem ersteren Falle sofort nach dem Genuß der Beeren eingetreten, so erscheint uns die Annahme eines ursächlichen Verhältnisses zwischen beiden um vieles wahrscheinlicher; offenbar weil wir jetzt, den Zustand des erkrankten Menschen unmittelbar vor und unmittelbar nach dem Genuß der Beeren (also beim Eintreten der Krämpfe) vergleichend, es für sehr unwahrscheinlich halten, daß in dieser kurzen Zeit noch eine andere bedeutende Veränderung in demselben stattgefunden hätte. — Wie hier durch die Kürze des Zeitverlaufes zwischen Ursache und Wirkung, so kann in anderen Fällen durch andere Erwägungen jene Überzeugung von der Unwahrscheinlichkeit mehrerer Unterschiede zustande kommen. So beim physikalischen oder chemischen Experiment durch die peinliche Sorgfalt, welche auf die Ausschließung „störender Umstände“ verwendet wird; weiter durch die (aus früheren Untersuchungen feststehende) einfache und konstante, keine Veränderungen von innen aus erleidende Natur des Materials; endlich auch durch die öftere Wiederholung des Ex-

periments, welche die zufällige Koinzidenz eines unbekanntem mit dem bekannten neuen Umstände in stets höherem Grade unwahrscheinlich macht. Wo aber mehrere dieser günstigen Bedingungen zusammentreffen, kann, wie in dem anderen oben angeführten Beispiele, die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses einen so hohen Grad erreichen, daß sie sich kaum noch von der Gewißheit unterscheiden läßt. — Wir finden demnach (was sich auch unmittelbar, indem wir uns in den fingierten Fall einer vollkommen sicheren Ausschließung aller störenden Umstände hindeuten, bestätigen läßt), daß die Ungewißheit, welche den Ergebnissen der Unterschiedsmethode anhaftet, ausschließlich in der Ungewißheit des zur Anwendung derselben erfordernten Tatsachenmaterials begründet ist. Jene Ungewißheit liegt demnach keineswegs im Wesen der Unterschiedsmethode; nur wenn und insofern sie in den Daten vorkommt, findet sie sich in den Ergebnissen zurück; während des Denkprozesses selbst wird sie weder erst hervorgebracht, noch auch vergrößert. In der strengen Formulierung des Gesetzes, welches diesen Denkprozeß beherrscht, kann und muß demnach von ihr abgesehen werden (wie auch bei der Formulierung der logischen Gesetze von der entsprechenden Tatsache, daß bloß wahrscheinliche Prämissen einen bloß wahrscheinlichen Schlußsatz begründen, abgesehen wurde); jenes Gesetz hat bloß die allgemeine Tatsache zum Ausdruck zu bringen, daß aus gegebenen (gewissen oder wahrscheinlichen) singularen Urteilen von der Form: „unter den Umständen ABC....P ist der Zustand W nicht eingetreten“, und: „unter den Umständen ABC....PQ ist der Zustand W eingetreten“, regelmäßig ein neues (gewisses oder wahrscheinliches) Urteil: „Q ist die Ursache oder Mitursache von W“, zustande kommt. — Es verdient schließlich noch ausdrücklich hervorgehoben zu werden, daß dieser Schluß mit gleicher Notwendigkeit vollzogen wird, wenn ein Paar, als wenn mehrere Paare übereinstimmender Urteile von der bezeichneten Form vorliegen. Allerdings ist, wie oben hervorgehoben wurde, im tatsächlichen Denken die Anzahl der Fälle nicht ohne Bedeutung; aber diese Bedeutung besteht ausschließlich darin, daß die Wiederholung eines Experiments zur Sicherstellung der in den Prämissen beschriebenen Tatsachen beitragen kann; demgemäß sie vollkommen überflüssig wird, wenn aus anderen Grün-

den die exakte Geltung der Prämissen als feststehend angenommen wird.

Die Methode der Rückstände ist als eine bloße Modifikation der Unterschiedsmethode zu betrachten. Die Fälle, in welchen sie zur Anwendung kommt, sind von den Anwendungen der Unterschiedsmethode nur dadurch verschieden, daß die negative, auf das Nichteintreten eines Teils des neuen Zustandes sich beziehende Prämisse hier nicht durch direkte Beobachtung, sondern durch logische Schlußfolgerung aus bereits erkannten Naturgesetzen gewonnen, demnach auch nicht singularer, sondern allgemeiner Natur ist. Die Anwendungen der Rückstandsmethode entsprechen also folgendem Schema: unter den Umständen $ABC\dots P$ tritt ein Teil W' des Zustandes $W + W'$ nicht ein; unter den Umständen $ABC\dots PQ$ ist er aber eingetreten; demnach ist Q die Ursache oder Mitursache von W' . Die nämliche Gewißheit, welche die Unterschiedsmethode im günstigsten Falle bieten kann, ist dementsprechend prinzipiell auch mittels der Rückstandsmethode zu erreichen; wird sie tatsächlich nicht erreicht, so liegt auch hier die Schuld bei den Prämissen, nicht bei dem Schlußprozesse selbst. Allerdings werden bei den Anwendungen der Rückstandsmethode viel seltener als bei den Anwendungen der Unterschiedsmethode die Prämissen einen erheblichen Wahrscheinlichkeitsgrad besitzen. Denn während bei dieser die unterscheidenden Umstände vielfach auf experimentellem Wege eingeführt werden und so eine genaue Kontrolle ermöglichen, lassen sich dieselben bei der Rückstandsmethode nur durch einen Subtraktionsprozeß, welcher vollständige Kenntnis sämtlicher Umstände voraussetzt, bestimmen. Nur in den verhältnismäßig seltenen Fällen, wo frühere umfassende Untersuchungen die Vollständigkeit dieser Kenntnis verbürgen, führt die Rückstandsmethode zu sicheren Resultaten; wofür die Astronomie in der Geschichte der Entdeckung des Neptun, sowie in der an die Verkürzung der Umlaufzeit des Enckeschen Kometen sich anschließenden Hypothese eines widerstandleistenden Äthers lehrreiche Beispiele darbietet.

71. Das erste, dritte und fünfte der Gesetze Mills. Wenn zwei oder mehrere Geschwister, obgleich in den verschiedensten Verhältnissen lebend, von einer nämlichen Krankheit heimgesucht

werden, so wird man sofort geneigt sein, in der gemeinsamen Abstammung die Ursache oder Mitursache dieser Krankheit zu suchen. Wenn man findet, daß das eigentümliche Farbenspiel, welches die Perlmutteroberfläche darbietet, auch durch Abdrücken einer Perlmutterplatte in Wachs, Holz, Metall und anderen Stoffen hervorgebracht werden kann, so schließt man, daß die Ursache oder Mitursache desselben in dem einzigen diesen verschiedenen Fällen gemeinsamen Umstände, nämlich in der Oberflächenbeschaffenheit liegen müsse. Oder allgemein: Wenn zwei oder mehrere Fälle, in welchen eine Erscheinung eintritt, nur einen Umstand gemein haben, so schließt man, daß dieser Umstand die wahrscheinliche Ursache oder Mitursache der betreffenden Erscheinung sei. Das Schema, nach welchem solche Schlüsse stattfinden, wird von Mill als die Methode der Übereinstimmung bezeichnet.

Den Ergebnissen dieser Methode wird, wie Mill ausdrücklich hervorhebt, nur eine verhältnismäßig geringe Wahrscheinlichkeit zuerkannt. Es fragt sich, ob auch hier, wie bei den Anwendungen der Unterschiedsmethode, die den Ergebnissen anhaftende Ungewißheit ausschließlich in der Ungewißheit der Prämissen, oder aber, ob sie ganz oder teilweise im Wesen der Methode selbst begründet sei. Auf diese Frage gibt eine einfache Analyse der vorliegenden Fälle die Antwort. Dieselbe beweist erstens, daß die Ungewißheit der Ergebnisse auch hier mindestens zum Teil von der Ungewißheit der Prämissen herührt; denn je besser es gelingt, diese zu eliminieren, um so mehr schrumpft auch jene zusammen. Im allgemeinen ist es sehr schwierig, sich davon zu überzeugen, daß zwei oder mehrere untersuchte Fälle wirklich nur einen Umstand gemein haben; die Wahrscheinlichkeit, daß dem so sei, wird aber offenbar um so bedeutender, je größer die Zahl der Fälle ist, in welchen man nur diesen einen gemeinsamen Umstand hat auffinden können, und je geringer die Verwandtschaft, welche diese Fälle im übrigen unter sich aufweisen. Dementsprechend finden wir, daß bei der Beurteilung der den Ergebnissen der Übereinstimmungsmethode zuzuerkennenden Wahrscheinlichkeit eben auf diese Momente, also auf die Vielheit und auf die Verschiedenheit der vorliegenden Fälle, ein bedeutendes Gewicht gelegt wird; keineswegs aber finden wir hier (wie bei der Unterschiedsmethode), daß,

wenn alle den Prämissen anhaftende Ungewißheit aufgehoben wäre, auch der Schlußfolgerung vollkommene Gewißheit zukommen würde. Die Geschichte der Wissenschaft beweist, und die Selbstbesinnung bestätigt die allgemeine Tatsache, daß das menschliche Denken, auch wenn es vollkommene Gewißheit darüber haben könnte, daß zwei Fälle ABCD und AEF G nur den einen Umstand A gemein haben, dennoch keine Nötigung empfindet, A als die Ursache eines in diesen Fällen neu eingetretenen Zustandes anzuerkennen, sondern auch für die Möglichkeit, daß etwa in dem einen Falle B, in dem anderen E jenen Zustand verursacht habe, den Zutritt offen hält. Etwaige Gründe oder Ursachen für dieses Verhalten des Denkens anzugeben oder zu suchen, ist hier noch nicht der Ort; wir beschränken uns darauf, die allgemeine Tatsache zu konstatieren, daß bei den Anwendungen der Methode der Übereinstimmung keineswegs bloß eine bereits in den Prämissen liegende Ungewißheit in die Schlußfolgerung hinübertritt, sondern daß hier, unabhängig von dem Gewißheitsgrade der Prämissen, in dem Schlußprozesse selbst eine neue Ungewißheit erzeugt wird. Die bloße Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse gehört demnach zu den wesentlichen Merkmalen der Übereinstimmungsmethode, während sie bei den Anwendungen der Unterschiedsmethode zwar auch regelmäßig vorkommt, aber hier nur dem Einflusse relativ zufälliger, auf unserer mangelhaften Kenntnis des Gegebenen beruhender Umstände zugeschrieben werden muß.

Etwas ausführlicher werden wir von dem dritten, auf die vereinigte Methode der Übereinstimmung und des Unterschieds oder indirekte Unterschiedsmethode sich beziehenden Millschen Gesetze zu handeln haben. Nach der Formulierung, welche Mill demselben gibt, soll, „wenn zwei oder mehrere Fälle, in welchen eine Erscheinung eintritt, nur einen Umstand gemein haben, während zwei oder mehrere Fälle, in welchen dieselbe nicht eintritt, nichts anderes als die Abwesenheit jenes Umstandes gemein haben“, daraus geschlossen werden, daß der betreffende Umstand die Ursache oder Mitursache der betreffenden Erscheinung sei (69). Zur Erläuterung dieses Schlußverfahrens wird von Mill auf die Begründung der Liebigschen Theorie der metallischen Gifte, der Wellsschen Tautheorie und der Brown-Séquardschen Theorie der Leichenstarre hin-

gewiesen (a. a. O. I. 472—494); die Beweiskraft desselben glaubt er (vollkommen strenge Realisierung der Bedingungen vorausgesetzt) derjenigen der Unterschiedsmethode gleichsetzen zu dürfen (a. a. O. I. 508—509).

Demgegenüber läßt sich nun aber verschiedenes bemerken. Erstens ist es klar, was auch Mill anerkennt, daß das so formulierte Gesetz nur einen Spezialfall des ersten Millischen Gesetzes darstellt; denn während nach diesem ein ursächliches Verhältnis zwischen A und W schon angenommen wird, wenn mehrere Fälle, in welchen W eintritt, nur A gemein haben, geschieht nach jenem das nämliche, wenn außer jener ersteren Bedingung auch noch die zweite erfüllt ist, daß mehrere Fälle, in welchen W nicht eintritt, nur das Fehlen von A gemein haben. Dennoch wäre an und für sich, mit Rücksicht auf die größere Gewißheit, welche die indirekte Unterschiedsmethode bietet, die von Mill für dieselbe in Anspruch genommene Sonderstellung wohl begründet; nur daß, eben jener zweiten, die größere Beweiskraft verbürgenden Bedingung zufolge, diese Methode niemals und nirgends im wirklichen Denken Anwendung finden kann. Die Fälle, in welchen W nicht eintritt, sollen nämlich nichts anderes gemein haben als das Fehlen von A; das heißt: außer dem überall fehlenden A darf es keinen Umstand geben, der entweder in allen diesen Fällen vorkäme, oder aber in allen diesen Fällen fehlte¹⁾. Nun ist es aber sofort klar, daß diese zweite Forderung niemals er-

¹⁾ Daß diese Bedingung, sofern die vollständige Gewißheit der Ergebnisse gewahrt werden soll, nötig ist, wird von Mill selbst (a. a. O. I. 508—509) zugestanden und erhellt aus folgendem Beispiel: Wenn ein neuer Zustand unter den Umständen $AB_1C_1D_1 \dots N_1$, sowie unter den Umständen $AB_2C_2D_2 \dots N_2$ eintritt, unter den Umständen $B_3C_3D_3 \dots N_3$, sowie unter den Umständen $B_4C_4D_4 \dots N_4$ aber ausbleibt, so haben die beiden ersteren Fälle nur den Umstand A, die beiden letzteren das Fehlen des A, aber keinen einzigen positiven Umstand gemein; dessenungeachtet ist es vollkommen denkbar, daß der neue Zustand keineswegs durch A, sondern etwa einmal durch B_1 , das andere Mal durch C_2 hervorgerufen wäre. Hätten aber die Fälle, in welchen der neue Zustand ausbleibt, nicht nur keinen positiven, sondern außer dem Fehlen von A auch keinen negativen Umstand gemein, so wäre offenbar eine solche Möglichkeit ausgeschlossen. — Strenggenommen wäre aber auch diese Bedingung noch nicht vollkommen genügend; es muß nämlich auch auf die Möglichkeit zusammengesetzter Ursachen Rücksicht genommen werden. Seien etwa die beiden Fälle, wo der neue Zustand eintritt, wie oben durch die Umstände $AB_1C_1D_1 \dots N_1$ und $AB_2C_2D_2 \dots N_2$, die beiden

füllt ist und niemals erfüllt sein kann. Die Zahl der positiven Umstände ist in jedem gegebenen Falle eine beschränkte; und man kann es für mehr oder weniger wahrscheinlich halten, daß zwei untersuchte Fälle keinen einzigen, oder nur einen positiven Umstand gemein haben. Aber die Zahl der negativen Umstände ist in jedem gegebenen Falle eine unendliche; und es ist undenkbar, daß es zwei Fälle geben sollte, in welchen diese beiden Unendlichkeiten kein einziges Element gemein haben sollten¹⁾. Auch kann man sich leicht davon überzeugen, daß die Millschen Beispiele den in seiner Formel aufgestellten Forderungen keineswegs genügen: die positiven Instanzen haben außer dem er-

Fälle, wo derselbe ausbleibt, aber durch die Umstände $B_1C_2D_1E_2\dots N_1$ und $B_2C_1D_2E_1\dots N_2$ charakterisiert, und denken wir uns durch die Buchstaben $AB_1\dots N_1, B_2\dots N_2$ alle denkbaren Umstände vertreten, so haben die beiden letzteren Fälle außer dem Fehlen des A auch keinen negativen Umstand mehr gemein; dennoch braucht keineswegs A, sondern kann sehr wohl einmal etwa B_1C_1 , das andere Mal D_2E_2 die gesuchte Ursache gewesen sein. — Wenn also der „Joint Method“ die von Mill geforderte zwingende Beweiskraft zukommen sollte, so müßte bewiesen sein, daß außer dem A kein Umstand oder Komplex von Umständen in sämtlichen Fällen, wo der betreffende neue Zustand eintrat, gefehlt hätte. Das ist aber noch einmal eine unmöglich zu erfüllende Forderung.

¹⁾ Mill selbst hat dies beinahe eingesehen. Auf die Frage, ob nicht auch die Reihe der negativen Instanzen schon zum Beweis genüge, antwortet er folgendes: „Though this is true in principle, it is generally altogether impossible to work the Method of Agreement by negative instances without positive ones: it is so much more difficult to exhaust the field of negation than that of affirmation. For instance, let the question be, what is the cause of the transparency of bodies; with what prospect of success could we set ourselves to inquire directly in what the multifarious substances which are not transparent, agree? But we might hope much sooner to seize some point of resemblance among the comparatively few and definite species of objects which are transparent; and this being attained, we should quite naturally be put upon examining whether the absence of this one circumstance be not precisely the point in which all opaque substances will be found to resemble“ (a. a. O. I. 509). Allerdings: wenn man von vornherein wüßte, daß dieselben nur einen Punkt („the point“) gemein haben. — Übrigens ist hier noch zu bemerken, daß die theoretische Gültigkeit der Millschen indirekten Unterschiedsmethode durch die obenstehenden Bemerkungen in keiner Weise getroffen wird. Es gilt eben von dieser Methode (wie etwa von der Carnotschen Maschine), daß sie leicht zu verstehen, aber unmöglich zu verwirklichen ist. Wenn wir uns in den betreffenden Fall hineinversetzen, so sehen wir unschwer ein, daß das Denken sich der entsprechenden Schlußfolgerung nicht würde entziehen können; tatsächlich kommen aber solche Fälle nicht vor und können sie nicht vorkommen.

wählten Umstände gewiß noch viele andere (freien Zutritt der Luft, eine gewisse Grenzen nicht überschreitende Temperatur usw.), die negativen haben außer dem Fehlen desselben noch das Fehlen vieler anderen (etwa der Berührung mit einem beliebigen in der atmosphärischen Luft nicht vorkommenden Gase) gemein gehabt. — Wenn nun aber dennoch in den genannten Fällen unbedenklich auf das Vorhandensein eines ursächlichen Verhältnisses geschlossen wird, so fragt sich, kraft welcher Prämissen und nach welchem Gesetze dieser Schluß vollzogen wird. Wenn wir, um diese Frage zu beantworten, die betreffenden Fälle zusammenhalten, so zeigt sich, daß (abgesehen von der Mitwirkung anderer induktiver und deduktiver Denkprozesse) dieselben wirklich etwas Gemeinsames haben, welches von Mill vollkommen richtig herausgeföhlt und nur unrichtig formuliert worden ist. In jedem derselben beruht nämlich die resultierende Überzeugung auf der vorhergehenden Erkenntnis, daß unter denjenigen (positiven) Umständen, welche überall, wo die Erscheinung eintritt, vorkommen, es nur einen gibt, welcher überall, wo die Erscheinung ausbleibt, fehlt. Und das Gesetz, welches den betreffenden Denkprozeß beherrscht, läßt sich in den früher (S. 289) mitgetheilten Worten aussprechen. Wie leicht ersichtlich, läßt sich dasselbe nicht, wie das Millsche Gesetz, dem auf die Methode der Übereinstimmung sich beziehenden Gesetze als Spezialfall unterordnen; denn während dieses fordert, daß die positiven Instanzen nur einen Umstand gemein haben, läßt jenes die Möglichkeit mehrerer gemeinsamer Umstände offen, fordert aber, daß nur ein einziger derselben in allen negativen Instanzen fehle. — Man kann sich leicht davon überzeugen, daß dieses Gesetz im Leben wie in der Wissenschaft vielfache Anwendung findet, besonders dann, wenn man es mit Ursachen zu tun hat, welche erst nach einiger Zeit, oder mit Teilursachen, welche nur in Verbindung mit anderen verborgenen Ursachen ihre Wirkungen hervorbringen. Auf Tatsachenkomplexe wie diese: daß eine epidemische Krankheit unter denjenigen Bewohnern eines Viertels, welche Wasser aus einem bestimmten Brunnen trinken, heftiger wütet als unter den anderen Bewohnern des nämlichen Viertels; oder daß auf einem mit Chilisalpeter gedüngten Acker die Pflanzen üppiger wachsen als auf einem benachbarten, mit Naturmist gedüngten Acker;

oder daß mehrere Kranke, welche eine bestimmte Arznei genossen haben, verhältnismäßig schnell, andere, welche dieselbe nicht genossen haben, langsamer ihre Gesundheit zurückerlangen, läßt sich weder die direkte Unterschiedsmethode, noch die Methode der Übereinstimmung anwenden: jene nicht, weil sich jede positive von jeder negativen Instanz in mehrfacher Hinsicht unterscheidet; diese nicht, weil sämtliche positive Instanzen mehrere Umstände gemein haben. Dagegen ist es äußerst unwahrscheinlich, daß es in diesen Fällen außer dem Trinkwasser, der Chilisalpeterdüngung oder dem Gebrauche der Arznei noch andere Umstände geben sollte, welche in sämtlichen positiven Instanzen vorkommen, in sämtlichen negativen Instanzen dagegen fehlen; demzufolge nach der indirekten Unterschiedsmethode geschlossen wird, daß wahrscheinlich die erwähnten Umstände Ursachen oder Mitursachen der betreffenden Erscheinungen seien.

Versuchen wir nun hier, wie bei den früher erörterten Methoden, das Verhältnis der den Prämissen und dem Schlußsatze zukommenden Wahrscheinlichkeiten kennen zu lernen, so zeigt sich, daß bei der indirekten Unterschiedsmethode, genau so wie bei der Methode der Übereinstimmung, die Ungewißheit des Ergebnisses zwar zum Teil in der Ungewißheit der Prämissen begründet ist, zu einem anderen Teil aber erst während des Schlußprozesses selbst hervorgebracht wird. Man kann niemals vollständige Gewißheit darüber haben, daß es nur einen Umstand gibt, welcher in allen positiven Fällen vorkommt und zugleich in allen negativen Fällen fehlt; vergegenwärtigt man sich aber den Fall, daß diese vollständige Gewißheit wirklich gegeben wäre, so findet man sich dennoch nicht genötigt, den betreffenden Umstand als die einzig mögliche Ursache anzuerkennen. Man hält es keineswegs für undenkbar, daß irgend eine Erscheinung unter den Umständen ABCD und ABCE eingetreten und unter den Umständen BFG und CHI ausgeblieben sein sollte, während dennoch in den beiden positiven Fällen nicht A, sondern etwa das eine Mal D und das andere Mal E als die Ursache derselben angenommen werden müßte. Die vollständige (wenn auch nur hypothetische) Gewißheit, welche die direkte Unterschiedsmethode gewährt, läßt sich demnach mittels der indirekten Unterschiedsmethode nicht erreichen. Nur in einem dieser Methode sich unterordnenden Spezialfall, welchen wir als

die modifizierte indirekte Unterschiedsmethode bezeichnen können, ließe sich diese vollständige Gewißheit zustande bringen: wenn nämlich, außer der aufgestellten Bedingung eines einzigen in allen positiven Fällen vorkommenden und in allen negativen Fällen fehlenden Umstandes, noch die weitere Bedingung erfüllt wäre, daß sämtliche sonstige Umstände, welche in den positiven Fällen vorkommen, einzeln und in allen möglichen Verbindungen sich auch in einem oder mehreren negativen Fällen nachweisen ließen. Wenn also beispielsweise irgend welche Erscheinung unter den Umständen ABC, ABD und ABE eingetreten, unter den Umständen BCD, BCE und BDE dagegen ausgeblieben wäre, so würde man sich mit einem Gewißheitsgrade, welcher demjenigen der Prämissen völlig gleichkäme, davon überzeugt halten, erstens, daß weder B noch C noch D noch E noch BC noch BD noch BE als die vollständige Ursache, sodann und demzufolge, daß notwendig A als die Ursache oder Mitursache der betreffenden Erscheinung zu betrachten sei. Im wirklichen Denken kommt ein solcher Fall vollkommen rein nur selten vor; dagegen hat die Ausschließung eines Teils der Umstände aus dem Kreise der möglichen Ursachen in Verbindung mit anderen Methoden oft großen Wert für die Feststellung eines ursächlichen Verhältnisses. Der Arzt, welcher die Ursache einer plötzlichen Erkrankung zu erforschen sucht, vermutet, daß dieselbe unter den kurz vorher eingetretenen Umständen gefunden werden muß; indem er einige von diesen auf Grund früherer Erfahrung als unschädlich ausschließt, wird die Auffindung der wahren Ursache in hohem Grade vereinfacht. Daß in ähnlicher Weise die Ausschließung indifferenter Umstände auch bei Anwendung der Übereinstimmungs- oder der direkten Unterschiedsmethode sehr nützlich sein kann, sei es, daß sie die Aufmerksamkeit auf die wahre Ursache hinlenkt, sei es, daß sie die bereits erkannte Wahrscheinlichkeit eines bestimmten ursächlichen Verhältnisses verstärkt, leuchtet ohne weiteres ein.

Was schließlich die Methode der sich begleitenden Variationen betrifft, so lassen sich die Anwendungen derselben teils der direkten, teils der indirekten Unterschiedsmethode unterordnen. Einer oberflächlichen Betrachtung mag dies auffallend erscheinen; denn diese Methode gelangt, wie Mill be-

merkt, hauptsächlich dann zur Anwendung, wenn die von den Unterschiedsmethoden geforderte Elimination bestimmter Umstände sich nicht ausführen läßt. Daß die wahrgenommene Volumvergrößerung eines Körpers durch die demselben mitgeteilte Wärme, daß die Verzögerung der Bewegung eines gestoßenen oder geworfenen Körpers durch den Widerstand umgebender Körper verursacht wird, läßt sich nicht in der Weise demonstrieren, daß dem warmen Körper ein Körper ohne alle Wärme, oder der Bewegung in einem widerstandleistenden Medium eine Bewegung ohne allen Widerstand zur Seite gestellt würde; die Gewißheit oder Wahrscheinlichkeit der betreffenden Sätze kann demnach, wie es scheint, nicht durch die Unterschiedsmethoden begründet sein. Man kann aber wohl wahrnehmen, daß das Volumen eines Körpers sich um so mehr vergrößert, je mehr Wärme demselben zugeführt wird, oder daß die Bewegung eines gestoßenen oder geworfenen Körpers sich um so weniger verzögert, je geringer der Widerstand der umgebenden Körper ist; und eben diese Wahrnehmungen liegen offenbar jenen kausalen Urteilen zugrunde. Bei genauerem Zusehen stellt sich nun heraus, daß sich der vorliegende Denkprozeß vollständig den Unterschiedsmethoden unterordnen läßt, wenn man nur die Wärme oder den Widerstand nicht als einen Umstand, sondern als eine Summe mehrerer Teilumstände in Anschlag bringt. Betrachtet man nämlich zwei gleiche Körper, von denen man dem einen Wärme zuführt, dem anderen aber nicht, und findet man nun, daß jener sich ausdehnt, während dieser sein Volumen behält, so ist allerdings in beiden Fällen Wärme vorhanden; aber dennoch läßt sich vollkommen richtig behaupten, daß sich der erstere Fall von dem zweiten ausschließlich durch die Vermehrung des Wärmequantums unterscheidet, und daraus nach der direkten Unterschiedsmethode schließen, daß diese die Ursache oder Mitursache der Volumvergrößerung ist. Ähnlich verhält es sich mit dem zweiten der oben angeführten Beispiele; in einem dritten dagegen haben wir es augenscheinlich mit einer Anwendung der indirekten Unterschiedsmethode zu tun. Aus der Tatsache, daß die Größe der Magnetnadelschwankungen mit der Anzahl der Sonnenflecken variiert, schließt man auf ein ursächliches Verhältnis zwischen beiden Erscheinungen, obgleich zwei beliebige Perioden mit ver-

schiedenen Magnetnadelschwankungen sich offenbar, außer durch die verschiedene Häufigkeit der Sonnenflecken, noch in vielen anderen Hinsichten voneinander unterscheiden. Wenn man aber genug Beobachtungen gesammelt hat, so kann man es in hohem Grade wahrscheinlich machen, daß die größere Häufigkeit der Sonnenflecken der einzige Umstand ist, welcher sämtlichen Perioden größerer Magnetnadelschwankungen im Vergleich mit sämtlichen Perioden kleinerer Magnetnadelschwankungen zukommt; damit sind aber die Voraussetzungen der indirekten Unterschiedsmethode gegeben und kann die entsprechende Schlußfolgerung ohne weiteres zustande kommen.

Es erhellt aus dem früher Besprochenen, daß die Methode der sich begleitenden Variationen, je nachdem sie in der einen oder in der anderen Form verläuft, zu Ergebnissen führen muß, deren Gewißheit derjenigen der zugrunde liegenden Prämissen gleichkommt oder nicht. Wenn tatsächlich die diesen Ergebnissen zuerkannte Wahrscheinlichkeit eine sehr bedeutende ist, so liegt dies hauptsächlich an dem Umstande, daß sich die Prämissen zu einem sehr hohen Grade der Wahrscheinlichkeit erheben lassen. Es gilt nämlich, wie wir gesehen haben, für beide Unterschiedsmethoden der Satz, daß, je größer die Anzahl der übereinstimmenden Beobachtungen, um so geringer die Wahrscheinlichkeit wird, daß die positiven Fälle sich in mehrfacher Hinsicht allgemein von den negativen Fällen unterscheiden, und um so größer also die Sicherheit, mit welcher auf die Erfüllung der Voraussetzungen der Methode gerechnet werden darf. Nun gestattet aber in vielen Fällen die Methode der sich begleitenden Variationen, viele Experimente gleichsam in ein einziges zusammenzupressen. Wenn die Länge eines allmählich erwärmten Eisenstabes regelmäßig mit der Temperatur wächst; wenn das Wasserniveau zwischen zwei senkrecht in einem sehr scharfen Winkel aufgestellten Glasscheiben die Gestalt einer Hyperbel annimmt; wenn das auf einer schief zur Achse geschliffenen und in der Mitte erwärmten Kristallplatte befindliche Wachs in einer Ellipse um den erwärmten Punkt schmilzt, so lassen sich diese Erscheinungen in so viele Teile zerlegen, als unsere Sinnesorgane und Instrumente uns zu unterscheiden erlauben; demzufolge dann die Wahrscheinlichkeit unbekannter, den bekannten parallel laufender Umstände auf ein Minimum herabgedrückt werden kann.

72. Die formalen Kausalprinzipien. Wir haben in den vorhergehenden Paragraphen die verschiedenen Denkprozesse, welche von der gegebenen Erfahrung zur Annahme kausaler Beziehungen führen, in empirische Gesetze zusammengefaßt, in der Hoffnung, vielleicht aus der tatsächlichen Anwendung der kausalen Begriffe einigen Aufschluß über die eigentliche Bedeutung derselben zu gewinnen. Wir gehen jetzt in der nämlichen Richtung weiter, indem wir versuchen, die Millschen Gesetze entweder auf ein allgemeineres Denkgesetz, oder aber auf die bekannten logischen Gesetze in Verbindung mit verschwiegenen Prämissen zurückzuführen (25).

Vergegenwärtigen wir uns noch einmal die verschiedenen Denkprozesse, auf welche die Millschen Gesetze sich beziehen, so finden wir, daß dieselben sich bei denjenigen Methoden, deren Ergebnissen eine ebenso große Gewißheit wie den Prämissen zukommt, etwas anders gestalten als bei denjenigen, deren Ergebnisse eine geringere Gewißheit als die Prämissen beanspruchen. Allerdings haben beide Denkprozesse die Form disjunktiver Schlüsse, indem sie folgendes Urteil: „Ursache der unter den Umständen $AB \dots Q$ eintretenden Erscheinung W ist entweder A oder B oder \dots oder Q oder irgend eine Kombination aus denselben“, als Obersatz verwenden; der hinzutretende Untersatz hat aber in den beiden Fällen verschiedenen Inhalt und Ursprung. Bei jenen ersteren Methoden (direkte Unterschiedsmethode, Rückstandsmethode, modifizierte indirekte Unterschiedsmethode S. 301) wird derselbe in folgender Weise gewonnen. Durch Erfahrung oder Theorie ist bekannt, daß die Umstände $A \dots P$ sowie sämtliche Kombinationen aus denselben gegeben sein können, ohne daß W eintritt; indem wir nun als feststehend annehmen, daß Umstände, welche gegeben sein können, ohne daß W eintritt, nicht die Ursache von W sein können, schließen wir, daß weder A noch \dots noch P noch eine Kombination aus denselben die Ursache von W sein kann. Durch Verbindung dieser Konklusion mit dem oben formulierten disjunktiven Obersatz entsteht dann das Schlußurteil: Q ist die Ursache oder Mitursache von W . — Außer den Erfahrungsurteilen werden also bei diesen Denkprozessen noch die beiden folgenden Urteile vorausgesetzt:

1. Ursache der unter den Umständen $AB \dots Q$ eintretenden

Erscheinung W ist entweder A oder B oder oder Q oder irgend eine Kombination aus denselben;

2. Umstände, welche gegeben sein können, ohne daß W eintritt, sind nicht die Ursache von W.

Bei der Methode der Übereinstimmung sowie bei der indirekten Unterschiedsmethode nimmt zwar, wie gesagt, der Prozeß einen etwas anderen Verlauf; wir kommen aber zur Erklärung desselben auch hier mit den beiden eben erwähnten Voraussetzungen aus. Es hat nämlich hier die Erfahrung gelehrt, daß mehrere Fälle, in welchen W eintritt, entweder nur einen Umstand überhaupt, oder doch nur einen Umstand, der in mehreren Fällen, in welchen W nicht eintritt, fehlt, gemein haben; und diese Tatsache ermöglicht, in Verbindung mit jenen beiden Voraussetzungen, zwar keinen direkten Schluß, aber doch eine Vergleichung verschiedener Wahrscheinlichkeiten. Betrachten wir das früher aufgestellte Schema der Übereinstimmungsmethode (S. 288.):

ABCD — W

AEFG — W

AHIK — W,

so muß in dem ersten dieser Fälle (nach Voraussetzung 1) entweder A Mitursache von W sein, oder die vollständige Ursache von W muß in den übrigen Umständen BCD gegeben sein. Nun ist aber die mehrfache Koinzidenz von A mit W unter ersterer Annahme notwendig (nach Voraussetzung 2), unter der zweiten dagegen bloß zufällig; und dieser Zufall wird um so unwahrscheinlicher, in je zahlreicheren Fällen die Koinzidenz gegeben ist. Mit der Anzahl dieser Fälle wächst demnach die Wahrscheinlichkeit der ersteren Annahme, nach welcher A Ursache oder Mitursache von W ist, ins Unbegrenzte an. — Ähnlich ergibt sich aus dem Schema der indirekten Unterschiedsmethode (S. 289.):

ABCD — W

ABCE — W

BFG — nicht W

BCH — nicht W,

erstens, daß entweder A Mitursache ist oder BCD bzw. BCE die Ursache in sich enthalten; zweitens, daß jedenfalls B, C oder BC nicht die Ursache ist; drittens, daß für die Annahme, A sei

Ursache oder Mitursache von W, eine größere Wahrscheinlichkeit vorliegt als für die andere, daß einmal D, das andere Mal E die Ursache oder Mitursache von W sein sollte. — Daß wir es aber tatsächlich bei den beiden zuletzt besprochenen Methoden nicht weiter als bis zu dieser Vergleichung der Wahrscheinlichkeiten bringen, beweist, daß wir nicht ebenso ein Bestimmsein der Ursache durch die Wirkung, wie ein Bestimmsein der Wirkung durch die Ursache annehmen. Denn wenn dem so wäre, wenn wir voraussetzten, daß eine Erscheinung, welche einmal ohne das Gegebensein eines bestimmten Umstandes eintritt, niemals durch diesen Umstand verursacht sein kann, so müßte offenbar auch die Gewißheit, welche die Übereinstimmungs- und die indirekte Unterschiedsmethode ergeben, derjenigen ihrer Prämissen gleichkommen.

Von der Methode der sich begleitenden Variationen endlich wissen wir, daß sich die Anwendungen derselben teils der direkten, teils der indirekten Unterschiedsmethode unterordnen lassen.

Wir gelangen also zum Ergebnis, daß die empirischen Gesetze, welche die Entstehung kausaler Urteile aus gegebener Erfahrung beherrschen, sich vollständig auf die logischen Gesetze zurückführen lassen, wenn wir annehmen, daß dem kausalen Denken außer den Erfahrungsdaten noch die beiden oben erwähnten und folgendermaßen allgemein zu formulierenden Voraussetzungen zugrunde liegen:

1. Jede neu eintretende Erscheinung hat unter den ihrem Eintreten vorhergehenden qualitativen und relativen Bestimmungen ihres Subjektes ihre Ursache.

2. Wenn die Ursache einer Erscheinung gegeben ist, muß diese Erscheinung notwendig eintreten.

Oder zusammenfassend: Jeder Veränderung gehen Umstände vorher, aus welchen sie notwendig folgt; diese Umstände nennen wir ihre Ursache.

Wenn wir also den Verlauf unserer bisherigen Untersuchungen kurz zusammenfassen, so finden wir folgendes. Ausgehend von der Tatsache, daß es induktiv ermittelte Urteile gibt, haben wir zuerst gefragt, ob dieselben nach den bekannten logischen Gesetzen aus Erfahrungsprämissen entstanden sein können. Die verneinende Beantwortung dieser Frage führte

zur Alternative: die betreffenden Überzeugungen müssen entweder nach anderen als logischen Gesetzen aus den Erfahrungsprämissen entstanden sein, oder aber es müssen denselben neben den Erfahrungsprämissen noch andere Prämissen zugrunde liegen. Um diese Alternative für eine bestimmte Gruppe induktiver Urteile zur Entscheidung zu bringen, haben wir sodann die Erscheinungen des kausalen Denkens in empirische Gesetze zusammenzufassen versucht, und schließlich gefunden, daß die tatsächliche Geltung dieser Gesetze sich vollständig auf diejenige der logischen Gesetze zurückführen läßt, wenn wir annehmen, daß im kausalen Denken außer den Erfahrungsprämissen auch noch die oben aufgestellten Voraussetzungen als Prämissen mitverwendet werden. Nun finden wir aber in der Tat, daß diese Voraussetzungen, wenn sie auch in der Beweisführung nicht ausdrücklich hervorgehoben zu werden pflegen, dennoch allgemein als richtig anerkannt werden. Die Annahme einer durchgängigen (wenn auch vielfach unbewußten) Mitwirkung jener Voraussetzungen bei der Entstehung unserer kausalen Überzeugungen erweist sich demnach einerseits als vollkommen genügend zur Erklärung derselben; andererseits ist das Vorkommen jener Voraussetzungen im Denken eine *vera causa*, d. h. eine solche, welche auch unmittelbar, abgesehen von den Erscheinungen, welche sie zu erklären bestimmt ist, nachgewiesen werden kann. Wir sind demnach, wie es scheint, vollkommen berechtigt anzunehmen, daß unsere kausalen Überzeugungen in der Tat nach logischen Gesetzen aus jenen Voraussetzungen und den Erfahrungsdaten zustande gekommen sind, m. a. W., daß jene Voraussetzungen und Erfahrungsdaten die elementaren Urteile abgeben, aus welchen sämtliche Urteile über ursächliche Beziehungen zusammengesetzt sind. — Die Entscheidung der Frage, ob außer jenen Voraussetzungen (welche ich die formalen Kausalprinzipien nenne) noch weitere verschwiegene Prämissen das kausale Denken beeinflussen, muß offenbar davon abhängen, ob in der Wissenschaft, außer der von den Millischen Gesetzen beherrschten Feststellung kausaler Verhältnisse, auch über den Inhalt dieser Verhältnisse noch Urteile aufgestellt werden, welche über das in der Erfahrung Gegebene hinausgehen. Diese Frage, sowie auch die andere, inwiefern die verschiedenen Kausalprinzipien auf eine

gemeinsame Grundvoraussetzung des Denkens zurückzuführen seien, und die dritte, ob sich die denselben zukommende Evidenz erklären und rechtfertigen lasse (2, 3), werden wir später ins Auge fassen (75, 77 ff.), nachdem wir zuerst, für einen Augenblick den regelmäßigen Gang unserer Untersuchung unterbrechend, der außerkausalen Induktion unsere Aufmerksamkeit zugewandt haben werden.

73. Die außerkausale Induktion: die Koexistenzgesetze. Wir haben früher (68) die induktiven Urteile nach mehrfachen Gesichtspunkten eingeteilt und sodann (69—72) eine Spezies derselben, die kausalen Urteile, einer eingehenden Untersuchung unterzogen. Nachdem wir die Voraussetzungen, welche, wie die Erfahrung des Denkens beweist, diesen Urteilen zugrunde liegen, kennen gelernt haben, wollen wir jetzt untersuchen, ob auch bei den übrigen induktiven Denkprozessen analoge Voraussetzungen angewandt und anerkannt werden. Offenbar müßte dies der Fall sein, wenn (wie vielfach angenommen wird und auch wir früher als möglich zugelassen haben) sämtliche induktive Denkprozesse koordinierte Anwendungen identischer Prinzipien sein sollten.

Tatsächlich aber ist es nicht der Fall. Wir werden uns leicht davon überzeugen können, wenn wir versuchsweise die betreffenden Voraussetzungen verallgemeinern und mit den Tatsachen des Denkens zusammenhalten.

Die induktiven Urteile im allgemeinen sagen aus, daß, so oft A vorliegt, auch B gegeben ist; wobei A und B alles mögliche bedeuten können. Der Spezialfall der kausalen Urteile unterscheidet sich von diesem allgemeinen Fall dadurch, daß B hier einen neu eintretenden Zustand, A gewisse demselben vorhergehende qualitative und relative Bestimmungen des Subjektes bedeutet. Bei diesem Spezialfall wird nun, wie wir gefunden haben, vorausgesetzt, daß für jedes B ein A (die Ursache desselben) gegeben sein muß, aus welchem es notwendig folgt. Es fragt sich also, ob die nämliche Voraussetzung auch bei der Entstehung anderer induktiven Urteile als mitwirkender Faktor auftritt.

Dies zu ermitteln, stellen wir zuerst den kausalen Urteilen die Koexistenzgesetze gegenüber: induktiv ermittelte all-

gemeine Urteile, bei welchen nicht ein neu eintretender Zustand eines Wirklichen von vorhergehenden Bestimmungen desselben, sondern bleibende Eigenschaften oder Zustände eines Wirklichen von gleichzeitigen Bestimmungen desselben abhängig gesetzt werden. Solche Urteile bilden den Hauptinhalt der beschreibenden Naturwissenschaften; jede Beschreibung einer Tier- oder Pflanzenspezies, eines Minerals oder einer chemischen Substanz gibt davon ein Beispiel. Die Vergleichung dieser Koexistenzurteile mit den kausalen Urteilen ist deshalb so instruktiv, weil wir es hier wie dort mit Überzeugungen zu tun haben, welchen ein ausgedehntes Erfahrungsmaterial zugrunde liegt; demzufolge die äußeren Entstehungsbedingungen dieser beiden Klassen von Urteilen nahezu die nämlichen sind. Dennoch zeigt sich im Verhalten des Denkens diesen beiden Fällen gegenüber ein auffallender Unterschied. Während es undenkbar erscheint, daß irgend eine Erscheinung neu eintreten sollte, ohne daß Umstände, aus welchen sie notwendig folgt, vorhergegangen wären, halten wir die entsprechende Annahme, daß irgend ein Merkmal vorkommen sollte, ohne daß andere Merkmale, mit welchen jenes notwendig verbunden ist, gleichzeitig gegeben wären, keineswegs apriori für unzulässig. Diejenige Oberflächenbeschaffenheit der Körper, welche wir als rote Farbe wahrnehmen, kommt tatsächlich mit manchen Gruppen von Merkmalen regelmäßig zusammen vor; dennoch behauptet niemand, es müßten jedesmal, wenn diese Oberflächenbeschaffenheit gegeben ist, auch andere Merkmale gegeben sein, mit welchen sie regelmäßig verbunden wäre. So oft dagegen irgend ein Ding rot wird, also die betreffende Oberflächenbeschaffenheit entsteht, wird sofort angenommen, es müsse dieses Ding vorher qualitativ und relativ in einer Weise bestimmt gewesen sein, welche, so oft sie sich auch wiederholen sollte, jedesmal die nämliche Veränderung ergeben würde. Darum sind wir auch zwar fest davon überzeugt, daß unter gegebenen Umständen nur ein bestimmter neuer Zustand eintreten kann; es scheint uns aber keineswegs in gleicher Weise gewiß, daß mit gegebenen Merkmalen nur ein bestimmter Komplex weiterer Merkmale zusammengehen könne. Dieser Unterschied leuchtet am deutlichsten ein, wenn man sich erinnert, wie sich das Denken Ausnahmen von

Kausalgesetzen gegenüber, und wie es sich Ausnahmen von Koexistenzgesetzen gegenüber verhält. Wirkliche Ausnahmen von Kausalgesetzen erscheinen uns einfach unmöglich; wo solche in der Erfahrung vorkommen scheinen, schließen wir sofort, daß unsere Kenntnis der Umstände eine mangelhafte gewesen sein muß. Wenn eine Arznei A_1 , unter den Umständen $A_2, A_3 \dots A_n$ angewendet, regelmäßig eine Wirkung W herbeigeführt hat, bei erneuerter Anwendung aber diese Wirkung ausbleibt, so behaupten wir mit axiomatischer Gewißheit, daß die jetzigen Umstände von den früheren in irgend welcher Weise verschieden gewesen sein müssen. Dagegen, wenn ein Koexistenzgesetz eine Ausnahme erleidet, würde es für ungereimt gelten, analoge Behauptungen aufzustellen. Für gewöhnlich sind Raben schwarz und Kleeblätter dreizählig; das heißt, mit den sonstigen Merkmalen $A_1 \dots A_n$ der Raben ist regelmäßig die schwarze Farbe, mit den sonstigen Merkmalen $B_1 \dots B_n$ des Klees regelmäßig die Dreizahl der Blätter verbunden; wenn aber einmal ein weißer Rabe oder ein vierzähliges Kleeblatt vorkommt, fällt es niemandem ein, zu fordern, daß nun auch in jenen sonstigen Merkmalen notwendig irgend welche Abweichung von der Norm gegeben sein müsse. Nun wechseln wir aber unseren Standpunkt und betrachten den Raben oder die Kleepflanze als geworden, und sofort ist die kausale Betrachtungsweise mit ihrem Postulate absoluter Regelmäßigkeit wieder da. Niemand wird bezweifeln, daß in der Entstehungsgeschichte jener Monstra Umstände vorgekommen sein müssen, welche von den gewöhnlichen abweichen; und daß, so oft diese Umstände sich in gleicher Weise wiederholen, sie die nämliche Abnormität erzeugen werden.

Wenn demnach zu den Voraussetzungen, welche der kausalen Induktion zugrunde liegen, Analoga für Koexistenzverhältnisse nicht vorliegen, so läßt sich auch von vornherein vermuten, daß die auf diese Voraussetzungen sich stützenden Methoden des kausalen Denkens hier nicht in gleicher Weise wie dort Anwendung finden werden. In der Tat wird diese Vermutung durch die nähere Untersuchung vollkommen bestätigt. Allerdings könnte es bei oberflächlicher Betrachtung scheinen, als ob es anders wäre: daß alle Wiederkäuer gespaltene Klauen besitzen, scheint nach der Übereinstimmungsmethode —, daß

weißhaarige blauäugige Katzen taub sind, nach der indirekten Differenzmethode —, daß, je höher die Intelligenz, um so größer die Zahl der Hirnwindungen ist, nach der Methode der sich begleitenden Variationen geschlossen zu werden. Sehen wir aber genauer zu, so stellt sich heraus, daß die Anwendung dieser Methoden im Gebiete der Koexistenzverhältnisse sich von der Anwendung derselben im Gebiete der Kausalverhältnisse in höchst charakteristischer, wenn auch oft übersehener Weise unterscheidet. Und zwar liegt der Unterschied darin, daß eben die Umstände, welche dort einen zwingenden Beweis ermöglichen, hier wirkungslos bleiben. Wenn wir vermuten, daß A die Ursache oder Mitursache von W sei, weil mehrere Fälle, in welchen W eintritt, nur A gemein haben, oder weil dieselben zwar mehrere Umstände gemein haben, von diesen aber nur A in mehreren Fällen, in welchen W nicht eintritt, fehlt, so läßt sich diese Vermutung bedeutend verstärken, günstigstenfalls selbst zur Gewißheit erheben, wenn es uns gelingt nachzuweisen, daß die sonstigen dem Eintreten von W vorhergehenden Umstände, von A getrennt, weder einzeln noch verbunden W erzeugen (S. 301.). Stehen wir aber Koexistenzverhältnissen gegenüber, so läßt uns dieses Hilfsmittel vollständig im Stich. Wenn wir auch vollste Gewißheit darüber hätten, daß keines der Merkmale, welche den Wiederkäuern neben dem Merkmale des Wiederkauens zukommen, mit dem Besitze gespaltener Klauen regelmäßig verbunden ist, so wäre damit die Wahrscheinlichkeit, daß wir niemals ein wiederkauendes Tier ohne gespaltene Klauen entdecken werden, um kein Haar größer als jetzt. Und wenn es außer Zweifel stünde, daß hundert taube Katzen außer der Weißhaarigkeit und Blauäugigkeit kein Merkmal, welches regelmäßig mit Taubheit zusammengeht, gemein hätten, so bliebe es dennoch ungewiß, ob nicht später einmal eine weißhaarige und blauäugige, aber hörende Katze sich unserer Beobachtung darbieten würde. Vollends die direkte Unterschieds- und die Rückstandsmethode haben für die Ermittlung von Koexistenzsätzen nicht die geringste Bedeutung. Selbst wenn es möglich wäre, vollkommene Gewißheit darüber zu bekommen, daß eine taube und eine hörende Katze sich des weiteren nur durch die Weißhaarigkeit und Blauäugigkeit der ersteren voneinander unterscheiden, so würde dennoch diese eine Tatsache

an und für sich der Vermutung einer regelmäßigen Verbindung der genannten Eigenschaften nicht nur keine Gewißheit, sondern selbst keine Wahrscheinlichkeit zu verleihen imstande sein. — Offenbar sind alle diese Verschiedenheiten zwischen der Induktion von Kausalgesetzen und Koexistenzgesetzen darauf zurückzuführen, daß die Voraussetzungen, welche der kausalen Induktion zugrunde liegen, hier fehlen.

Wenn also weder zu den Voraussetzungen, noch zu den Methoden der kausalen Induktion exakte Analoga für das Gebiet der Koexistenzverhältnisse existieren, so erhebt sich die Frage, in welcher Weise dann die induktive Verallgemeinerung solcher Verhältnisse zustande kommt. Die Antwort muß einfach lauten: durch bewußte oder unbewußte Vermittlung kausaler Induktion. Wenn wir irgend ein Koexistenzverhältnis über die Grenzen der vorliegenden Erfahrung hinaus verallgemeinern, so ist das eben darin begründet, daß wir das gegebene Koexistenzverhältnis als das Resultat gegebener oder nicht gegebener Kausalverhältnisse betrachten. Alle uns bekannten Wiederkäufer haben gespaltene Klauen; wir vermuten, daß das nämliche auch von den unbekanntem gelten wird, einmal, weil wir bei Exemplaren der verschiedensten Spezies das Verhältnis bestätigt gefunden haben und wissen, daß die nichtuntersuchten mit den untersuchten Exemplaren durch ein bekanntes, gleiche Organisation bedingendes Kausalverhältnis, nämlich durch gemeinsame Abstammung, verbunden sind; sodann, weil die regelmäßige Koinzidenz der beiden Eigenschaften uns vermuten läßt, daß denselben ontogenetisch und phylogenetisch eine gemeinsame Ursache zugrunde liege. Sämtliche auf ihre Kristallform untersuchten Quarzstücke gehörten dem hexagonalen Systeme an; wir erwarten, daß es sich mit den anderen ebenso verhalten wird, weil wir es für wahrscheinlich halten, daß die Gestalt der Quarzkristalle durch die chemische Zusammensetzung derselben in irgend welcher Weise kausal bedingt sei. Mit der weißen Farbe des Zuckers war oft ein süßer Geschmack verbunden; wir erwarten für die Zukunft das gleiche, weil wir vermuten, daß es eine Substanz ist, welche die Empfindungen des Weißen und des Süßen in uns hervorruft. — Die Wahrheit dieser Auffassung wird nicht nur durch die Selbstbesinnung verbürgt, sondern sie wird auch durch die Tatsache bestätigt, daß dieselbe

in gleichem Maße von der Möglichkeit wie von den Schranken der induktiven Verallgemeinerung auf diesem Gebiete Rechenschaft abzulegen imstande ist. Wenn wir in der Tat die regelmäßig wahrgenommene Verbindung zweier Merkmale nur deshalb verallgemeinern, weil wir diese Merkmale als entstanden und die Entstehung derselben als die Wirkung einer gemeinsamen Ursache auffassen, so sind erstens diese Auffassung selbst und der darauf gegründete Schluß vollkommen verständlich; denn genau so wie bei der Anwendung der Übereinstimmungs- und indirekten Unterschiedsmethode (S. 205—306) wird hier eine Vermutung, welche die regelmäßige Koinzidenz erklärt, für wahrscheinlicher gehalten als eine andere, nach welcher sie rein zufällig stattgefunden hätte. Zweitens aber ist es nicht minder verständlich, daß jene Verallgemeinerung niemals zu vollständig gewissen Ergebnissen führen kann; denn die Voraussetzungen des kausalen Denkens (72) gestatten zwar den Schluß von der Gleichheit der Ursachen auf die Gleichheit der Wirkungen, keineswegs aber den umgekehrten von der Gleichheit der Wirkungen auf die Gleichheit der Ursachen. Genau besehen haftet demzufolge den induktiv gewonnenen Koexistenzurteilen sogar eine doppelte Unsicherheit an, welche auch die exakteste der induktiven Methoden, die Differenzmethode, unter den allgünstigsten Verhältnissen nicht aufheben kann. Wenn wir nämlich ein Merkmal P mit den Merkmalen ABC nicht, mit den Merkmalen ABCD dagegen wohl zusammenfinden, so würden wir mit vollständiger Gewißheit nur dann auf die regelmäßige Verbindung von P und D schließen dürfen, wenn wir erstens wüßten, daß im zweiten Fall P und D durch eine gemeinsame Ursache entstanden sind, sodann, daß in einem neuen Fall D nicht durch eine andere, P nicht miterzeugende Ursache entstehen kann. Beides aber bleibt fraglich und kann nur durch die große Zahl der vorliegenden Beobachtungen mehr oder weniger wahrscheinlich gemacht werden. Wir finden dementsprechend (was wir als eine letzte charakteristische Verschiedenheit zwischen kausaler und Koexistenzinduktion hervorheben), daß hier auf die Anzahl der beobachteten Fälle ein viel größeres Gewicht gelegt wird als dort. Während die Differenzmethode im günstigsten Fall aus zwei Beobachtungen ein vollkommen gewisses Urteil über ein Kausalverhältnis ab-

zuleiten erlaubt, findet die induktive Verallgemeinerung von Koexistenzverhältnissen unter keinen Umständen statt, wenn nicht zahlreiche, auf gleiche oder doch auf analoge Fälle sich beziehende Beobachtungen vorliegen.

74. Die weiteren Fälle außerkausaler Induktion. Ich habe mich bei der Induktion von Koexistenzverhältnissen etwas länger aufgehalten, um mich bei der Besprechung der weiteren Fälle außerkausaler Induktion, auf dort Gesagtes zurückverweisend, um so kürzer fassen zu können. Bei sämtlichen Fällen außerkausaler Induktion finden wir nämlich die Verhältnisse, welche wir bei der Induktion von Koexistenzurteilen kennen gelernt haben, im wesentlichen unverändert wieder. Das heißt also: es fehlen die Analogia zu den Voraussetzungen des kausalen Denkens; die Gewißheit der Ergebnisse bleibt hinter derjenigen der Prämissen zurück; und die Beweisführung findet durch bewußte oder unbewußte Vermittlung kausaler Induktionen statt. Zur Bestätigung dieser Sätze wird eine kurze Umschau unter den verschiedenen Fällen außerkausaler Induktion genügen.

Betrachten wir zuerst diejenigen allgemeinen Urteile, welche man als umgekehrte Kausalgesetze bezeichnen könnte, insofern bei denselben nicht ein qualitativ und relativ bestimmtes Wirkliches als Subjekt, ein nachher eintretender neuer Zustand desselben als Prädikat, sondern umgekehrt das eine Veränderung erleidende Wirkliche als Subjekt, die vorhergehenden qualitativen und relativen Bestimmungen desselben als Prädikat auftreten. Solche Urteile sind beispielsweise folgende: wer an Typhus erkrankt, ist infiziert worden; wo es raucht, da ist Feuer; wenn blaues Lackmuspapier sich rot färbt, so wirkt eine Säure darauf ein, usw. Bei der Begründung solcher Sätze ist nun offenbar, genau so wie bei der Begründung von Koexistenzurteilen, von selbständigen Voraussetzungen, welche denjenigen der kausalen Urteile analog wären, keine Rede: weder nehmen wir an, daß jeder beliebige Komplex von Umständen eine Veränderung erzeugen müsse, noch auch, daß jede eintretende Veränderung mit Notwendigkeit einen bestimmten Komplex von Umständen voraussetze. Dagegen sind es offenbar auch hier wieder vermutete oder gewußte kausale Verhältnisse und also in letzter Instanz die bekannten Voraussetzungen des kausalen

Denkens, welche die größere oder geringere Gewißheit jener Sätze verbürgen. Wir wissen, daß eine bestimmte Infektion Typhus, daß bestimmte Feuererscheinungen Rauch, daß Berührung mit Säuren eine rote Färbung des Lackmuspapiers erzeugt; wir kennen keine anderen Ursachen, welche die nämlichen Wirkungen hervorbringen, und wir schließen daraus, daß solche andere Ursachen wahrscheinlich nicht, oder doch nur sehr selten vorkommen. Treten demnach die betreffenden Erscheinungen auf, so schließen wir erstens mit Gewißheit (nach der ersten Voraussetzung des kausalen Denkens), daß dafür eine Ursache gegeben sein muß, und zweitens mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit, daß diese Ursache eher die bekannte als eine etwaige unbekanntere sein wird. Die wichtige Tatsache aus der Erfahrung des Denkens, daß zwar von der Ursache auf die Wirkung mit Sicherheit, von der Wirkung auf die Ursache aber nur mit Wahrscheinlichkeit geschlossen werden kann, findet eben in diesem Sachverhalt ihre Erklärung.

Ähnliches gilt auch von den reinen Zeit- und Orts-, sowie von den räumlich oder zeitlich beschränkten Koexistenzgesetzen. Bei allgemeinen Urteilen über die in der Polarzone lebenden oder über die in der Tertiärzeit gelebt habenden Tiere, bei Sprachgesetzen mit räumlich und zeitlich beschränktem Geltungsgebiet, bei astronomischen, meteorologischen und physiologischen Periodizitätsgesetzen lassen sich, ebensowenig wie bei den anderen außerkausalen Urteilen, Voraussetzungen entdecken, welche denjenigen der kausalen Urteile entsprechen. Und hier, ebenso wie dort, sind es immer wieder als wahr oder wahrscheinlich erkannte Kausalurteile, welche die Verbindung zwischen den gegebenen Tatsachen und dem resultierenden allgemeinen Urteile zustande bringen. Wir schließen von den bekannten auf die unbekannteren Tiere einer Gegend oder einer Zeit, weil wir in gemeinschaftlichen klimatischen und anderen Verhältnissen oder in der gemeinschaftlichen Abstammung die Ursachen ihrer Eigenart vermuten; wir verallgemeinern Regelmäßigkeiten der Sprachwandlung, welche wir bei bestimmten Völkern in bestimmten Perioden antreffen, über die gegebenen Fälle hinaus, weil wir allgemeine Ursachen (etwa physiologische Veränderungen oder den Einfluß benachbarter Völker) annehmen, welche dieselben bedingen; wir erwarten auch für die Zukunft

die regelmäßige Wiederholung oft wahrgenommener periodischer Erscheinungen, weil wir dieselben durch Reihen von Ursachen und Wirkungen, welche schließlich wieder zum Anfangszustand zurückführen, erklären. Und (was ganz besonders bemerkt zu werden verdient) dieser Schluß ist keineswegs davon abhängig, daß wir über die Art der vorliegenden Kausalverhältnisse etwas wissen oder vermuten. Wir brauchen nur zu wissen oder zu vermuten, daß wir es mit Erscheinungen zu tun haben, welche entstanden sind, um erstens mit Gewißheit zu schließen, daß es Ursachen für dieselben gegeben haben muß, zweitens mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit, daß diesen Ursachen für die betreffenden Zeit- und Raumgebiete eine allgemeine Bedeutung zukommt. Natürlich wird aber die Einsicht in die Kausalverhältnisse, welche die wahrgenommenen Regelmäßigkeiten bedingen, den darauf sich beziehenden Überzeugungen eine größere Intensität verleihen, als sonst zu erreichen möglich wäre.

Sagen wir zuletzt noch ein Wort über diejenigen Sukzessionsgesetze, bei welchen die vorhergehende und die nachfolgende Erscheinung nicht als Ursache und Wirkung bezeichnet werden (69). Es gehören hierher an erster Stelle diejenigen Gesetze, bei welchen Antezedens und Sequens nicht verschieden, sondern gleich sind, welche also nur behaupten, daß irgend ein Zustand oder Prozeß sich ohne äußere Einwirkung unverändert erhält. Der Grund, weshalb wir hier die kausalen Termini nicht anwenden, soll später aufgedeckt werden (82); daß aber die unbedingte Allgemeinheit, welche wir diesen Gesetzen zuerkennen, in gleicher Weise motiviert ist wie bei den Kausalgesetzen, läßt sich schon hier einsehen. Wenn wir einen sich gleichbleibenden Zustand oder Prozeß wahrnehmen, so leiten wir daraus nach den Voraussetzungen des kausalen Denkens erstens ab, daß keine Ursachen für eine Veränderung gegeben sind; sodann, daß, sofern nicht Ursachen von außen hinzukommen, auch weiterhin keine Veränderung eintreten wird. Wir haben also an jenen Voraussetzungen genug, um die Verallgemeinerung der betreffenden Wahrnehmungen zu erklären. — Was schließlich die weiteren früher angeführten außerkausalen Sukzessionsgesetze betrifft (S. 286), so läßt sich die Weigerung des Denkens, sie als kausale Urteile anzuerkennen, jetzt wenigstens

zum Teil erklären. Denn die Voraussetzungen des kausalen Denkens fordern für jede neu eintretende Erscheinung eine, und zwar nur eine Ursache; gehen also einer Erscheinung mehrere Umständekomplexe vorher, deren jedem sie regelmäßig folgt, so kann nur einer derselben die Ursache sein. In sämtlichen betreffenden Fällen wird nun gewußt oder vermutet, daß es außer den genannten noch andere Umständekomplexe gibt, denen regelmäßig die neue Erscheinung folgt; sodann, daß jene ersteren Umständekomplexe im allgemeinen nicht, oder daß diese anderen im allgemeinen wohl Erscheinungen von der betreffenden Art verursachen; und daraus wird dann abgeleitet, daß auch in dem vorliegenden Falle diese, nicht jene, als Ursache anzunehmen sind. Daß wir aber auch jenen nicht als kausale anerkannten Sukzessionsgesetzen allgemeine Geltung zuschreiben, rührt wieder einfach daher, daß wir die wahrgenommene regelmäßige Sukzession doch wieder auf die Wirksamkeit kausaler Gesetze zurückführen, indem wir die beiden regelmäßig verbundenen Erscheinungen als Wirkungen einer gemeinsamen, bekannten oder unbekanntenen Ursache auffassen. Wir schließen aus dem Fallen des Barometers auf den bevorstehenden Sturm, weil wir in den atmosphärischen Druckverhältnissen —, aus der Morgendämmerung auf den herannahenden Sonnenaufgang, weil wir in dem Stand der Sonne die gemeinsame Ursache beider Erscheinungen erblicken; der Abergläubische nimmt an, daß der angebliche Prophet von der weltlenkenden Macht inspiriert, oder das angebliche Vorzeichen von derselben hervorgerufen sei, usw. Wir haben es demnach bei Ableitungen dieser Art immer mit einem doppelten Schluß zu tun, indem einmal aus der wahrgenommenen Wirkung auf die mutmaßliche Ursache, sodann aus dieser auf die bevorstehende Wirkung geschlossen wird. Dementsprechend ist vollständige Gewißheit, selbst unter den günstigsten Umständen, auch hier niemals zu erreichen; was nach dem Vorhergehenden keiner weiteren Erklärung bedarf.

Das Vorhergehende (73, 74) kurz zusammenfassend, finden wir, daß die außerkausale Induktion in ihrem ganzen Umfange der kausalen Induktion nicht nebengeordnet, sondern untergeordnet ist, indem sie sich voll und ganz auf dieselbe zurückführen läßt. Auch der mehr oder weniger ausgeprägte Notwendigkeitscharakter, welcher den außerkausalen

Gesetzen zukommt, ist ohne Rest den zugrunde liegenden kausalen Verhältnissen entlehnt. Jeder außerkausale Induktionsprozeß ist ein logischer Schluß, welchem außer den Erfahrungsdaten nur die Voraussetzungen der kausalen Induktion als Prämissen zugrunde liegen.

75. Die materialen Kausalprinzipien. Unsere bisherigen Untersuchungen haben das Problem des induktiven Denkens zwar noch bei weitem nicht gelöst, aber doch in hohem Grade vereinfacht. Es wurde nachgewiesen, daß sämtliche Arten des induktiven Denkens sich auf eine derselben, nämlich auf die kausale Induktion, und daß diese sich wieder auf bestimmte tatsächlich nachweisbare Voraussetzungen des Denkens vollständig und ohne Rest zurückführen läßt. Wir können also jetzt die verschiedenen außerkausalen Induktionsprozesse beiseite lassen und uns ausschließlich mit der Frage beschäftigen, was denn eigentlich mit den kausalen Begriffen gemeint, und in welcher Weise die Gewißheit der sich darauf beziehenden Voraussetzungen zu erklären sei.

Zur Beantwortung dieser Frage bieten die vorhergehenden Untersuchungen noch keineswegs genügendes Material. Wir wissen zwar, daß mit dem Worte „Ursache“ gewisse dem Eintreten eines neuen Zustandes vorhergehende qualitative und relative Bestimmungen des Subjektes desselben gemeint sind, welche, so oft sie sich wiederholen, das Eintreten des nämlichen Zustandes bedingen; und diese Definition ist als solche der weiteren erkenntnistheoretischen Erklärung weder fähig noch bedürftig (26). Aber wir wissen auch, daß das Denken mit unerschütterlicher Gewißheit zu jedem neu eintretenden Zustande eine solche Ursache voraussetzt; und hier haben wir es ohne Zweifel mit einem synthetisch-apriorischen Urteile zu tun. Denn weder ist in dem Begriffe eines neu eintretenden Zustandes der Begriff der Ursache enthalten, noch ist uns die Notwendigkeit und Allgemeinheit des ursächlichen Verhältnisses in der Erfahrung gegeben. Wie aber die tatsächliche Gewißheit dieses synthetisch-apriorischen Urteils zu erklären sei, läßt sich ohne Herbeiziehung weiteren Materials nicht leicht einsehen.

Dieses Material ist uns nun in einigen weiteren hochwichtigen Tatsachen des Denkens gegeben. Es beweist näm-

lich die Geschichte der Wissenschaft, daß die nach den Millischen Methoden ermittelten Kausalgesetze keineswegs immer als einfacher Ausdruck gegebener Verhältnisse hingenommen, sondern vielmehr in den allermeisten Fällen als bloß provisorische, selbst der Erklärung bedürftige, „empirische Gesetze“ aufgestellt werden; während sodann die geforderte Erklärung entweder durch Einschaltung vermittelnder Zwischenglieder oder durch hypothetische Annahmen über die den Erscheinungen zugrunde liegenden Dinge zustande gebracht werden muß. Allerdings ist bei verschiedenen Forschern und zu verschiedenen Zeiten das Interesse für solche hypothetische Erklärungen ein verschiedentlich großes. In der Geschichte der Wissenschaft wechseln Perioden übermäßigen Vertrauens mit solchen übermäßiger Vorsicht; während der ersteren vergißt man, daß den aufgestellten Hypothesen nur eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit, niemals aber vollständige Gewißheit zukommen kann; die anderen werden meistens durch die Entdeckung neuer Tatsachen eingeleitet, welche den alten Hypothesen nicht entsprechen und dadurch leicht einen allgemeinen Zweifel an der Möglichkeit, auf hypothetischem Wege zuverlässige Resultate zu erreichen, hervorrufen. Demzufolge beschränkt man sich dann zeitweilig darauf, Tatsachen festzustellen und dieselben unter möglichst allgemeine und exakte Gesetze zusammenzuordnen; glaubt auch wohl, darin das höchste Ziel wissenschaftlichen Forschens erblicken zu müssen, und verurteilt alle weitergehenden Versuche als müßige Spekulationen. So machten es etwa die Newtonianer nach dem Untergange der cartesianischen Naturphilosophie, und so machen es die Physiker der Jetztzeit, nachdem die Zuverlässigkeit der mechanischen Konstruktionen des 19. Jahrhunderts wieder in Frage gestellt worden ist. Aber nur zeitweilig, nicht auf die Dauer läßt sich das Erklärungsbedürfnis zurückdrängen; stets wieder erhebt sich die Forderung, nicht nur zu erkennen, daß, sondern auch, warum die Erscheinungen nach jenen Gesetzen zusammenhängen, also, nach einem bekannten Ausspruch Lotzes, „den Weltlauf zu verstehen und ihn nicht bloß zu berechnen“. — Fragt man nun aber, was mit diesem „Verstehen“ eigentlich gemeint sei, durch welche Merkmale sich also die in der Erfahrung gegebenen, der

Erklärung bedürftigen „empirischen“, und die gesuchten, keiner Erklärung mehr bedürftigen „rationalen“ Gesetze voneinander unterscheiden, so läßt sich diese Frage nicht so ohne weiteres beantworten; daß jedoch der betreffende Unterschied nicht, wie man vielfach annimmt, mit demjenigen zwischen Gesetzen von geringerer und größerer Allgemeinheit, Einfachheit oder Sicherheit zusammenfällt, erhellt aus der Tatsache, daß für einige der allgemeinsten, einfachsten und bestbeglaubigsten Gesetze (wie für das Gravitationsgesetz und die psychophysischen Gesetze) mit unermüdlichem Eifer eine Erklärung gesucht, oder doch das Fehlen derselben als eine bedenkliche Lücke im Systeme unseres Wissens empfunden wird. Wir haben bei diesen Gesetzen das deutliche Gefühl, daß etwas an unserer Einsicht fehlt; daß, wenn die Natur der Ursachen mit demjenigen, was wir davon vorstellen, erschöpft wäre, daraus unmöglich die entsprechenden Wirkungen hervorgehen könnten; und wir versuchen entweder auf direktem oder hypothetischem Wege unsere Vorstellung zu ergänzen, oder wir reden von „Grenzen des Naturerkennens“. Diese Tatsachen sind äußerst interessant; sie führen von selbst zur Frage, welche bewußte oder unbewußte Kriterien darüber entscheiden, ob ein empirisch ermitteltes Kausalverhältnis als definitives Ergebnis akzeptiert, oder als ein zu erklärendes oder unerklärbares Problem beiseite gestellt wird. Die Antwort liegt in dem Nachweis, daß neben den früher besprochenen formalen noch gewisse materiale Kausalprinzipien dem naturwissenschaftlichen Denken zugrunde liegen: Voraussetzungen, welche sich nicht auf das Wann, sondern auf das Wie, nicht auf das Dasein, sondern auf Inhalt und Wesen der ursächlichen Verhältnisse beziehen. Von diesen Voraussetzungen, welche ohne Erfahrungsgrundlage, oft selbst der widerstreitenden Erfahrung zum Trotz, aufgestellt und behauptet worden sind, hat man stets intuitiv gefühlt, daß sie in den kausalen Begriffen selbst begründet seien, wenn es auch nicht möglich war, die Art und Weise dieser Begründung sich zu klarem Bewußtsein zu bringen. Wir dürfen demnach hoffen, indem wir unsere weitere Untersuchung auf diese Voraussetzungen richten, daraus über den eigentlichen Inhalt der „verworrenen“ ursächlichen Begriffe etwas Näheres zu erfahren.

Die nachfolgende, nicht aus allgemeinen Prinzipien deduzierte, sondern aus den Tatsachen des Denkens induzierte Zusammenstellung materialer Kausalprinzipien kann natürlich keine Vollständigkeit beanspruchen. Dennoch wird sie zur Ermittlung einiger wichtigen Merkmale der ursächlichen Begriffe hinreichen.

Wir betrachten zuerst das Prinzip der zeitlichen Beziehung zwischen Ursache und Wirkung. Was wir durch Anwendung der Millschen Methoden als Ursache und Wirkung kennen gelernt haben, liegt oft zeitlich weit auseinander. Als Ursache meines heutigen Unwohlseins kenne ich meine gestrige Unmäßigkeit; daß ich morgen wiederhergestellt bin, wird die Wirkung der heute genossenen Arzneimittel sein. Die Ursache der guten oder schlechten Ernte liegt in der reichlichen Düngung, im ausgiebigen Regen, in Sonnenbrand oder Hagelwetter, kurz in Umständen, welche oft der Wirkung um mehrere Monate vorhergehen. Der Holzstoß brennt, weil vor einer Stunde Feuer hineingeworfen wurde; ein Haus stürzt heute ein, weil gestern ein Erdbeben gewesen ist. Die Erzeugung des Schalls, des Lichtes, der Wärme geht der Einwirkung desselben auf die Sinnesorgane um eine meßbare Zeit voran. So verhält es sich überall; die Wahrnehmung der Umstände, welche wir auf Grund der Erfahrung und der Millschen Gesetze als Ursachen bezeichnen, ist immer von der Wahrnehmung der entsprechenden Wirkungen durch eine längere oder kürzere, stets endliche Zeit getrennt. Aber das Denken nimmt keineswegs diese gegebenen Verhältnisse einfach als solche hin. Es setzt vielmehr mit apriorischer Gewißheit zeitliche Kontiguität zwischen Ursache und Wirkung voraus; und wo die Erfahrung eine solche nicht bietet, weigert es sich, diese Erfahrung als eine vollständige und definitive anzuerkennen. Allerdings: über die Frage, ob zwischen Ursache und Wirkung in letzter Instanz ein Gleichzeitigkeits- oder ein unmittelbares Sukzessionsverhältnis angenommen werden muß, herrscht Streit; und auf diesen Streit kommen wir später zurück (83). Aber die dritte Möglichkeit, diejenige eines mittelbaren Sukzessionsverhältnisses, erscheint von vornherein als ausgeschlossen. Daß zwischen der vollständigen Ursache und ihrer Wirkung eine Zeit, in welcher nichts geschähe, verfließen sollte, scheint ebenso undenkbar, ebenso unvereinbar mit dem Begriffe des ursächlichen Verhältnisses, als daß etwa

die Ursache nach der Wirkung kommen sollte. Wo aber die Erfahrung uns einen Fall vorführt, in welchem es sich scheinbar so verhält, da werden so lange Mittelglieder zwischen Ursache und Wirkung gesucht oder vorausgesetzt, bis die Kontiguität wiederhergestellt ist. Die wahrgenommenen Erscheinungen U und W werden als der Anfangs- und Endpunkt einer Reihe von ursächlichen Verhältnissen betrachtet; etwa so, daß U einen Prozeß einleitet, welcher nach einiger Zeit einen neuen als Ursache auftretenden Umstandekomplex erzeugt, mit dem sich das gleiche wiederholt, und so weiter, bis die endliche Wirkung W erzielt worden ist. Und dabei denkt man sich jede einzelne Wirkung in unmittelbarer zeitlicher Berührung mit ihrer Ursache, während die Zeiträume zwischen je zwei Kausalwirkungen durch unverändert fortlaufende Prozesse ausgefüllt werden. — Daß nun diese Forderung strenger Kontiguität, diese unbedingte Verwerfung eines leeren Zeitraumes zwischen Ursache und Wirkung apriorischer Natur ist, scheint nicht zu bezweifeln. Denn erstens pflegt man sich zur Begründung derselben immer wieder auf den Inhalt der Begriffe, nicht aber auf die Erfahrung zu berufen; und zweitens bietet die Erfahrung, wie wir gesehen haben, in weitaus den meisten Fällen merkliche Diskontiguität, während sie andererseits eine wirklich exakte Kontiguität offenbar selbst nicht würde gewährleisten können. Keineswegs aber darf man glauben, daß sich schon aus demjenigen, was wir von dem Inhalte der Kausalbegriffe klar und deutlich vorstellen, jene Forderung analytisch ableiten ließe. Zwar hat man es versucht, indem man darauf hinwies, daß Ursache und Wirkung korrelative Begriffe sind, demzufolge ein bestimmter Umstandekomplex nicht an und für sich, sondern erst in dem Momente, wo er eine Wirkung zu erzeugen anfängt, Ursache genannt werden kann. Aber offenbar verfehlt diese Argumentation ihr Ziel vollständig. Denn nach ihr würde sich die ganze Forderung nur auf die Namengebung beziehen, während sie in der Tat objektiv bestimmte, von aller Namengebung unabhängige, sachliche Verhältnisse zum Gegenstande hat. Hätte jene Argumentation den wahren Grund des zeitlichen Berührungsprinzips aufgedeckt, so wäre demselben schon genügt, wenn ein bestimmter Umstandekomplex heute zusammenkäme, sich bis morgen unverändert erhielte und dann eine Wirkung erzeugte;

nur dürfte dann dieser Umständekomplex erst nachdem er einen Tag dagewesen ist Ursache genannt werden. Tatsächlich aber wird eben ein solcher Sachverhalt vom Denken als unmöglich empfunden: der bestimmte Umständekomplex, welcher die Wirkung mit Notwendigkeit nach sich zieht (mag man ihn nun Ursache nennen oder nicht), kann nicht vollständig gegeben sein, ohne daß sofort diese Wirkung sich an ihn anschließt. Das Prinzip der zeitlichen Berührung läßt sich demnach aus denjenigen Merkmalen des Ursachbegriffes, welche wir bis jetzt kennen gelernt haben, keineswegs analytisch ableiten: wenn es sich aus dem Ursachbegriffe überhaupt ableiten lassen soll, so müssen in demselben weitere, nicht deutlich vorgestellte Merkmale enthalten sein.

Ähnlich verhält es sich mit einem zweiten materialen Kausalprinzip, demjenigen der räumlichen Berührung der an der Verursachung beteiligten Wirklichkeitselemente. Wir haben früher gefunden, daß als Ursache stets gewisse qualitative und relative Bestimmungen des Subjektes, an welchem ein neuer Zustand eintritt, bezeichnet werden, und wir wissen, daß unter letzteren oft räumliche Beziehungen zu einem anderen Wirklichen vorkommen. Diese räumlichen Beziehungen sind nun zwar in manchen Fällen (wenigstens scheinbar) solche der unmittelbaren Berührung; so wenn ein Tropfen Säure blaues Lackmuspapier rötet, oder wenn die Hand ein auf dem Tische liegendes Buch verschiebt. In anderen Fällen aber befindet sich das Wirkliche, dessen räumliche Beziehung zu einem anderen Wirklichen Ursache oder Teilursache eines neuen Zustandes des letzteren ist, in größerer oder geringerer Entfernung von demselben. Ursache der Bewegung der Eisenspäne ist die Nähe des Magneten, Ursache der Schall- oder Lichtempfindung die nicht zu große Entfernung des tönenden oder leuchtenden Objekts; für die Wirkung der Schwerkraft gibt es keine Grenzen. Kurz, neben manchen Fällen von Kausalität durch Berührung gibt es manche andere, welche die reine Empirie nur als Beispiele einer Wirkung in die Ferne würde auffassen können. Aber dieser Auffassung widersetzt sich wieder ein gewisses Etwas im Denken; genau so wenig, wie in das Überspringen einer endlichen Zeitgröße, kann es sich in das Überspringen einer endlichen Raumgröße beim Prozesse der Verur-

sachung zurechtfinden. Demzufolge werden dann, so wie dort zeitliche, hier räumliche Zwischenglieder gesucht oder vorausgesetzt: die ἀπόρροιαι und εἶδωλα der griechischen Philosophen, der Äther der modernen Naturwissenschaft. Das nämliche Bedürfnis, welches sich in diesen Hypothesen verrät, gelangt in dem scholastischen „corpus agere non potest ubi non est“ zum Ausdruck, macht Huyghens und Leibniz zu erklärten Gegnern der Schwerkrafthypothese, veranlaßt Newton selbst, eine unvermittelte Fernwirkung für undenkbar und ungereimt zu erklären, und liegt den zahlreichen Theorien zugrunde, welche von Descartes bis heute das „Rätsel der Gravitation“ zu lösen versuchen. Auch dieses Bedürfnis läßt sich weder aus der Erfahrung, noch aus den deutlich vorgestellten Elementen der ursächlichen Begriffe begründen. Wenn man sagt, daß die Berührungskausalität ungleich begreiflicher ist als die Wirkung in die Ferne, so soll dieser Tatsache nicht widersprochen, sondern nur wieder gefragt werden, worin denn diese größere Begreiflichkeit bestehe. Eine Erscheinung begreifen kann doch nur heißen, dieselbe logisch aus anderen Erscheinungen ableiten oder mit diesen in Übereinstimmung bringen: weder aber läßt sich bei der Berührungskausalität die Wirkung aus der Ursache logisch ableiten, noch liegt bei der Wirkung in die Ferne ein Widerspruch mit dem deutlich vorgestellten Inhalte der kausalen Begriffe vor. Die Apodiktizität und Allgemeinheit, mit welcher die Forderung der räumlichen Kontiguität auftritt, scheint demnach wieder darauf hinzuweisen, daß in diesen Begriffen mehr vorgestellt wird als dasjenige, was wir zu klarem Bewußtsein zu bringen vermögen.

Eine weitere Voraussetzung des Denkens, welche als das Prinzip der Äquivalenz von Ursache und Wirkung bezeichnet zu werden pflegt, scheint sich noch mehr als die beiden vorigen von den Tatsachen der Erfahrung zu entfernen. In dem Begriffe der Verursachung ist derjenige der Veränderung mit-enthalten; wir reden bloß von Verursachung, wenn wir Veränderungen wahrnehmen, und wir nennen dann den Zustand vor der Veränderung Ursache und den Zustand nach der Veränderung Wirkung. Die Wirkung, so scheint es, muß demnach der Ursache ungleich sein. Trotz alledem ist es nun Tatsache, daß die denkende Betrachtung der Ungleichheit zwischen Ursache und Wirkung ein Gefühl der Nichtbefriedigung mit sich bringt; daß

die Wissenschaft eine Verringerung und womögliche Elimination dieser Ungleichheit anstrebt, und daß sie, wo eine solche nicht möglich erscheint, selbst an der Berechtigung, die kausalen Begriffe auf den vorliegenden Fall anzuwenden, irre wird. Wir können eben nicht umhin, die wahrgenommene Ungleichheit als den Schleier zu betrachten, hinter welchem sich eine wirkliche Gleichheit verbirgt. Diese Tatsachen mögen uns sonderbar anmuten, die Forderung einer logischen Äquivalenz von Ursache und Wirkung mag unerfüllbar, vielleicht selbst in sich widersprechend erscheinen, das geht uns vorläufig nichts an: wir haben zunächst bloß die Tatsachen des Denkens zu verzeichnen, unbekümmert darum, wie sie zueinander und zu der äußeren Erfahrung passen. Daß wir es hier aber wirklich mit einem tatsächlichen Bedürfnis des Denkens zu tun haben, beweist die Geschichte der Wissenschaft. Der alte Grundsatz: „causa aequat effectum“, mitsamt den Folgesätzen, daß die Wirkung nicht mehr enthalten könne als die Ursache, daß die Wirkung mit der Ursache gleichartig und derselben proportional sein müsse usw., hat stets die physikalische Hypothesenbildung beherrscht, indem er der erfahrungsmäßigen Ungleichheit von Ursachen und Wirkungen gegenüber dazu aufforderte, den wahrgenommenen Erscheinungen ein andersartiges Sein, in welchem die Ungleichheit aufgehoben ist, zugrunde zu legen. Auf ihm beruht die Unmöglichkeit, sich mit dem gesetzmäßig bestimmten Wechsel der Erscheinungen zufrieden zu geben, die alte Frage nach dem Wesen der Wärme, des Lichtes usw.; und, indem sich die mechanischen Erscheinungen leichter als andere ihm zu fügen scheinen, bildet er eine der kräftigsten Stützen der mechanischen Welterklärung. Allerdings ist es bis dahin nur bei wenigen Kausalverhältnissen gelungen, ihm vollständig Genüge zu leisten; daß aber das erwähnte Gefühl der Nichtbefriedigung wirklich auf ihm beruht, geht daraus hervor, daß es um so mehr zurücktritt, je mehr das Verhältnis zwischen Ursache und Wirkung demjenigen der Gleichheit sich nähert. Daß ein glühender Eisenstab sich abkühlt, indem er seine Wärme den umgebenden Körpern mitteilt, nimmt uns nicht wunder; daß es in einem hell tapezierten Zimmer dunkler wird, wenn man dasselbe mit schwarzen Stoffen behängt, scheint uns begreiflich, wenn man uns sagt, daß schwarze Stoffe das Licht absorbieren,

während weiße dasselbe zurückwerfen. In beiden Fällen haben wir aber eine Vorstellung gewonnen, nach welcher das gesamte Licht- oder Wärmequantum vor und nach der Veränderung sich gleichbleibt. Sehen wir dagegen, daß Wärme Bewegung erzeugt und dabei selbst verschwindet, so tritt sofort das Bedürfnis einer Erklärung auf, und wir fragen, was denn die Wärme eigentlich sei. Die Hypothesen aber, mittels deren wir diese Frage zu beantworten versuchen (sowohl die Hypothese eines Wärmestoffs als diejenige der mechanischen Wärmetheorie), gehen sämtlich darauf hinaus, sich die Sache so zu denken, daß das in der Ursache Verlorene in der Wirkung wieder zurückgefunden werde. — Am deutlichsten aber zeigt sich die Macht unseres Prinzips im Verhalten des Denkens gegenüber der regelmäßigen Verbindung physischer und psychischer Erscheinungen. Einem Willensentschluß folgt regelmäßig die entsprechende körperliche Bewegung, einem Sinnesreiz die entsprechende Sinnesempfindung; es gibt kaum ein Kausalverhältnis, welches durch die Erfahrung so oft bestätigt und so selten nicht bestätigt wird wie dieses; unser ganzes Leben ist gleichsam ein fortgesetztes und stets gelingendes Experimentieren mit demselben. Und dennoch hat sich das Denken stets dagegen gesträubt, hier ein wirkliches Kausalverhältnis anzunehmen. Die Frage, wie sich der Zusammenhang zwischen Physischem und Psychischem ohne gegenseitige Einwirkung denken lasse, beherrscht geradezu die Philosophie des siebzehnten und achtzehnten Jahrhunderts; und wenn sie in unserer Zeit etwas in den Hintergrund getreten ist, so ist dies gewiß nicht so zu deuten, daß man sie für gegenstandslos halten sollte. Gerade das dem psychophysischen Verhältnisse gegenüber häufig ausgesprochene Ignorabimus schließt, mit der Verzichtleistung auf die Lösung des Rätsels, die Voraussetzung, daß es hier ein Rätsel zu lösen gebe, ein.

Als ein viertes und letztes materiales Kausalprinzip verzeichne ich dasjenige der logischen Beziehung zwischen Ursache und Wirkung, kraft dessen wir überall, wo wir einem kausalen Verhältnis gegenüberstehen, mit unerschütterlicher Gewißheit voraussetzen, daß wir, wenn wir die Ursache ihrem tiefsten Wesen nach vollständig erkannten, daraus die Notwendigkeit der Wirkung würden einsehen, also logisch ableiten können. Auch hier, wie bei dem Principe

der Äquivalenz, haben wir es mit einer Forderung zu tun, welche beim ersten Blicke sowohl der Erfahrung als den kausalen Begriffen zu widersprechen scheint; aber auch hier dürfen wir uns durch diese Erwägung nicht davon abhalten lassen, die Tatsache dieser Forderung als solche anzuerkennen. Allerdings: schon Hume hat überzeugend nachgewiesen, daß wir in keinem Fall, auch nicht bei der einfachsten Stoßwirkung, die Wirkung aus der Ursache logisch abzuleiten vermögen (65); und insofern Ursache und Wirkung zwei verschiedene Erscheinungen sind, die logische Ableitung aber immer nur zwei Betrachtungsweisen einer nämlichen Erscheinung miteinander verbindet (22), läßt sich auch schon apriori, aus den Begriffen, beweisen, daß Hume recht haben muß. Auch haben die Philosophen seit Kant immer wieder mit großem Nachdruck darauf hingewiesen, daß das reale Verhältnis zwischen Ursache und Wirkung ein ganz anderes sei als das logische zwischen Grund und Folge. Aber dennoch bleibt es eine merkwürdige Tatsache, daß jener Nachweis und diese wiederholten Hinweisungen nötig waren; wenn jene beiden Begriffspaare so gar nichts miteinander zu tun hätten, wer würde dann wohl je daran gedacht haben, sie zu verwechseln? Tatsächlich aber hat nicht nur das natürliche, sondern auch das wissenschaftliche Denken, von Aristoteles bis auf unsere Zeit, diese Verwechslung unzählige Male begangen, oder doch, genauer gesagt, das kausale als einen Spezialfall des logischen Verhältnisses aufgefaßt. In den ersten Jahrhunderten der modernen Wissenschaft war das Denken von dieser Auffassung geradezu durchtränkt; man findet sie sowohl bei Hobbes und Locke, als bei Descartes, Spinoza und Leibniz klar und deutlich ausgesprochen. Als dann Hume die Unvereinbarkeit derselben mit der Erfahrung nachgewiesen, trat sie etwas in den Hintergrund; daß sie aber keineswegs aufgegeben wurde, beweist schon die tatsächliche Verwendung des Begriffes der Naturkraft, mit welchem wir uns später ausführlicher beschäftigen werden (85). Über die letzten Gründe, welche die Wissenschaft zur Annahme von Naturkräften treiben, kann hier noch nichts entschieden werden; wir wollen nur kurz bemerken, daß durch diese Annahme wenigstens prinzipiell eine logische Ableitung der Wirkungen aus den Ursachen ermöglicht wird. Man wird dies einsehen, wenn man nur bedenkt, daß erstens die Natur-

kraft als eine konstante im Wesen der Substanzen begründete Eigenschaft oder Beziehung, also jedenfalls als Mitursache gedacht wird; daß zweitens die Naturkraft in dem Naturgesetze definiert wird; und daß drittens aus dem Naturgesetze und den wahrnehmbaren Ursachen die Wirkung sich logisch deduzieren läßt. Also: die Schwerkraft wird als eine aller Materie inhärierende Eigenschaft gedacht; sie wird durch das Gravitationsgesetz definiert; aus dem Gravitationsgesetz und den gegebenen Massen und Entfernungen lassen sich aber die Beschleunigungen, welche diese Massen einander mitteilen, logisch ableiten. Daß man auf diesem Wege zu einer wirklichen Einsicht in die logischen Beziehungen zwischen Ursache und Wirkung nicht gelangt, muß natürlich unbedingt zugestanden werden; die Einführung der „Naturkraft“ unter die Ursachen bringt aber wenigstens die Forderung, daß es solche Beziehungen geben muß, zum Ausdruck.

Sämtlichen vorhergehenden Untersuchungen zufolge müssen wir nun den Begriff der Ursache folgendermaßen definieren. Unter Ursache versteht man gewisse Bestimmungen eines Wirklichen (und zwar teils Eigenschaften, teils Berührungsrelationen zu anderen Wirklichen), welche, so oft sie gegeben sind, unmittelbar und mit Notwendigkeit einen bestimmten neuen Zustand dieses Wirklichen herbeiführen; dergestalt aber, daß dieser neue Zustand aus jenen Bestimmungen logisch ableitbar und dem ursprünglichen Zustande äquivalent ist. Und das Kausalitätsgesetz muß dahin formuliert werden, daß jedem Eintreten eines neuen Zustandes eine solche Ursache vorhergeht.

Das sieht ziemlich paradox aus; auch wird man mit scheinbarem Rechte darauf hinweisen, daß solche Ursachen, wie diese Definition sie fordert, in der Erfahrung nirgends vorkommen. Doch hat man hierzu ein Doppeltes zu bedenken. Erstens, daß wir hier nicht Naturwissenschaft, sondern Erkenntnistheorie und Denkpsychologie treiben, und daß es für diese Untersuchung gar nicht darauf ankommt, ob solche Ursachen in der Erfahrung vorkommen, sondern ausschließlich darauf, ob unser Denken über die Erfahrung von der Voraussetzung, daß allen Veränderungen solche Ursachen zugrunde liegen, beherrscht wird.

Die Frage ist nicht, welche Ursachen in der Erfahrung gefunden, sondern welche darin vorausgesetzt und gesucht werden; ob diese Voraussetzung eine begründete, oder ob sie eine bloße Marotte ist, kann vorläufig dahingestellt bleiben und wird erst später zu untersuchen sein. Zweitens aber und hauptsächlich hat man sich zu fragen, ob nicht die Schwierigkeit, Ursachen, welche der aufgestellten Definition genügen, ausfindig zu machen, zum Teil darauf beruhen sollte, daß die Wissenschaft überall dort, wo eine gegebene Sukzession auf solche Ursachen zurückgeführt worden ist, nicht mehr von einem kausalen, sondern von einem logischen Zusammenhang redet. So verhält es sich bereits in den früher (S. 281) besprochenen Fällen, wo die beiden in regelmäßiger Sukzession gegebenen Zustände nicht verschieden, sondern gleich sind, wo also ein Körper oder ein Bewegungszustand sich unverändert erhält. Aber so verhält es sich auch in anderen Fällen, wo die Gleichheit nicht in unmittelbarer Erfahrung gegeben, sondern durch theoretische Deutung des Gegebenen erkannt worden ist. Als Beispiel mag die regelmäßige Beziehung zwischen Verbrennung und Gewichtszunahme dienen: für die älteren Chemiker war diese Beziehung eine kausale, indem die Verbrennung als die Ursache der Gewichtszunahme aufgefaßt wurde; jetzt aber, da die Verbrennung als Verbindung mit einem wägbaren Stoffe erkannt worden ist, hat man eingesehen, daß in dieser Verbrennung die Gewichtszunahme logisch enthalten ist, und werden die beiden nicht mehr als Ursache und Wirkung bezeichnet. Das ist auch durchaus erklärlich: denn diese beiden Namen sind nur dort nötig und nützlich, wo zwei verschiedene und zu unterscheidende Erscheinungen vorliegen; sind aber diese Erscheinungen auf eine identische Wirklichkeit zurückgeführt worden, so kann man dieselben entbehren. Es wäre eine interessante Aufgabe, einmal nachzusehen, in welchem Umfange die Wissenschaft bereits in der angedeuteten Weise ursächliche Verhältnisse in logische aufgelöst, und dadurch der kausalen Terminologie entzogen hat. Uns aber kann es genügen, nachgewiesen zu haben, daß die Arbeit der Wissenschaft stets, und zwar sowohl bei der kausalen Auffassung wie bei der hypothetischen Verarbeitung der Tatsachen, sich auf dieses Ziel gerichtet hat, und erst darin ihre vollgültige Erklärung findet.

76. Schlußbemerkungen. Wir dürfen unsere Erörterung der Tatsachen des kausalen Denkens nicht als abgeschlossen betrachten, solange wir nicht auf einige unseren Ergebnissen scheinbar als negative Instanzen entgegenstehende Fälle Rücksicht genommen haben. Man könnte nämlich glauben, weder die formalen noch die materialen Kausalprinzipien seien wirklich allgemein-menschliche Voraussetzungen des Denkens: jenes werde durch die vielverbreiteten Annahmen des Zufalls und der Willensfreiheit, dieses durch die Tatsache, daß manche Forscher den kausalen Axiomen allen Wert absprechen, unwiderleglich bewiesen. Es fragt sich, wie es sich mit diesen Tatsachen und ihrer negativen Beweiskraft verhält.

Was erstens den Zufall und die Willensfreiheit betrifft, so spielen ohne Zweifel bei den hierauf bezüglichen Annahmen Mißverständnisse eine Hauptrolle. Man nennt eine Erscheinung zufällig in bezug auf eine andere Erscheinung, mit welcher sie nicht ursächlich verbunden ist, während doch, sei es aus bekannten Gesetzen oder Erfahrungen, sei es aus der genauen Koinzidenz der beiden Erscheinungen, ein ursächliches Verhältnis zu vermuten wäre. Ein Schuß trifft zufällig sein Ziel: nicht durch die Gewandtheit des Schützen; nach einem Unglücksfall erscheint zufällig ein Arzt: nicht weil er gerufen wurde; durch Zufall erfüllt sich eine Weissagung, stürzt ein Haus ein während gerade alle Bewohner abwesend sind, bricht in dem Momente, wo eine Feier anfängt, die Sonne durch, usw. In allen diesen Fällen hat das Wort Zufall nicht den Zweck, zu leugnen, daß der vorliegenden Erscheinung eine Ursache überhaupt, sondern bloß, daß ihr diese bestimmte Ursache zugrunde liege. Ähnlich im wissenschaftlichen Sprachgebrauch. So macht Aristoteles den Zufall für diejenigen Eigenschaften der Dinge verantwortlich, welche nicht regelmäßig an denselben auftreten, und welche also nach seiner Ansicht nicht wie die anderen von der gestaltenden „Form“, sondern von dem widerstandleistenden Stoff herrühren. Überall verneint die Bezeichnung einer Erscheinung als zufällig bloß ein spezielles naheliegendes Kausalverhältnis, nicht ein Kausalverhältnis überhaupt. — Ähnlich verhält es sich mit der Willensfreiheit. Daß die große Mehrzahl derjenigen, welche eine solche behaupten, darunter jedenfalls etwas anderes als Ursachlosigkeit verstehen, wird schon dadurch

in hohem Grade wahrscheinlich, daß im praktischen Leben alle Deterministen sind. In der Tat finden wir, daß viele, durch den Wortlaut irreführt, unter Willensfreiheit nichts weiter verstehen als die Möglichkeit, dasjenige zu tun, was sie tun wollen; daß andere der gegenüberstehenden Lehre den Sinn imputieren, der Mensch werde beim Handeln ausschließlich durch Einflüsse von außen bestimmt, u. dgl. mehr. Nimmt man hinzu, daß manche aus ethischen Rücksichten der Willensfreiheit zu bedürfen glauben und demzufolge eine gewisse Scheu davor empfinden, diese Frage zum Gegenstand einer ernstlichen Untersuchung zu machen, so braucht die tatsächliche Annahme der „Willensfreiheit“ uns keineswegs zum Zweifel an der Evidenz der formalen Kausalprinzipien zu veranlassen.

Schwieriger scheint die Sache zu stehen in bezug auf die materialen Kausalprinzipien. Im natürlichen Denken spielen dieselben eine kaum nachweisbare Rolle; in der neueren naturwissenschaftlichen Literatur werden sie nur selten erwähnt, ein bedeutender Forscher wie Tait nennt sie geradezu „widersinnige aprioristische Prinzipien“¹⁾. Diese Tatsachen scheinen mit der Auffassung der materialen Kausalprinzipien als notwendige Voraussetzungen des kausalen Denkens kaum vereinbar zu sein; doch lassen sie sich durch folgende Erwägungen unserem Verständnis wenigstens etwas näher bringen. Was erstens das natürliche Denken betrifft, so sind diesem seine Begriffe fast ohne Ausnahme nicht von dem Inhalte, sondern von dem Umfange aus, nicht durch Aufzählung der Merkmale, sondern durch Hinweis auf einzelne Exemplare derselben bekannt geworden. So verhält es sich auch mit den kausalen Begriffen: der Laie versteht unter ursächlichen Verhältnissen zunächst nichts weiter als „Verhältnisse wie dasjenige zwischen Wärmezufuhr und Kochen, Essen und Sättigung, Stoß und Bewegung u. dgl.“ Man kann demnach die kausalen Termini kennen und sie in der Praxis des Lebens mit genügender Richtigkeit anwenden, ohne den Denkprozeß, dem sie ihre Entstehung verdanken, durchgemacht zu haben; es muß etwas anderes, nämlich Konzentration der Aufmerksamkeit auf Begriff und Problem der Veränderung hinzukommen, damit der wirkliche Inhalt der kausalen Begriffe

¹⁾ Tait, Vorlesungen über einige neuere Fortschr. d. Phys., Braunschweig 1877, S. 47.

ins Bewußtsein trete; und wenn jene Konzentration der Aufmerksamkeit nicht oder nicht in genügendem Maße stattfindet, werden auch später die kausalen Termini weniger den Gedanken an die entsprechenden Begriffe, als den Gedanken an spezielle Anwendungsfälle erwecken. Und da diese empirischen Anwendungsfälle, wie wir oben gesehen haben, im allgemeinen den materialen Kausalprinzipien nicht entsprechen, ist es sehr begreiflich, daß diese im natürlichen Denken nicht in den Vordergrund treten. Mit den wissenschaftlichen Denkern, welche die materialen Kausalprinzipien vernachlässigt oder verworfen haben, verhält sich die Sache selbstverständlich anders. Hier ist wohl hauptsächlich die Überhandnahme des empiristischen Vorurteils, die Scheu vor dem Gespenst des Apriori für die Mißachtung der Axiome verantwortlich zu machen. Es kommt die richtige Einsicht hinzu, daß diese Axiome, indem sich keine Naturgesetze daraus ableiten lassen, für die Naturwissenschaft keinen direkten Nutzen abwerfen; ihren indirekten Nutzen aber haben sie, indem sie die Forschung auf Wege leiteten, welche ihr jetzt zur zweiten Natur geworden sind, bereits gestiftet. Und noch ein Drittes kommt hinzu. Durch die wissenschaftliche Arbeit der Jahrhunderte ist es wenigstens teilweise gelungen, das spröde Material der Erfahrung den Axiomen anzupassen; das wissenschaftliche Weltbild entspricht den Axiomen schon ungleich besser als das ursprünglich gegebene. Ebendeshalb aber läßt sich nicht so leicht mehr trennen, was in jenem Weltbilde vom Denken, und was von der Erfahrung herrührt; die beiden Elemente stehen einander nicht mehr schroff und unvermittelt gegenüber, sondern sind zu einem Ganzen verschmolzen; und indem in diesem Ganzen die Erfahrung den Forderungen des Denkens gemäß geordnet erscheint, kann man glauben, daß auch diese Ordnung mit zur Erfahrung gehöre. Die Wissenschaft ist eben ein Kunstwerk: man sieht ihr die unendliche Mühe nicht an, welche auf die Gestaltung des spröden Stoffes hat verwendet werden müssen.

Die Erklärung der Tatsachen.

77. Die assoziationalistische Theorie. Von den verschiedenen zur Erklärung der kausalen Denkerscheinungen aufgestellten Theorien verdient die von David Hume herrührende assoziationalistische Theorie an erster Stelle besprochen zu werden, ebenso wohl ihrer inneren Bedeutung als ihrer äußeren Verbreitung wegen. Da aber diese Theorie mit der allgemeinen Urtheilstheorie Humes auf das engste zusammenhängt, werden wir damit anfangen müssen, letztere genauer kennen zu lernen.

Wir haben bis jetzt überall versucht, als Ursachen der zu erklärenden Urteile Beweise aufzufinden, d. h. nachzuweisen, daß die betreffenden Urteile durch logische Schlußfolgerung aus gegebenen Prämissen entstanden sind. Nach Hume ist diese Vorstellung der Sache, wenn auch nicht geradezu falsch, doch wenigstens ungenügend, insofern sie nicht die direkten, primären, sondern bestenfalls nur die indirekten, sekundären Ursachen der betreffenden Erscheinungen aufzudecken vermag. Die direkte Ursache aber der auf irgend eine Vorstellung oder Vorstellungsgruppe gerichteten Überzeugung liegt nach Hume in der Intensität und Deutlichkeit des Vorstellens, und er versucht ausführlich nachzuweisen, daß das Überzeugungsgefühl ausnahmslos mit der Intensität und Deutlichkeit des Vorstellens vorkommt und fehlt, entsteht und vergeht, an Stärke gewinnt und verliert. Seine Hauptgründe lassen sich folgendermaßen zusammenfassen.

Das Überzeugungsgefühl erreicht seinen höchsten Grad bei den Wahrnehmungsvorstellungen, denen zugleich die größte Intensität und Deutlichkeit zukommt. Die Intensität der Erinnerungsvorstellungen ist geringer, diejenige der Phantasievorstellungen am geringsten: genau das nämliche gilt von den diesen Vorstellungen anhaftenden Überzeugungsgefühlen. Demzufolge kann es vorkommen, daß Erinnerungsvorstellungen, wenn sie im Laufe der Zeit ihre Intensität zum Teil verloren haben, für Phantasievorstellungen angesehen werden; während umgekehrt der Professionslügner schließlich seine eigenen Erfindungen für Wahrheit hält, wenn die Intensität der betreffenden Vorstellungen infolge der öfteren Wiederholung eine gewisse Grenze überstiegen hat. Ein stärkerer Eindruck erzeugt im allgemeinen eine intensivere Überzeugung als ein schwächerer: eine selbsterlebte Tat-

sache hat für unser Denken und Handeln größere Bedeutung als eine solche, welche wir bloß vom Hörensagen kennen; nachdem aber mit der Zeit die Vorstellung des Selbsterlebten weniger intensiv geworden, hat sich auch das sie begleitende Überzeugungsgefühl entsprechend abgeschwächt. Darum wird etwa ein Trunkenbold, nachdem er gesehen, daß ein anderer infolge seiner Unmäßigkeit gestorben ist, anfangs ein gleiches Los für sich befürchten, später aber, wenn sich die Erinnerung abgeschwächt hat, wird ihm die Gefahr nicht mehr so groß erscheinen. Schließlich kann auch eine kräftige Phantasiewirkung genügen, um unsere Vorstellungen, vorübergehend oder bleibend, in Überzeugungen zu verwandeln. Man glaubt was man hofft oder fürchtet, weil die Aufmerksamkeit sich den betreffenden Vorstellungen zuwendet und denselben eine größere Intensität verleiht; und man kann sich nicht in einen fesselnden Roman versenken, ohne zeitweilig mehr oder weniger der Illusion, daß man es mit wirklichen Ereignissen zu tun habe, anheimzufallen. — Es ist leicht einzusehen, daß in diesem Gedankensystem die Vorstellungsassoziation eine bedeutende Rolle spielen muß. Die assoziative Verbindung zweier Vorstellungen ist Ursache, daß, wenn eine derselben dem Bewußtsein gegeben ist, die andere reproduziert wird; je stärker die assoziative Verbindung ist, um so größer ist die Wahrscheinlichkeit der Reproduktion und die Intensität der reproduzierten Vorstellung. Nach den Prinzipien Humes muß man demnach erwarten, daß Vorstellungen, welche mit gegenwärtig gegebenen Vorstellungen assoziativ verbunden sind, von einem Überzeugungsgefühl begleitet sein werden, dessen Intensität mit der Stärke der assoziativen Verbindung zunimmt. So verhält es sich nach Hume in der Tat; und eben hieraus sucht er die Gewißheit sämtlicher universeller Urteile zu erklären. Wenn wir glauben, daß alle A B sind, so soll dies nach Hume ganz allgemein so zu verstehen sein, daß sich zwischen A und B eine assoziative Verbindung ausgebildet hat, derzufolge wir A nicht vorzustellen vermögen, ohne daß sofort auch B, und zwar mit einer bis zum Grade des Überzeugungsgefühles gesteigerten Intensität, ins Bewußtsein tritt. In dieser Weise scheint es sich auch zu erklären, daß die Intensität unserer Überzeugungen bedeutende Gradunterschiede erkennen läßt. Am größten ist dieselbe auf dem Gebiete der Mathematik, wo verschiedene Bestimmun-

gen ausnahmslos zusammen vorkommen und sich demzufolge eine unzertrennliche Assoziation zwischen denselben ausgebildet hat. Was die physischen Erscheinungen betrifft, verhält sich die Sache etwas anders: hier erleidet jede wahrgenommene Regelmäßigkeit durch störende Umstände Ausnahmen, so daß zwar eine feste, aber keineswegs eine unzertrennliche Assoziation zwischen den gewöhnlich zusammen auftretenden Vorstellungen zustande kommen kann. So läßt sich erklären, daß wir, während Ausnahmen von den mathematischen Gesetzen einfach unvorstellbar sind, Ausnahmen von den physischen Gesetzen zwar nicht erwarten, aber doch ganz wohl vorzustellen vermögen. — Ist sodann eine Vorstellung A einige Male mit B und einige Male mit C verbunden aufgetreten, so reproduziert sie ein nächstes Mal beide Vorstellungen, und zwar so, daß die Intensitäten der reproduzierten Vorstellungen der Frequenz ihres Zusammengehens mit A proportional sind. Eben der Wettstreit zwischen diesen gleichzeitig reproduzierten Vorstellungen bildet nun nach Hume die eigentliche Grundlage unserer Wahrscheinlichkeitsurteile; die größere Chance, welche wir der einen Möglichkeit zuschreiben, rühre von der größeren Intensität her, welche der entsprechenden Vorstellung zukommt. Nicht anders verhält es sich schließlich mit denjenigen Überzeugungen, welche auf Analogieschlüssen beruhen. Die unvollständige Übereinstimmung zwischen einer jetzt auftretenden Vorstellung A und einer ähnlichen, assoziativ mit B verbundenen Vorstellung A' macht es begreiflich, daß A zwar B reproduziert, aber in geringerer Intensität, als wenn statt A A' gegeben wäre; demzufolge denn auch die Verwirklichung von B nicht mit Gewißheit, sondern bloß mit einer größeren oder geringeren Wahrscheinlichkeit erwartet wird.

Die Anwendung dieser Theorie auf die Tatsachen des kausalen Denkens liegt nahe. Diejenigen Erscheinungen, welche wir als Ursache und Wirkung bezeichnen, haben das Eigentümliche, daß sie sich regelmäßig miteinander verbunden, und zwar die Wirkung nach der Ursache, der Wahrnehmung darbieten. Offenbar muß sich zwischen denselben ein assoziatives Verhältnis ausbilden, demzufolge später, wenn die Vorstellung der Ursache in der Wahrnehmung gegeben ist, sofort die Vorstellung der Wirkung hinzutritt und sich bis zur Erwartung steigert. Die kausale Erwartung ist demnach von der Wahrnehmung nur gra-

duell verschieden, „a species of sensation“. Das Notwendigkeitsverhältnis aber, welches wir zwischen Ursache und Wirkung statuieren, ist im Grunde nicht den äußeren Erscheinungen, sondern denjenigen des eigenen Bewußtseins entnommen. Wir empfinden unmittelbar die Nötigung, von der Vorstellung der Ursache zu derjenigen der Wirkung überzugehen; und wir übertragen die Vorstellung dieser Nötigung in die Objekte, genau so wie der Ungebildete auch Farben und Töne, bloße Bewußtseinsinhalte, in die Objekte zu übertragen pflegt.

78. Die assoziationistische Theorie: Fortsetzung. Indem wir jetzt zur Kritik der Humeschen Theorie übergehen, werden wir zuerst die Ansicht, daß Vorstellungsintensität eine (oder die) Ursache von Überzeugung sei, im allgemeinen prüfen, und sodann untersuchen, was dieselbe speziell für die Erklärung der Erscheinungen des kausalen Denkens leisten kann.

Die von Hume angeführten Tatsachen scheinen wenigstens so viel zu beweisen, daß intensives Vorstellen und Überzeugungsgefühl häufiger zusammen vorkommen, als durch Zufall erklärt werden könnte. Sie machen es somit wahrscheinlich, daß beide in irgend welcher Weise miteinander zusammenhängen; in welcher Weise, ist damit freilich noch nicht entschieden. Neben der Möglichkeit, daß die Intensität der Vorstellung Ursache der Überzeugung sei, muß auch den anderen Möglichkeiten Rechnung getragen werden, daß etwa die Intensität der Vorstellung eine bloße Bedingung, oder eine Wirkung der Überzeugung, oder auch, daß beide die Wirkung einer gemeinsamen Ursache seien. Und in der Tat läßt sich für jede dieser Möglichkeiten etwas anführen. Auch auf logischem Wege kommt eine Überzeugung nur zustande, wenn sich die Aufmerksamkeit den Prämissen zuwendet; dies wird aber um so eher geschehen, je kräftiger und deutlicher dieselben sich dem Bewußtsein aufdrängen. Wenn bestimmte Vorstellungen, etwa infolge starker Gemütsbewegung, die volle Aufmerksamkeit auf sich ziehen, so muß diese einseitige Auffassung des Gegebenen notwendig eine Fälschung der auf dieses Gegebene sich beziehenden Urteile erzeugen. Sodann werden naturgemäß diejenigen Vorstellungen, welchen wir Wahrheit zuschreiben, mehr unser Interesse in Anspruch nehmen als bloße Phantasievorstellungen: dieses gesteigerte Interesse wird

aber auch die Intensität jener ersteren Vorstellungen verstärken. Und endlich: wenn wir auf irgend einem Gebiete wissenschaftlicher Forschung tätig sind, so wird diese Tätigkeit gleichzeitig feste Überzeugungen und intensive Vorstellungen in betreff der uns beschäftigenden Gegenstände hervorrufen. Es scheint demnach, daß zur Erklärung der häufigen Verbindung zwischen Vorstellungsintensität und Überzeugung schon die bekannten Faktoren genügen, ohne daß es nötig wäre, die Hypothese eines direkten ursächlichen Verhältnisses zwischen den beiden Erscheinungen heranzuziehen.

Allein diese Hypothese ist nicht nur unnötig, sie steht auch mit verschiedenen leicht zu konstatierenden Tatsachen in einem m. A. n. unlösbaren Widerspruch. Die Verbindung zwischen Vorstellungsintensität und Überzeugung ist keineswegs eine so ausnahmslose, wie sie es nach der Humeschen Theorie sein müßte; vielmehr gibt es negative Instanzen, welche den positiven vollständig die Wage halten. Schon die einfache Tatsache, daß wir einem Spiegelbilde nicht Wirklichkeit zuschreiben, muß die Anhänger Humes stutzig machen; denn einem solchen Bilde kommt im Bewußtsein die nämliche Intensität, Konstanz und Klarheit zu wie einer wirklichen Wahrnehmung. Man wird vielleicht darauf hinweisen, daß tatsächlich Kinder erst durch Erfahrung über die rein imaginäre Existenz des Spiegelbildes belehrt werden müssen. Das ist allerdings richtig; aber eben die Tatsache, daß sie sich durch Erfahrung belehren lassen, ohne daß die Intensität und Klarheit des Bildes auch nur die geringste Einbuße erleidet, beweist, daß das Überzeugungsgefühl nicht einfach die Wirkung der Vorstellungsintensität ist. Ähnliches gilt von den zahlreichen Fällen (wie dem bekannten Fall Nicolais), wo Halluzinationen als solche erkannt, aber dennoch deutlich wahrgenommen werden. — Was sodann den Unterschied zwischen Erinnerungs- und Phantasievorstellungen betrifft, so hat Hume gewiß im allgemeinen recht: die durch frühere Wahrnehmung fixierten Bilder haben im großen und ganzen größere Intensität als die wechselnden Gestalten der Phantasie. Es gibt aber doch auch Fälle, wo das Umgekehrte vorkommt, und welche sich demnach als Material für ein *experimentum crucis* verwenden lassen. Hume selbst hat einige solche Fälle angeführt, welche seine Theorie zu bestätigen scheinen; dieselben sind

aber nicht ganz überzeugend. Daß alte Erinnerungsvorstellungen mit Phantasievorstellungen verwechselt werden, könnte auch durch die Abschwächung ihrer assoziativen Verbindungen mit den begleitenden Umständen erklärt werden; und daß der Professionslügner schließlich seinen eigenen Märchen glaubt, ist ebenfalls kein reiner Fall, weil hier mit den Vorstellungen auch ein stärkeres oder schwächeres Überzeugungsgefühl reproduziert werden kann. Die sprachlichen Formen, in welche der Lügner seine Erfindungen kleidet, sind nämlich durch eine feste Assoziation mit dem Überzeugungsgeföhle verbunden; und wenn später die betreffenden Vorstellungen wieder auftauchen, kann sich durch mittelbare Assoziation auch das Überzeugungsgefühl einstellen und fälschlich auf jene Vorstellungen bezogen werden. Wir müssen uns demnach nach Erinnerungsvorstellungen umsehen, welche sich nur durch die geringere Intensität, und nach Phantasievorstellungen, welche sich nur durch die größere Intensität von anderen gleichartigen Vorstellungen unterscheiden. Denken wir uns einen Architekten, der eben den Bauplan zu einem neuen Hause ausgearbeitet hat, und vergleichen wir die Intensität, mit welcher er dieses Haus vorstellt, mit derjenigen, welche der Vorstellung eines Hauses, wo er vor Jahren einmal verweilte, zukommt. Offenbar wird die erstere Vorstellung weit mehr sein Bewußtsein in Anspruch nehmen, weit lebhafter, deutlicher und konstanter sein als die zweite; dennoch wird er keinen Augenblick daran zweifeln, daß jener nicht, dieser dagegen wohl Wahrheit zukommt. Überhaupt scheinen die beiden Kurven, durch welche man die Intensitäten unserer Einzelvorstellungen und die begleitenden Überzeugungsgeföhle darstellen könnte, keineswegs parallel zu gehen. Der Übergang von der Wahrnehmung zum Erinnerungsbilde ist durch eine schroffe Verminderung der Vorstellungsintensität markiert, während das Überzeugungsgefühl ziemlich konstant bleibt; umgekehrt sinkt das Überzeugungsgefühl, wenn wir von einer Erinnerungsvorstellung zu einer Phantasievorstellung übergehen, plötzlich auf Null hinab, während sich nur eine geringe, oft auch gar keine Intensitätsabnahme in der Vorstellung feststellen läßt.

Auf nicht geringere Schwierigkeiten stößt die Humesche Theorie in ihrer Anwendung auf die Gewißheit der universellen

Urteile. Es ist allerdings unbestreitbar, daß, wenn zwei Erscheinungen immer oder meistens zusammen vorkommen, sich zwischen den entsprechenden Vorstellungen eine assoziative Verbindung ausbilden wird, derzufolge die spätere Wahrnehmung der einen Erscheinung die Vorstellung der anderen mit größerer oder geringerer Intensität zu reproduzieren strebt; wenn aber Hume behauptet, eben diese assoziativ vermittelte, mehr oder weniger intensive Vorstellung erzeuge die Erwartung ihrer bevorstehenden Verwirklichung, so wäre demgegenüber verschiedenes zu bemerken. Erstens ließe sich darauf hinweisen, daß bei denjenigen Sätzen, welche mittels der direkten Unterschiedsmethode aus wenigen, aber sehr sorgfältigen Experimenten gewonnen worden sind, von einer festen assoziativen Verbindung kaum die Rede sein kann, während doch das dieselben begleitende Überzeugungsgefühl, wie wir gesehen haben, unter günstigen Umständen außerordentlich stark sein kann. Zweitens aber können auch umgekehrt auf dem Wege der Assoziation Vorstellungen von bedeutender Intensität erzeugt werden, ohne daß sich auch nur eine Spur von Überzeugungsgefühl bemerklich machte. Die Ähnlichkeitsassoziation, die Assoziation zwischen Namen und Sache, oder zwischen der Handschrift einer bekannten Person und dieser Person selbst, sind gewiß nicht weniger wirksam als die Assoziation zwischen Ursache und Wirkung; dennoch können wir das Bild eines Bekannten betrachten, seinen Namen hören, seine Handschrift sehen, ohne deshalb im geringsten zu erwarten, daß er jetzt auch bald leibhaftig vor uns stehen werde. Auch braucht die einer reproduzierten Vorstellung zukommende Intensität keineswegs der assoziativen Verbindung mit einer gegenwärtigen Wahrnehmung zu verdanken zu sein; eine sehr oft wahrgenommene, oder auch eine kurz vorher wahrgenommene Erscheinung kann, wenn der Gedankenlauf auf sie zurückführt, sehr klar und lebhaft vorgestellt werden; dennoch bleibt es aber beim bloßen Vorstellen. Das Gefühl der Erwartung, welches gewisse andere intensiv reproduzierte Vorstellungen begleitet, kann demnach schwerlich von dieser Intensität allein herrühren.

Ich möchte schließlich, neben diesen rein tatsächlichen Gründen, noch auf einen Grund allgemeinerer Natur gegen die Humesche Überzeugungstheorie hinweisen. Es ist eine allgemeine, durch zahlreiche Tatsachen verbürgte Regel, daß die

unterbewußten, nur in ihren Ergebnissen zu studierenden psychischen Prozesse nach den nämlichen Gesetzen verlaufen, wie diejenigen, welche im vollen Lichte des Bewußtseins sich abspielen. Diese Regel müßte aber eine fundamentale Ausnahme erleiden, wenn die Humesche Theorie richtig wäre. Die einzigen bewußten Ursachen von Überzeugung sind ja Erfahrung und logische Schlußfolgerung; auf diese beiden versucht jeder seine Überzeugungen zurückzuführen, und sobald er einsieht oder einzusehen glaubt, daß eine solche Zurückführung unmöglich ist, sind auch die betreffenden Überzeugungen untergraben und müssen sie zusammenstürzen. Es scheint demgegenüber kaum denkbar, daß im Gebiet des Unbewußten ganz andere Ursachen, wie Assoziation und Suggestion, auf einmal an die Stelle jener treten sollten. Mindestens als methodisches Postulat muß die Forderung aufrechterhalten werden, sämtliche Überzeugungen auf Erfahrung und logische Schlußfolgerung zurückzuführen. Auch dürfte die Erfüllung dieser Forderung nicht so große Schwierigkeiten darbieten, wie es bei oberflächlicher Betrachtung vielleicht scheint. Man hat lange Zeit geglaubt, daß die absolute Allgemeinheit und vollkommene Exaktheit, welche wir den logischen und mathematischen Axiomen zuschreiben, unmöglich auf rein logischem Wege aus Gegebenem erschlossen sein könnte; und man hat andererseits darauf hingewiesen, daß zahlreiche Überzeugungen durch Tradition und Autoritätsglauben, andere durch den Einfluß übermächtiger Gefühle entstehen. Für beide Gruppen von Denkerscheinungen mußte dann die Assoziation als Erklärungsprinzip eintreten. Allein wir haben früher gefunden, daß die Axiome der exakten Wissenschaften sich in ungezwungener Weise der Forderung einer logischen Begründung fügen; und die weiter angeführten Fälle scheinen sich ohne allzu große Mühe durch reproduzierte Überzeugungsgefühle und einseitige Festlegung der Aufmerksamkeit erklären zu lassen (6). Wir dürfen wenigstens hoffen, daß sich in einer oder der anderen Weise auch die übrigen Tatsachen des nicht- oder halbbewußten Denkens den Gesetzen des bewußten Denkens werden unterordnen lassen.

Ich finde demnach keinen einzigen Grund zu glauben, und viele Gründe nicht zu glauben, daß die Assoziation an und für sich Überzeugung zustande zu bringen vermöchte. Wenn sie

es aber nicht vermag, so hat damit offenbar die Humesche Theorie des kausalen Denkens ihre Grundlage verloren.

79. Die assoziationalistische Theorie: Schluß. Wir wenden uns jetzt unserer zweiten Frage zu und untersuchen, ob die Hypothese Humes, wenn sie in ihren allgemeinsten Zügen unanfechtbar wäre, auch die spezifischen Tatsachen des kausalen Denkens würde erklären können.

Solange wir die betreffenden Tatsachen bloß im großen und ganzen überblicken, scheint die Antwort auf diese Frage unbedingt bejahend ausfallen zu müssen. Wenn Vorstellungsintensität Überzeugungsgefühl erzeugen könnte, so würde es jedenfalls verständlich sein, daß an die Wahrnehmung irgend welcher Erscheinung die Erwartung einer anderen, bisher mit jener regelmäßig verbunden gewesenen Erscheinung sich anschließt. Aber mit dieser einen Tatsache ist dasjenige, was wir vom kausalen Denken wissen, keineswegs erschöpft. Andere, gleichsehr der Erklärung bedürftige Tatsachen sind folgende: daß wir für jeden neu eintretenden Zustand eine Ursache postulieren; daß wir zwischen jeder Ursache und ihrer unmittelbaren Wirkung eine ausnahmslose Verbindung voraussetzen; daß wir zeitliche Berührung zwischen Ursache und Wirkung, räumliche Berührung der die Ursache konstituierenden Elemente, Gleichartigkeit und Äquivalenz zwischen Ursache und Wirkung als wesentliche Bestandteile des kausalen Verhältnisses zu betrachten uns veranlaßt finden. Es fragt sich, ob die Humesche Hypothese auch von diesen Tatsachen Rechenschaft zu geben vermag.

Was erstens die formalen Kausalprinzipien betrifft, so wird wohl zugegeben werden müssen, daß keineswegs alle Wahrnehmungen neueintretender Zustände mit bestimmten denselben vorhergehenden Umständekomplessen, und daß ebensowenig alle als Ursachen bezeichneten Umständekomplessen mit bestimmten neueintretenden Zuständen durch feste Assoziation verknüpft sind. Die Gesetzmäßigkeit in der Aufeinanderfolge der Erscheinungen liegt nicht auf der Hand, sondern sie muß mit Mühe und Arbeit herausgesucht werden. Die ausgelegte, wissenschaftlich verarbeitete Erfahrung fügt sich allerdings überall der Regel; aber die rohe Erfahrung, die Er-

fahrung des Kindes und des Naturmenschen, bietet neben einzelnen Regelmäßigkeiten zahlreiche Erscheinungen, deren Entstehen und Vergehen sich jeder Regel zu entziehen scheint. Eben diejenigen Erscheinungen, welche ihrer praktischen Bedeutung wegen am meisten die Aufmerksamkeit auf sich ziehen, Wind und Wetter, Krankheit und Gesundheit, Leben und Tod, bieten dem unwissenschaftlichen Denken ein Bild chaotischer Verwirrung. Hätte Hume recht, so müßte man erwarten, daß die Geltung der ursächlichen Begriffe anfangs auf diejenigen Fälle, wo sich feste Assoziationen hatten ausbilden können, beschränkt, und erst allmählich auf ein weiteres Gebiet ausgedehnt worden wäre. Statt dessen finden wir, daß der in Einzelvorstellungen befangene Mensch ganz besonders dann Ursachen fordert, wenn unerwartete, der bekannten Regel zuwiderlaufende Erscheinungen eintreten, also Unglücksfälle, Krankheiten, plötzlicher Tod, unerwartetes Fehlschlagen der Ernte, Sonnenfinsternis usw.; sodann, daß zur Befriedigung dieser Forderung meistens Wesen fingiert werden, deren Tätigkeit keineswegs als eine gesetzmäßig verlaufende vorgestellt wird. Der Fetischismus geht der Wissenschaft, der Kausalitätsgedanke dem Gesetzmäßigkeitsgedanken vorher; jener Gedanke scheint demnach von diesem keineswegs abhängig zu sein. — Sobald aber das wissenschaftliche, auf das Allgemeine gerichtete Denken in den Vordergrund tritt, wird auch sofort der Satz, daß alles Neue seine Ursache haben muß, aus der es notwendig folgt, mit axiomatischer Gewißheit ausgesprochen. Zu einer Zeit, wo von physikalischem Wissen noch kaum eine Spur vorhanden war, war es nach Aristoteles die gemeinschaftliche Überzeugung der ionischen Naturphilosophen, „daß nichts aus nichts entstehe, und nichts in nichts vergehe“. Es ist kaum einzusehen, wie diese Tatsachen aus der Humeschen Theorie erklärt werden könnten.

Einen weiteren schwerwichtigen Grund gegen die Humesche Theorie liefert das wesentlich verschiedene Verhalten des Denkens gegenüber den kausalen und gegenüber den außerkausalen in der Erfahrung gegebenen Regelmäßigkeiten (73, 74). Nach Hume sind die kausale und die außerkausale Induktion einander koordiniert; beide beruhen auf Intensitätsverstärkung einer Vorstellung durch Assoziation mit einer gegenwärtigen Wahrneh-

mung. Wenn dem aber so wäre, so müßte es unbegreiflich erscheinen, daß auf dem einen Gebiete strenge, keine Ausnahme erleidende Gesetze bestimmt gefordert werden, während man auf dem anderen ohne Bedenken Abweichungen gelten läßt. Niemand wird im Ernste behaupten, daß etwa die schwarze Farbe des Raben mit den sonstigen gleichzeitig wahrgenommenen Eigenschaften desselben weniger fest assoziiert sei als mit demjenigen, was wir von der ontogenetischen und phylogenetischen Entwicklungsgeschichte des Tieres wissen oder vermuten; dennoch wird die Wahrnehmung eines weißen Raben uns keineswegs nötigen, seine sonstige Organisation, wohl aber, seine Entwicklungsgeschichte von derjenigen anderer Raben abweichend zu denken. Ebenso verhält es sich, wie wir gesehen haben, bei sämtlichen außerkausalen Induktionen. Dieselben stützen sich ohne Ausnahme auf den Gedanken einer ursächlichen Beziehung; sie ergeben keine größere Gewißheit, als dieser Gedanke zu begründen vermag; und wo derselbe fehlt, vermögen sie der Gewißheit der Tatsachen nichts Neues hinzuzufügen. Letzteres zeigt sich besonders deutlich an den Ergebnissen der vollständigen Induktion (65). Wenn jedes Mitglied irgend einer Gesellschaft blonde Haare hat, oder wenn jede in meiner Tasche befindliche Münze die nämliche Jahreszahl trägt, so schließe ich durch vollständige Induktion, daß das nämliche von allen Mitgliedern dieser Gesellschaft, oder von allen in meiner Tasche befindlichen Münzen gilt; weil ich aber kein direktes oder indirektes ursächliches Verhältnis zwischen den jeweilig verbundenen Tatsachen annehme, so kommt auch der Gedanke einer notwendigen Verbindung, trotz der festesten Assoziation, nicht auf. Freilich ist es in den meisten Fällen nicht leicht, diesen Gedanken fernzuhalten; denn so oft zwei Erscheinungen merklich öfter, als sich durch Zufall erklären läßt, zusammen vorkommen, gleitet sofort das Denken in die kausale Betrachtung hinüber und vermutet eine ursächlich begründete Zusammengehörigkeit derselben.

Den angeführten Tatsachen gegenüber könnte sich die Humesche Theorie in zweifacher Weise zu helfen suchen. Sie könnte entweder behaupten, die assoziativen Verbindungen, welche der kausalen Induktion zugrunde liegen, seien an sich stärker als diejenigen, welche die außerkausale Induktion erzeugen; oder

aber sie könnte versuchen, störende Umstände ausfindig zu machen, welche in diesem zweiten Falle der assoziativen Verbindung entgegenarbeiten. Ersteres erscheint angesichts der großen und in zahllosen Beispielen vorliegenden Regelmäßigkeit, welche Pflanzen- und Tierformen, organische und anorganische Körper erkennen lassen, kaum tunlich; besseren Erfolg scheint das letztere zu versprechen. Man könnte darauf hinweisen, daß koexistierende Erscheinungen gleichzeitig oder abwechselnd, Wirkungen dagegen nur nach den Ursachen wahrgenommen werden¹⁾. Wenn demnach ein Koexistenzgesetz eine Ausnahme erleidet, indem statt des zumeist mit A verbundenen B eine andere Erscheinung B' wahrgenommen wird, so müsse das gleichzeitige und dauernde Gegebensein der Wahrnehmungen A und B' notwendig die frühere Assoziation zwischen A und B merklich schwächen; wenn dagegen ein Kausalgesetz eine Ausnahme erleidet, indem statt des zumeist nach A eintretenden B eine andere Erscheinung B' zur Wahrnehmung gelangt, so sei im Momente der letzteren Wahrnehmung A bereits verschwunden, das Gesetz gerate demnach nicht mit der gegenwärtigen Wahrnehmung von A, sondern bloß mit der Erinnerung an A in Widerstreit, und es werde demnach weniger die assoziative Verbindung zwischen A und B, als die Vorstellung des verschwundenen A geschwächt; d. h. also nach der Humeschen Theorie: nicht unser Glaube an die Allgemeinheit des Gesetzes, sondern unsere Überzeugung, daß wirklich ein A dem B' vorhergegangen sei, erleide eine Intensitätsverminderung. — Demgegenüber läßt sich aber erstens bemerken, daß aus dem nämlichen Grunde die ursprüngliche Assoziation zwischen koexistierenden Erscheinungen auch stärker gewesen sein müßte als diejenige zwischen sukzedierenden Erscheinungen; denn wenn eine widersprechende Wahrnehmung die assoziative Verbindung mehr lockert als eine widersprechende Erinnerung, so werden bestätigende Wahrnehmungen dieselbe auch mehr befestigen als bestätigende Erinnerungen. So viel demnach die angeführte Erklärung des vorliegenden Falls von der einen Seite gewinnt, genau so viel muß sie von der anderen Seite verlieren. — Zweitens aber und hauptsächlich scheint auch die Selbst-

¹⁾ Jelgersma, Causaliteit (De nieuwe Gids 1891), S. 14—18.

wahrnehmung zu lehren, daß nicht hier der Knoten liegt. Tatsächlich ist unsere Gewißheit über den wahrgenommenen Sachverhalt nicht größer, wenn wir einer Ausnahme von einem Koexistenzgesetz, als wenn wir einer Ausnahme von einem Kausalgesetz begegnen; der Unterschied ist bloß der, daß wir von den zahlreichen nichtwahrgenommenen Umständen in jenem Falle nicht, in diesem aber wohl mit Zuversicht behaupten, daß sie von den früheren verschieden sein müssen. Wenn eine Arznei, welche ich hundertmal mit gutem Erfolg gegen Kopfweh angewandt habe, das nächste Mal versagt, so bezweifle ich ebenso wenig, daß ich dieses Mal auch wirklich Kopfweh gehabt habe, als ich die weiße Farbe des Raben, den ich jetzt sehe, bezweifle. Aber im letzteren Falle lasse ich es bei der Tatsache der Ausnahme bewenden; im ersteren schließt sich der Konstatierung derselben sofort die Folgerung an: also war mein letztes Unwohlsein anderer Natur als die früheren. — Machen wir aber noch ein weiteres Gedankenexperiment! Nach der oben angeführten Erklärung wäre der Unterschied in unserem Verhalten gegenüber Ausnahmen von Kausal- und Koexistenzgesetzen nur ein gradueller: hier stärkere Lockerung der assoziativen Verbindung als dort. Ein gradueller Unterschied läßt sich aber durch Wiederholung des zugrunde liegenden Prozesses ausgleichen: wenn eine Ausnahme von einem Kausalgesetz die Assoziation zwischen Ursache und Wirkung nicht merklich lockert, so werden doch hundert Ausnahmen es tun. Gesetzt nun, daß die obenerwähnte Arznei in hundert weiteren Fällen ihre Wirkung verfehlt, wird dadurch der Glaube an die absolute Allgemeinheit der diese Prozesse beherrschenden Gesetze erschüttert werden? Gewiß nicht: ich werde einfach schließen, daß sich in meiner Konstitution, in der Natur meiner Krankheit, in der Zusammensetzung der Arznei, kurz in den vorliegenden Umständen etwas geändert hat, demzufolge jetzt die Krankheitssymptome der Einwirkung der Arznei widerstehen. Damit scheint abermals bewiesen zu sein, daß der Glaube an die Ausnahmslosigkeit der kausalen Gesetze von der Festigkeit der assoziativen Verbindung zwischen Ursache und Wirkung unabhängig ist.

Sagen wir zuletzt noch ein Wort über die materialen Kausalprinzipien. Die Humesche Theorie würde erklären können, daß, je kürzer die Zeit zwischen Ursache und Wirkung, je näher zu-

sammen die verschiedenen mitwirkenden Faktoren, je ähnlicher die Wirkung der Ursache, um so fester auch die assoziative Verbindung zwischen beiden und um so stärker die an die Wahrnehmung der einen sich knüpfende Erwartung der anderen sein muß. Das ist schon viel, aber es ist nicht genug. Erklärt werden muß auch, daß, wenn die zeitliche und räumliche Berührung, die Gleichheit und Gleichartigkeit von Ursache und Wirkung in der Erfahrung nicht gegeben ist, nicht bloß eine schwächere assoziative Verbindung und ein weniger intensives Überzeugungsgefühl zustande kommt, sondern bestimmt vorausgesetzt wird, daß die betreffende Erfahrung uns bloß einen Teil des wirklichen Tatbestandes enthüllt, daß also entweder die wahrgenommenen Erscheinungen bloß Anfangs- und Endglied einer Kausalkette, oder aber im Wesen ganz anderer Natur sind, als uns die Wahrnehmung zu lehren scheint. Diese Voraussetzung dürfte die assoziationalistische Theorie schwerlich zu erklären imstande sein. Denn die Erfahrung ist doch wohl keineswegs darauf angelegt, zwischen der Vorstellung zweier regelmäßig aufeinanderfolgender Erscheinungen einerseits und der Vorstellung der zeitlichen und räumlichen Berührung, der Gleichartigkeit und Gleichheit derselben andererseits, eine unzertrennliche Assoziation zustande zu bringen. Wenn also dennoch diese Verhältnisse als notwendige Bestandteile jeder kausalen Relation empfunden werden, so scheint die assoziationalistische Theorie auch in diesem Punkte den vorliegenden Tatsachen nicht vollständig gerecht zu werden.

80. Die anthropomorphistische Theorie. Die Frage nach dem Ursprung unserer kausalen Begriffe und Überzeugungen wird von manchen Forschern dahin beantwortet, daß dieselben der Erfahrung der Willenserscheinungen entnommen und von diesen analogisch auf andere Erscheinungen übertragen seien. Es sind hauptsächlich zwei Behauptungen, eine psychologische und eine historische, mittels derer man diese Theorie zu begründen versucht. Zunächst glaubt man, daß bei der Willenserfahrung die Notwendigkeitsbeziehung zwischen Ursache und Wirkung in der unmittelbaren Selbstwahrnehmung gegeben sei. Die äußere Erfahrung allerdings lasse nur das *post*, nicht das *propter* erkennen; die Vorstellung,

daß die Wirkung durch die Ursache entstehe, sei in ihr nicht gegeben, sondern müsse in sie hineingetragen werden. Ganz anders aber verhalte es sich mit der inneren Erfahrung. Wenn mein Wille meine Glieder bewegt oder den Lauf meiner Gedanken ändert, so seien mir nicht bloß sukzedierende Erscheinungen, sondern auch das Band, welches dieselben zusammenhält, gegeben; ich nehme unmittelbar mich selbst als die Ursache meiner Handlungen wahr; und eben aus dieser Wahrnehmung sei der Begriff der ursächlichen Beziehung abstrahiert. Daß aber die kausale Auffassung der Außenwelt nichts weiter ist als eine Übertragung dieses der Selbstwahrnehmung entnommenen Begriffes auf die äußeren Objekte, lasse sich aus der historischen Entwicklung der Naturbetrachtung erweisen. Überall gehe nämlich die mythische der wissenschaftlichen Auffassung vorher; diese mythische Auffassung aber sei eben dadurch gekennzeichnet, daß sie alles Geschehen auf ein Tun menschenähnlicher Wesen zurückführt. Die Entstehung und Ausbildung der Wissenschaft habe dann allerdings dazu geführt, den anthropomorphistischen Inhalt des Ursachbegriffes stets mehr zu verflüchtigen; niemals könne derselbe aber seine Abstammung ganz verleugnen; was jetzt der wissenschaftliche Forscher bei dem Worte Ursache denkt, sei nichts weiter als ein schwacher Abglanz jener ersten, in der Selbstwahrnehmung gegebenen Vorstellung des wirkenden Willens.

Von jener ersten, psychologischen Behauptung, nach welcher uns die Willenskausalität als solche unmittelbar bewußt wäre, glaube ich nicht, daß sie den schon von Hume, Hamilton und Mill dagegen angeführten Gründen standzuhalten vermag. Das Bewußtsein des Könnens, wodurch sich der Willensentschluß von dem bloßen Wunsche unterscheidet, kann doch kaum anders als durch Erfahrung zustande gekommen sein. Wäre es anders, ließe sich dem Willensentschluß seine Wirksamkeit sofort ansehen, so müßte auch das Fehlen dieser Wirksamkeit sich ohne Erfahrung bemerkbar machen. Jeder müßte dann vorhersagen können, ob er irgend eine ungewohnte Bewegung (etwa des Ohres oder der Kopfhaut) auszuführen imstande ist oder nicht; und der plötzlich Gelähmte brauchte nicht der fehlschlagenden Versuche, um die erlittene Bewegungshemmung kennen zu lernen. Auch die Mittel der Willens-

kausalität müßten dann in der Selbstwahrnehmung unmittelbar gegeben sein; welche Prozesse sich zwischen den Willensimpuls und die ausgeführte Bewegung einschieben, müßte ohne Erfahrung, ohne anatomische und physiologische Kenntnisse vorausgesehen werden. Von alledem gilt aber genau das Umgekehrte; und so kann denn auch die besprochene Voraussetzung wohl kaum richtig sein. Die ihr zukommende scheinbare Evidenz verdankt sie wohl hauptsächlich dem Umstande, daß in der Tat in dem Willensentschluß die Bewegungen, welche zum erwünschten Ziele führen sollen, bereits mit vorgestellt werden; damit ist aber keineswegs gesagt, daß das Wissen um die Kausalbeziehung zwischen Wunsch und Bewegung, wodurch eben der Wunsch zum Willen wird, anders als durch Erfahrung zustande gekommen sein sollte.

Muß also die erste, psychologische Grundvoraussetzung der anthropomorphistischen Theorie unbedingt abgewiesen werden, der zweiten, historischen dagegen läßt sich die tatsächliche Richtigkeit nicht absprechen. Daß sämtliche Völker im mythologischen Stadium, sowie auch Kinder und Ungebildete die Ursachen personifizieren, daß selbst der Gebildete in die Vorstellung des stoßenden oder schiebenden Körpers etwas von den Empfindungen, welche entsprechende willkürliche Bewegungen begleiten, überträgt, steht außer Zweifel. Dagegen bleibt es die Frage, ob das solcherweise Übertragene den wesentlichen Inhalt oder bloß eine relativ zufällige Färbung des Ursachbegriffes bildet. Denn gesetzt, die Willenskausalität wäre nicht der Grundtypus, sondern bloß ein Spezialfall der Kausalität überhaupt, so nimmt doch dieser Spezialfall unsere Aufmerksamkeit weit mehr und weit öfter in Anspruch als jeder andere; und so ließe es sich denn leicht verstehen, daß die spezifischen Merkmale desselben im Bewußtsein auftauchen, so oft irgend ein Fall ursächlicher Beziehung demselben vorliegt. Ob es sich nun tatsächlich hiermit so oder anders verhält, läßt sich nur in der Weise ermitteln, daß wir fragen, ob die wesentlichen Merkmale der kausalen Begriffe den Erscheinungen der Willenskausalität entnommen sein können. Hat die anthropomorphistische Theorie recht, ist unsere Vorstellung kausaler Verhältnisse überhaupt eine bloße Übertragung desjenigen, was wir in dem Willensakte wahrnehmen,

auf andere Erscheinungen, so werden sich auch in unserem Begriffe der Kausalität überhaupt die charakteristischen Merkmale der Willenskausalität zurückfinden lassen müssen. Ich sehe nicht ein, in welcher Weise sonst über die Ansprüche der anthropomorphistischen Theorie entschieden werden könnte.

Diesem Kriterium gegenüber hat nun aber offenbar die anthropomorphistische Theorie einen sehr schweren Stand. Schon die einfache Tatsache, daß wir für jede Veränderung eine Ursache fordern, kann sie nur in gezwungener Weise erklären: nämlich mittels der Annahme, daß jede Veränderung uns an die eigene Willenstätigkeit erinnern sollte; während sich tatsächlich von solchen Erinnerungen bloß bei Orts- und Geschwindigkeitsveränderungen etwas spüren läßt. Das Postulat der zeitlichen Kontiguität könnte allenfalls, da die Handlung dem Entschlusse unmittelbar zu folgen scheint, aus den Willenserscheinungen abstrahiert sein; das Postulat der räumlichen Kontiguität dagegen findet in denselben auch nicht den geringsten Anhaltspunkt: die psychische Erscheinung des Willensentschlusses läßt sich ja gar nicht räumlich vorstellen. Die größten Schwierigkeiten bereitet aber der anthropomorphistischen Theorie das Postulat von der Äquivalenz von Ursache und Wirkung. Denn von allen Erscheinungspaaren, welche das natürliche oder das wissenschaftliche Denken als Beispiele kausaler Verbindungen auffaßt, ist doch wohl die Verbindung zwischen Willensentschluß und Körperbewegung am allerwenigsten geeignet, diesem Postulate zu genügen. Wir haben früher gesehen, daß demzufolge der Zusammenhang zwischen Psychischem und Physischem von jeher als ein vollkommen dunkles, der kausalen Erklärung unzugängliches Phänomen aufgefaßt worden ist (75); nach der anthropomorphistischen Theorie dagegen müßte gerade dieser Fall der allereinfachste und durchsichtigste sein. Wenn die Bezeichnung zweier Erscheinungen als Ursache und Wirkung nur bedeuten soll, daß wir das Verhältnis zwischen denselben demjenigen zwischen Willen und Körperbewegung analog denken, so kann ein gegebenes Verhältnis den kausalen Begriffen nur dadurch widerstreben, daß es sich von diesem Grundtypus in irgend welcher Weise zu entfernen scheint. Wie aber der Grundtypus selbst dazu gelangen sollte, den aus ihm abstrahierten Begriffen zu widerstreben, das läßt sich nicht leicht einsehen.

Übrigens haben die Vertreter der anthropomorphistischen Theorie zum Teil recht gut eingesehen, daß von einer Ableitung der kausalen Axiome aus ihren Prinzipien nicht die Rede sein kann. Demzufolge haben sie dann mehrfach versucht, für die tatsächliche Geltung derselben eine Erklärung außerhalb der Theorie zu finden, indem sie dieselben teilweise als bloße Postulate der Naturbeherrschung auffaßten, teilweise auch aus empirischen, sehr einfachen oder häufig vorkommenden kausalen Verhältnissen abstrahiert glaubten. Es scheint aber nicht, als ob sie damit viel weiter kämen. Denn erstens fragt sich, wozu denn eigentlich die anthropomorphistische Theorie noch nützen soll, wenn alle wesentlichen Bestandteile des kausalen Denkens von sonstwoher erklärt werden müssen. Zweitens aber gereicht es einer Theorie nicht zur Empfehlung, wenn sie für jedes Stück eines zusammengehörigen Tatsachenkomplexes eine eigene Hypothese ersinnen muß. Jedenfalls würde eine einheitliche, alle Erscheinungen unter einen Gesichtspunkt zusammenfassende Erklärung ihr gegenüber den Vorzug verdienen. Ob eine solche Erklärung möglich ist, werden wir jetzt untersuchen.

81. Die Hamiltonsche Hypothese. Der englische Philosoph Sir W. Hamilton hat sämtliche Erscheinungen des kausalen Denkens auf die eine Grundvoraussetzung zurückzuführen versucht, daß ein wirkliches Entstehen oder Vergehen nicht möglich ist. Seine Worte sind folgende: „When we are aware of something which begins to be, we are, by the necessity of our intelligence, constrained to believe that it has a Cause. But what does the expression, that it has a Cause, signify? If we analyse our thought, we shall find, that it simply means, that as we cannot conceive any new existence to commence, therefore, all that now is seen to arise under a new appearance had previously an existence under a prior form. We are utterly unable to realise in thought the possibility of the complement of existence being either increased or diminished. We are unable, on the one hand, to conceive nothing becoming something, — or, on the other, something becoming nothing. When God is said to create out of nothing, we construe this to thought by supposing that He evolves existence out of Himself; we view the Creator as the cause of the universe. „Ex nihilo nihil, in nihilum

nil posse reverti', expresses, in its purest form, the whole intellectual phenomenon of causality¹⁾.

Ich versuche in diesem und den nächstfolgenden Paragraphen erstens nachzuweisen, daß die Voraussetzung, welche nach der Hamiltonschen Hypothese dem kausalen Denken zugrunde liegt, eine vera causa ist (81); zweitens darzutun, daß sie zur Erklärung der formalen und materialen Kausalprinzipien, auf welche wir sämtliche Erscheinungen des kausalen Denkens zurückgeführt haben, vollständig ausreicht (82, 83); drittens zu zeigen, daß mehrere sonst schwer verständliche Eigentümlichkeiten des wissenschaftlichen und außerwissenschaftlichen, auf die kausalen Verhältnisse sich beziehenden Sprachgebrauchs durch sie ihre Erklärung finden (84, 85); viertens die erkenntnistheoretische Natur jener Voraussetzung festzustellen und die Frage zu beantworten, ob eine weitere Erklärung derselben nötig und in welcher Richtung sie zu suchen sei (86).

Die Überzeugung von der Unmöglichkeit des Entstehens und Vergehens gehört zu den ältesten Voraussetzungen des europäischen Denkens. Von den ersten griechischen Naturphilosophen berichtet Aristoteles, daß sie nichts sorgfältiger vermieden als die Annahme, etwas sei aus einem nicht vorher Vorhandenen entstanden; vielmehr sei es ihre gemeinsame Überzeugung gewesen, daß nichts aus nichts entstehe und nichts in nichts vergehe. Den nämlichen Gedanken machten die Eleaten zum Eckstein ihres Systems; kraft desselben erklärten sie die wahrgenommene, in unablässiger Veränderung begriffene Welt einfach für ein Nichtseiendes, obgleich sie weder über das wahrhaft Seiende, noch über dessen Verhältnis zum Nichtseienden etwas Näheres zu sagen wußten. Im weiteren Verlaufe der griechischen Philosophie haben dann alle Schulen für dasjenige, was sie als das wahrhaft Seiende betrachteten, die Prädikate des Unentstandenen und Unvergänglichen in Anspruch genommen; und von den Systemen der neueren Philosophie gilt genau das nämliche. Indem sodann die Naturwissenschaft für ihr Gebiet Materie und Kraft als das einzig Seiende annehmen zu müssen glaubte, akzeptierte sie einerseits den altgriechischen Gedanken, daß die Materie aus unentstandenen, unvergänglichen und unveränder-

¹⁾ Sir W. Hamilton, Lectures, II, 377.

lichen kleinsten Teilen zusammengesetzt sei; andererseits forderte sie sofort und mit gleicher Bestimmtheit auch die Erhaltung der Kraft. Dieser Gedanke von der Erhaltung der Kraft wurde schon von Lucrez ausgesprochen, von Gassendi erneuert, von Descartes als Prinzip von der Konstanz der Bewegungsquantität mv formuliert und von Leibniz auf die durch mv^2 gemessene „lebendige Kraft“ bezogen. Dem während eines Jahrhunderts fortgesetzten Streit zwischen Cartesianern und Leibnizianern über das wahre Kraftmaß lag eben die Voraussetzung von der Unzerstörbarkeit der Kraft zugrunde; die eigentliche Frage war, wie man die Kraft zu messen habe, damit der Forderung ihrer Unzerstörbarkeit genügt werde. Dieser historische Tatbestand ist besonders deshalb interessant, weil derselbe die Unabhängigkeit jener Voraussetzung von der empirischen Forschung gleichsam ad oculos demonstriert. Daß keine Zu- oder Abnahme der Kraft im Weltall stattfinden könne, wird mit Zuversicht behauptet, lange bevor man weiß, wie man diese Kraft zu messen hat; ja selbst während man glaubt, dieselbe in einer Weise messen zu müssen, nach welcher die Erfahrung das Prinzip nicht bestätigen würde. Die Sache verläuft demnach geradezu umgekehrt, wie man bei einem empirischen Satze vermuten würde. Zuerst wird das Prinzip in einer so unbestimmten Form aufgestellt, daß es sich mit den Tatsachen überhaupt nicht vergleichen läßt; nachdem letztere besser bekannt geworden, wird an denselben solange herumgedeutet, bis sie zum Prinzip stimmen. Mit anderen Worten: man hat von Anfang an gewußt oder zu wissen geglaubt, daß die Kraft unzerstörbar ist; was aber in diesem Satze das Wort Kraft eigentlich bedeutet, hat man nicht gewußt, sondern aus der Erfahrung, mit Hilfe eben dieses Satzes, zu ermitteln gesucht. Dementsprechend haben denn auch sämtliche Denker von Lucrez bis Leibniz das Prinzip nicht aus der Erfahrung, sondern aus den Begriffen zu beweisen versucht.

Daß die von Hamilton zur Erklärung der Erscheinungen des kausalen Denkens verwendete Voraussetzung wirklich als solche existiert und seit der frühesten Jugend der europäischen Wissenschaft existiert hat, scheint hiermit erwiesen zu sein; hypothetisch ist bloß die Beziehung dieser Voraussetzung zu den Erscheinungen des kausalen Denkens. Wir werden dementsprechend im folgenden mit dem Ausdrucke „Hamiltonsches Postulat“ oder

„Hamiltonsches Prinzip“ die tatsächliche Voraussetzung von der Unmöglichkeit des Entstehens und Vergehens bezeichnen; mit dem Ausdrucke „Hamiltonsche Hypothese“ dagegen die Annahme, daß aus dieser tatsächlichen Voraussetzung das ganze kausale Denken zu erklären sei.

82. Die Hamiltonsche Hypothese und die formalen Kausalprinzipien. Die Hamiltonsche Hypothese geht von der Tatsache aus, daß wir ein wirkliches Entstehen oder Vergehen für unmöglich halten, daß wir demnach überzeugt sind, alles was jetzt existiert, müsse auch früher existiert haben und später noch existieren. Aus dieser Tatsache folgt, daß jede Erscheinung, welche neu auftritt oder verschwindet, uns zum Probleme werden muß (2); und wir versuchen dieses Problem zu lösen, indem wir annehmen, daß das scheinbar Neuentstandene tatsächlich schon früher in irgend welcher Weise existiert hat, oder daß das scheinbar Verschwundene noch jetzt in irgend welcher Weise fortexistiert. In einigen Fällen gelingt es uns, diese Annahme sofort durch die Erfahrung zu bestätigen; und dann ist das Problem vorläufig gelöst (freilich oft nur, um später in einer neuen Form wieder aufzutauchen). So verhält es sich in den früher (75) angeführten Fällen: wenn wir die Wärme eines vorher glühenden Eisenstabes in den umgebenden Körpern zurückfinden, oder wenn wir die größere Helligkeit eines weißtapierten Zimmers dadurch erklären, daß jetzt mehr Licht als früher von den Wänden zurückgeworfen werde. In anderen Fällen aber sind wir nicht so glücklich. Erhitztes Wasser gerät ins Sieden: wir sehen nicht, wo die wahrgenommene Bewegung des Wassers hergekommen sein kann. Ein Stück Eisen, welches der feuchten Luft ausgesetzt ist, färbt sich rotbraun: in den Antezedentien war nichts von rotbrauner Farbe gegeben. Heißes Wasser auf schmelzendes Eis gegossen nimmt selbst die Temperatur des Eises an: die verschwundene Wärme ist nirgends zurückzufinden. In solchen Fällen gibt es denn, sofern an der aufgestellten Forderung festgehalten werden soll, nur einen Ausweg: was die Erfahrung uns bietet, muß ein unvollständiges oder ein ungetreues Bild der Wirklichkeit sein. Und in der Tat ist diese Überzeugung, in der angeführten Weise motiviert, eine der ältesten Errungenschaften der abend-

ländischen Wissenschaft (81). Aber mit dieser Lösung des Problems in abstracto gibt sich unser Wissenstrieb nicht zufrieden; wir wollen die wahre, hinter den Erscheinungen sich versteckende Wirklichkeit erkennen; wir wollen auch wissen, was in dieser geschieht, während jene uns das Bild eines Entstehens oder Vergehens vorgaukelt. Oder wenigstens: wir wollen von dieser Wirklichkeit eine Vorstellung gewinnen, welche uns die wahrgenommene Veränderung als eine bloß scheinbare verstehen läßt. Welche Mittel stehen uns nun zur Erreichung dieses Ziels zu Gebote? — Wir hatten zuerst eine Wahrnehmung a ; jetzt haben wir eine davon verschiedene, ganz neue Elemente in sich enthaltende Wahrnehmung b . Diese neuen Elemente müssen nach dem Hamiltonschen Prinzip irgendwo hergekommen sein; in den wahrgenommenen Antezedentien ist aber nichts davon zu entdecken. Wir schließen, daß der Gegenstand der Wahrnehmung mehr oder anderes in sich enthalten muß als wir davon wahrgenommen haben: hinter den Erscheinungen a und b vermuten wir eine davon verschiedene Wirklichkeit A und B. Und an diese Wirklichkeit stellen wir wieder von vornherein die Forderung, daß der Übergang von A zu B, wenn wir denselben ganz durchschauen könnten, sich als ein bloßes Hinzukommen oder Davongehen unentstandener und unvergänglicher Wirklichkeitselemente zu oder von A entpuppen würde. Mit anderen Worten: die erfahrungsmäßige Sukzession der Erscheinungen a und b fassen wir auf als Zeichen für eine Sukzession von wirklichen Zuständen A und $A \pm X$. — Nun gilt es aber, von diesem X etwas Näheres zu erfahren. Das ist auf direktem Wege nicht möglich, denn weder die Wirklichkeit selbst hinter den Erscheinungen, noch das funktionelle Verhältnis zwischen dieser Wirklichkeit und den Erscheinungen ist uns bekannt. Da versuchen wir es denn auf indirektem Wege: wir sehen nach, ob nicht innerhalb des Erscheinungsgebietes irgend ein c zu a hinzugekommen ist, bevor die Veränderung von a in b eintrat; und wenn wir ein solches finden, so vermuten wir, daß das demselben zugrunde liegende wirkliche C an der Sache beteiligt sei. Und zwar glauben wir, wenn c gleichzeitig mit der Veränderung von a in b verschwindet, daß das ganze C mit dem gesuchten X identisch sei; wenn es aber wahrnehmbar bleibt, so nehmen wir an, daß C bloß dem A einige Elemente zugeführt oder solche

von ihm übernommen habe, und daß diese Elemente das gesuchte X seien. Jedenfalls aber nennen wir das Zusammenkommen von A und C, also die Tatsache, daß das als *a* erscheinende Wirkliche zu dem als *c* erscheinenden Wirklichen in diese bestimmte Beziehung tritt, die Ursache der wahrgenommenen Veränderung. Also: wenn Wasserstoff an der Luft brennt, so wird die Luft feucht; gleichzeitig aber verschwindet der Wasserstoff als solcher. Wir nehmen an, daß in dem Wirklichen, welches wir als feuchte Luft wahrnehmen, die Wasserstoffteilchen, mit den Luftteilchen in irgend welcher Weise verbunden, unverändert fortexistieren; und wir nennen deshalb das Zusammenkommen der Luft mit Wasserstoff Ursache des Auftretens der Feuchtigkeit. Aber zur vollständigen Ursache gehört auch die Flamme, mittels welcher der Wasserstoff angezündet wurde; da diese jedoch nicht verschwindet, sondern weiterbrennt, nehmen wir an, es sei bloß ein Teil des derselben zugrunde liegenden Wirklichen (und zwar genauer: ein Teil der in ihr enthaltenen Energie) zu den Gasen übergegangen. Oder wir sehen, daß ein Stück Eis, welches mit einem warmen Körper in Berührung gekommen ist, schmilzt; der betreffende Körper bleibt bestehen, aber er verliert seine Wärme. Abermals wird das Zusammenkommen des Eises mit dem warmen Körper als die Ursache des Schmelzens bezeichnet; zugleich aber angenommen, daß ganz bestimmte Elemente des letzteren (diejenigen, welche wir als Wärme wahrnehmen) in das erstere übergetreten sind und in Verbindung mit diesem als geschmolzenes Eis wahrgenommen werden. — Allein auch diese Lösungen sind noch zu unbestimmt. Wir wollen von dem unbekanntem Etwas, welches einmal als Wasserstoff, ein anderes Mal mit Bestandteilen der Luft verbunden als Feuchtigkeit erscheint, oder von jenem, welches wir einmal als Wärme, sodann mit Eis verbunden als Wasser wahrnehmen, eine Vorstellung gewinnen. Und da fängt dann die Arbeit der Hypothesenbildung an. Wir stellen Vermutungen an über die Struktur der Wasserstoff- und Wassermoleküle und über das Wesen der Wärme; wir vergleichen dieselben mit anderen gegebenen Tatsachen, und wenn sie sich bewähren, so ergänzen wir mittels derselben unsere Vorstellungen von den jeweilig wirkenden Ursachen. Das Ziel aber, worauf diese ganze Gedankenbewegung hinstrebt, bleibt immer das nämliche: mög-

lichste Elimination aller Verschiedenheit zwischen den Wirklichkeiten, welche wir als der früheren und der späteren Wahrnehmung zugrunde liegend denken. Erreicht könnte dieses Ziel nur werden, wenn es uns gelänge, jede wahrgenommene Veränderung als Zeichen für einen Komplex gleichmäßig fortschreitender Prozesse, jede neue Erscheinung als das Ergebnis einer durch solche Prozesse herbeigeführten Verbindung oder Trennung unentstandener und unvergangener Wirklichkeitselemente zu denken. In letzter Instanz ist aber dieses Ziel bereits in jeder, auch in der allerdürftigsten Formulierung des Kausalitätsprinzips enthalten: wenn man sagt, daß jede Veränderung eine kausale Erklärung erfordert, so folgt daraus ohne weiteres, daß das Erklärungsbedürfnis erst in der restlosen Eliminierung der Veränderung seine endgültige Befriedigung finden könnte. Ob dieses Ziel überhaupt erreichbar ist, das bleibt allerdings die Frage, — eine Frage aber, welche wir nicht zu beantworten haben. Denn die Erkenntnistheorie hat bloß die Motive und Ziele des wissenschaftlichen Denkens aufzudecken und zu erklären; inwiefern diese Ziele erreichbar sind, kann sie ruhig der weiteren Entwicklung der Wissenschaft selbst zu entscheiden überlassen. Jedenfalls kann aber die Wissenschaft dem aufgestellten Ziele näher kommen. Sie kam demselben näher, als sie die Umwandlung des Wasserstoffs in Wasser als eine Verbindung mit Sauerstoff erkannte; sie wird demselben wieder näher gekommen sein, wenn sie einmal aus den Lagerungs- und Bewegungsverhältnissen der Atome das physikalische und chemische Verhalten der Stoffe mechanisch zu deduzieren vermag. Aber keineswegs wird sie es damit schon erreicht haben. Denn erstens kann auch der Übergang mechanischer Energie zwischen den Atomen ohne weitere Hypothesen nicht als ein gleichmäßig fortschreitender Prozeß gedacht werden; und zweitens bleibt es unbegreiflich, wie aus diesen mechanischen Prozessen jemals Empfindungen und Wahrnehmungen entstehen sollten. Wie diese beiden Lücken in unserer Weltbetrachtung auszufüllen sind, ist der Physik und Metaphysik künftiger Zeiten zu überlassen.

Wie muß nun, nach der Hamiltonschen, im vorhergehenden erläuterten Hypothese, der allem kausalen Denken mehr oder

weniger bewußt zugrunde liegende Begriff der Ursache definiert werden? Ich glaube folgenderweise: Ursache nennen wir die zu einer wahrgenommenen neuen Erscheinung hinzupostulierten, derselben vorhergehenden wirklichen Zustände und Prozesse, aus denen sich die der neuen Erscheinung zugrunde liegenden Zustände und Prozesse als ihre gleichmäßige Fortsetzung ergeben. Wir werden sehen, daß sich aus dieser Definition und dem darin enthaltenen Postulate das tatsächliche Verhalten des Denkens, welches wir in den beiden formalen und den vier materialen Kausalprinzipien zusammengefaßt haben, ohne Schwierigkeit erklären läßt.

Das erste der formalen Kausalprinzipien lautet: Jede neu eintretende Erscheinung hat unter den ihrem Eintreten vorhergehenden qualitativen und relativen Bestimmungen ihres Subjektes ihre Ursache (72). Die Erläuterung zu diesem Prinzip ist im vorhergehenden vollständig enthalten. Wenn wir in der Erscheinungswelt eine Veränderung wahrnehmen, so nehmen wir an, daß etwas zu dem Wirklichen, welches der sich verändernden Erscheinung zugrunde liegt, hinzugekommen oder von demselben abgeraten ist, und dieses Hinzukommen oder Abgeraten können wir nur als die Fortsetzung schon vorher stattfindender Prozesse denken. Den neu eintretenden Zustand aber betrachten wir als identisch mit dem alten, vermehrt oder vermindert mit den durch diese Prozesse zu- oder abgeführten Elementen; und so nennen wir denn diesen ganzen Komplex von Zuständen und Prozessen, welche nachher den neuen Zustand konstituieren werden, bis dahin die Ursache desselben. Daß jede neue Erscheinung ihre Ursache hat, heißt also nichts anderes, als daß das derselben zugrunde liegende Wirkliche die gleichmäßige Fortsetzung vorexistierender Zustände und Prozesse ist. Ohne solche läßt sich die neue Erscheinung nicht denken, weil wir es ohne solche nicht bloß mit einer neuen Erscheinung, sondern mit einer neuen Wirklichkeit zu tun haben würden.

Kann aber die Hamiltonsche Theorie, neben der Tatsache, daß für jede Veränderung eine Ursache gefordert wird, auch die andere Tatsache erklären, daß nur wo eine Veränderung vorliegt, die ursächlichen Begriffe angewendet werden (69)? Es könnte fast scheinen, als ob die Frage verneint werden müßte;

denn nach der Hamiltonschen Hypothese ist das Verhältnis zwischen den wirklichen Antezedentien und den wirklichen Sequentien genau das nämliche, sei es, daß wir es als eine gleichmäßige Fortsetzung, oder als einen Wechsel von bestimmten Zuständen und Prozessen wahrnehmen. Dennoch ist es, wie oben (S. 329) schon bemerkt wurde, psychologisch sehr begreiflich, daß die Sprache für diesen zweiten Fall eine eigene Terminologie geschaffen hat; denn wenn auch, objektiv betrachtet, zwischen den beiden Fällen vollkommene Gleichheit besteht, so stehen wir denselben doch in sehr verschiedener Weise gegenüber. Wenn uns in der Erfahrung ein unveränderter Zustand oder ein gleichmäßig verlaufender Prozeß gegeben ist, so erwächst daraus kein Problem; wir haben das Vorhergehende, welches wir in dem Nachfolgenden unverändert wiederfinden wollen, unmittelbar in der Hand, und es liegt keine Veranlassung vor, die Momente jenes Zustandes oder Prozesses vor und nach einem beliebigen Zeitpunkte voneinander zu sondern und mit verschiedenen Namen zu benennen. Wenn uns dagegen in der Erfahrung eine Veränderung gegeben ist, so muß das mit dem Sequens identische Antezedens gesucht werden; und den wahrnehmbaren Umständen, welche wir als die Erscheinung desselben auffassen, läßt sich ihre Beziehung zum wahrgenommenen Sequens nicht sofort ansehen. Da ist es denn sehr begreiflich, daß man in dem postulierten Komplex von unveränderlichen Zuständen und Prozessen, welchem die Erscheinung vor und nach der Veränderung entspricht, das Stadium, welches der Veränderung vorhergeht, von dem Stadium, welches derselben folgt, unterscheidet und diese beiden als Ursache und Wirkung einander gegenüberstellt.

Das zweite der formalen Kausalprinzipien sagt aus, daß, wenn die Ursache einer Erscheinung gegeben ist, diese Erscheinung notwendig eintreten muß (72); und auch diese Voraussetzung des Denkens läßt sich leicht aus der Hamiltonschen Hypothese erklären. Nach ihr ist die Wirkung durch die Ursache bestimmt, genau so wie eine Summe oder eine Differenz durch die addierten oder subtrahierten Größen bestimmt ist. Was wir unter Wirkung verstehen, ist nach der Hamiltonschen Hypothese nichts anderes, als ein bestimmtes Nebeneinander von Wirklichkeitselementen, welche durch die in der Ur-

sache mit vorgestellten gleichmäßigen Prozesse zu diesem Nebeneinander geführt wurden. In dem Zustande eines gegebenen Augenblicks, welchen wir Ursache nennen, sind alle Daten enthalten, aus welchen der Zustand des folgenden Augenblicks, die Wirkung, sich aufbaut. Denn zwischen Ursache und Wirkung liegt nur die unveränderte Fortsetzung der Prozesse, welche schon in der Ursache mit gegeben waren.

83. Die Hamiltonsche Hypothese und die materialen Kausalprinzipien. Wir haben früher gesehen, daß ganz besonders die materialen Kausalprinzipien jeder Theorie, welche die ursächlichen Grundbegriffe in irgend welcher Weise durch Abstraktion aus der Erfahrung hervorgehen läßt, kaum überwindliche Schwierigkeiten entgegenstellen. Solchen Theorien gegenüber ist nun die Hamiltonsche Hypothese schon dadurch im Vorteil, daß wir es nach ihr in den kausalen Begriffen nicht mit Verhältnissen zu tun haben, welche aus der Erfahrung abstrahiert, sondern mit Forderungen, welche an die Erfahrung gestellt werden. Im kausalen Denken wird die Erfahrung verarbeitet nach einem Ideal, welches nirgends in der Erfahrung gegeben ist, sondern vom Denken aus eigenen Mitteln geboten wird; und eben auf dieses Ideal beziehen sich die Kausalprinzipien. Wir wollen jetzt untersuchen, inwiefern sich dieselben aus dem Inhalte dieses Ideals erklären lassen.

Das Prinzip der zeitlichen Berührung zwischen Ursache und Wirkung erklärt sich aus der Hamiltonschen Hypothese von selbst. Nach dieser Hypothese vermögen wir nämlich die kausale Einwirkung nur als die Erscheinung identisch fortlaufender Zustände und Prozesse zu denken; diesen identisch fortlaufenden Zuständen und Prozessen kommt aber als solchen notwendig Kontinuität zu; und da Ursache und Wirkung als verschiedene Erscheinungen wahrgenommen werden, so muß für diese Erscheinungen die zugrunde liegende Kontinuität zur Kontiguität, zur zeitlichen Berührung werden. Auch der alte Streit über die Frage, ob zwischen Ursache und Wirkung ein Gleichzeitigkeits- oder ein Sukzessionsverhältnis angenommen werden müsse, findet hier seine einfache Lösung. Wenn wir für einen neu eintretenden Zustand eine Ursache fordern, so betrachten wir denselben als die Fortsetzung

früherer Zustände und Prozesse; und eben diese Zustände und Prozesse bilden die geforderte Ursache. Es ist nun wenig mehr als eine Wortfrage, ob wir dem neu eintretenden, als Wirkung bezeichneten Zustände jene ihn konstituierenden Zustände und Prozesse im Momente seines Eintretens, oder im unmittelbar vorhergehenden Momente als Ursache gegenüberstellen wollen; ob wir also das Verhältnis der Ursache zur Wirkung als ein Verhältnis der Elemente zum Ganzen, oder ob wir es als ein Verhältnis des Vorhergehenden zum Nachfolgenden auffassen. Für beide Auffassungen läßt sich etwas sagen. Die Vertreter der ersteren Auffassung könnten anführen, die letzte und einzig unmittelbare Bedingung für das Eintreten des neuen Zustandes sei doch diese bestimmte Verbindung seiner Elemente; der neue Zustand verwirkliche sich erst, wenn diese bestimmte Verbindung seiner Elemente gegeben ist; und so liege es denn auch nahe, eben diese mit der Wirkung gleichzeitige und die Wirkung konstituierende Verbindung von Elementen als die Ursache zu bezeichnen. Demgegenüber könnten aber andere darauf hinweisen, daß nach dieser Begriffsbestimmung der Gegensatz von Ursache und Wirkung sich nicht auf eine reale Verschiedenheit, sondern bloß auf eine Verschiedenheit der Auffassung bezöge; ihr zufolge sei ja der nämliche objektive Tatbestand, je nachdem man denselben in seiner Totalität oder in seinen Elementen betrachtet, Wirkung und Ursache; wolle man den kausalen Begriffen ihre reale Bedeutung wahren, so sei es vielmehr angezeigt, den unmittelbar vorhergehenden, von der Wirkung eben noch verschiedenen Tatbestand Ursache zu nennen. Es scheint klar, daß dieser ganze Streit sich nicht auf die wirklichen Verhältnisse, sondern bloß auf die Namengebung bezieht; die Auffassung alles Geschehens als eines Komplexes von identischen Zuständen und Prozessen liegt beiden Ansichten zugrunde; und die Frage ist bloß, ob wir den Schnitt zwischen demjenigen, was wir Ursache, und demjenigen, was wir Wirkung nennen, so machen werden, daß zwei sukzessive Momente, oder so, daß auch in einem Momente die zusammensetzenden Elemente von dem zusammengesetzten Ganzen begrifflich getrennt werden. Mir scheint die erstere Schnittweise den Vorzug zu verdienen; es lohnt sich aber nicht der Mühe, diese rein terminologische Angelegenheit weiter zu diskutieren.

Über das Prinzip von der räumlichen Berührung der

an der Verursachung beteiligten Wirklichkeitselemente werden wenige Worte genügen. Wenn in der Tat ein Kausalverhältnis sich nur als der Übergang irgend welcher Elemente von einem Wirklichen zum anderen denken läßt, so ist hierzu räumliche Berührung dieser beiden Wirklichen unbedingt erforderlich. Eine scheinbare Fernwirkung wäre nur so möglich, daß sich Elemente von dem einen Wirklichen ablösten und den Weg bis zum anderen Wirklichen zurücklegten; damit wäre aber die angebliche Fernwirkung eben wieder auf eine Wirkung durch Berührung zurückgeführt. Eine wirkliche Fernwirkung, wobei also die Strecke zwischen den beiden Wirklichen durch die von einem zum anderen hinübertretenden Elemente gleichsam übersprungen würde, würde entweder (wenn sie Zeit in Anspruch nähme) auf eine Vernichtung und nachfolgende Neuschöpfung dieser Elemente hinauskommen, oder (wenn sie zeitlos verlief) einen im höchsten Grade diskontinuierlichen Prozeß darstellen. Beides ist aber nach dem Hamiltonschen Postulate gleich undenkbar.

In dem Prinzip der Äquivalenz von Ursache und Wirkung haben wir es offenbar mit einer direkten Anwendung des Hamiltonschen Postulates auf die Erscheinung der Veränderung zu tun. Dasselbe sagt bloß aus, daß die behauptete Gleichheit früherer und späterer wirklicher Zustände auch in dem Falle aufrechterhalten werden soll, wo die Erfahrung uns das Bild neu entstandener Zustände vor die Augen bringt. Wenn man aber manchmal, statt die Wirkung der Ursache gleichzusetzen, sich darauf beschränkt, zu sagen, daß die Wirkung nicht mehr enthalten könne als die Ursache, daß sie in der Ursache enthalten sein müsse u. dgl., so läßt sich diese bescheidenere Formulierung unseres Prinzips aus dem nämlichen Grunde erklären, weshalb man auch sagt, die Wirkung sei zwar durch die Ursache bestimmt, nicht aber die Ursache durch die Wirkung. Die Veranlassung zur Betätigung des kausalen Denkens liegt nämlich, wie wir gesehen haben, allemal in der wahrgenommenen Veränderung eines bestimmten Subjekts; und eben den neu eintretenden Zustand dieses Subjekts nennt man für gewöhnlich die Wirkung. In dem Begriffe der Wirkung pflegt man also bloß eigene Zustände dieses Subjekts, nicht aber gleichzeitige Zustände anderer Wirklichen zu denken; dagegen fühlt man sehr genau heraus, daß in den zur Erklärung der Ver-

änderung herbeigezogenen Begriff der Ursache auch Beziehungen des Subjekts zu anderen qualitativ bestimmten Wirklichen aufgenommen werden müssen. Wendet man aber auf diese Vorstellungen das Hamiltonsche Postulat an, so zeigt sich leicht, daß die Wirkung zwar in der Ursache enthalten, aber nicht der Ursache gleich zu sein braucht, sowie auch, daß zwar die Wirkung durch die Ursache, nicht aber die Ursache durch die Wirkung notwendig bestimmt ist. Denn nach diesen Vorstellungen bezieht sich eben der Begriff der Ursache auf einen größeren Teil der Wirklichkeit als der Begriff der Wirkung. Aus der Ursache, aus sämtlichen qualitativen und relativen Bestimmungen des Subjekts, geht die Wirkung, das Eintreten eines neuen Zustandes des Subjekts, mit Notwendigkeit hervor; aber neben diesem neuen Zustande des Subjekts können auch neue Zustände anderer Wirklichen aus der nämlichen Ursache hervorgegangen sein. Betrachten wir alle diese Zustände zusammen, so sind sie mit der Ursache äquivalent und ist diese durch sie vollkommen bestimmt; betrachten wir aber den zu erklärenden neuen Zustand des Subjekts für sich, so ist dieser in der Ursache bloß enthalten und zur Bestimmung der Ursache keineswegs genügend. Aus dieser Unsicherheit in der Definition der Wirkung erklärt sich vollständig die Verschiedenheit der Ansichten und Aussprüche über die beiden hier berührten Fragen.

Das Prinzip der logischen Beziehung zwischen Ursache und Wirkung endlich ist ein bloßes Korollarium des Vorhergehenden. Wenn, und nur dann, wenn im Wesen der Sache die Wirkung nichts weiter ist als die gleichmäßige Fortsetzung der Ursache, ist es möglich, aus der vollständigen Kenntnis der Ursache durch logischen Schluß die Wirkung abzuleiten. Denn das Eigentümliche des logischen Schlusses liegt, wie früher bewiesen wurde (22), eben darin, daß derselbe verschiedene Betrachtungsweisen eines identischen oder als identisch vorausgesetzten Tatbestandes miteinander verbindet. In dem Hamiltonschen Postulate wird aber eben vorausgesetzt, daß sämtliche die Wirklichkeit konstituierenden Prozesse sich identisch erhalten; nach ihm ist also in der exakten Beschreibung aller wirklichen Zustände in einem beliebigen Zeitpunkte diejenige aller wirklichen Zustände in allen anderen Zeitpunkten enthalten. Der Weltlauf wird damit zu einer „Logik der Tatsachen“; jede Ursache

bietet, wie überhaupt jeder Komplex vorhergehender Zustände, die Prämissen, aus denen nach den Gesetzen des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten auf die Wirkung, auf den Komplex nachfolgender Zustände, geschlossen werden kann¹⁾. Die Notwendigkeit aber, welche wir der Beziehung zwischen Ursache und Wirkung zuschreiben und von hier aus auf die anderen induktiv ermittelten Regelmäßigkeiten übertragen (73, 74), findet damit zugleich ihre Erklärung; dieselbe ordnet sich vollständig der früher (23) erklärten logischen Notwendigkeit unter, von welcher sie sich nur durch ihre Anwendung auf ein besonderes Gebiet spezifisch unterscheidet.

Das Vorhergehende (81, 82) zusammenfassend, finden wir, daß die Hamiltonsche Hypothese vollkommen genügt, um die tatsächliche Voraussetzung der formalen und materialen Kausalprinzipien zu erklären. Wenn wir von dieser Hypothese absehen, so scheinen wir einer verwirrenden Vielheit unabhängiger, unverbundener, teilweise sich widersprechender Forderungen gegenüberzustehen; wenn wir dieselbe annehmen, so ordnet sich alles zu einem Gedankensystem, dessen einzelne Glieder sich aus einer einzigen Grundvoraussetzung mit Notwendigkeit ergeben. Und da wir früher gesehen haben, daß sämtliche Erscheinungen des kausalen, sowie des induktiven Denkens überhaupt, nur auf der bewußten oder unbewußten Anwendung der formalen und materialen Kausalprinzipien beruhen, so lassen sich alle diese Erscheinungen ebenfalls aus der Hamiltonschen Hypothese in erschöpfender Weise erklären. Das heißt: wir brauchen, neben den singularen Erfahrungsurteilen und der allgemeinen Voraussetzung von der Unveränderlichkeit des Bestehenden, keine weiteren im Bewußtsein gegebenen Elementarurteile anzunehmen,

¹⁾ Man könnte eine Schwierigkeit finden in dem Umstande, daß hier das Verhältnis zwischen Ursache und Wirkung demjenigen zwischen Grund und Folge untergeordnet zu werden scheint, während früher (2) letzteres als Spezialfall des ursächlichen Verhältnisses vorgestellt wurde. Dieselbe löst sich, wenn man überlegt, daß genau gesprochen nicht die Ursache Grund der Wirkung, sondern unsere Kenntnis der Ursache Grund unserer Kenntnis der Wirkung ist. Gründe sind ja Bewußtseinserscheinungen, Ursachen aber auch äußere Zustände. Das Verhältnis ist demnach folgendes: der Begriff der Ursache umfaßt denjenigen des Grundes, dieser aber umfaßt wieder als einen Spezialfall das Urteil über die Anwesenheit einer Ursache.

um daraus die Entstehung und Verarbeitung sämtlicher induktiver Urteile nach logischen Gesetzen begreiflich zu machen. Nehmen wir noch hinzu, daß jene allgemeine Voraussetzung, als Motiv des Denkens betrachtet, ohne Zweifel eine vera causa ist (81), so kann der Hamiltonschen Hypothese ein sehr hoher Wahrscheinlichkeitsgrad nicht abgesprochen werden.

Zwei Fragen haben von jeher das menschliche Denken in Anspruch genommen: die Frage nach dem Wesen der Dinge, und die Frage nach der Kausalität des Geschehens. Jene geht von der Annahme aus, daß dem Wechsel der Erscheinungen ein beharrliches Sein zugrunde liegt; diese setzt voraus, daß alle Veränderung verursacht ist. Beide Fragen haben aber in dem Hamiltonschen Prinzip ihre gemeinsame Wurzel. Wenn ein Entstehen und Vergehen unmöglich ist, so ist erstens klar, daß die wechselvolle Wahrnehmungswelt nicht die ganze Wirklichkeit sein kann; zweitens aber liegt es nahe zu schließen, so oft sich in dem Wahrnehmungsinhalt etwas verändert, müsse zu dem zuerst Gegebenen ein anderes hinzugekommen sein. Das Kausalitätsprinzip ist die jüngere Schwester des Substanzprinzips. Dieses gibt das ideale Schema einer wissenschaftlichen Naturbetrachtung; jenes fordert, daß alle Erscheinungen, welche in dieses Schema nicht hineinpassen, damit in Übereinstimmung gebracht werden. Schließlich stehen demnach die alten Eleaten und die modernen Naturforscher auf dem nämlichen Boden. Jene nennen alles Veränderliche ein Nichtseiendes, diese fassen alle Veränderung auf als ein Problem; das sind aber im Grunde nur zwei Namen für eine Sache. Der einzige Unterschied ist der, daß selbst der schwächste Versuch, die gegebene Erfahrung im Sinne des Prinzips umzudeuten, die Kräfte der Eleaten überstieg, während es der Naturwissenschaft gelungen ist, durch die angestrengte Arbeit der Jahrhunderte wenigstens jenem Ziele langsam sich zu nähern.

84. Die Hamiltonsche Hypothese und der Sprachgebrauch.

Es wurde schon früher (69) beiläufig bemerkt, daß der Sprachgebrauch in betreff der kausalen Begriffe keineswegs ein durchaus konstanter ist. Während wir damals uns dafür entschieden haben, den ganzen Zustand, die sämtlichen qualitativen und relativen Bestimmungen des Subjekts in dem der Veränderung des-

selben vorhergehenden Momente als Ursache zu bezeichnen, ziehen andere es vor, diesen Namen nur einigen oder selbst nur einer dieser Bestimmungen zuzuerkennen; die Wahl dieser Bestimmungen scheint aber wieder nach verschiedenen Kriterien stattzufinden. In einigen Fällen werden bloß die relativen, oder die zuletzt eingetretenen, oder die am wenigsten bekannten Bestimmungen des Subjekts Ursache genannt; manchmal auch kann man sich nur auf ein gewisses, sich seiner Gründe nicht bewußtes Gefühl berufen, demzufolge man gewisse Bestimmungen als die eigentlichen, wahren „Ursachen“, die anderen dagegen bloß als „Bedingungen“ und „Veranlassungen“ aufzufassen sich genötigt findet. Es fragt sich, wie wir nach der Hamiltonschen Hypothese diese Tatsachen zu deuten haben.

Was nun jene zuerst erwähnten Fälle betrifft, so bietet die Erklärung derselben keine großen Schwierigkeiten. Wir haben es hier nämlich mit abgekürzten Ausdrücken zu tun, welche sich am leichtesten nach Analogie der sogenannten enthymematischen Schlüsse verstehen lassen. Ein enthymematischer Schluß ist ein solcher, bei welchem eine oder mehrere Prämissen nicht ausdrücklich formuliert, sondern als bekannt vorausgesetzt und demnach stillschweigend mitgedacht werden. Wenn ich beispielsweise sage: „das Thermometer ist seit gestern gefallen, also ist die Temperatur niedriger geworden“, oder „dieses Dreieck hat eine Basis von 10 und eine Höhe von 8 cm, also einen Inhalt von 40 qcm“, so sind diese Schlüsse nur dadurch möglich, daß die weiteren Prämissen: „wenn das Thermometer fällt, so ist die Temperatur niedriger geworden“ und „der Inhalt eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkte aus Basis und Höhe“, hinzugedacht werden; indem ich aber diese weiteren Prämissen als bekannt voraussetze, halte ich es nicht für nötig, dieselben ausdrücklich zu formulieren. Genau so verhält es sich nun auch mit dem oben erwähnten kausalen Sprachgebrauch. Wenn wir uns selbst oder anderen gegenüber eine wahrgenommene Veränderung erklären wollen, so dürfen wir meistens den größeren Teil der Umstände als bekannt voraussetzen; darunter aber ganz besonders diejenigen, welche sich auf die eigenen qualitativen Bestimmungen des Subjekts beziehen. Denn eben diesen kommt, in Unterscheidung von den relativen Bestimmungen, eine verhältnismäßige Dauerhaftigkeit zu, demzufolge wir dieselben in

die Vorstellung bekannter Subjekte von selbst mit einschließen. Daher werden wir eher sagen, daß das hinzugebrachte Feuer, als daß die chemische Zusammensetzung des Holzes Ursache für das Brennen desselben ist; eher, daß der Genuß schwerverdaulicher Speisen, als daß die beschränkte Leistungsfähigkeit des Magens irgend eine Krankheit verursacht hat, obgleich offenbar die letzteren Umstände für das Eintreten des neuen Zustandes ebenso nötig waren wie die ersteren. Aus dem nämlichen Grunde werden aber regelmäßig vorkommende relative Bestimmungen (wie etwa in unserem ersten Beispiele die Berührung des Holzes mit der Luft) nicht so leicht in die Ursache aufgenommen als die anderen: man rechnet darauf, daß jene von jedem Zuhörer stillschweigend hinzugedacht werden. — Ebenso wie die relativen, werden auch die zuletzt eintretenden, die Gesamtursache komplettierenden Umstände mehr als die anderen Anspruch darauf haben, ausdrücklich erwähnt zu werden; denn je länger ein mitwirkender Umstand schon gegenwärtig gewesen ist, um so größer ist die Chance, daß derselbe schon die Aufmerksamkeit auf sich gezogen hat. Daher werden manche unter den verschiedenen Umständen, welche das Herabfallen eines an einem Faden aufgehängten Gewichtes beim Durchschneiden dieses Fadens bedingen, eben dieses Durchschneiden als die Ursache des Herabfallens hervorheben. — Daß aber in der Tat in allen diesen Fällen der entscheidende Moment für die Wahl eines Umstandes als Ursache in dem Nicht- oder Wenigerbekanntsein dieses Umstandes liegt, erhellt aus der Tatsache, daß auch qualitative, der Wirkung lange vorhergehende Bestimmungen des Subjekts, falls man nur Grund hat, eben diese als unbekannt vorauszusetzen, als die Ursache bezeichnet werden. Allerdings wird man einem erwachsenen Menschen, der nach der Ursache einer Explosion sich erkundigt, etwa antworten, daß ein Funke ins Pulver gefallen ist; einem Kinde aber, welches die Eigenschaften des Schießpulvers nicht kennt, aber den hineinfallenden Funken gesehen hat, wird man sagen, die Ursache liege in der großen Brennbarkeit, in der Zusammensetzung dieses Pulvers usw. Ebenso wird man als die Ursache des schnellen Niederbrennens einer Stadt den Umstand bezeichnen, daß dieselbe ganz aus Holz erbaut war; als die Ursache der Erkrankung eines Menschen nach unbedeutender Er-

kältung seine schwache Brust; als die Ursache des Beschlagens eines kalten, ins warme Zimmer gebrachten Körpers seine niedrige Temperatur, — alles in der Voraussetzung, daß eben diese Umstände dem Zuhörer bis dahin unbekannt waren. In allen diesen Fällen ist demnach dasjenige, was man Ursache nennt, eine solche Ergänzung der bereits bekannten Umstände, daß dadurch die Vorstellung der Gesamtursache in dem früher bezeichneten Sinne dem Zuhörer klar und vollständig vor die Augen tritt. Es wird nicht nötig sein, weiter auszuführen, daß wir es hier überall nicht mit neuen Begriffen oder Anschauungen, sondern einfach mit einer abgekürzten Terminologie zu tun haben.

Dagegen soll die gewonnene Einsicht noch kurz benutzt werden, um einige weitere, mehr oder weniger auffallende Eigentümlichkeiten des Sprachgebrauchs womöglich zu erklären. Es ist nämlich eine nicht wegzuleugnende Tatsache, daß im natürlichen Denken die Forderung von „Ursachen“ nicht bloß auftritt, wo neue Zustände zur Wahrnehmung gelangen, sondern auch, wo ein gewohnter, gesetzmäßig bedingter Wechsel von Zuständen unterbrochen wird, und selbst, wo ein neuer Zustand, während wir denselben erwarten zu müssen glaubten, nicht eintritt. Man hat mit Recht bemerkt, daß der vorwissenschaftliche Mensch das Wachsen der Bäume, den Wechsel der Jahreszeiten, die Bewegung der Wasserströme nicht durch kausale Hypothesen zu erklären sucht, daß er dagegen eine Ursache fordert, so oft der regelmäßige Gang dieser Erscheinungen in irgend welcher Weise gestört oder unterbrochen wird. Ebenso kümmert sich mancher gar wenig darum, weshalb eigentlich die Zeiger der Uhr sich bewegen; sobald aber die Uhr einmal unerwarteterweise stillsteht, ist er überzeugt, daß dafür eine Ursache zu finden sein muß. Und aus Kindermund kann man sehr viel häufiger die Frage vernehmen, warum die Sonne nicht fällt, als die andere, warum überhaupt ein Fallen freigelassener Körper stattfindet. — Diese Tatsachen scheinen mit der Hamiltonschen Hypothese, nach welcher eben das Postulat von der Unveränderlichkeit des Wirklichen die Forderung von Ursachen beherrscht, in geradem Widerspruch zu stehen; dennoch lassen sie sich ohne allzu große Mühe mit derselben in Übereinstimmung bringen. Denn was erstens das

Ausbleiben der den Kausalitätstrieb erweckenden Verwunderung gewohnten Veränderungen gegenüber betrifft, so läßt sich dieses durch die bekannte psychologische Tatsache erklären, daß nur das Neue, nicht aber das Alltägliche die unwillkürliche Aufmerksamkeit auf sich zu ziehen pflegt. Kinder und Wilde werden eben mit jenem regelmäßigen Erscheinungswechsel bekannt in einer Zeit, wo praktische Bedürfnisse noch das ganze Bewußtsein in Anspruch nehmen; wenn später das theoretische Interesse erwacht, so hat sich die Aufmerksamkeit jenem Wechsel gegenüber schon so sehr abgestumpft, daß ein Stoß von außen erforderlich ist, um die darin enthaltenen Probleme zu klarem Bewußtsein zu bringen. — Wie verhält es sich aber mit der anderen oben erwähnten Tatsache: mit der Forderung von Ursachen für die Unterbrechung oder das Ausbleiben einer gewohnten Veränderung? Diese zu erklären, müssen wir bedenken, daß dem gewohnten Wechsel gegenüber, wenn derselbe auch das Bedürfnis ursächlicher Erklärung nicht mehr hervorruft, dennoch das Postulat von der Unveränderlichkeit des Bestehenden keineswegs unwirksam bleibt. Der vorwissenschaftliche Mensch sucht für den gewohnten Wechsel keine Ursachen; aber er setzt dennoch stillschweigend voraus, und wenn er sich auch niemals darüber klare Rechenschaft geben sollte, daß derselbe in irgend welcher Weise verursacht ist. Wiederholen sich nun später die Umstände, unter welchen er diesen Wechsel hat eintreten sehen, so muß er glauben, daß auch die Ursachen derselben wieder vorhanden seien: das heißt nach der Hamiltonschen Hypothese, daß die gleichmäßige Fortsetzung des vollständigen jetzt gegebenen wirklichen Zustandes im nächsten Moment denjenigen Zustand erzeugen muß, welcher eben als ein neuer, als das Ergebnis des gewohnten Wechsels zur Erscheinung gelangt. Wird aber diese Erwartung getäuscht, so sind genau die nämlichen Gründe, welche überall die Forderung von Ursachen beherrschen, auch hier gegeben. Wir betrachten eine ungewohnte Veränderung als verursacht, weil durch dieselbe ein wahrgenommener dauerhafter Zustand unterbrochen wird; wir betrachten die Unterbrechung einer gewohnten Reihe von Veränderungen als verursacht, weil durch dieselbe ein stillschweigend postulierter, der wahrgenommenen Reihe von Veränderungen bewußt oder unbewußt

zugrunde gelegter dauerhafter Zustand unterbrochen wird. Wir haben es also hier mit einer Art sekundärer Ursachen zu tun: mit Ursachen, welche wir voraussetzen, um die Unwirksamkeit anderer, früher vorausgesetzter Ursachen zu erklären. Dadurch werden die Verhältnisse allerdings etwas kompliziert; daß aber zum Verständnis derselben unsere bisherigen Erklärungsgründe vollkommen ausreichen, wird man leicht einsehen.

Ähnliches gilt nun auch von den „negativen Ursachen“, also von denjenigen Fällen, in welchen das Fehlen irgend einer qualitativen oder relativen Bestimmung des Subjekts als eine der Ursachen oder selbst als die Ursache eines an demselben eintretenden neuen Zustandes bezeichnet wird. So wird etwa als Ursache der schlechten Ernte der Mangel an Regen, als Ursache einer Niederlage die Unaufmerksamkeit einer Schildwache, als Ursache des Niederbrennens eines Hauses das Fehlen einer Feuerspritze angegeben; obgleich offenbar bloße Negationen nicht als reale Ursachen gedacht werden können. Die Sache verhält sich aber so, daß wir damit anfangen, die gewöhnliche Regenmenge, die Pflichterfüllung der Schildwache und die Anwesenheit der Feuerspritze als selbstverständlich vorzusetzen, und dieser Voraussetzung zufolge ein anderes Resultat als das wirklich eingetretene zu erwarten. Wird dann diese Erwartung getäuscht, so bedarf unsere Vorstellung von der Ursache in dem nämlichen Sinne wie früher einer Korrektur; aber diese Korrektur besteht nicht in einer Ergänzung, sondern in einer Einschränkung der vorgestellten qualitativen und relativen Bestimmungen des Subjekts. Der Unterschied zwischen dem jetzigen und dem früher besprochenen Fall besteht also ausschließlich darin, daß sozusagen dort eine positive, hier aber eine negative Größe zu den bekannten Umständen hinzugefügt werden muß, um die ursächliche Erklärung des in der Erfahrung Gegebenen zu ermöglichen.

Die im vorhergehenden besprochenen Tatsachen beziehen sich fast ausschließlich auf den außerwissenschaftlichen, dem natürlichen Denken geläufigen Sprachgebrauch. Von größerem theoretischen Interesse ist die auch in der Wissenschaft übliche Unterscheidung von eigentlichen Ursachen und bloßen Bedingungen, welche zwar zusammen gegeben sein müssen, um das Eintreten der Wirkung zu ermöglichen, von denen jedoch

den ersteren eine größere Bedeutung, sozusagen eine höhere Dignität zuerkannt wird als den letzteren. So wird man etwa die chemische Zusammensetzung der Weinsäure und des doppeltkohlensauren Natrons als die Ursache, die Lösung der beiden Substanzen in Wasser aber bloß als eine Bedingung für die Kohlensäureentwicklung bezeichnen; die Reibung innerhalb einer Elektrysiermaschine als die Ursache, die richtige Leitung aber als eine Bedingung für die an einem anderen Orte zur Erscheinung gelangende Elektrizität; das Licht der Sonne als die Ursache, die Durchsichtigkeit der zwischenliegenden Medien aber als eine Bedingung der Veränderungen in der photographischen Platte usw. Vom Standpunkte einer empiristischen Theorie sind alle diese Unterscheidungen schwer zu erklären; denn diese Bedingungen sind doch für das Zustandekommen der Wirkung ebenso unumgänglich notwendig wie jene Ursachen, und es scheint ebenso ungereimt zu sagen, daß die einen weniger als die anderen zur Wirkung beitragen, wie etwa den beiden Faktoren eines Produktes einen verschiedenen Wert für das Zustandekommen desselben beizumessen. Die Hamiltonsche Hypothese aber macht auch diesen Sachverhalt in hohem Grade durchsichtig. Denn wenn wir uns jede kausale Einwirkung als den Übergang gewisser Elemente von einem Wirklichen zum anderen zu denken haben, so liegt es nahe, der Anwesenheit desjenigen Wirklichen, welches dem in Veränderung begriffenen Wirklichen die neuen Elemente liefert oder alte von ihm übernimmt, eine größere Bedeutung zuzuerkennen als anderem, welches bloß diesen Übergang vermittelt oder ermöglicht. Nun glauben wir aber, daß die Weinsäure, indem sie sich mit dem Metall des doppeltkohlensauren Natrons verbindet, die Kohlensäure desselben befreit; daß die Reibungsarbeit in der Elektrysiermaschine sich in Elektrizität verwandelt; daß die Energie des Sonnenlichtes sich in die chemischen Prozesse, welche in der photographischen Platte auftreten, umsetzt; während wir nicht annehmen, daß von dem Wasser, den Leitungsdrähten und den durchsichtigen Medien etwas in die Wirkung übergeht. Und eben diesen Unterschied bringen wir dadurch zum Ausdruck, daß wir jene ersteren Faktoren als Ursachen, diese letzteren dagegen als bloße Bedingungen der eintretenden Wirkung bezeichnen.

85. **Die Hamiltonsche Hypothese und der physikalische Kraftbegriff.** Die jetzt gewonnene Einsicht macht es möglich, auch über die Motive, welche die Aufstellung des physikalischen Kraftbegriffes beherrschen, genauer als früher (75) Rechenschaft zu geben. Bekanntlich verwendet die Naturwissenschaft das Wort „Kraft“ für zwei ganz verschiedene Begriffe: einmal in der Mechanik für die durch das Produkt aus Masse und Beschleunigung gemessene Ursache einer besonderen Bewegungsveränderung; sodann in der Physik für die allgemeinen und dauernden Eigenschaften oder Beziehungen der Körper, kraft deren dieselben, wenn bestimmte Bedingungen gegeben sind, aufeinander wirken („Naturkräfte“). Jener mechanische darf mit diesem physikalischen Kraftbegriff keineswegs verwechselt werden: der erstere bezeichnet etwas Vorübergehendes, in der Wirkung sich Erschöpfendes, Meßbares (der Zug einer Feder, der Anprall eines Projektils, der Druck einer Wassersäule), der zweite dagegen etwas Bleibendes, Unerschöpfliches, keiner Messung Zugängliches (die Schwerkraft, die Elektrizität). Wir wollen zuerst versuchen, diesen physikalischen Kraftbegriff genauer kennen zu lernen und womöglich seinen Ursprung nachzuweisen.

Das Verhältnis des physikalischen Kraftbegriffes zum Begriff der Ursache, sofern es sich aus den klarbewußten Erfahrungen des Denkens abstrahieren läßt, ist vielleicht am deutlichsten von Schopenhauer erkannt und charakterisiert worden. Die Naturkräfte sind ihm zufolge dasjenige, „vermöge dessen die Veränderungen, oder Wirkungen, überhaupt möglich sind, das, was den Ursachen die Kausalität, d. i. die Fähigkeit zu wirken, allererst erteilt, von welchem sie also diese bloß zur Lehn haben. Ursache und Wirkung sind die zu notwendiger Sukzession in der Zeit verknüpften Veränderungen: die Naturkräfte hingegen, vermöge welcher alle Ursachen wirken, sind von allem Wechsel ausgenommen, daher in diesem Sinne außer aller Zeit, eben deshalb aber stets und überall vorhanden, allgegenwärtig und unerschöpflich, immer bereit sich zu äußern, sobald nur, am Leitfaden der Kausalität, die Gelegenheit dazu eintritt. Die Ursache ist allemal, wie auch ihre Wirkung, ein einzelnes, eine einzelne Veränderung: die Naturkraft hingegen ist ein Allgemeines, Unveränderliches, zu aller Zeit und überall

Vorhandenes“¹⁾. Und ähnlich definiert Liebmann die Kraft als „ein permanentes, unzerstörbares, stets zur Wirksamkeit bereit im Hintergrunde lauerndes, wenn aber zur Wirksamkeit erweckt, dann auch stets konsequent und gleichartig, d. h. eben gesetzlich wirkendes Agens“²⁾. Fügen wir schließlich noch hinzu, daß diese Naturkräfte nirgends in direkter Erfahrung gegeben sind, sondern hypothetisch zur Erfahrung hinzugedacht werden, und erinnern wir daran, daß dieselben nach einer Bemerkung Rümelins³⁾ durch die entsprechenden Naturgesetze definiert werden, so haben wir wohl ungefähr alles beisammen, was zur Charakteristik des Begriffes der Naturkraft erfordert ist.

Um so unabweisbarer erhebt sich nun aber die Frage, wie denn die Naturwissenschaft zur Aufstellung dieses Begriffes gelangt. Wenn die regelmäßige Verbindung von Ursachen und Wirkungen in einem Gesetze formuliert worden ist, welchen Nutzen gewährt es dann, dieses Gesetz als die Definition einer unvorstellbaren Wirklichkeit, Naturkraft genannt, aufzufassen? Das Gravitationsgesetz kann doch, scheint es, zur Erklärung der Erscheinungen genau so viel leisten wie die Schwerkraft; und es hat vor dieser den Vorzug voraus, daß es nur von empirisch Gegebenem redet. Auch macht man sich die Sache etwas zu leicht, wenn man mit Kohn (a. a. O. S. 87) die Annahme von Naturkräften durch eine „Neigung des menschlichen Intellekts, sich mit keiner empirischen Synthese zufrieden zu geben, sondern derselben als Untergrund ein verschwommenes Wesen zu leihen, das halbdunkel und schattenhaft genug sein muß, um als einheitlich gelten zu können“, erklären zu können glaubt. Die Frage ist eben, nicht ob es eine Neigung, Kräfte anzunehmen, tatsächlich gibt, sondern in welcher Weise diese tatsächlich gegebene Neigung begründet, bzw. motiviert ist.

Vom Standpunkte der Hamiltonschen Hypothese läßt sich diese Frage in ziemlich einfacher Weise beantworten. Wir haben oben (S. 354.) gesehen, daß, dieser Hypothese entsprechend, jede einzelne Veränderung uns nötigt, in der unmittelbar vorhergehenden Wirklichkeit außer den gegebenen noch weitere, zunächst unbekanntere Verhältnisse anzunehmen, welche, wenn sie bekannt

¹⁾ Schopenhauer, Sämtliche Werke (ed. Frauenstadt), I, 45.

²⁾ Liebmann, Zur Analysis der Wirklichkeit, S. 175.

³⁾ Rümelin, Reden und Aufsätze, Tübingen 1875, S. 6.

wären, uns gestatten würden, den ganzen Vorgang als die gleichmäßige Fortsetzung unveränderlicher Zustände und Prozesse zu begreifen. In genau der nämlichen Weise werden wir nun auch, wo uns gesetzliche, unter bestimmten Bedingungen sich stets wieder erneuernde Veränderungen gegeben sind, allgemeine, von Zeit und Raum unabhängige Verhältnisse voraussetzen haben, welche mit jenen Bedingungen zusammen es ermöglichen würden, den Wechsel auf Identität zurückzuführen. Und eben diese unbekanntes allgemeinen Verhältnisse fassen wir unter den Begriff der Naturkraft zusammen. Die Veranlassung zur Annahme einer Naturkraft liegt demnach überall in der Entdeckung eines Naturgesetzes: also in der Erfahrung, daß, wo und wann immer gewisse Bedingungen verwirklicht sind, Veränderungen bestimmter Art eintreten. Wir müssen aus dieser Erfahrung schließen, daß auch das Vorhandensein der unbekanntes Bedingungen, welche wir im Interesse der Aufrechterhaltung des Hamiltonschen Prinzips zu den bekannten hinzupostulieren, nicht an bestimmte Orte oder Zeiten gebunden ist; daß vielmehr überall, wo diese bekannten Bedingungen sich zusammenfinden, auch jene unbekanntes bereitstehen, im Verein mit den ersteren die Wirkung zu erzeugen. Eben dieses wird in jenen Eigenschaften der Außerzeitlichkeit, Allgegenwärtigkeit und Unerschöpflichkeit, welche Schopenhauer und Liebmann der Naturkraft zuerkennen, ausgedrückt.

Ein einfaches Beispiel mag die Sache erläutern. Je zwei Körper im Raume erteilen sich gegenseitig überall und immer Beschleunigungen in der Richtung der Verbindungslinie; als Antezedentien kennen wir bloß die beiden ruhenden oder sich langsamer bewegendes, als Sequentien die beiden sich schneller bewegendes Körper. Zwischen diesen beiden Erscheinungskomplexen läßt sich ohne weiteres keine identische Gleichung aufstellen; es müssen also noch weitere, verborgene Umstände an der Sache beteiligt sein, und zwar müssen diese Umstände überall zur Hand sein, wo Gravitationserscheinungen auftreten. Von dem Wesen dieser Umstände wissen wir aber nichts. Vielleicht ist die wirkliche Natur desjenigen, was wir als ruhende oder bewegte Körper vorstellen, durch den Inhalt unserer Vorstellung keineswegs erschöpft, und würde eine vollständige Einsicht in dieselbe uns die Identität zwischen Vorhergehendem und Folgen-

dem erkennen lassen. Vielleicht auch müßten, um die scheinbare Veränderung auf ein Unveränderliches zurückzuführen, nicht unbekannte Eigenschaften der bewegten Körper selbst, sondern unbekannte Wirklichkeiten außerhalb derselben (etwa stoßende Ätherteilchen) mit in die Rechnung gezogen werden. In dieser Ungewißheit setzen wir für die unbekanntes, zur Erklärung des Gegebenen geforderten Faktoren ein X: die Naturkraft; wir sagen, daß die spätere schnellere Bewegung der beiden Körper sich aus ihrer früheren langsameren Bewegung in Verbindung mit „der Schwerkraft“ ergeben habe. Und wir verstehen unter dieser Schwerkraft nichts weiter als die Gesamtheit der entweder in dem einen Körper, oder in dem anderen, oder in beiden, oder außerhalb derselben anzunehmenden unbekanntes Umstände, welche, in Verbindung mit den bekannten, die Unterordnung der gegebenen Erscheinungen unter das Hamiltonsche Prinzip ermöglichen würden. Aus diesen bekannten Umständen lassen sich nun die Bedingungen, denen jene unbekanntes genügen müssen, um ihrer Aufgabe gewachsen zu sein, leicht bestimmen; und so gelangen wir zur Definition der Schwerkraft als einer Kraft, derzufolge jeder Körper sämtlichen anderen Körpern Beschleunigungen in der Richtung der Verbindungslinie erteilt, welche seiner Masse proportional und dem Quadrate seiner Entfernung von den anderen Körpern umgekehrt proportional sind. Damit ist dann formell die Identität wiederhergestellt worden: denn in dem Gesamtbegriff zweier Körper von bestimmten Massen, welche sich in bestimmter Entfernung voneinander befinden und jener bestimmten Kraft unterworfen sind, sind die Beschleunigungen, welche diese Körper tatsächlich erfahren, analytisch mitenthaltens. Aber offenbar ist damit die eigentliche Lösung nur gefordert, nicht bereits gegeben: das Wort Schwerkraft vertritt bloß die Stelle derjenigen wirklichen Eigenschaften oder Beziehungen, welche die wahrgenommenen Veränderungen verständlich machen, d. h. auf ein Unveränderliches zurückführen würden.

Wenn also gefragt wird, was denn eigentlich die Annahme von Naturkräften zur Erklärung der Erscheinungen leiste, so lautet die Antwort: die Naturkräfte sind überhaupt keine Erklärungshypothesen, sie bezeichnen bloß die Stellen, wo eine Erklärung nötig ist. Die Zurückführung einer Er-

scheinung auf eine Naturkraft ist ebensowenig eine Erklärung derselben, wie das Aufstellen einer Gleichung mit der Auflösung derselben zusammenfällt. Daher macht es einen komischen Eindruck, wenn die Naturkraft als Erklärungsgrund dargestellt wird, wie an jener Stelle im „*Malade imaginaire*“, wo auf die Frage, weshalb Opium Schlaf erzeuge, geantwortet wird: *quia est in eo virtus dormitiva, cuius est natura sensus assoupire*. Aber wenn auch die Naturkräfte zur Erklärung der Erscheinungen nichts beitragen, so sind sie doch keineswegs ohne Nutzen. Ihr Nutzen besteht darin, daß sie, mit derjenigen Genauigkeit und Vollständigkeit, welche zurzeit erreichbar ist, ein Problem stellen; das Stellen eines Problems ist aber der erste und notwendigste Schritt zur Lösung desselben. Die Naturkraft leistet demnach ähnliche Dienste wie das x in einer algebraischen Gleichung, oder wie die Punkte in der Ausgabe einer alten Handschrift: sie bezeichnet eine Lücke in unserer Erkenntnis, ein zu lösendes Problem. Jenes x bedeutet die Zahl, welche die Gleichung zu einer identischen, jene Punkte das Wort, welches den Satz verständlich machen würde; und ebenso die Naturkraft die Umstände, deren Kenntnis uns befähigen würde, die vorliegenden Erfahrungen dem Hamiltonschen Prinzip unterzuordnen. Genau so wie jenes x oder jene Punkte, ist demnach auch die Naturkraft ein Zeichen, welches durch etwas anderes ersetzt werden soll; und genau so wie dort können auch hier, wenn die geforderte Lösung noch nicht gegeben werden kann, die Bedingungen, denen sie genügen muß, aus dem Gegebenen konstruiert werden. Als Galilei eine Reihe physikalischer Erscheinungen aus dem „*horror vacui*“ herleitete, war damit nichts erklärt; es war einfach ein Problem erkannt worden. Jener Begriff stellte der Wissenschaft die Aufgabe, Umstände zu entdecken, aus welchen das Eintreten umgebender Gase oder Flüssigkeiten in einen leeren Raum sich logisch begreifen ließe. Er ließ eine Lücke in der Erkenntnis scharf hervortreten, welche später durch die Vorstellung des Luftdrucks, noch später durch diejenige des Stoßes bewegter Luftteilchen ausgefüllt worden ist.

Mit dem mechanischen Kraftbegriff werden wir uns später (92) ausführlicher zu beschäftigen haben; doch kann es nützlich sein, schon jetzt einiges darüber zu bemerken. Man könnte nämlich fragen, wie es zu erklären ist, daß dieser mecha-

nische und jener physikalische Kraftbegriff, wenn sie so verschieden sind wie man oft behauptet, dennoch mit einem Namen benannt worden sind. Diese Erklärung läßt sich vielleicht einfach in einem Satz zusammenfassen, der in aphoristischer Form in Schopenhauers handschriftlichem Nachlaß vorkommt: „Kraft ist Ursache, sofern sie unbekannt ist“ (a. a. O. S. 122). Dieser Definition ordnen sich die beiden Kraftbegriffe unter; mit dem Unterschiede, daß beim physikalischen Kraftbegriff die Kenntnis der betreffenden Ursachen wirklich fehlt, während beim mechanischen bloß von dieser Kenntnis abstrahiert wird. Ersteres erhellt aus dem Vorhergehenden: die Naturkraft ist nichts weiter als die Gesamtheit der unbekanntesten allgemeinen Bedingungen eines gesetzlich auftretenden Geschehens; daher sie inhaltlich ärmer wird je mehr sich unsere Kenntnis der Bedingungen erweitert (horror vacui — Druck — Stoßkraft) und mit der restlosen Durchführung des Hamiltonschen Prinzips aus der Wissenschaft verschwinden müßte. Die mechanische Kraft dagegen steht für die ganze (teils bekannte, teils unbekannteste) Ursache einer Bewegungsänderung; indem aber die Mechanik grundsätzlich die Ursachen bloß durch deren apriorische Beziehungen zu den Wirkungen bestimmt, und die spezielle Natur dieser Ursachen der Physik überläßt, macht sie dieselben zu etwas Unbekanntem und nennt sie demzufolge Kräfte. Also: von einer Zugwirkung sind vielfach die Bedingungen (eine gespannte Feder, ein Magnet, die Sonne gegenüber der Erde) wenigstens teilweise bekannt; die Mechanik abstrahiert aber von diesem Bekannten, und faßt bloß die allgemeine Tatsache, daß „eine Kraft“ von bestimmter Stärke und Richtung auf einen Körper wirkt, ins Auge; für sie kommen also auch die bekannten Bedingungen ebensowenig in Betracht, als wenn sie unbekannt wären. — Aus diesem Unterschiede erklären sich sämtliche früher erwähnte Verschiedenheiten der beiden Begriffe. Die Naturkraft ist ein Unveränderliches und Unerschöpfliches, weil wir eben das reale Substrat des unveränderlichen Naturgesetzes, also die überall und immer gegenwärtigen verborgenen Bedingungen des Geschehens darunter zusammenfassen; sie ist keiner direkten Messung zugänglich, weil sie nicht in der Erfahrung gegeben ist, und ebensowenig einer indirekten an den Wirkungen, weil sie nur in Verbindung

mit den quantitativ wechselnden wahrnehmbaren Bedingungen diese Wirkungen erzeugt. Die mechanische Kraft dagegen vertritt nicht bloß die bleibenden, sondern auch die wechselnden Elemente der Ursache; sie ist demnach von Fall zu Fall veränderlich. Ihre Wirkungsfähigkeit ist, wie diejenige jeder einzelnen Ursache, eine beschränkte und kann an der erzeugten Wirkung gemessen werden.

86. **Das Bedürfnis einer weiteren Erklärung.** Was wir bis jetzt erreicht haben, ist bloß die Einsicht, daß die eine, im tatsächlichen Denken gegebene Voraussetzung von der Unveränderlichkeit des Bestehenden, in Verbindung mit den Erfahrungsdaten, sämtliche Erscheinungen des induktiven Denkens nach logischen Gesetzen zu erklären vermag. Damit sind allerdings eine große Anzahl scheinbar unverbundener Tatsachen und Gesetze des Denkens auf eine fundamentale Tatsache zurückgeführt worden; keineswegs aber dürfen wir glauben, damit die vorliegenden Probleme endgültig gelöst zu haben. Denn diese eine Tatsache ist eben die Voraussetzung eines synthetischen Urteils apriori, und schließt als solche ein neues Problem in sich (26). Es wird kaum nötig sein, dies ausführlich nachzuweisen. Daß alles Bestehende unveränderlich ist, kann kein analytisches Urteil sein; denn das Subjekt desselben ist ganz unbestimmt (12), und kann demnach die im Prädikate enthaltene Bestimmung nicht in sich schließen. Oder, wenn man vielleicht die Existenz selbst als ein Begriffsmerkmal auffassen wollte, so ist doch dieses Merkmal keiner weiteren Analyse fähig; es enthält jedenfalls nichts von Zeit in sich, und kann demnach auch die Unveränderlichkeit, welche den Begriff der Zeit voraussetzt, nicht in sich enthalten. Ebenso wenig wie die synthetische, dürfte auch die apriorische Natur des in Rede stehenden Urteils zweifelhaft erscheinen, denn die Erfahrung bietet uns ja überall das Bild unausgesetzter Veränderung. Wenn aber das Merkmal der Unveränderlichkeit weder in dem Begriffe des Bestehenden, noch in demjenigen, was uns die Erfahrung über das Bestehende lehrt, enthalten ist, so stehen wir wieder der alten Frage gegenüber, in welcher Weise dann die tatsächliche Gewißheit des betreffenden Urteils zu erklären ist.

Diese Frage hat man nun in sehr verschiedener Weise zu beantworten versucht.

Einige haben geglaubt, die synthetische Natur des vorliegenden Urteils überhaupt in Frage stellen zu können. So ganz besonders Bolliger. Auf die Frage: „kann es eine Veränderung der Dinge geben, d. h. können sie andere werden?“ gibt er folgende Antwort: „Es ist dies offenbar unmöglich; die Dinge müssen sich gleich bleiben, so gewiß sie Dinge sind. Denn ‚Ding‘ bedeutet nicht eine Reihenfolge ähnlicher oder unähnlicher Zustände, sondern ein sich identisch bleibendes Etwas als Ausgangspunkt und *causa sufficiens* einer Fülle kausaler Beziehungen. Gäbe es eine reale Veränderung von Dingen, so müßte ein Ding zugleich sein und auch nicht sein, was unmöglich ist aus rein logischen Gründen. Denn sage ich, ein Ding habe sich verändert, d. h. sei anders geworden, so wäre es eben auch ein anderes geworden, und das erste Ding wäre nicht mehr, sondern es wäre ein zweites anderes Ding. Zwar schließen diese Erwägungen nicht aus, daß Gott ein Ding, das er ins Dasein rief, auch wieder zurückrufe ins Nichtsein; aber aus einem Dinge ein anderes zu machen, ist selbst einer göttlichen Allmacht unmöglich, aus demselben Grunde, wie auch die göttliche Allmacht aus 2 nicht 3 und aus einer Linie nicht eine Fläche machen kann. Gott könnte höchstens nach Abberufung des ersten Dinges durch Neuschöpfung ein zweites an die Stelle setzen; jede Aufhebung der Identität mit sich selbst ist Aufhebung des Dinges.“¹⁾ Das sieht sehr einfach aus, ist aber doch wohl etwas zu einfach. Denn offenbar bezieht sich diese ganze Argumentation nur auf die Unveränderlichkeit der Begriffe, während das zu erklärende Prinzip nicht diese, sondern die Unveränderlichkeit der wirklichen Dinge zum Gegenstande hat. Die Frage ist nicht, ob und warum wir das veränderte Ding als ein anderes auffassen, einem anderen Begriffe unterordnen; sondern die Frage ist, warum wir, wenn wir eine Veränderung wahrnehmen, eben nicht glauben, daß an die Stelle des einen Dinges ein anderes getreten ist, vielmehr fest davon überzeugt sind, daß der jetzigen und der früheren Wahrnehmung die nämlichen wirklichen Dinge zugrunde liegen. Hätte Bolliger recht,

¹⁾ A. Bolliger, *Das Problem der Kausalität*, Leipzig 1878, S. 153.

so wäre die ganze riesige Gedankenarbeit, durch welche die Wissenschaft seit Jahrhunderten die Erfahrung mit dem Postulate der Unveränderlichkeit des Seienden in Übereinstimmung zu bringen bestrebt gewesen ist, einfach unnötig gewesen: man hätte jedes veränderte Ding einem neuen Begriffe unterordnen, mit einem neuen Namen benennen können, und die ganze Sache wäre in Ordnung gewesen. Statt dessen hat aber die Wissenschaft eben die Neuschöpfung und Vernichtung des Wirklichen, welche Bolliger unbedenklich zuläßt, von jeher für unmöglich gehalten. Die Erörterung Bolligers verfehlt also ihr Ziel: sie erklärt etwas, welches kaum der Erklärung bedarf, und läßt das zu Erklärende vollständig im dunkeln.

Eine andere, vielverbreitete Auffassung vertritt an erster Stelle Wundt¹⁾. Nach ihm haben wir es im kausalen Denken mit einer Übertragung unserer Denkformen auf das äußere Geschehen zu tun, d. h. wir denken das Verhältnis zwischen vorhergehenden und nachfolgenden Erscheinungen nach Analogie desjenigen zwischen Gründen und Folgen. Darum müsse, ebenso wie bei diesem Verhältnis Identität der Begriffe, bei jenem Identität des Erscheinenden vorausgesetzt werden. Die Entschiedenheit aber, mit welcher diese Voraussetzung aufgestellt und behauptet wird, beruhe einfach darauf, daß unser Denken nur dadurch Erfahrungen sammeln und ordnen kann, daß es dieselben nach logischen Gesetzen verbindet. Das Postulat von der Unveränderlichkeit des Bestehenden fordere demnach in letzter Instanz nur die Begreiflichkeit der Welt. — Auch von dieser Erklärung muß ich bezweifeln, ob sie den Tatsachen des Denkens gerecht werden kann. Denn erstens setzt das Hamiltonsche Prinzip in bezug auf die Wirklichkeit überall viel mehr voraus, als für die Möglichkeit einer logischen Anordnung derselben nötig sein würde. Um die Erfahrung einer logischen Bearbeitung zugänglich zu machen, würde jedenfalls schon die allgemeine Gesetzlichkeit des Geschehens, also die Geltung der formalen Kausalprinzipien mitsamt ihren Korrelaten, vollauf genügen. Es lassen sich ja beispielsweise denjenigen Gesetzen, welche sich auf einen periodischen Erscheinungswechsel oder auf eine Wirkung in die Ferne beziehen, die Erfahrungstatsachen

¹⁾ W. Wundt, *Die physikalischen Axiome*, Erlangen 1866, S. 101—107; *Logik I*, Stuttgart 1880, S. 549.

ebenso leicht unterordnen, wie den Gesetzen der räumlichen und zeitlichen Kontiguität; jene ermöglichen eine ebenso genaue Vorhersagung und Berechnung besonderer Fälle wie diese; dennoch hat sich das Denken mit den ersteren niemals zufrieden gegeben. Aber sogar die Exaktheit und Ausnahmslosigkeit der kausalen Gesetze, welche das Denken unerbittlich fordert, erscheint kaum als eine unerläßliche Bedingung für die Anwendbarkeit der Logik auf die Erfahrung; vielmehr würde auch eine bloß annähernde, in den meisten Fällen sich bestätigende Regelmäßigkeit des Geschehens dem Funktionsbedürfnis des logischen Triebes schon genügen, wie aus der Tatsache, daß sie demselben bei den Koexistenzgesetzen wirklich genügt, unwidersprechlich hervorgeht (73). Aus welchem Grunde wir den kausalen Gesetzen soviel höhere Forderungen stellen, läßt sich aus der Wundtschen Theorie nicht erklären. — Es kommt aber noch ein Zweites und Wichtigeres hinzu, nämlich dieses: daß wir die Geltung des Hamiltonschen Prinzips nicht bloß als eine Bedingung für die Begreiflichkeit der Welt fordern, sondern mit Evidenz als wahr voraussetzen. Es ist eben etwas ganz anderes, zu sagen: wir können die Welt nur dann logisch verstehen, wenn es sich so verhält, oder: es verhält sich wirklich so; das erstere würde bloß die Allgemeinheit des Wunsches erklären, das Hamiltonsche Prinzip überall bestätigt zu finden, nicht aber die die gesamte Geschichte der Wissenschaft beherrschende Überzeugung, daß es sich auf die Dauer bestätigen muß. Um diese Überzeugung zu begründen, müssen dem Denken andere Daten zu Gebote stehen, als in seiner formalen logischen Organisation enthalten sind.

Welche diese Daten seien, darüber lassen sich allerdings zurzeit nur noch äußerst unbestimmte Vermutungen aufstellen. Wenn wir überlegen, daß wir in dem ganzen Verlauf unserer bisherigen Untersuchungen noch immer den Grundsatz, daß wir vernünftige, nach zureichenden Gründen urteilende Wesen sind (2), bestätigt gefunden haben, so dürfen wir sicher vermuten, daß es sich auch hier nicht anders verhalten wird. Das heißt: wir dürfen es für wahrscheinlich halten, daß ebenso wie die Axiome der Logik, der Arithmetik und der Geometrie, auch das dem kausalen Denken zugrunde liegende Hamiltonsche Prinzip im unbewußten Denken auf logischem Wege aus Definitionen und

Erfahrungstatsachen aufgebaut worden ist. Und diese Wahrscheinlichkeit steigt, wenn wir uns erinnern, daß die Erscheinungen sich bereits in weitem Umfange den Forderungen, welche jenes Prinzip an sie stellt, fügsam erwiesen haben (man denke etwa an die Durchführung der Erhaltungsprinzipien). Genau so nun, wie man von einem Menschen, dessen Mutmaßungen über künftige Ereignisse sich stets wieder bewähren, annehmen wird, daß er für diese Mutmaßungen seine guten Gründe gehabt habe, genau so muß auch jede Bestätigung des Hamiltonschen Prinzips den Eindruck verstärken, daß dieses Prinzip nicht ohne zureichende, sei es auch unbewußte Gründe bereits von der ältesten Wissenschaft aufgestellt worden ist. Nehmen wir aber diese Wahrscheinlichkeit an, und untersuchen wir, welche Gründe denn geeignet wären, jenes Prinzip zu tragen, so gelangen wir zum Ergebnis, daß darunter jedenfalls solche, welche auf die Fundamente der Zeitvorstellung sich beziehen, vorkommen müßten. Denn das Hamiltonsche Prinzip behauptet eben die Unveränderlichkeit des Wirklichen in der Zeit; wenn es aus irgend welchen letzten Daten logisch gefolgert sein soll, so müssen diese letzten Daten notwendig etwas über die Zeit in sich enthalten. Nun haben wir aber bei der Besprechung der Kinematik gefunden, daß wahrscheinlich die Zeitvorstellung, genau so wie die Raumvorstellung, subjektiven Ursprungs ist; daß aber eine an den Tatsachen des Denkens verifizierbare Hypothese, welche diesem Gedanken einen präzisen Inhalt gäbe, in dem jetzigen Entwicklungsstadium der Wissenschaft noch nicht vorliegt (62). Hält man diese Einsichten und Vermutungen zusammen, so ergibt sich eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Kausalitätsproblem mit dem Zeitproblem enge zusammenhängt, dergestalt, daß erst die Lösung des letzteren diejenige des ersteren möglich machen würde. Über die Art und Weise, wie diese Lösungen etwa gedacht werden könnten, lassen sich nur sehr unbestimmte Andeutungen geben. Die Lösung des Zeitproblems könnte etwa so ausfallen, daß die Auseinanderlegung der Erscheinungen in die Zeitform ganz und gar vom Subjekt herrührte, indem eine an sich zeitlose Wirklichkeit dem Geiste eine Vielheit verschiedener Ansichten darböte, welche dieser kraft seiner eigenen Veranlagung als zeitlich geordnet wahrnähme. Das Verhältnis zwischen der

einen zeitlosen Wirklichkeit und den vielen zeitlich geordneten Erscheinungen stünde demnach in entfernter Analogie zu demjenigen zwischen dem einen Objekte im Kaleidoskop und den vielen zur Wahrnehmung gelangenden Bildern desselben. Das Bestreben des Denkens, hinter dem Wechsel der Erscheinungen eine allem Wechsel entzogene Wirklichkeit zu entdecken, würde sich dann aus einer unbewußten Erkenntnis dieses Verhältnisses bis zu einem gewissen Grade verstehen und zugleich rechtfertigen lassen. Doch haben wir mit allen diesen Vermutungen und Möglichkeiten den festen Boden des Tatsächlichen schon längst verlassen; und Hypothesen auf Hypothesen zu bauen ist eine gefährliche und wenig lohnende Arbeit. Besser ist es, vorläufig auf die Lösung des noch nicht Lösbaren einfach zu verzichten. Eine solche Verzichtleistung läßt offenbar den Wert der Hamiltonschen Hypothese für die Erklärung der Denkererscheinungen ungeschmälert bestehen: genau so, wie das Fehlen einer mechanischen Theorie der Gravitation den Wert der Gravitationshypothese für die Erklärung der Naturerscheinungen ungeschmälert bestehen läßt. In beiden Fällen können wir bis auf weiteres damit zufrieden sein, eine ungeheure Masse einzelner Tatsachen auf eine einzige fundamentale Tatsache zurückgeführt zu haben; die Probleme, welche diese Tatsache selbst wieder in sich birgt, mag die Zukunft zu lösen versuchen. Sowie aber die Naturwissenschaft unbedenklich voraussetzt, daß das Rätsel der Gravitation doch einer mechanischen Lösung zugänglich sein muß, so dürfen wir nach allem Vorhergehenden voraussetzen, daß sich für das Hamiltonsche Prinzip, ähnlich wie für unsere sonstigen evidenten Einsichten, dereinst zureichende Gründe werden entdecken lassen.

II. Die Mechanik¹⁾.

87. Einleitendes über die Tatsachen des mechanischen Denkens. Wir haben früher (60) darauf hingewiesen, daß unter dem Namen der Mechanik zwei verschiedene Disziplinen zusammengefaßt zu werden pflegen, deren eine, die Kinematik, sich bloß mit den Bewegungserscheinungen als solchen, abgesehen von ihren Ursachen, beschäftigt, während die andere, die Dynamik im weiteren Sinne, eben diese Ursachen, also die bewegenden Kräfte, zum Gegenstande hat. Von der Kinematik haben wir dann gefunden, daß sie keine weiteren Grundbegriffe und Grundsätze als die auf Raum und Zeit sich beziehenden voraussetzt; die synthetisch-apriorische Natur ihres Inhaltes ließ sich demnach aus der gleichen Natur der geometrischen und chronometrischen Urteile ohne Schwierigkeit erklären. Die Dynamik dagegen ist eine kausale Wissenschaft; in ihr treten neben den räumlichen und zeitlichen auch die ursächlichen Begriffe auf; was sie bietet, ist eben eine kausale Erklärung der Bewegungserscheinungen. Wir können demnach erst jetzt, nachdem wir das kausale Denken im allgemeinen kennen gelernt und, soweit es möglich schien, erklärt haben, zur erkenntnistheoretischen Untersuchung der Dynamik fortschreiten.

Diese Untersuchung wird nun in hohem Maße dadurch vereinfacht, daß die Mechanik eine deduktive, von einigen we-

¹⁾ Literatur. Über die Geschichte des mechanischen Denkens: Dühring, Kritische Geschichte der allgemeinen Prinzipien der Mechanik, 2 Aufl., Leipzig 1877; Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, Leipzig 1883. — Über die mechanischen Grundsätze: Lange, Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffs, Leipzig 1886; Streintz, Die physikalischen Grundlagen der Mechanik, Leipzig 1883; Neumann, Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie, Leipzig 1870; Mach in einer Note zu seinem Vortrag: Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit, Prag 1872, S. 47—50.

nigen Elementarurteilen aus durch logische Schlußfolgerungen sich aufbauende Wissenschaft ist. Zwar spielt auch hier, wie in der Geometrie (40), bei der Beweisführung die Anschauung eine Rolle, aber doch nur insofern, als sie eben die streng geometrischen Demonstrationen, welche die Mechanik zu ihrem Aufbau braucht, möglich macht. Wenn wir die Wahrheit der geometrischen und chronometrischen Theoreme, sowie die drei oder vier spezifisch mechanischen Grundsätze voraussetzen, so läßt sich die Gewißheit sämtlicher übrigen mechanischen Gesetze durch bloße Anwendung der logischen Denkgesetze daraus ableiten. Wir haben demnach nur zu fragen, ob die tatsächliche Gewißheit jener spezifisch mechanischen Grundsätze irgend welche neue Probleme bietet, und, wenn diese Frage bejaht werden muß, in welcher Weise sich diese Probleme lösen lassen.

Die Beantwortung dieser Frage stößt aber auf eigentümliche Schwierigkeiten. Ob die mechanischen Grundsätze neue Probleme bieten oder nicht, hängt, wie wir wissen, davon ab, ob in denselben neue synthetisch-apriorische Urteile zum Ausdruck gelangen (26); eben dieses aber läßt sich im vorliegenden Fall nicht so leicht entscheiden wie sonst. Die betreffenden Grundsätze sind bekanntlich das Trägheitsprinzip, das Prinzip von der Unabhängigkeit der Kraftwirkung von dem Bewegungszustande und von anderen Kraftwirkungen, und dasjenige von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung. Die synthetisch-apriorische Natur dieser Grundsätze wird nun zwar kaum als fraglich erscheinen: denn in jedem derselben beziehen sich Subjekt und Prädikat auf verschiedene Erscheinungen, und, indem dieselben auch für Nichtwahrgenommenes und Zukünftiges zu gelten beanspruchen, gehen sie offenbar über die gegebene Erfahrung hinaus. Solange wir aber diese Grundsätze bloß dem Inhalte nach betrachten, scheint nichts der Auffassung im Wege zu stehen, daß wir es hier einfach mit induktiv ermittelten Gesetzmäßigkeiten zu tun haben, deren Gewißheit also in genau der nämlichen Weise, wie diejenige anderer induktiv ermittelter Gesetzmäßigkeiten, erklärt werden müßte. Diese Auffassung scheint durch die Tatsache bestätigt zu werden, daß diese Prinzipien, zum Teil wenigstens, keineswegs immer für wahr gegolten haben, sondern im Laufe der Zeit entdeckt, und zwar an der Hand der Erfahrung entdeckt worden sind. — Dem

stehen nun aber andere, sehr merkwürdige Tatsachen gegenüber. Erstens beziehen sich diese Prinzipien auf „absolute Bewegung“, während uns überall in der Erfahrung nur relative Bewegung gegeben ist. Sodann lehrt die Geschichte, daß dieselben, nachdem sie einmal entdeckt worden waren, sofort von vielen, auch sehr besonnenen Forschern für notwendige, apriori gewisse Axiome erklärt worden sind. Und schließlich können wir auch kaum umhin, diesen Prinzipien eine gewisse Selbstverständlichkeit, etwas Rationelles und Durchsichtiges zuzugestehen, demzufolge unser Verständnis der Welt in einer ganz anderen Weise erschüttert wird, wenn etwa das Trägheitsprinzip, als wenn irgend ein physikalisches Gesetz sich den Tatsachen gegenüber nicht behaupten zu können scheint. Dementsprechend hat man denn auch bis in die letzte Zeit allgemein den mechanischen Gesetzen die absolute Allgemeinheit und vollständige Exaktheit zugeschrieben, welche wir durchgängig als ein charakteristisches Merkmal apriorischen Wissens kennen gelernt haben.

Als vorläufiges Ergebnis verzeichnen wir also die Einsicht, daß einige Eigentümlichkeiten der mechanischen Grundsätze auf eine Abhängigkeit derselben von der Erfahrung hinweisen, während andere uns vermuten lassen, daß denselben eine größere Gewißheit zukomme, als die Erfahrung begründen kann. Zur Erklärung dieses interessanten Tatbestandes werden wir die betreffenden Grundsätze einzeln genauer untersuchen müssen; nachdem wir zuerst den Begriff der absoluten Bewegung, den sie sämtlich voraussetzen, auf seinen Ursprung und seine Bedeutung hin geprüft haben.

88. Der Begriff der absoluten Bewegung. In den mechanischen Lehrbüchern wird der relativen, in Beziehung auf ein (möglicherweise) selbst bewegliches Koordinatensystem bestimmten Bewegung eine absolute Bewegung gegenübergestellt, welche man als Bewegung in Beziehung auf ein festes Koordinatensystem oder auch als wirkliche Bewegung im Raume definiert. Diese Unterscheidung ist auch insofern vollkommen klar und deutlich, daß wir, wenn wir einmal den Begriff der absoluten Bewegung inne haben, daraus sehr leicht denjenigen der relativen Bewegung abzuleiten vermögen; und eben weil der Schüler jenen ersteren Begriff stillschweigend voraus-

setzt, bereitet ihm die Unterscheidung keine besonderen Schwierigkeiten. Für die erkenntnistheoretische Betrachtung ist aber die Sache damit noch keineswegs abgemacht; denn es fragt sich eben, wie dieser Begriff der absoluten Bewegung entstanden ist, und was derselbe eigentlich enthält. Ihren Grund findet diese Frage in der Einsicht, daß uns überall in der Erfahrung nur relative Bewegung gegeben ist, und daß der Weg, welcher von dieser zur absoluten Bewegung führt, ungleich dunkler zu sein scheint als der umgekehrte.

Unter Bewegung verstehen wir Veränderung des Ortes eines Körpers oder eines körperlichen Punktes. Diesen Ort aber bestimmen wir ursprünglich in Beziehung auf den eigenen Körper (hier, dort), sodann in Beziehung auf relativ feste Punkte der Erdoberfläche (am Nordpol, in Berlin). Die Wissenschaft findet sich alsbald veranlaßt, für diese Beziehungssysteme andere (die Sonne, die Fixsterne, den Äther) an die Stelle treten zu lassen; aber ihre empirische Ortsbestimmung bleibt doch immer eine relative. Auch läßt sich nicht leicht einsehen, wie man auf empirischem Wege zum Begriff der absoluten Bewegung nach den obigen Definitionen gelangen könnte. Bestimmt man dieselbe als eine Bewegung in Beziehung auf ein festes Koordinatensystem, so wird offenbar die Frage nur verschoben; denn ein „festes“ Koordinatensystem ist eben ein solches, welches im absoluten Sinne ruht. Bestimmt man aber die absolute Bewegung als die wirkliche Bewegung im Raume oder in Beziehung auf den Raum, so ist erstens daran zu erinnern, daß der Unterscheidung „wirklicher“ und „scheinbarer“ Bewegungen kein einziges empirisches Kriterium zugrunde liegt; zweitens zu bemerken, daß der leere Raum als solcher keine Beziehungspunkte für irgend welche Ortsbestimmung enthält. Wir haben ja als fundamentale Merkmale dieses Raumes u. a. Homogenität und Unendlichkeit kennen gelernt (46); es ist demnach ebenso unmöglich, irgendwie ausgezeichnete Punkte im Raume, wie etwaige Grenzen desselben für die Ortsbestimmung zu verwenden. Oder zusammenfassend: vom Standpunkte der reinen Erfahrung ist es nicht nur unmöglich, von der absoluten Bewegung eines Punktes etwas zu wissen, sondern der Begriff der absoluten Bewegung hat, von diesem Standpunkt aus betrachtet, einfach keinen Sinn. Denken wir uns einen isolierten Punkt im Raume,

so sind die Urteile „dieser Punkt ruht“ und „dieser Punkt bewegt sich“, empirisch gesprochen, vollkommen bedeutungslos. Denken wir uns mehrere solche Punkte, deren gegenseitige Entfernung sich verändert, so kann man allerdings sagen, der eine bewege sich in Beziehung zum anderen; aber mit genau demselben Rechte, der andere bewege sich in Beziehung zum einen. Ruhe und Bewegung eines Punktes sind demnach für die empirische Betrachtung durchaus relative Prädikate; der Inhalt derselben kann nur als eine gegenseitige Beziehung verschiedener Punkte, unmöglich aber als eine Eigenschaft eines einzigen Punktes vorgestellt werden.

Trotz alledem spielt nun aber der Begriff der absoluten Bewegung in der Mechanik eine bedeutende Rolle; schon die mechanischen Grundsätze lassen sich ohne denselben nicht exakt formulieren. Wenn das Trägheitsprinzip behauptet, daß jeder Körper ohne äußere Einwirkung in seinem Bewegungszustande verharret, so ist damit offenbar nicht gemeint, daß dies für die in Beziehung auf ein beliebiges Koordinatensystem bestimmte Bewegung gelten solle. Vielmehr beansprucht es ursprünglich, bloß für ein absolut festes Koordinatensystem zu gelten, und wird sodann unter dieser Voraussetzung bewiesen, daß es auch für ein bewegliches Koordinatensystem, dessen Bewegung bestimmten Bedingungen entspricht, gelten muß. In gleicher Weise wie das Trägheitsprinzip setzen aber auch die übrigen mechanischen Grundsätze den Begriff der absoluten Bewegung voraus, demzufolge wir, um ihren Sinn verstehen zu können, zuerst den Inhalt dieses Begriffes kennen gelernt haben müssen.

Allerdings haben einige Forscher geglaubt, die mechanischen Grundsätze auch ohne Zuhilfenahme dieses Begriffes verständlich machen zu können; so zwar, daß sie in diesen Grundsätzen an die Stelle der absoluten Bewegung die Bewegung in Beziehung auf ein bestimmtes, empirisch nachweisbares Koordinatensystem treten lassen. So bemerkt Mach, die Erfahrung habe gelehrt, daß die mechanischen Grundsätze zwar nicht für die Bewegung eines wahrgenommenen Körpers relativ zur Erde oder zur Sonne, wohl aber für die mittlere Bewegung eines Körpers relativ zu den gesamten Himmelskörpern allgemein und genau gelten; und eben diese Erfahrungstatsache solle man in jenen Grundsätzen zum Ausdruck bringen. Einer verwandten Auffassung begegnen

wir bei Streintz. In den Lehrbüchern wird, indem man von der Geltung der Grundsätze für absolute Bewegungen ausgeht, bewiesen, daß sie auch für relative Bewegungen in Beziehung auf solche Körper, denen keine absolute Rotationsbewegung und keine andere als gleichförmig-geradlinige absolute Translationsbewegung zukommt, gelten müssen. Streintz erinnert nun daran, daß für diese beiden, empirisch inhaltlosen Begriffe ohne Schwierigkeit zwei andere denselben äquivalente, aber auf einen empirisch nachweisbaren Inhalt sich beziehende an die Stelle gesetzt werden können; nämlich für das Fehlen absoluter Rotationsbewegung das Nichtauftreten von Zentrifugalerscheinungen, und für das Fehlen anderer als gleichförmig-geradliniger Translationsbewegung die Unabhängigkeit von allen äußeren Kraftwirkungen. Wenn wir demnach für den Begriff der absoluten Bewegung denjenigen einer Bewegung in Beziehung auf Körper, an welchen keine Zentrifugalerscheinungen auftreten und welche keiner äußeren Kraftwirkung unterworfen sind ("Fundamentalkörper"), substituieren, so haben wir damit ein empirisch nachweisbares Koordinatensystem gefunden, für welches die mechanischen Grundsätze, soweit unsere Erfahrung reicht, allgemein und genau gelten. Wir brauchen die mechanischen Grundsätze nur auf diese relative, statt auf die absolute Bewegung zu beziehen, um mit einem Schlage die Mechanik zu einer induktiv-empirischen Wissenschaft zu machen.

Viel weiter bringen uns, wie ich glaube, diese Vorschläge nicht. Es ist allerdings den Urhebern derselben gelungen nachzuweisen, daß in mehrfacher Weise eine induktiv-empirische Mechanik hätte entstehen können; daß aber tatsächlich eine andere, eben auf den nichtempirischen Begriff der absoluten Bewegung gebaute Mechanik entstanden ist, wird dadurch nicht erklärt. Wollte man aber behaupten, diese tatsächlich gegebene Mechanik sei nur der Form, nicht aber dem Wesen nach eine andere als jene mögliche empirische, so ließe sich dagegen doch noch manches anführen. Es ist nun einmal Tatsache, daß die besten Köpfe zweier Jahrtausende sich mit diesen Begriffen der absoluten Ruhe und der absoluten Bewegung herumgequält haben; müßte das nicht wie ein böser Zauber erscheinen, wenn sie dabei schließlich doch nichts weiter als den harmlosen empirischen Begriff einer Bewegung in bezug

auf Fixsterne oder Fundamentalkörper im Sinn gehabt hätten? Es ist ferner Tatsache, daß unsere Überzeugung von der allgemeinen und exakten Geltung der mechanischen Grundsätze für Bewegungen in bezug auf Fundamentalkörper eben darauf beruht, daß wir die Geltung derselben für absolute Bewegungen voraussetzen; denken wir uns in den Fall hinein, daß diese Voraussetzung uns fehlte und wir die Geltung der Grundsätze bloß empirisch, in bezug auf Körper, an welchen wir keine Zentrifugalerscheinungen oder fremde Einwirkungen bemerken, erprobt hätten, so überzeugen wir uns sofort, daß wir in diesem Fall denselben keine allgemeinere und exaktere Geltung zuschreiben würden als irgend einem physikalischen Naturgesetz. Dementsprechend haben wir zwar volle Gewißheit darüber, daß die mechanischen Grundsätze für das Streintzsche, nicht aber darüber, daß sie für das Machsche Beziehungssystem allgemein und exakt gelten, obgleich die Erfahrung beides in gleichem Maße zu bestätigen scheint; offenbar, weil wir ersteres wohl, das zweite aber nicht aus der Geltung der Grundsätze für absolute Bewegungen zu beweisen vermögen. Will man sich schließlich recht klar zum Bewußtsein bringen, was ein rein empirisches Beziehungssystem, wie dasjenige Machs, zur Erklärung der gegebenen Mechanik leisten kann, so frage man einen Mechaniker, ob, wenn einmal das ganze Universum in Drehung versetzt würde, an einem in der Drehungsachse befindlichen und mitdrehenden Körper Zentrifugalerscheinungen auftreten würden oder nicht. Wenn der Mechaniker in der Tat bei der Formulierung seiner Grundsätze das Machsche Beziehungssystem voraussetzt, so muß ihm entweder die ganze Frage unverständlich erscheinen, insofern eine Bewegung sämtlicher Himmelskörper in bezug auf sämtliche Himmelskörper undenkbar ist; oder er muß dieselbe verneinen, weil ja der betreffende Körper in bezug auf sämtliche Himmelskörper ruhen würde. Statt dessen ist es kaum zweifelhaft, daß der Mechaniker, wenn er nur sein mechanisches Gewissen zu Rate zieht und sich nicht durch erkenntnistheoretische Bedenken irreführen läßt, die Frage unbedingt bejahen wird. Demgegenüber werden nun freilich die Vertreter der empirischen Mechanik sagen, man könne nichts davon wissen, was in einem solchen Falle geschehen werde; derselbe sei uns ja nicht in der Erfahrung gegeben und könne uns nicht in der

Erfahrung gegeben sein usw. Allein es ist nun einmal Tatsache, daß der Mechaniker wohl etwas davon zu wissen behauptet; und die Erkenntnistheorie hat die Tatsachen des Denkens nicht zu kritisieren, sondern festzustellen und zu erklären. Für unsere Untersuchung hat demnach das erhaltene Resultat die volle Bedeutung eines erkenntnistheoretischen Experiments. Über den scheinbar paradoxen Charakter dieses Resultates kann uns die Erinnerung trösten, daß wir früher auch an den Tatsachen des mathematischen Denkens den nämlichen paradoxen Charakter konstatiert, im weiteren Verlaufe unserer Untersuchung dieselben aber vollkommen erklärlich gefunden haben.

89. Der Begriff der absoluten Bewegung: Fortsetzung. Wir haben gefunden, daß es nicht möglich ist, unbeschadet des wesentlichsten Inhalts der Mechanik, die Grundsätze derselben statt auf die „absolute“ auf irgend eine relative Bewegung zu beziehen. Um so unabweisbarer erhebt sich jetzt die Forderung, über die Frage, was denn eigentlich die Mechanik mit dieser absoluten Bewegung meine, ins klare zu kommen.

Ein hochinteressanter Versuch, diese Frage zu beantworten, rührt von Neumann her. Er führt aus, daß die Grundleger der Mechanik uns keine Aufklärung darüber geben, auf welches Koordinatensystem sie die Bewegungen, von denen sie reden, bezogen denken; nur so viel gehe aus ihren Erörterungen hervor, daß sämtliche wirkliche oder denkbare Bewegungen auf einen und denselben, und zwar auf einen absolut starren Körper bezogen, und daß eben die auf diesen Körper bezogenen Bewegungen als absolute bezeichnet werden. Die Existenz eines solchen Körpers an einer unbekanntem Stelle des Weltraums (Neumann nennt denselben „Körper Alpha“) bilde demnach die Grundvoraussetzung der mechanischen Theorie. Auf die Frage aber, ob denn diese Voraussetzung auch begründet sei, antwortet Neumann, dieselbe sei in gleichem Maße begründet wie etwa die Annahme des Lichtäthers oder des elektrischen Fluidums. Genau so wie die Physik hier ein Nichtwahrgenommenes voraussetzt und voraussetzen darf, weil nur diese Voraussetzung es ermöglicht, die Vielheit des Wahrgenommenen einem gemeinsamen Gesichtspunkte unterzuordnen, genau so sei

auch die Mechanik berechtigt, den Körper Alpha vorzusetzen, weil eine einheitliche Theorie der Bewegungserscheinungen sich nicht anders als auf dem Boden dieser Voraussetzung denken läßt.

Die Hypothese Neumanns ist eigentlich keine mechanische, sondern eine erkenntnistheoretische Hypothese, welche nur das Vorhandensein einer mechanischen Hypothese im Bewußtsein der Grundleger der Mechanik zum Inhalte hat. Genau gesprochen, stellt Neumann zur Erklärung der Erscheinungen des mechanischen Denkens die Hypothese auf, daß die Mechaniker zur Erklärung der mechanischen Erscheinungen die Hypothese von der Existenz des Körpers Alpha aufgestellt haben. — Fragen wir nun, was wir von jener Neumannschen Hypothese zu denken haben, so ist jedenfalls so viel klar, daß die Richtigkeit derselben nicht auf direktem Wege, aus den Schriften der Mechaniker, erwiesen werden kann: denn bei keinem derselben vor Neumann finden wir den Körper Alpha erwähnt. Es müßte demnach, wenn überhaupt, auf indirektem Wege wahrscheinlich gemacht werden können, daß die Mechaniker die Voraussetzung von der Existenz dieses Körpers ihren Untersuchungen zugrunde gelegt haben. Dazu müßte nachgewiesen werden, erstens, daß das Vorhandensein dieser Voraussetzung den weiteren Aufbau der Mechanik erklären könnte; zweitens, daß das Auftreten derselben psychologisch eine gewisse Wahrscheinlichkeit für sich hätte. Ersteres muß unbedingt zugestanden werden: wenn die Mechaniker die Existenz des Körpers Alpha, sowie die Geltung der Grundsätze für Bewegungen in bezug auf denselben voraussetzen, so sind damit alle weiteren Erscheinungen des mechanischen Denkens, als logische Schlußfolgerungen aus diesen Prämissen, erklärt. Und wenn nachgewiesen werden könnte, daß diese Erscheinungen nur durch die Annahme des Vorhandenseins jener Voraussetzung erklärt werden können, so würden wir dieselbe wohl oder übel akzeptieren müssen. Aber wir würden damit kaum weniger als ein Wunder akzeptiert haben. Denn in welcher Weise wird man sich doch das Zustandekommen jener Voraussetzung erklären? Nach Neumann wäre sie in der nämlichen Weise entstanden wie jede physikalische Hypothese; gegen diese Auffassung erheben sich jedoch gewichtige Bedenken. Physikalische Hypothesen verdanken überall ihre Gewißheit der Einsicht, daß

sämtliche Erscheinungen eines bestimmten Gebietes sich denselben unterordnen lassen, und setzen demnach eine genaue Kenntnis dieser Erscheinungen voraus; die Gewißheit der mechanischen Grundsätze dagegen geht im allgemeinen der Einsicht in ihre Bedeutung für die Erklärung der speziellen mechanischen Verhältnisse voraus. Von einer physikalischen Hypothese ist ferner der Gedanke unzertrennlich, daß, wenn einmal die Gegenstände oder Prozesse, welche sie voraussetzt, plötzlich vernichtet würden, auch die Erscheinungen, welche sie erklärt, verschwinden müßten; dagegen wird wohl niemand im Ernste glauben, daß die relativen Bewegungen, welche wir wahrnehmen, von der Vernichtung des Körpers Alpha auch nur den allergeringsten Einfluß erfahren würden. Die Existenz des Körpers Alpha ist für den Inhalt der in der Erfahrung gegebenen Bewegungserscheinungen vollkommen irrelevant; sie kann demnach, wie es scheint, nicht der Gegenstand einer physikalischen Hypothese sein. Drittens bliebe auch bei der Neumannschen Auffassung die unbedingte Allgemeinheit und Exaktheit, welche den mechanischen Grundsätzen im Denken apriori zuerkannt wird, wieder unerklärt. Und viertens wäre noch die Hypothese eine durchwegs unnötige, da ja die in der Erfahrung gegebenen Beziehungssysteme Machs oder Streintz' (88) genau das nämliche leisten, was der Körper Alpha leisten könnte. Denn auch in bezug auf diese Systeme haben sich die mechanischen Grundsätze bisher noch immer bewährt, und es läßt sich von empiristischem Standpunkte in keiner Weise begreifen, warum sich eigentlich die Mechaniker mit denselben nicht begnügt haben sollten. Die bloße Tatsache, daß sie sich nicht mit denselben begnügt haben, macht demnach die Einmischung nicht-empirischer Elemente schon in hohem Grade wahrscheinlich.

Vielleicht hat man sich im Interesse einer empiristischen Auffassung die Sache schwieriger gemacht als nötig war. Wir wollen sehen, ob wir nicht, indem wir die im vorhergehenden erkannten Voraussetzungen des Denkens mit in Betracht ziehen, zu einer natürlicheren und einfacheren, zugleich aber den vorliegenden Tatsachen besser angepaßten Auffassung gelangen können. Zu diesem Zwecke werden wir aber damit anfangen, uns über Sinn und Ursprung der Begriffe des Absoluten und des Relativen überhaupt möglichst genau zu orientieren.

Wir bezeichnen im allgemeinsten Sinn unsere Erkenntnis eines Gegenstandes als absolut, sofern sie diesen Gegenstand durch dasjenige, was er an und für sich ist, dagegen als relativ, sofern sie denselben bloß durch seine Beziehungen zu anderen Gegenständen bestimmt. So bezeichnen alle Komparative und Superlative, ferner Adjektive wie horizontal, durchsichtig, lösbar, Substantive wie Vater, Planet u. dgl. durchaus relative Erkenntnisse. Eine absolute Erkenntnis haben wir zunächst von unseren gegebenen Bewußtseinsinhalten: wenn ich sage, daß ich mich kräftig und aufgeweckt fühle, oder daß ein bestimmter Gedanke sich mir stets wieder aufdrängt, oder daß ich die Empfindung rot habe, so bestimme ich die betreffenden Bewußtseinsinhalte ausschließlich durch Merkmale, welche in denselben gegeben sind. Auch diejenigen Eigenschaften, welche wir auf Grund der sinnlichen Wahrnehmung den stofflichen Dingen beilegen, treten dem naiven Denken des Kindes und des Ungebildeten zunächst als etwas Absolutes, den Dingen an und für sich, ohne Beziehung zu einem anderen Zukommendes, entgegen. Es betrachtet die wahrgenommene Farbe, den gehörten Ton gewissermaßen als Proben von in den Dingen selbst gegenwärtigen Eigenschaften; durch jene glaubt es diese selbst zu erkennen; der Gedanke an eine Relativität der Wahrnehmungsqualitäten ist ihm noch ganz fremd. Der Weg, welcher zu diesem Gedanken führt, läßt sich in der Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft und des einzelnen Menschen deutlich verfolgen. Zunächst finden wir, daß Gegenstände bisweilen anders als gewöhnlich wahrgenommen werden, wenn und solange sie uns in einer bestimmten Beziehung zu anderen Gegenständen gegeben sind: ein weißes Ding erscheint als rot, wenn man es durch ein rotes Glas betrachtet; mittels eines Resonators wird die Intensität eines Tons verstärkt; dem Kranken schmeckt eine sonst süße Speise bitter; Gestalt und Größe eines gesehenen Gegenstandes wechseln mit der Stellung, welche wir zu demselben einnehmen. Es läge nun am nächsten anzunehmen, daß die Eigenschaften des wahrgenommenen Gegenstandes selbst durch diese Beziehungen zeitweilig verändert würden; diese Annahme wird aber schon dadurch ausgeschlossen, daß andere, für welche jene Beziehungen nicht vorliegen, den Gegenstand unverändert wahrnehmen. Und so bleibt denn nur übrig zu schließen, daß

nicht der wirkliche Gegenstand selbst, sondern bloß die Art und Weise, wie wir denselben wahrnehmen, durch die neu hinzutretende Beziehung eine Veränderung erfahren hat. Die rote Farbe, der verstärkte Ton, der bittere Geschmack, die veränderte Gestalt werden also jetzt den betreffenden Gegenständen nur noch als relative Eigenschaften beigelegt; was nur sagen will, daß in denselben nicht einfach die Natur des Gegenstandes, sondern das Produkt aus dieser und der Natur eines anderen Gegenstandes zur Wahrnehmung gelangt. Dagegen werden auf dem hiermit erreichten Standpunkte die unter normalen Bedingungen wahrgenommenen Farben, Töne usw. noch immer den Dingen selbst zugeschrieben; weil eben noch kein Grund vorliegt, auch für das Zustandekommen dieser die Mitwirkung fremder Gegenstände in Anspruch zu nehmen. Jenes Ding ist also, glaubt man, weiß; jener Ton ist verhältnismäßig schwach, jene Speise ist süß usw.; neben diesen als absolut gedachten Eigenschaften des Wahrnehmungsgegenstandes stehen aber die gleichfalls als absolut gedachten Eigenschaften des roten Glases, des Resonators, des abnormalen Geschmacksorgans, und aus dem Zusammenkommen der mit diesen absoluten Eigenschaften behafteten Dinge entstehen dann die zeitweilig in der Wahrnehmung gegebenen bloß relativen Eigenschaften derselben. So zeigt sich schon an diesem einfachsten Fall, daß der Ausspruch, irgend eine Eigenschaft komme einem Gegenstande bloß relativ zu, notwendig darauf hinausläuft, dieselbe als das Produkt zweier als absolut zu denkender Faktoren aufzufassen. — Indem nun unser Wissen weiter fortschreitet, finden wir uns stets wieder genötigt, diesen Schritt zu wiederholen. Wir gelangen zur Einsicht, daß auch die unter normalen Umständen auftretende Wahrnehmung nichts weiter ist als die sehr indirekte, durch die komplizierte Einrichtung unserer Sinnesorgane vermittelte Wirkung äußerer Agentien, und wir müssen schließen, daß alle Farben, Töne, Geschmacks- und Geruchsqualitäten usw. bloß relative Bestimmungen der äußeren Wirklichkeit abgeben können. Für jedes Absolute aber, welches wir in dieser Weise los werden, erhalten wir deren wieder mindestens zwei zurück. Wo immer wir den Inhalt einer Wahrnehmung auf eine Relation zurückführen, meinen wir damit nach dem Vorhergehenden nur, es werde für das Zustandekommen desselben, außerhalb des Wirklichen, auf

welches wir denselben beziehen, noch ein anderes Wirkliche erfordert; diese beiden Wirklichen können aber, solange nicht weitere spezielle Gründe vorliegen, nur wieder als absolute gedacht werden. Wenn Farbe und Ton nicht mehr als absolute Eigenschaften eines Gegenstandes gelten dürfen, so tritt für jene die Oberflächenbeschaffenheit, für diese der Vibrationszustand, in Beziehung zu den Sinnesorganen, leitenden Medien usw. gedacht, an die Stelle; und selbst wenn wir nicht mehr imstande sind, für die Glieder der Relation einen vorstellbaren Inhalt aufzufinden, werden doch immer wieder die unbekanntesten Eigenschaften, kraft deren ein Wirkliches in Verbindung mit anderen Wirklichen eine bestimmte Wahrnehmung erzeugt, demselben im absoluten Sinne zugeschrieben. — Der Begriff des Absoluten ist demnach kein empirischer, sondern ein erkenntnistheoretischer Begriff, und zwar ein erkenntnistheoretischer Grenzbegriff. Er bezeichnet den begrifflich geforderten, tatsächlich aber immer nur provisorisch vollziehbaren Abschluß der Reihe fortschreitender Auflösungen des Gegebenen in seine Faktoren. Wir schreiben in jedem Entwicklungsstadium unseres Wissens einem Wirklichen als absolute Eigenschaften diejenigen zu, von denen wir keinen Grund haben anzunehmen, daß sie nur kraft seiner Beziehung zu einem anderen Wirklichen hervortreten. Und wenn wir zugeben, daß künftige Erfahrung uns nötigen kann, auch diese Eigenschaften wieder als relative aufzufassen, so ist damit nur gesagt, daß wir uns genötigt finden könnten, andere absolute Eigenschaften an die Stelle derselben treten zu lassen.

Die Begriffe der absoluten und relativen Wirklichkeit stehen demnach mit den kausalen Begriffen in engstem Zusammenhang. Einen Wahrnehmungsinhalt auf eine Relation zurückführen, heißt eben, dieselbe als eine Wirkung auffassen. Nach der Hamiltonschen Theorie ist aber eine Wirkung allemal ein Zusammengesetztes, und ein Zusammengesetztes ist ohne Elemente nicht denkbar. Diese Elemente, mögen sie nun wahrgenommen, sinnlich vorgestellt oder bloß postuliert werden, sind selbst nicht wieder zusammengesetzt, mithin keine Wirkung, mithin auf keine weitere Relation zurückführbar, sondern absolut.

Was wir bisher für die Begriffe des Absoluten und Relativen im allgemeinen gültig befunden haben, trifft, wie ich glaube,

auch für die speziellen Begriffe der absoluten und relativen Bewegung vollständig zu. Auch hier ist es genau gesprochen nicht die Frage, wie wir von der relativen zur absoluten, sondern umgekehrt, wie wir von der absoluten zur relativen Bewegung gelangen: denn auch hier ist uns die einzelne Erscheinung als solche ursprünglich schlechthin, ohne Beziehung auf etwas anderes, gegeben. Wir können die früher (53) ausführlich erörterte Frage, wie wir ursprünglich zu unseren Vorstellungen von Raum und Bewegung gelangen, hier ganz beiseite lassen; es genügt zu bemerken, daß wir überhaupt bewegende Körper wahrnehmen, und daß uns diese Bewegung zunächst als etwas, welches mit diesen Körpern geschieht und außerhalb derselben nichts weiter voraussetzt, entgegentritt. Aber hier so wenig wie in den vorigen Fällen können wir bei dieser Auffassung verharren; vielmehr machen wir fortwährend Erfahrungen, welche uns nötigen, wenigstens einige Bewegungen als bloß relative zu erkennen. Bei jeder Bewegung unseres eigenen Körpers machen sich an den uns umgebenden Gegenständen Bewegungserscheinungen bemerklich; wir sehen, wie sie ihren Ort im Gesichtsraum, fühlen, wie sie ihren Ort im Tastraum verändern, genau so, wie wenn sie sich unabhängig von uns bewegten; und in gleicher Weise wie die durch ein rotes Glas wahrgenommene Farbenerscheinung, erkennen wir auch die während eigener Bewegung wahrgenommene Bewegungserscheinung als etwas Zusammengesetztes, zu dem neben dem Gegenstande auch noch ein anderes (das rote Glas bzw. die eigene Bewegung) seinen Anteil beisteuert. Aber auch hier gilt, daß wir in Ermangelung weiterführender Gründe die Komponenten, auf welche wir die gegebene Erscheinung zurückgeführt haben, wieder notwendig als etwas Absolutes auffassen müssen. Wie von der gegebenen Farbe diejenige des Glases, so bringen wir von der wahrgenommenen Bewegung die Bewegung des Wahrnehmers in Abzug, und fassen dasjenige, welches wir zurückbehalten, dort als die „eigene“ Farbe, hier als die „eigene“ Bewegung des Gegenstandes auf. — Diesen Schritt müssen wir dann noch mehrfach wiederholen. Wir gelangen zur Einsicht, daß auch wenn wir unseren Platz auf der Erdoberfläche unverändert behaupten, dennoch die sich uns darbietenden Bewegungserscheinungen durch anderes als durch die eigene Bewegung des wahrgenommenen Gegenstandes, näm-

lich durch Bewegungen der Erde, des Sonnensystems, vielleicht der Fixsternwelt mitbeeinflusst sein können; und das Trugbild einer für uns erkennbaren absoluten Bewegung weicht stets weiter zurück. Aber der Begriff der absoluten Bewegung bleibt; und was wir darunter verstehen, ist wieder nichts anderes als der Anteil des Wirklichen, auf welches wir eine Bewegungserscheinung beziehen, an dieser Bewegungserscheinung. Daß aber diesem Begriffe eine so unverwüstliche Lebenskraft innewohnt, daß derselbe sich zwar zurückdrängen, niemals aber beseitigen läßt, vielmehr in dem nämlichen Momente, wo er in einer Gestalt besiegt wird, in einer neuen Gestalt sich wieder erhebt, — das liegt, hier wie sonst, einfach an dem Umstande, daß das relativ Wirkliche nur als das Ergebnis einer Relation zwischen zwei oder mehreren absolut Wirklichen denkbar ist. Relative Bewegungen, genau so wie relative Töne oder relative Farben, sind zusammengesetzte, durch das gleichzeitige Auftreten mehrerer Wirklichen bedingte Erscheinungen: was die Analyse derselben, tatsächlich oder in Gedanken bis zu Ende durchgeführt, ergibt, ist immer etwas Absolutes. Wir haben dementsprechend jeder gegebenen relativen Bewegungserscheinung gegenüber volle Gewißheit darüber, daß derselben irgend welche absolute Bewegungen zugrunde liegen müssen, wenn wir auch keineswegs zu sagen wissen, welche. Und sogar wenn wir uns veranlaßt finden, die Bewegung überhaupt, ähnlich wie Farbe und Ton, nur noch als etwas Relatives, durch unsere eigene Organisation Mitbedingtes gelten zu lassen, so muß doch jede Bewegungserscheinung schließlich in irgend welchen, wie auch beschaffenen wirklichen Verhältnissen ihre bewirkende Ursache haben. Und diejenige Komponente der wahrgenommenen Bewegungserscheinung, welche in den eigenen Zuständen des Gegenstandes, auf welche wir die Erscheinung beziehen, ihre bewirkende Ursache hat, nennen wir auch dann die eigene, wahre, absolute Bewegung desselben.

Der so aufgebaute Begriff der absoluten Bewegung ist allerdings vorläufig empirisch unbrauchbar: ein reines, wenn auch ein notwendiges Gedankending. In der Erfahrung ist uns niemals ein Fall absoluter Bewegung gegeben; und wenn uns ein solcher Fall gegeben wäre, so würden wir keine Mittel haben,

ihn als solchen zu erkennen. Es fragt sich, in welcher Weise wir zur Überzeugung gelangen, daß die mechanischen Grundsätze für diese empirisch unerkennbare absolute Bewegung allgemein und vollkommen genau gelten müssen.

90. Das Trägheitsprinzip: Die Tatsachen. Wir haben schon früher bemerkt, daß angesichts der mechanischen Grundsätze die äußeren Kennzeichen, nach welchen wir vorläufig über die mutmaßlich empirische oder apriorische Natur gegebener Überzeugungen zu entscheiden pflegen, uns im Stiche lassen, indem hier gewisse Eigentümlichkeiten, welche auf einen empirischen Ursprung hinzuweisen scheinen, mit anderen, welche wir nur bei apriorischen Urteilen vorfinden, zusammen auftreten. Am schroffsten treten diese scheinbaren Widersprüche beim Trägheitsprinzip, nach welchem jeder Körper ohne äußere Einwirkung in seinem Bewegungszustande verharret, hervor; und über die erkenntnistheoretische Natur dieses Prinzips vor allem ist denn auch ein Kampf entbrannt, der noch keineswegs abgeschlossen zu sein scheint. Wir wollen zuerst die Tatsachen näher kennen lernen und sodann untersuchen, inwiefern sich dieselben erklären lassen.

Da haben wir denn erstens die wichtige historische Tatsache zu verzeichnen, daß bis vor wenigen Jahrhunderten das Trägheitsprinzip nicht nur unbekannt war, sondern daß auch einer gerade entgegengesetzten Behauptung axiomatische Gewißheit zugeschrieben wurde. Den alten Griechen galt es als selbstverständlich, daß mit dem Aufhören der Ursache auch die Wirkung aufhören müsse, und daraus wurde abgeleitet, daß ein geworfener Körper eigentlich in dem nämlichen Momente, in welchem er die werfende Hand verläßt, zur Ruhe kommen müßte. Den Erscheinungen gegenüber, welche uns die Erfahrung in betreff geworfener Körper darbietet, standen demnach die Griechen auf einem dem unsrigen genau entgegengesetzten Standpunkt. Wenn ein solcher Körper zuerst eine Strecke weiterfliegt, dann zur Erde fällt und liegen bleibt, so scheint uns die Abnahme und das schließliche Aufhören, den Griechen dagegen schien die anfängliche Fortsetzung der Bewegung einer Erklärung zu bedürfen. Jenes Problem lösen wir, indem wir die Widerstände umgebender Körper in Rechnung bringen; dieses versuchten die Griechen mittels der Annahme

zu lösen, daß der geworfene Körper den umgebenden Luftteilchen, diese aber wieder dem Körper selbst ihre Bewegung mitteilen. Und während wir glauben, daß im vollständig leeren Raum die einmal angefangene Bewegung niemals aufhören könne, behauptet Aristoteles ausdrücklich, im Leeren könne überhaupt keine Bewegung stattfinden. — Diese altgriechische Auffassung hat dann bis zu den Zeiten Galileis das wissenschaftliche Denken beherrscht; selbst bei Kepler finden wir dieselbe noch vollkommen klar und deutlich ausgesprochen. Ihre Nachwirkungen aber lassen sich, nachdem die Untersuchungen Galileis und Newtons der entgegengesetzten Auffassung zur Alleinherrschaft verholfen hatten, noch lange Zeit, bis in unsere Tage hinein, verfolgen. Als eine solche haben wir ganz besonders den Begriff einer Trägheitskraft (*vis inertiae*) zu betrachten, der im Grunde nichts weiter ist als ein Versuch, die neuentdeckten Tatsachen den alten Vorstellungen anzupassen. Um die Fortdauer der Bewegung nach dem Aufhören der äußeren Ursache zu erklären, schafft man sich in der Trägheit eine neue, innere Ursache. Dem Begriffe der *vis inertiae* liegt noch immer der Gedanke zugrunde, daß jede Bewegung eine gleichzeitige, sie begleitende Ursache haben müsse.

Fragt man nun schließlich, durch welche Mittel diese alte, zähe Auffassung über den Haufen geworfen und durch die umgekehrte ersetzt worden ist, so kann darauf nur geantwortet werden: durch Erfahrungsgründe. Man hat empirisch festgestellt, daß die Bewegung eines Körpers um so länger sich erhält, je geringer die Widerstände sind, denen sie begegnet; man hat gefunden, daß kompliziertere Bewegungen sich in einen konstanten und einen variablen, durch eine gegebene Ursache gesetzmäßig bedingten Teil zerlegen lassen; kurz, man ist zur Einsicht gelangt, daß die Bewegungserscheinungen, so wie sie erfahrungsmäßig vorliegen, sich nach der neuen Auffassung weit einfacher erklären lassen als nach der alten. Es könnte scheinen, als ob damit die vorliegende Frage erledigt wäre. Eine Überzeugung, welche, nachdem das gerade Gegenteil derselben während Jahrtausende das Denken vollständig beherrscht hatte, durch die Entdeckung neuer, nur mit ihr in einfacher Weise vereinbarter Tatsachen gewonnen worden ist, eine solche Überzeugung scheint nur als eine empirisch bestätigte physikalische Hypothese

aufgefaßt werden zu können. Wir wollen aber, ehe wir uns in diesem Sinne entscheiden, auch diejenigen Tatsachen prüfen, welche für eine andere Auffassung sprechen.

Als eine solche verzeichnen wir an erster Stelle das eigentümliche Verhalten der Denker und Forscher gegenüber dem neuentdeckten Trägheitsprinzip. Schon Galilei spricht mit vollster Gewißheit die Geltung dieses Prinzips für alle Körper ohne Ausnahme aus, obgleich die empirische Bestätigung desselben doch nur für ein sehr beschränktes Gebiet gegeben war. Wichtiger ist es, daß von Galilei bis auf unsere Zeit viele, und darunter die besten Forscher sich veranlaßt gefunden haben, für das Trägheitsprinzip eine apriorische Gewißheit ausdrücklich in Anspruch zu nehmen. So finden wir beispielsweise bei Euler folgendes: „Man pflegt diesen Grundsatz in betreff jedes beliebigen Körpers auszusprechen, und er scheint von selbst so einleuchtend zu sein, daß er keines Beweises bedarf. Damit man aber seine Kraft noch deutlicher einsehe, betrachte man nur einen Punkt oder ein Element eines Körpers; befindet sich dieses einmal in absoluter Ruhe, so muß es beständig in derselben verharren. Da nämlich in demselben kein Grund vorhanden ist, warum es eher nach der einen, als nach allen anderen Richtungen sich zu bewegen anfangen sollte, und da jede äußere Ursache der Bewegung aufgehoben wird, so wird es nach keiner Richtung eine Bewegung beginnen können.“ Ähnlich für die absolute Bewegung: „Zuerst wird der Körper in der Richtung keine Änderung erleiden, da kein Grund vorhanden sein kann, warum er eher nach der einen, als nach der anderen Seite hin von ihr abweichen sollte: er wird also ebenso gewiß dieselbe Richtung beibehalten, wie ein ruhender Körper in Ruhe verharret. Was aber ferner die Geschwindigkeit anbelangt, so würde sie, wenn sie nicht stets dieselbe bliebe, entweder zu- oder abnehmen müssen, und keines von beiden kann man ohne Absurdität behaupten“ (zitiert nach Streintz, a. a. O. 51). Andere, wie Laplace und Poisson, haben dann wenigstens für die Geradlinigkeit der unbeeinflussten Bewegung apodiktische Gewißheit in Anspruch genommen, während sie die Gleichförmigkeit derselben bloß als eine empirisch festgestellte Tatsache gelten ließen. Noch deutlicher aber als die theoretischen Aussprüche der Physiker, beweist ihr praktisches Verhalten, daß sie stets,

gleichsam instinktiv, dem Trägheitsprinzip eine ganz andere Dignität als diejenige eines empirischen Naturgesetzes beigemessen haben. Vergleichen wir etwa dieses Verhalten dem Trägheitsprinzip und dem Gravitationsgesetz gegenüber, so finden wir, daß die Gewißheit des Gravitationsgesetzes, extensiv und intensiv, keine größere ist, als das zugrunde liegende Material in Verbindung mit den Kausalprinzipien gewährleisten kann. Die approximative Geltung desselben für moläre Anziehungen bezweifeln wir nicht; wenn aber die kinetische Theorie der Gase gewisse physikalische Erscheinungen durch die Annahme zu erklären versucht, daß die molekuläre Anziehung nach anderen Gesetzen als die moläre vonstatten gehe, so haben wir nichts dagegen einzuwenden; und wir halten es für sehr möglich, daß eine genauere Kenntnis der Gravitationserscheinungen uns nötigen könnte, in der Formel desselben irgend eine geringfügige Korrektur anzubringen. Dementsprechend hat denn auch kein vernünftiger Mensch je geglaubt, die Notwendigkeit des Gravitationsgesetzes apriori einzusehen. Ganz anders stellt sich die Wissenschaft dem Trägheitsprinzip gegenüber. Kein Physiker würde es, wenigstens bis vor kurzem, gewagt haben, zur Erklärung irgend welcher Erscheinungen die Hypothese aufzustellen, daß das Trägheitsgesetz für dieselben nicht oder nicht vollkommen genau gelten sollte; man fühlt gleichsam instinktiv, daß eine solche Hypothese ungereimt wäre, insofern sie, angeblich im Interesse einer Erklärung des Gegebenen, eine notwendige Bedingung für die Erklärbarkeit des Gegebenen opfern würde. Ob und in welcher Weise dieses instinktive Gefühl begründet ist, werden wir später untersuchen; jetzt gilt es nur, die tatsächliche Existenz desselben festzustellen. Die Vergleichung zwischen der Gewißheit, welche dem Trägheitsgesetz, und derjenigen, welche dem Gravitationsgesetz zukommt, ist aber besonders deshalb so instruktiv, weil nicht nur gleich viele und gleich genaue, sondern auch so ziemlich die nämlichen Wahrnehmungen zur empirischen Bestätigung des einen und des anderen angeführt werden können; demzufolge die weit intensivere Gewißheit, welche dem ersteren, wie oben nachgewiesen wurde, zukommt, kaum in einer Verschiedenheit des zugrunde liegenden Tatsachenmaterials begründet sein kann.

Nach alledem scheint doch wenig Aussicht vorhanden zu

sein, die tatsächliche Gewißheit des Trägheitsprinzips, wie dieselbe sich in den Worten und Handlungen der Naturforscher ausspricht, in rein empiristischer Weise zu erklären. Vielmehr sieht es fast so aus, als ob die von Galilei entdeckten Erfahrungstatsachen nur die Veranlassung, nicht aber den zureichenden Grund zur Aufstellung und Anerkennung dieses Prinzips gebildet hätten; als ob dieselben nur im Verein mit verschwiegenen, im unbewußten Denken gegebenen Voraussetzungen jenen Glauben an die absolute Allgemeinheit und vollkommene Exaktheit des Prinzips hätten ergeben können. Zur Bestätigung dieser Vermutung kommt noch eine andere Tatsache hinzu. Wie wäre es wohl denkbar, wenn das Trägheitsprinzip nichts weiter als ein empirisches Naturgesetz wäre, daß man es von Anfang an nur für die absolute Bewegung hat gelten lassen: für eine Art der Bewegung also, welche niemals empirisch nachweisbar ist, und für welche man es also unmöglich empirisch verifizieren kann? Sowohl Mach wie Streintz haben gezeigt, daß es empirisch nachweisbare Koordinatensysteme gibt, in bezug auf welche das Trägheitsprinzip, soweit unsere Erfahrung reicht, sich vollkommen bewährt (88); und wenn der Gedanke von Streintz vielleicht etwas zu weit abseits liegt, so bietet jedenfalls der Machsche Fixsternhimmel eben dasjenige Koordinatensystem, in bezug auf welches man tatsächlich das Trägheitsgesetz stets bestätigt gefunden hat. Wie erklärt es sich nun, daß man trotzdem in der Formulierung des Prinzips sich um dieses System niemals gekümmert, sondern immer wieder die Geltung desselben für die nirgends gegebene absolute Bewegung mit voller Zuversicht behauptet hat? Man wird zugestehen, daß man vom Standpunkte einer empiristischen Theorie etwas anderes hätte erwarten müssen.

Das wären also die beiden nach entgegengesetzten Richtungen hindrängenden Tatsachengruppen. Es fragt sich, ob und in welcher Weise sie sich miteinander in Einklang bringen lassen.

91. Das Trägheitsprinzip: die Erklärung der Tatsachen.

Man hat vielfach geglaubt, das Trägheitsprinzip als ein einfaches Korollarium des Kausalitätsgesetzes darstellen zu dürfen. Wenn nach diesem Gesetze jede Veränderung eine Ursache erfordert, so lasse sich daraus unmittelbar folgern, daß, wo keine Ursache

gegeben ist, auch keine Veränderung eintreten kann; das Trägheitsprinzip spezialisire bloß diesen Satz, indem er behauptet, daß, wo keine Ursache gegeben ist, auch keine Veränderung im Bewegungszustande der Körper stattfindet. Wäre diese Meinung richtig, so ließe sich die vielverbreitete Neigung, dem Trägheitsprinzip Denknöthwendigkeit zuzuschreiben, in einfachster Weise erklären; freilich müßte es dann doppelt rätselhaft erscheinen, daß die ältere Wissenschaft dem geraden Gegenteil desselben die gleiche Denknöthwendigkeit zuerkannt hat. Daß aber jene Meinung nicht richtig, vielmehr aus einer *petitio principii* entstanden ist, haben u. a. Poske (a. a. O. 388) und Mach (Erh. d. Arb. 51) überzeugend nachgewiesen. Die betreffende *petitio principii* besteht darin, daß man willkürlich Änderungen des Bewegungszustandes, also Beschleunigungen, als Zustandsänderungen des Körpers definiert, während *apriori* gar nicht abzusehen ist, warum nicht mit gleichem Rechte Änderungen der Lage, also Geschwindigkeiten, als solche aufgefaßt werden könnten. Nach der letzteren Auffassung würden die Körper einander nicht Beschleunigungen, sondern Geschwindigkeiten erteilen; mit dem Aufhören der Ursache würde nicht die Beschleunigung, sondern die Geschwindigkeit $= 0$ werden; und die altgriechische Meinung würde recht behalten, ohne daß dem Kausalitätsgesetze in irgend welcher Weise Gewalt geschähe. Daß es sich aber in der gegebenen Welt anders verhält, kann nur die Erfahrung lehren und hat tatsächlich nur die Erfahrung gelehrt. Die vorgetragene Erklärung ist demnach unzulässig, und wir müssen uns nach einer anderen umsehen.

Zur Aufklärung über die vorliegenden Verhältnisse kann vielleicht die Überlegung etwas beitragen, daß nach dem Vorhergehenden die Wissenschaft niemals die gegebenen Bewegungserscheinungen einfach als solche akzeptiert, sondern stets dieselben einem von zwei entgegengesetzten Grenzfällen unterzuordnen versucht hat. In der Erfahrung finden wir durchweg, daß eine sich selbst überlassene Bewegung während einiger Zeit fortgesetzt wird und dann zur Ruhe kommt. Demgegenüber behaupteten die Griechen, die Bewegung müsse in dem nämlichen Momente, wo sie sich selbst überlassen wird, in Ruhe übergehen; die moderne Wissenschaft

dagegen nimmt an, sie müsse die Geschwindigkeit, welche sie in diesem Momente besitzt, unverändert für immer behalten. Nach der Erfahrung scheint die Zeit, während welcher eine sich selbst überlassene Bewegung fort dauert, eine endliche Größe zu sein; nach den Griechen wäre sie $= 0$, nach den Modernen $= \infty$ zu setzen. Diese beiden, nach entgegengesetzten Richtungen von der Erfahrung sich gleichweit entfernenden Ansichten haben nun aber eine Eigentümlichkeit gemein: nach beiden gibt es in dem räumlichen Zustande des sich selbst überlassenen Körpers etwas Konstantes, Unveränderliches. Nach jener Ansicht müßte, solange keine äußeren Ursachen auf den Körper einwirken, der Ort desselben, nach dieser aber sein Bewegungszustand für alle Zeiten sich erhalten. Und eben durch diese Eigentümlichkeit unterscheiden sich die beiden wissenschaftlichen Ansichten von der gemeinen Erfahrungsansicht; denn nach dieser bliebe weder der Ort, noch der Bewegungszustand des sich selbst überlassenen Körpers sich gleich. Durch diese Eigentümlichkeit sind aber die beiden wissenschaftlichen Auffassungen offenbar mit dem Hamiltonschen Prinzip verwandt; und es fragt sich, ob nicht von diesem Gesichtspunkte aus ein Verständnis der oben dargelegten Tatsachen zu gewinnen sei.

Das Hamiltonsche Postulat nötigt uns, alles Entstehen und Vergehen als bloßen Schein, die demselben zugrunde liegende Wirklichkeit aber als in der Zeit mit sich identisch zu denken. Über das eigentliche Wesen dieser Wirklichkeit lehrt uns dasselbe nichts; es bietet nur ein Kriterium, nach welchem wir darüber entscheiden, ob wir ein Gegebenes einfach als solches hinzunehmen, oder dasselbe in irgend welcher Weise zu ergänzen oder umzu- deuten haben. Nach diesem Kriterium erklären wir jede neu eintretende Erscheinung, darunter auch den Übergang von Ruhe in Bewegung, für verursacht, d. h. ergänzungsbedürftig; versuchen wir aber, dasselbe auf bereits angefangene Bewegungen anzuwenden, so scheint es ohne weitere Voraussetzungen nicht möglich, in eindeutiger Weise zu entscheiden, wie diese sich verhalten müßten, um dem Kriterium zu genügen. Denn gesetzt, die Bewegung käme sofort nach dem Wegfall der bewegenden Ursache zur Ruhe, so könnte man einerseits sagen, der Körper habe von diesem Moment an seinen Ort

unverändert behauptet, was keiner ursächlichen Erklärung bedürfe; andererseits aber, in seinem Bewegungszustand sei plötzlich eine Veränderung eingetreten, und das könne ohne Ursache nicht geschehen. Umgekehrt, wenn der Körper in seiner Bewegung verharrete, so könnte einerseits die fortschreitende Ortsveränderung als notwendig verursacht, andererseits die unveränderte Fortsetzung der Bewegung als keiner Ursache bedürftig betrachtet werden. Um einen festeren Standpunkt zu gewinnen, müßten wir zuerst wissen, ob sich in der Ortsveränderung oder in der Veränderung des Bewegungszustandes eine Veränderung im eigenen Zustande der Körper offenbart; und eben dieses wissen wir apriori nicht. Die Sache verhält sich demnach so, daß, während wir bei allen sonstigen Erscheinungen die Frage, ob sich in den Gegenständen der Wahrnehmung etwas verändert, eindeutig beantworten können, nur die Bewegungserscheinungen einer doppelten Auffassung Raum lassen. Denn diese Bewegungserscheinungen bieten der Betrachtung zwei Seiten dar, von denen die eine nicht unveränderlich gedacht werden kann, ohne gleichzeitig die andere veränderlich zu denken. — Unter diesen Umständen kann die Frage, wie ein sich selbst überlassener bewegter Körper sich weiter verhalten werde, nicht apriori beantwortet werden; oder genauer: das apriorische Prinzip begründet bloß ein disjunktives Urteil. Entweder der Ort oder der Bewegungszustand des sich selbst überlassenen Körpers muß sich unverändert erhalten: nur so viel läßt sich auf Grund des Hamiltonschen Postulates apriori erwarten. Oder noch etwas genauer: nur wenn die Erfahrung lehrt, entweder daß der Ort, oder daß der Bewegungszustand eines sich selbst überlassenen Körpers sich unverändert erhält, läßt sie sich ohne weiteres dem Hamiltonschen Postulate unterordnen und kann also unbeanstandet hingenommen werden; lehrte dagegen die Erfahrung etwas anderes, so könnte sie nicht unbeanstandet hingenommen werden, sondern böte uns ein Problem, welches unfehlbar weitere Untersuchungen veranlassen würde. Diese weiteren Untersuchungen würden sich voraussichtlich zunächst auf die Entdeckung verborgener äußerer Ursachen richten, welche den scheinbar sich selbst überlassenen Körper dennoch beeinflußten und von den vorliegenden Veränderungen des Ortes oder des Bewegungszustandes Rechenschaft ablegen könnten. Gelänge es aber nicht,

solche Ursachen aufzufinden, so würde man eben schließen, daß weder der Ort noch der Bewegungszustand sich dem eigenen Zustande der Körper entsprechend erhält oder verändert; dann aber auch sofort nach einer Funktion aus den gegebenen Größen sich umsehen, welche in den sich selbst überlassenen Körpern sich konstant erhielt und sich also als ein Maß für die eigenen Zustände derselben verwenden ließe. — Dieser theoretischen entspricht nun vollständig die historische Entwicklung. Wo Ort und Bewegungszustand beide sich konstant erhalten (dauernde Ruhe), hat man niemals —, wo beide sich verändern (ungleichförmige Bewegung), hat man stets das Bedürfnis einer Erklärung empfunden; nur für diejenigen Fälle, wo entweder der Ort aber nicht der Bewegungszustand, oder der Bewegungszustand aber nicht der Ort sich verändert (also bei der gleichförmigen Bewegung und beim Übergang von der Bewegung zur Ruhe) sind die Ansichten verschiedener Zeiten auseinandergeschieden. Die Alten fanden sich (wohl durch alltägliche Erfahrungen, wie diejenigen des Ziehens oder Schiebens schwerer Körper auf rauhem Boden) zur Annahme veranlaßt, daß der unveränderte Zustand des sich selbst überlassenen Körpers sich in der Unveränderlichkeit des Ortes offenbare, und suchten demzufolge sowohl die gleichförmige wie die ungleichförmige Bewegung durch äußere Ursachen (Stöße von seiten der nachdringenden Luft) zu erklären. Die Neueren wurden durch genauere Beobachtungen und Experimente veranlaßt anzunehmen, daß der unveränderte Zustand des sich selbst überlassenen Körpers in der Beibehaltung seiner Bewegung zur Wahrnehmung gelange, und mußten demnach sowohl für den Übergang von der Bewegung zur Ruhe wie für die ungleichförmige Bewegung äußere Ursachen (Widerstände) verantwortlich machen. Und sollten die neuesten Vertreter der Elektronentheorie recht behalten, also das Trägheitsprinzip für die zeitweilig letzten bekannten Elemente des Naturgeschehens seine Gültigkeit einbüßen, so läßt sich mit Zuversicht vorhersagen, daß, nachdem einmal die erste Freude über die errungene „einfachste Beschreibung“ vorübergegangen sein wird, das Bedürfnis der Erklärung sich wieder fühlbar machen und nur in der Entdeckung einer neuen, als Maß für die eigenen Zustände der Wirklichkeitselemente zu verwendenden; und also bei Abwesenheit äußerer Einwirkung sich konstant erhaltenden Größe seine

Befriedigung finden wird. Was aber jenen bisherigen Theorien den Anstrich apodiktischer Gewißheit verlieh, und im gesetzten Fall zweifellos auch den künftigen Theorien den gleichen Anstrich verleihen wird, das sind nicht die Erfahrungstatsachen an und für sich, sondern die Erfahrungstatsachen in Verbindung mit dem Hamiltonschen Prinzip; und eben aus der Mitwirkung dieses Prinzips erklären sich sämtliche Eigentümlichkeiten, welche wir im vorhergehenden als charakteristisch für die mechanischen Grundsätze im allgemeinen und für das Trägheitsprinzip im besonderen kennen gelernt haben. Wir wollen jetzt versuchen, dies nachzuweisen.

Eine rein empiristische Erklärung der tatsächlich dem Trägheitsprinzip zuerkannten Gewißheit war erstens deshalb ausgeschlossen, weil die absolute Allgemeinheit und Exaktheit desselben, wie verwandte Fälle beweisen, nicht durch Erfahrung, am allerwenigstens aber durch eine so beschränkte Erfahrung wie sie den Grundlegern der Mechanik zu Gebote stand, begründet sein kann. Die Sache wird aber eine andere, wenn außer den Erfahrungsdaten noch die apriorische, demnach notwendige Allgemeinheit und Exaktheit beanspruchende Voraussetzung, daß sich in dem Bewegungszustande eines sich selbst überlassenen Körpers überall etwas Konstantes offenbaren muß, mit in Betracht gezogen wird. Denn jetzt zeigt sich, daß das Erfahrungsergebnis, dem man sofort jene Allgemeinheit und Exaktheit glaubte beilegen zu dürfen, nicht einfach ein Erfahrungsergebnis wie jedes andere ist, sondern vielmehr ein solches, welches in ein offengebliebenes Feld, wofür apriori eine Füllung zu erwarten und zu fordern war, genau hineinpaßt. Galilei hatte ja gefunden, daß eine dauernde äußere Ursache dem Körper, auf welchen sie wirkt, in der Zeiteinheit eine bestimmte Beschleunigung erteilt; was nach Abzug derselben an dem sich selbst überlassenen Körper zurückblieb, war also eine konstante Geschwindigkeit; und es lag nahe zu folgern, daß also in dieser konstanten Geschwindigkeit der unveränderliche eigene Zustand des sich selbst überlassenen Körpers zur Wahrnehmung gelange. Daß aber die Nachfolger Galileis alsbald glaubten, die notwendige Geltung des Trägheitsprinzips aus dem Kausalitätsgesetz allein, unabhängig von aller Erfahrung, beweisen zu können, läßt sich zwar nicht gutheißen, aber doch ohne Schwierigkeit

erklären. Diese Forscher haben nämlich offenbar auf die apriori keineswegs ausgeschlossene, durch die Anhäufung des Erfahrungsmaterials aber endgültig beseitigte Möglichkeit, daß Veränderungen im eigenen Zustande der Körper anders als durch Veränderungen in ihrem Bewegungszustande zu messen seien, nicht mehr geachtet; sie haben demnach die Annahme, daß der Bewegungszustand eines Körpers ohne äußere Ursache sich verändern könne, als gleichbedeutend mit der anderen, daß der eigene Zustand eines Körpers ohne äußere Ursache sich verändern könne, aufgefaßt, und sich berechtigt gefunden, dieselbe auf Grund des Kausalitätsprinzips apriori zu verwerfen. Ihr Fehler bestand nur darin, daß sie die empirischen Gründe, welche erst die Ausschließung jener ersteren Möglichkeit zustande bringen, aus dem Auge verloren haben.

Als eine zweite jeder empiristischen Theorie kaum lösbare Schwierigkeiten bietende Tatsache wurde der Umstand verzeichnet, daß man von jeher das Trägheitsprinzip, statt für die Bewegung in bezug auf irgend ein empirisch nachweisbares Koordinatensystem, für die empirisch nirgends nachweisbare „absolute Bewegung“ hat gelten lassen. Auch dieses aber erscheint nicht mehr als befremdlich, wenn wir in Betracht ziehen, was in einem früheren Paragraphen über den Begriff der absoluten Bewegung, und in diesem über die Forderungen, welche das Denken auf Grund des Hamiltonschen Prinzips an die Bewegungserscheinungen stellt, bemerkt wurde. Weil wir annehmen, daß der eigene Zustand eines sich selbst überlassenen Körpers sich unverändert erhält, nehmen wir auch an, daß die Bewegungserscheinung, in welcher dieser Zustand sich offenbart, etwas Konstantes an sich haben muß. Aber offenbar hat diese Folgerung eben nur für die Bewegungserscheinung, sofern sie ausschließlich durch den eigenen Zustand des Körpers bedingt ist, also für die absolute Bewegung desselben Sinn. Denn die relative Bewegung eines Körpers ist eben eine zusammengesetzte Erscheinung, zu welcher nicht nur der eigene Zustand dieses Körpers, sondern auch die Zustände anderer Körper mitwirken, und welche demnach verändern kann, ohne daß in jenem etwas verändert wäre. — Daß aber die erwähnten Forderungen des Denkens, obgleich sie sich ausschließlich auf die absolute Bewegung beziehen, dennoch in Verbindung mit

empirischen, auf relative Bewegungen sich beziehenden Daten das Trägheitsprinzip in moderner Fassung zu begründen vermögen, ist daraus zu erklären, daß sich aus Urteilen über absolute, andere über bestimmte relative Bewegungen deduktiv entwickeln lassen. Es läßt sich nämlich logisch beweisen, daß, wenn das Trägheitsprinzip für absolute Bewegungen gilt, es auch für diejenigen Bewegungen gelten muß, welche einem Körper relativ zu einem Koordinatensystem, in bezug auf welches es sonst ruhen würde, mitgeteilt werden. Nun ist uns aber in der Erde ein solches Koordinatensystem, in bezug auf welches die Mehrzahl der irdischen Körper ohne äußere Einwirkung sich ruhend verhalten, gegeben; und indem wir diese Körper in Bewegung versetzen, gestatten die wahrgenommenen Bewegungserscheinungen eine empirische Verifikation des Trägheitsprinzips. In dieser Weise läßt sich die Geltung des Trägheitsprinzips für die absolute Bewegung, nachdem wir einmal den Begriff der absoluten Bewegung innehaben, empirisch begründen; wie aber aus den Erfahrungstatsachen allein diese Begründung möglich wäre, läßt sich nicht absehen.

Nach alledem wäre also das Trägheitsprinzip nicht ein empirisches Gesetz und auch nicht ein apriorisches Axiom, sondern eine Schlußfolgerung aus empirischen und apriorischen Daten. Die späte Anerkennung desselben ist aus der späten Entdeckung jener empirischen Daten zu erklären; dagegen ist die außergewöhnliche Gewißheit sowie die Beziehung desselben auf absolute Bewegung der Mitwirkung apriorischer Daten zu verdanken; und aus der einseitigen Beachtung dieser apriorischen Daten entsprang die Neigung, demselben unbedingte Denknöwendigkeit zuzuschreiben.

92. Der mechanische Kraftbegriff und das Unabhängigkeitsprinzip. In unmittelbarem Anschluß an die Aufstellung des Trägheitsprinzips pflegt in den mechanischen Lehrbüchern der Kraftbegriff eingeführt und als die Ursache einer Veränderung im Bewegungszustande eines Körpers definiert zu werden. Die spezielle Natur der Kräfte, ihre Abhängigkeit von den wahrnehmbaren Eigenschaften der Körper, welche ihr Auftreten bedingen, untersucht die Physik; die Mechanik beschränkt sich darauf, die allgemeine Wirkungsweise derselben,

sofern sie sich aus einigen wenigen Grundsätzen deduktiv entwickeln läßt, zu erörtern.

Von diesen Grundsätzen untersuchen wir zuerst das Unabhängigkeitsprinzip, nach welchem die Beschleunigung, welche ein Körper durch irgend welche Kraft erfährt, sowohl von seiner absoluten Bewegung als von den Beschleunigungen, welche er durch andere gleichzeitige Kräfte erfährt, unabhängig ist. Spezielle Anwendungen dieses Prinzips sind die Sätze von dem proportionalen Verhältnis zwischen Kräften und Beschleunigungen, von der Addition gleichgerichteter und der Subtraktion entgegengesetzter Kräfte; seinen mathematischen Ausdruck findet es in dem Satze vom Kräfteparallelogramm.

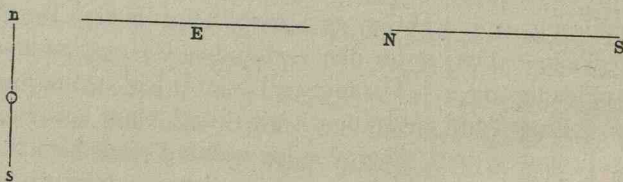
Über die Frage, ob die Gewißheit des Unabhängigkeitsprinzips auf apriorischen oder auf empirischen Gründen beruht, ist wieder viel gestritten worden; für beide Ansichten lassen sich Tatsachen anführen, welche den früher in betreff des Trägheitsprinzips erwähnten völlig analog sind. Einerseits haben zahlreiche Forscher geglaubt, die Gültigkeit des Prinzips apriori einzusehen, und wird auch in den Lehrbüchern seine Gewißheit nicht aus sorgfältigen Beobachtungen und Experimenten bewiesen, sondern als unmittelbar evident vorgestellt. Dementsprechend wird auch dieses Prinzip allen mechanischen Theorien (auch wenn dieselben sich auf Erscheinungsgebiete beziehen, für welche man es unmöglich verifizieren kann) unbedenklich und mit dem Bewußtsein der Notwendigkeit zugrunde gelegt. — Dem stehen aber Gründe gegenüber, welche klar und scharf, wenn auch nur für den Spezialfall der Proportionalität zwischen Kräften und Beschleunigungen, von Poisson in der ersten Auflage seiner Mechanik formuliert worden sind. Da seine Argumentation, in gleichem Grade wie für diesen Spezialfall, auch für das Unabhängigkeitsprinzip überhaupt zu gelten scheint, erlaube ich mir dieselbe hier (nach Streintz, a. a. O. 125—126) anzuführen. „La loi des vitesses proportionnelles aux forces qui les produisent . . . est un principe fondamental de la dynamique. A proprement parler, cette loi n'est qu'une hypothèse; car, de ce que nous entendons par le rapport numérique des forces, nous ne pouvons rien conclure relativement aux vitesses qu'elles produisent. Nous disons, par exemple, qu'une force est double

d'une autre, quand la première est formée par la réunion de deux forces égales à la seconde, agissant simultanément et dans le même sens, sur un point matériel; or, il ne s'ensuit pas nécessairement que cette force double doive communiquer au mobile une vitesse précisément double de celle que la force simple lui communiquait dans le même temps. La vitesse communiquée à un mobile par une force qui agit sur lui pendant un temps déterminé, est une fonction du nombre qui représente l'intensité de cette force; le peu de données que nous avons sur la nature des forces, ne nous permet pas de déterminer à priori la forme de cette fonction; nous sommes donc obligés, pour résoudre les problèmes de dynamique, de partir d'une supposition; et nous choisissons la plus simple, en regardant la vitesse comme proportionnelle à la force. L'accord des résultats qui se déduisent de cette hypothèse, avec l'expérience, prouve ensuite que cette loi la plus simple, est effectivement celle de la nature." Das klingt recht überzeugend; und auch der allgemeinen Anwendung auf das Unabhängigkeitsprinzip überhaupt scheint nichts im Wege zu stehen. Nur durch Erfahrung, so scheint es, kann entschieden werden, ob die Beschleunigung, welche zwei gleichzeitig wirkende Kräfte einem Körper erteilen, gleich der Summe derjenigen Beschleunigungen ist, welche sie jede für sich demselben erteilen würden.

Um den Wert dieser Beweisführung richtig beurteilen zu können, hat man zwischen zwei Fragen, welche meistens durcheinander geworfen werden, scharf zu unterscheiden. Die eine lautet: wird ein Körper, welcher unter den Umständen A eine Beschleunigung a , und unter den Umständen B eine Beschleunigung b erkennen läßt, unter den verbundenen Umständen $A + B$ eine Beschleunigung $a + b$ erkennen lassen? Die zweite dagegen: wird ein Körper, der unter der Einwirkung einer Kraft A eine Beschleunigung a , und unter der Einwirkung einer Kraft B eine Beschleunigung b erfährt, unter der Einwirkung der verbundenen Kräfte $A + B$ eine Beschleunigung $a + b$ erfahren? Diese beiden Fragen sind nicht gleichbedeutend: die „Umstände“, von denen in der ersteren die Rede ist, umfassen bloß die in der Erfahrung gegebenen Antezedentien der Bewegungsänderung; die „Kraft“, über welche die zweite spricht, steht für die gesamte Ursache derselben; jene gehört der Physik, diese der Mechanik an. Die

Physik hat ja die empirischen Bedingungen der Kraftwirkung zu untersuchen; sie fragt, unter welchen äußeren wahrnehmbaren Umständen Veränderungen im Bewegungszustande der Körper eintreten, und versucht Gesetze zu finden, nach welchen diese Veränderungen von jenen Umständen abhängen. Die Mechanik dagegen abstrahiert, wie wir gesehen haben (85), grundsätzlich von der besonderen Natur der empirischen Ursachen; sie kümmert sich nicht im geringsten darum, ob eine gegebene Beschleunigung von der Erde, von einem Magneten oder von etwas anderem herührt; sondern sie fordert einfach für jede Veränderung im Bewegungszustande eines Körpers eine adäquate Ursache, und bestimmt diese Ursache ausschließlich durch die erzeugte Wirkung, nämlich durch das Produkt aus Masse und Beschleunigung. Je nachdem nun die Frage nach der Natur des Unabhängigkeitsprinzips in dem einen oder in dem anderen Sinne aufgefaßt wird, wird auch die Antwort auf diese Frage durchaus verschieden ausfallen müssen.

Für die physikalische, mit den empirischen „Umständen“ rechnende Betrachtung behält Poisson unbedingt recht: ob ein Körper, welchem in den Umständen A eine Beschleunigung a , und in den Umständen B eine Beschleunigung b erteilt wird, in den verbundenen Umständen A + B eine Beschleunigung $a + b$ erhalten wird, das können wir apriori unmöglich wissen. Wir können sogar weitergehen und sagen: der betreffende Satz ist nicht nur apriori ungewiß, er ist in seiner Allgemeinheit nicht einmal wahr. In der beigegebenen Figur sei n der Nordpol einer Kompaßnadel ns ,



E ein Eisenstab, N der Nordpol eines Magneten NS. Man kann nun die Dimensionen und Entfernungen dieser drei Körper leicht so wählen, daß der Magnet NS für sich genommen nur eine äußerst schwache abstoßende, der Eisenstab E für sich genommen eine viel stärkere anziehende Wirkung auf die Spitze n ausübt, während doch die beiden zusammen dieselbe sehr kräftig abstoßen.

Dem Unabhängigkeitsprinzip als physikalischem Gesetze darf also keine allgemeine, und demnach erst recht keine apriorische, notwendige Geltung zugeschrieben werden.

Wie verhält sich nun aber die Mechanik zu solchen Tatsachen? Findet sie in denselben Veranlassung, die allgemeine Geltung ihres Unabhängigkeitsprinzips in Zweifel zu ziehen? Keineswegs: sie sagt einfach, daß der Magnet den Eisenstab magnetisch gemacht, in demselben magnetische Kraft erzeugt habe, und sie bestimmt die Intensität dieser neuen Kraft, unter Zugrundelegung des Unabhängigkeitsprinzips, aus der zu erklärenden Beschleunigung. Und in dieser Weise verfährt sie überall, wo die Erfahrung dem Unabhängigkeitsprinzip zu widerstreiten scheint. Zur Rechtfertigung dieses Verfahrens wird sie sich aber darauf berufen, daß die Kraft A nur von der Wirkung a , die Kraft B von der Wirkung b , also beide zusammen von einer Wirkung $a + b$ Rechenschaft zu geben vermögen; demzufolge denn, wenn tatsächlich eine Wirkung $c \leq a + b$ herauskommt, notwendig eine weitere Kraft neben A und B zur Erklärung der Differenz angenommen werden muß. Darin zeigt sich aber der nichtempirische, apriorische Charakter des mechanischen Unabhängigkeitsprinzips. Wir haben es in demselben nicht mit einem Prinzip zu tun, welches wir der Erfahrung entnehmen, sondern mit einem solchen, nach welchem wir die Erfahrung deuten. Eigentlich ist dieses Prinzip schon in der einfachen Tatsache, daß wir die Kräfte durch ihre Wirkungen messen, analytisch enthalten: denn wenn zwei Kräfte verbunden eine andere Gesamtwirkung erzeugten als getrennt, müßten eben, an dieser Gesamtwirkung gemessen, im ersteren Fall die Kräfte stärker oder schwächer geworden, also eine neue gleich- oder entgegengesetzt gerichtete Kraft hinzugekommen sein. Ob die physikalische Erfahrung es leichter oder schwerer macht, diese Betrachtungsweise allgemein durchzuführen, tut prinzipiell nichts zur Sache. Genau so wie eine Welt, in welcher zu jeder Gruppe von 2×2 Gegenständen sofort ein fünfter Gegenstand hinzugeschaffen würde, uns nicht zum Zweifel an die arithmetischen Gesetze, sondern zur Aufstellung eines physischen Problems veranlassen würde (S. 138—139), genau so würden wir auch, wenn überall zwei verbundene Kräfte eine stärkere Gesamtwirkung hervorbrächten als die nämlichen Kräfte einzeln, einfach schließen, daß überall, wo zwei Kräfte zusammen-

kommen, eine neue Kraft wirksam wird, und so das Unabhängigkeitsprinzip handhaben.

Wenn nun hiermit das tatsächliche Verfahren der Mechanik in bezug auf das Unabhängigkeitsprinzip richtig beschrieben worden ist, so hält es nicht schwer, im Hamiltonschen Prinzip den zureichenden Grund für dieses Verfahren nachzuweisen. Die mechanische Kraft vertritt, wie wir gesehen haben, die Ursache einer Bewegungsänderung; wie die Ursache überhaupt, hat sie also die Aufgabe, die Unterordnung der Erscheinungen unter das Hamiltonsche Prinzip zu bewerkstelligen oder vorzubereiten. Um dieser Aufgabe zu genügen, muß sie notwendig der Veränderung, zu deren Erklärung sie angenommen wird, gleichgesetzt werden, wie denn jede vollständige Ursache ihrer Wirkung gleichgesetzt werden muß (75). Demzufolge ist es aber a priori unmöglich, daß eine Kraft A, welche für sich eine Beschleunigung a , und eine Kraft B, welche für sich eine Beschleunigung b eines bestimmten Körpers ergeben würde, zusammen eine Beschleunigung $c \leq (a + b)$ desselben Körpers ergeben sollten. Denn aus der Gleichheit von Kraft und Wirkung folgt, daß $A = a$, $B = b$ (demnach $A + B = a + b$) und $A + B = c$ ist; diese Gleichungen können aber nur zusammen bestehen, wenn $c = a + b$ ist. Wird also unter bestimmten Umständen einem bestimmten Körper eine Beschleunigung a , unter anderen Umständen dem nämlichen Körper eine Beschleunigung b zuteil, so müssen wir nach dem Hamiltonschen Postulate in den ersteren Umständen eine Kraft $A = a$, in den letzteren eine Kraft $B = b$ voraussetzen. Treten später die beiden Umstandekomplexe zusammen auf, und wird jetzt eine Beschleunigung $c \leq (a + b)$ wahrgenommen, so müssen wir nach dem nämlichen Postulate eine neue Kraft $P = c - (a + b)$ voraussetzen; denn ohne diese Voraussetzung bliebe doch wieder ein Teil der wahrgenommenen Veränderung unerklärt. So führt das nämliche Motiv, welches der Einführung des Kraftbegriffs zugrunde liegt, mit gleicher Notwendigkeit zur Aufstellung des Unabhängigkeitsprinzips.

Es ist übrigens klar, daß die hier versuchte Deduktion des Unabhängigkeitsprinzips die Gültigkeit des Trägheitsprinzips voraussetzt. Oder richtiger: das Unabhängigkeitsprinzip läßt sich in einer allgemeineren Form ausdrücken, in welcher es ein einfaches Korollarium des Hamiltonschen Postulates ist; und

aus der Verbindung dieses allgemeineren Prinzips mit dem Trägheitsprinzip geht dann das Unabhängigkeitsprinzip der modernen Mechanik hervor. In dieser allgemeineren Fassung enthält das Unabhängigkeitsprinzip bloß die Behauptung, daß die Wirkung einer Kraft von allen gleichzeitigen Kraftwirkungen unabhängig ist, läßt aber die Frage, was wir als Kraftwirkung anzusehen haben, unentschieden. Kommt zu dieser Einsicht die andere, im Trägheitsprinzip formulierte hinzu, daß der eigene Zustand der Körper als ihre nach Richtung und Geschwindigkeit bestimmte Bewegung zur Erscheinung gelangt, so folgt daraus die nähere Bestimmung der Kraftwirkung als Beschleunigung im weitesten Sinn und das Unabhängigkeitsprinzip der heutigen Mechanik.

Schließlich ist noch zu bemerken, daß die nämliche Art von Gewißheit, welche nach dem Vorhergehenden dem Unabhängigkeitsprinzip zukommt, auch einem anderen Prinzipie zuerkannt werden muß, welches zwar in den Lehrbüchern nur selten ausdrücklich erwähnt, dagegen öfters stillschweigend angewandt wird. Ich meine das Symmetrieprinzip, nach welchem ein symmetrisches Kräftesystem Gleichgewicht erzeugen muß. Dieses Prinzip wurde schon im Altertum (von Archimedes) aufgestellt, und konnte damals schon aufgestellt werden, weil es von der Frage, ob die Kräfte Beschleunigungen oder Geschwindigkeiten erzeugen, offenbar unabhängig ist. Auch von diesem Prinzipie gilt, daß es nicht im physikalischen, wohl aber im mechanischen Sinne unbedingt und zwar apriori richtig ist. Die Symmetrie der wahrnehmbaren Umstände ist keineswegs genügend, einen Gleichgewichtszustand zu verbürgen; wenn aber (wie bei dem Oersted'schen Versuch) unter anscheinend symmetrischen Umständen eine Gleichgewichtsstörung eintritt, so wird sofort auf eine asymmetrische Verteilung der Kräfte geschlossen. So wird die apriorische Gewißheit des Prinzips am deutlichsten in denjenigen Fällen bestätigt, in welchen es als Naturgesetz Ausnahmen erleidet. Diese apriorische Gewißheit ist aber in der Einsicht begründet, daß aus symmetrisch verteilten Kräften eine Bewegung in irgend welcher Richtung unmöglich logisch abgeleitet werden kann, während doch das Hamilton'sche Prinzip die logische Ableitbarkeit der Wirkungen aus den Ursachen fordert.

93. **Das Prinzip der Wechselwirkung.** Dieses Prinzip, nach welchem die Wirkungen zweier Körper aufeinander stets gleich und von entgegengesetzter Richtung sein müssen, wurde bekanntlich zuerst von Newton als mechanischer Grundsatz aufgestellt und durch ein einfaches Experiment erläutert. Er ließ zwei Gefäße, von denen sich in dem einen ein Magnet, in dem anderen ein Stück Eisen befand, auf Wasser schwimmen, und sah, sobald die beiden Gefäße einander berührten, einen Gleichgewichtszustand eintreten. Man wird dieses Experiment, einem die ganze materielle Welt umspannenden Gesetze gegenüber, wieder nur als eine Erläuterung, nicht als einen Beweis auffassen können. In der Tat läßt Newton demselben einen deduktiven Beweis vorhergehen, auf welchen wir bald zurückkommen werden. — Es ist dann weiterhin mit diesem Prinzip gegangen wie mit den beiden anderen. Man hat es unbedenklich auf alle Bewegungserscheinungen ohne Ausnahme angewandt, aber kaum je ernstlich versucht, es durch umfassende und hinreichend variierte Experimente zu verifizieren; der Mehrzahl der Forscher schien es die Bürgschaft seiner Gewißheit in sich zu tragen. Dementsprechend wird es denn auch in den Lehrbüchern gewöhnlich aufgestellt, ehe noch von der Messung der Kräftewirkung die Rede gewesen ist; also an einer Stelle, wo es einfach unverständlich sein müßte, wenn es sich in letzter Instanz auf empirische Tatsachen bezöge. Man wolle die Bedeutung solcher scheinbar geringfügiger Umstände für unsere Untersuchung nicht unterschätzen; eben weil dieselben geringfügig erscheinen, gelangen darin unbewußte Überzeugungen zum freiesten und deutlichsten Ausdruck.

Die erwähnten Umstände legen die Vermutung nahe, daß beim Zustandekommen des Prinzips der Wechselwirkung wieder etwas Apriorisches sich geltend mache. In der Tat hat es an Versuchen nicht gefehlt, das Prinzip als ein denknotwendiges darzustellen, wobei freilich ein logischer Zirkel nicht immer vermieden wurde. Beachtung verdient ganz besonders der oben erwähnte Beweis Newtons, nach welchem eine Verneinung dieses Prinzips zu Ergebnissen führen müßte, welche auch dem Trägheitsprinzip widersprechen. „Corporibus duobus quibusvis A, B, se mutuo trahentibus, concipe obstaculum quodvis interponi quo congressus eorum impediatur. Si corpus alterutrum A magis

trahitur versus corpus alterum B, quam illud alterum B in prius A, obstaculum magis urgebitur pressione corporis A quam pressione corporis B; proindeque non manebit in aequilibrio. Praevalebit pressio fortior, facietque ut systema corporum duorum et obstaculi moveatur in directum in partes versus B, motuque in spatiis liberis semper accelerato abeat in infinitum. Quod est absurdum et Legi primae contrarium¹⁾. Demgegenüber bemerkt Streintz (a. a. O. 132), wenn auch eine Leugnung des Wechselwirkungsprinzips in vielen Fällen zu Widersprüchen mit dem Trägheitsprinzip führe, so sei es doch geraten, die Berufung auf die Erfahrung auch bei jenem Prinzip nicht gänzlich abzuweisen; denn es könne für die Sicherheit der Sätze der Mechanik nicht vorteilhaft sein, wenn einer ihrer Fundamentalgrundsätze keine andere Stütze hätte als einen auf den Widerspruch einer Anwendung mit einem Spezialfall eines anderen Grundsatzes aufgebauten indirekten Beweis.

Es läßt sich aber, wie ich glaube, dieser Fehler des Newtonschen Beweises, wenn es ein Fehler sein sollte, unschwer beseitigen. Das Prinzip der Wechselwirkung läßt sich nämlich zwar nicht aus dem Trägheitsprinzip, wohl aber aus dem Hamiltonschen Prinzip, dem das Trägheitsprinzip, wie wir gesehen haben, seine apriorische Gewißheit verdankt, auf direktem Wege beweisen; und die von Newton entdeckte Beziehung zwischen dem Prinzip der Wechselwirkung und dem Trägheitsprinzip ist eben in dieser einfacheren und tiefer liegenden Beziehung begründet. Der nervus probandi der Newtonschen Argumentation liegt nämlich in der Einsicht, daß die Verneinung des Prinzips der Wechselwirkung zur Annahme einer fortwährenden Erzeugung von Bewegung in einem abgeschlossenen Systeme führen müßte; und eben dies erklärt das Trägheitsprinzip auf Grund des Hamiltonschen Postulates für undenkbar. — Die direkte Ableitung des Prinzips der Wechselwirkung aus dem Hamiltonschen Postulate gestaltet sich aber folgendermaßen: Nach dem Hamiltonschen Postulate ist die Wirkung eines Körpers auf einen anderen nur als Übertragung von Wirklichkeitselementen denkbar; wenn demnach ein Körper einen anderen in einen neuen Bewegungszustand versetzt, so

¹⁾ Newton, Phil. nat. princ. math., Amstelodami 1723, p. 22.

Heymans, Gesetze u. Elemente des wissenschaftl. Denkens. 4. Aufl.

muß er demselben Wirklichkeitselemente übertragen haben, welche eben in der neuen Bewegung desselben zur Erscheinung gelangen. Die nämlichen Wirklichkeitselemente aber, welche jenem Körper zugeführt worden sind, müssen diesem entzogen sein. Nun verstehen wir unter Kraft nach dem Vorhergehenden nichts weiter als die letzte Ursache des als veränderte Bewegung wahrgenommenen neuen Zustandes eines Körpers; also denjenigen unbekanntem Prozeß, dessen gleichmäßige Fortsetzung diesen neuen Zustand ergibt. Dieser Prozeß muß aber nach der einen Seite einen ebenso großen Verlust, als nach der anderen Seite einen Gewinn von als Bewegung erscheinenden Wirklichkeitselementen herbeiführen; er muß nach beiden Seiten gleiche, aber entgegengesetzte Veränderungen im Zustande der Körper erzeugen; und eben diese Veränderungen müssen als Wirkung und Gegenwirkung zur Erscheinung gelangen. — Es ist interessant, zu bemerken, daß dieser Beweis vollkommen unabhängig von allen Voraussetzungen über das Maß oder die Wirkung der Kräfte geführt werden kann. Die beiden Kräftewirkungen müssen sich gleich sein; ob diese Kräftewirkungen Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen sind, und in welcher Weise sie durch diese und andere Faktoren gemessen werden, ist eine spätere Frage. Darum konnte auch das Prinzip der Wechselwirkung schon vor Galileis Entdeckungen von Leonicus Tornaeus in vollkommen scharfer Formulierung aufgestellt werden¹⁾; und darum darf in den Lehrbüchern dieses Prinzip, wie oben erwähnt wurde, allen Erörterungen über die Messung der Kräfte und ihrer Wirkungen vorangeschickt werden.

94. Der Massenbegriff. Die Einführung des Massenbegriffs in die Mechanik bietet an und für sich keine Schwierigkeiten, wie denn überhaupt die Aufstellung neuer Begriffe an und für sich niemals zu erkenntnistheoretischen Problemen führen kann. Denn durch die Aufstellung eines Begriffes wird nichts behauptet; das einzige daraus sich ergebende Urteil ist eine Definition, und Definitionen bedürfen keiner erkenntnistheoretischen Erklärung (26). Im vorliegenden Fall könnte man sich die Sache so vorstellen, daß die Mechaniker, indem sie in ihrem Systeme

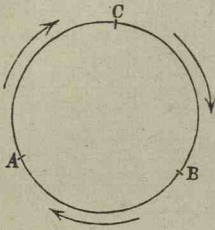
¹⁾ Whewell, History of scientific ideas I³, S. 189—190.

für die Möglichkeit, daß gleiche Kräfte verschiedenen Körpern verschiedene Beschleunigungen erteilen sollten; Raum schaffen wollten, den Begriff der Masse eingeführt und dieselbe als diejenige Eigenschaft der Körper definiert hätten, kraft deren dieselben unter der Einwirkung gleicher Kräfte verschiedene Beschleunigungen erfahren. Der apriorische Charakter der Mechanik wäre damit in keiner Weise gefährdet; denn durch die Aufstellung eines Begriffes wird über die Frage, ob es Gegenstände gibt, welche demselben entsprechen, nichts entschieden.

Die Sache wird aber eine ganz andere, wenn wir finden, daß die Mechanik nicht bloß den Massenbegriff aufstellt, sondern auch über dasjenige Wirkliche, welches diesem Begriffe entspricht, Urteile ausspricht, die nicht durch Analyse des Subjektbegriffs zu begründen, mithin synthetischer Natur sind. Ein solches Urteil liegt aber in einer meistens verschwiegenen Voraussetzung der Mechanik, welche wir das Prinzip der Unabhängigkeit der Massen von den Kräften nennen können, tatsächlich vor. Wenn zwei gleiche Kräfte zwei Körpern gleiche Beschleunigungen erteilen, so können wir nach der obigen Definition sagen, daß diese Körper diesen bestimmten Kräften gegenüber gleiche Massen besitzen; wir können aber daraus nicht ableiten, daß die beiden Körper sich zwei anderen gleichen Kräften gegenüber ebenso verhalten werden. Indem die Mechanik unbedenklich voraussetzt, daß das Massenverhältnis zweier Körper an und für sich bestimmt, also von der Natur der auf sie einwirkenden Kräfte unabhängig ist, stellt sie demnach ein synthetisches Urteil auf; und indem sie eine exakt-experimentelle Begründung dieses Urteils nicht gibt, scheint sie für dasselbe apriorische Gewißheit in Anspruch zu nehmen. Es fragt sich, ob und in welcher Weise dieser Anspruch begründet sei.

Einen hochinteressanten indirekten Beweis für das vorliegende Prinzip, welcher sich dem im vorigen Paragraphen besprochenen indirekten Beweise Newtons für das Prinzip der Wechselwirkung an die Seite stellen läßt, entnehmen wir dem Vortrage Machs (a. a. O. 53). Derselbe lautet (mit geringer, bloß formeller Änderung) folgendermaßen: „Denken wir uns drei Körper A, B, C auf einem absolut glatten und absolut festen Ring beweglich. Die Körper sollen durch irgend welche Kräfte aufeinander wirken.“ Nun gilt es zu beweisen, daß, wenn sich A und B in

bezug auf die zwischen ihnen wirkende Kraft als gleiche Massen verhalten, und wenn das nämliche von A und C gilt, auch B



und C in bezug auf die zwischen ihnen wirkende Kraft sich als gleiche Massen verhalten müssen. „Würde sich beispielsweise C als größere Masse zu B verhalten, und wir erteilen B eine Geschwindigkeit v in der Richtung des Pfeiles, so gibt es diese durch Stoß ganz an A ab, dieses ganz an C. Dagegen erteilt nun C dem B eine größere Geschwindigkeit als v und behält noch einen

Rest zurück. Bei jedem Umgang in der Richtung des Pfeiles wächst die lebendige Kraft im Ringe. Das Umgekehrte findet statt, falls die Anfangsbewegung der Richtung des Pfeiles entgegen eingeleitet wird. Das wäre nun eine Erscheinung, welche mit den bisher bekannten Tatsachen im grellen Widerspruche stände.“ Wir können hinzufügen: auch mit dem Hamiltonschen Prinzip. Denn wenn die Sache sich so verhielte, so hätten wir es wieder, genau so wie in jenem Newtonschen Beweise, mit einer unendlichen Erzeugung von Bewegung in einem abgeschlossenen Systeme zu tun. Die Verneinung des Prinzips der Unabhängigkeit der Massen von den Kräften führt also, in gleicher Weise wie die Verneinung des Prinzips der Wechselwirkung, zu Ergebnissen, welche nach dem Hamiltonschen Prinzip undenkbar sind.

Auch hier läßt sich der indirekte Beweis durch einen direkten ersetzen. Nach dem Hamiltonschen Prinzip ist jede Kraftwirkung eine Übertragung desjenigen Unbekannten, welches als Bewegung zur Erscheinung gelangt; wenn wir sagen, daß eine bestimmte Kraft auf einen Körper einwirkt, so meinen wir damit, daß ein bestimmtes Quantum dieses Unbekannten auf ihn übergeht. Zwei Körper, auf welche gleiche Kräfte einwirken, empfangen also gleiche Quanta dieses Unbekannten; wenn sie dennoch ungleiche Beschleunigungen erfahren, so läßt sich dies nur in der Weise denken, daß die gleichen Quanta sich über eine ungleiche Anzahl materieller Teilchen verteilt haben. Denn jede andere Vorstellung müßte, da alle weiteren Kraftwirkungen ex hypothesi ausgeschlossen sind, mit Notwendigkeit zur Annahme einer Vernichtung oder Neuschöpfung des als

Bewegung erscheinenden Wirklichen führen. So gelangen wir zum Begriffe der Masse als „*Quantitas Materiae*“, welchen Newton am Eingange seiner *Principia* aufstellt. Indem aber diese *Quantitas Materiae* eine dem Körper an und für sich, ohne Beziehung auf die auf denselben wirkenden Kräfte, zuerkannte Eigenschaft ist, muß sie sich aller Kraftwirkung gegenüber in gleicher Weise betätigen.

95. **Ergebnisse.** Wir wollen zum Schluß, teilweise früher Gesagtes zusammenfassend, in möglichster Kürze die Frage zu beantworten versuchen, welche Stellung die Mechanik gegenüber den anderen Naturwissenschaften einnimmt.

Diese Stellung wird jedenfalls nicht in genügender Weise charakterisiert, wenn man die Mechanik die Wissenschaft von den Bewegungen und Kräften nennt. Von Bewegungen und Kräften ist auch in der Lehre von der Gravitation, vom Magnetismus usw. die Rede; dennoch werden diese Wissenszweige niemals zur Mechanik gerechnet, und fühlt man auch gleichsam instinktiv, daß sie nicht dahin gehören. Aber auch der engere Begriff einer Wissenschaft, welche die Bewegungen und Kräfte bloß im allgemeinen, ohne Rücksicht auf die spezielle Natur der letzteren untersucht, scheint sich mit demjenigen, was wir unter Mechanik verstehen, nicht vollkommen zu decken. Denn eine solche Wissenschaft müßte doch nicht bloß entwickeln, was sich aus dem Hamiltonschen Prinzip, mit Zuhilfenahme einiger weniger Erfahrungsdaten, ableiten läßt, sondern auch festzustellen versuchen, ob nicht empirisch noch weitere allen Kraftwirkungen gemeinsame Gesetze aufzufinden seien. Diese Frage ist aber von der Mechanik niemals aufgeworfen worden.

Die angeführten Tatsachen lassen sich erklären, wenn wir die Mechanik als diejenige Wissenschaft auffassen, welche die Bedingungen der Begreiflichkeit beliebiger Bewegungserscheinungen untersucht. Die Mechanik fragt, wie die Bewegungserscheinungen beschaffen sein müssen, um dem Hamiltonschen Prinzip zu genügen; und sie stellt ein allgemeines nach diesem Prinzip konstruiertes Schema von Begriffen und Begriffsverbindungen auf, welchem sämtliche gegebene Bewegungen sich müssen unterordnen lassen. Jede Bewegung ist entweder geradlinig und gleichförmig oder nicht: ersterenfalls

bedarf sie keiner Erklärung; im zweiten Falle hält die Mechanik den Kraftbegriff bereit, mittels dessen jede Abweichung mit der Regel in Ubereinstimmung gebracht werden kann. Zwei Körper erfahren unter der Einwirkung gleicher Kräfte entweder gleiche Beschleunigungen oder nicht: ersterenfalls ist die Herbeiziehung des Kraftbegriffs zur Erklärung genügend; im zweiten Falle ist der Massenbegriff verfügbar, um die Aufrechterhaltung des Prinzips zu sichern. Das Begriffsschema der Mechanik bietet also für alle denkbaren Bewegungserscheinungen Raum; es gibt für jede derselben an, wie sie gedeutet werden muß, um dem Hamiltonschen Prinzipie untergeordnet werden zu können. Daraus erklärt sich nun in einfachster Weise die im vorhergehenden (92) bereits angedeutete Tatsache, daß in den mechanischen, ähnlich wie in den mathematischen Wissenschaften, nicht die Theorie nach den Erfahrungstatsachen, sondern die Erfahrungstatsachen nach der Theorie ergänzt und umgearbeitet werden. Die mechanische Theorie kann durch die gegebene Erfahrung nicht verbessert oder widerlegt werden, weil sie sich eben nicht auf die gegebene Erfahrung, sondern auf die Kriterien, nach welchen das Denken diese gegebene Erfahrung verarbeitet, bezieht. Was uns die Mechanik vor Augen führt, ist ein idealer Fall; den empirischen Naturwissenschaften bleibt es überlassen, die gegebenen Erscheinungen diesem Falle unterzuordnen. — Auch die einmalige Verwendung von Erfahrungsdaten beim Aufbau des mechanischen Systems (91) läßt sich von diesem Standpunkte unschwer erklären und rechtfertigen. Indem wir nämlich apriori nicht wissen, ob in dem sich selbst überlassenen Körper Ort, Bewegungszustand oder vielleicht noch etwas anderes sich konstant erhält, kann die Mechanik, je nachdem sie ihren Deduktionen die eine oder die andere Annahme zugrunde legt, verschiedene Systeme von Bedingungen aufstellen, welche in gleichem Maße dem Zwecke, eine Unterordnung der Erscheinungen unter das Hamiltonsche Prinzip zu ermöglichen, genügen. Die Wahl zwischen diesen Systemen wird dann allerdings durch die Erfahrung bestimmt; daß aber den Ergebnissen dieser Erfahrung ein Grad der Evidenz anhaftet, welcher sich derjenigen der apriorischen Wissenschaften annähert, bei den empirischen aber überall sonst fehlt, läßt sich nur daraus, daß sie so genau in das Hamiltonsche Prinzip hineinpassen, befriedigend erklären.

Es ist sehr denkbar, daß, sowie im 17. Jahrhundert das antike System der Mechanik durch das moderne, später dieses moderne noch einmal oder mehrfach durch ein anderes wird ersetzt werden müssen. Und mit Rücksicht auf die neuesten physikalischen Theorien könnte man sogar fragen, ob dies nicht jetzt schon der Fall sei, und ob damit nicht die vorhergehenden, wesentlich auf die Galilei-Newtonsche Mechanik sich beziehenden Erörterungen ihre Bedeutung vollständig verloren haben. Die letztere Frage ist, wie mir scheint, jedenfalls zu verneinen. Auch wenn die Galilei-Newtonsche Mechanik endgültig überwunden wäre, würde die Tatsache, daß mehrere Generationen von Forschern ihr die höchste Evidenz zugeschrieben haben, für die Erkenntnistheorie bedeutsam bleiben. Die nächste Aufgabe der Erkenntnistheorie ist ja, die allgemeinemenschlichen Kriterien des Fürwahrhaltens ausfindig zu machen, und diese lassen sich ebensowohl aus früherem wie aus späterem, aus schlechter wie aus besser fundiertem, und schließlich sogar aus falschem wie aus wahren Denken absondern. Sowie die antike und die neuere, so werden wohl auch diese neuere und die neueste Mechanik die nämlichen Grundvoraussetzungen des Denkens in sich enthalten. Und solange in der letzteren alles noch im Flusse ist, erscheinen bis auf weiteres die vorigen noch als am besten geeignet, einen sicheren Boden für die erkenntnistheoretische Forschung abzugeben. Dazu kommt dann noch ein anderes. Wenn die oben vorgetragene Charakteristik der Mechanik richtig ist, so kann man kaum sagen, daß in den letzten Jahren eine neue Mechanik, sondern nur, daß eine neue Physik sich auszubilden angefangen hat. Die Physik ist in der letzten Zeit zu Ergebnissen gelangt, von welchen schwer einzusehen ist, wie sie sich den Grundsätzen der bestehenden Mechanik würden unterordnen lassen; von einer neuen Mechanik, welche jene Ergebnisse in anderer Weise mit dem Hamiltonschen Prinzip in Einklang zu setzen versuchte, ist aber noch nirgends die Rede. Und die empiristische Zeitströmung, welche mehr als je zuvor die empirischen Wissenschaften mit sich fortgerissen hat, läßt jene Aufgabe kaum noch als eine dringende erscheinen. Es werden aber sicher auch für die Naturforschung wieder Zeiten kommen, wo sie sich nicht mehr damit begnügt, die Welt zu berechnen, sondern sich aufs neue bestrebt, dieselbe zu verstehen. Das könnte dann in zweifacher Weise geschehen. Entweder man

könnte versuchen, ähnlich wie in unserem obigen Beispiel (S. 412—413), durch die Einführung neuer Kräfte dennoch die widerspenstigen Erscheinungen dem Begriffssysteme der alten Mechanik anzupassen. Oder aber man könnte finden, daß in einem sich selbst überlassenen Körper zwar nicht die Geschwindigkeit, wohl aber etwas anderes sich konstant erhält, und daß die Geschwindigkeit von diesem Etwas abhängt: dann könnte das konstante Etwas an die Stelle der konstanten Geschwindigkeit treten, wie die konstante Geschwindigkeit früher an die Stelle des konstanten Ortes getreten ist, und eine neue Mechanik könnte entstehen. Jedenfalls ist anzunehmen, daß ein Prinzip, dessen Evidenz nicht nur der bisherigen Mechanik, sondern dem kausalen Denken überhaupt zugrunde liegt, auch für die Wissenschaft der Zukunft nicht so leicht seine Bedeutung verlieren wird.

Schließlich könnte noch die Frage aufgeworfen werden, warum (wenn in der Tat die mechanischen Grundsätze bloß aus dem Hamiltonschen Prinzip gefolgerte Bedingungen für die Begreiflichkeit der Bewegungserscheinungen sind) nicht auch für die anderen Erscheinungen analoge Grundsätze aufgestellt werden, da doch das Hamiltonsche Prinzip auch für diese gilt. Zur Beantwortung dieser Frage bemerken wir zuerst, daß die Fortdauer gegebener Zustände bei Abwesenheit äußerer Ursachen, die Unabhängigkeit der einen ursächlichen Wirkung von der anderen und die Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung auch in der empirischen Naturwissenschaft tatsächlich vorausgesetzt werden und nach dem Hamiltonschen Prinzip notwendig vorausgesetzt werden müssen. Daß man aber auf diese notwendigen Voraussetzungen keine apriorischen, der Mechanik analogen Wissenschaften aufgebaut hat, erklärt sich aus einem Umstande, den wir später (97) selbst wieder zu erklären haben werden, aus dem Umstande nämlich, daß die Naturwissenschaft sämtliche Erscheinungen der äußeren Natur auf mechanische Erscheinungen zurückführen zu müssen glaubt. Es werden demnach für jede wahrgenommene Veränderung zwar zuerst rein empirisch Ursachen gesucht und Gesetze aufgestellt: die letzte Erklärung derselben wird aber nur von mechanischen Hypothesen erwartet. Das Schema für die Begreiflichkeit mechanischer Erscheinungen ist demnach das Schema für die Begreiflichkeit physischer Erscheinungen überhaupt; von den letzteren läßt sich a priori

nur sagen, daß sie aus Bewegungen, welche in dieses Schema passen, erklärt werden müssen.

Es sei schließlich noch bemerkt, daß sämtliche Erörterungen dieses Abschnitts der Hamiltonschen Hypothese eine neue und feste Stütze gewähren. Denn es hat sich gezeigt, daß alles, was wir apriori von den kausalen Beziehungen auf dem Gebiete der Bewegungserscheinungen wissen, sich aus der Voraussetzung, welche nach der Hamiltonschen Hypothese allem kausalen Denken zugrunde liegt, in einfacher Weise, nach Inhalt und Form, erklären läßt. Dagegen ist kaum einzusehen, in welcher Weise die Tatsache dieses apriorischen Wissens nach den rivalisierenden Kausalitätstheorien zu begreifen wäre.

III. Die empirische Naturwissenschaft ¹⁾.

Die elementaren Urteile, welche dem naturwissenschaftlichen Denken zugrunde liegen, sind uns in den beiden letzten Abschnitten bekannt geworden. Es sind einerseits das Hamiltonsche Postulat mit den sich daraus ergebenden Kausalprinzipien und mechanischen Grundsätzen, andererseits die gesamten, durch Wahrnehmung und Experiment gewonnenen Erfahrungsurteile. Die Aufstellung von empirischen Gesetzen erfolgt nach den Millschen Methoden durch die Anwendung der formalen Kausalprinzipien auf die gegebene Erfahrung; die Einsicht, daß diese empirischen Gesetze den materialen Kausalprinzipien nicht genügen, ruft das Bedürfnis einer Erklärung hervor; und zur Befriedigung dieses Bedürfnisses werden Hypothesen aufgestellt, deren allgemeine Form durch das Hamiltonsche Postulat, deren besonderer Inhalt aber durch den Inhalt der Erscheinungen, welche sie zu erklären berufen sind, bestimmt wird. Damit scheinen die letzten nachweisbaren Elemente, aus denen alle naturwissenschaftliche Gewißheit sich zusammensetzt, nahezu vollständig gegeben zu sein. Es erübrigt noch, kurz die Frage zu besprechen, wie das Denken dazu gelangt, seinen Inhalt für einen größeren oder geringeren Teil auf eine Wirklichkeit außerhalb des Denkens zu beziehen.

96. Die Annahme einer Außenwelt und die mechanische Naturbetrachtung; die Tatsachen. In unseren bisherigen Unter-

¹⁾ Literatur. Dilthey, Beiträge zur Lösung der Frage vom Ursprung unseres Glaubens an die Realität der Außenwelt (Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. zu Berlin 1890, S. 977—1022); Zeller, Über die Gründe unseres Glaubens an die Realität der Außenwelt (Vorträge und Abhandlungen, Leipzig 1884, III, S. 225—285); Mill, An examination of Sir W. Hamiltons Philosophy (6th ed. London 1889) ch. X—XIII; Stout, The genesis of the cognition of physical reality (Mind 1890, S. 22—45).

suchungen war von der Unterscheidung zwischen Ich und Außenwelt noch keine Rede, und brauchte davon noch keine Rede zu sein. Denn sämtliche Sätze der bis jetzt untersuchten Wissenschaften würden zwar eine andere Deutung erfahren, inhaltlich aber unverändert fortbestehen, wenn jene Unterscheidung aus unserer Weltbetrachtung gestrichen würde. Die logischen und arithmetischen Gesetze gelten ja für alle mögliche Erfahrung; die Geometrie bezieht sich auf das subjektive Schema der Bewegungsgefühle, die Chronometrie wahrscheinlich auf etwas Analoges, welches wir vorläufig noch nicht näher zu bestimmen vermögen; und was die „Wirklichkeit“ anbelangt, von welcher in den kausalen Wissenschaften die Rede ist, so hatten wir es bisher nur mit gewissen (im Hamiltonschen Prinzip geforderten) formalen Eigenschaften dieser Wirklichkeit zu tun, und konnten die Frage, wie die Naturwissenschaft überhaupt zur Annahme einer solchen Wirklichkeit gelangt, einstweilen unerörtert lassen. Wir dürfen jedoch unsere Untersuchung nicht abschließen, ehe wir auch diese Frage ins Auge gefaßt haben. Dabei wollen wir, unserer Gewohnheit gemäß, uns zunächst über die vorliegenden Tatsachen und über die darin enthaltenen Probleme genauer zu orientieren versuchen.

Da muß denn vor allen anderen schon die Tatsache überhaupt, daß wir (und zwar sowohl die Laien wie die Naturforscher) neben der gegebenen Bewußtseinswelt noch eine nicht gegebene Außenwelt als existierend annehmen, unsere Aufmerksamkeit auf sich ziehen. Daß uns in letzter Instanz nur Bewußtseinsinhalte (wozu ja auch unsere Empfindungen und Wahrnehmungen gehören) gegeben sind und gegeben sein können, wurde bereits im Anfang dieser Untersuchung (x) bemerkt; wenn dem aber so ist, muß es als rätselhaft erscheinen, wie wir von einer vom Bewußtseinsinhalt durchaus verschiedenen stofflichen Außenwelt, wie sich das natürliche Denken und die Naturwissenschaft dieselbe vorstellen, jemals etwas wissen können. Allerdings kann, infolge von Mißverständnissen in bezug auf jenen Begriff der „Außenwelt“, das betreffende Problem leicht verkannt werden. Man könnte etwa meinen, wir brauchten doch unsere Augen nur zu öffnen, um sofort zu sehen, daß Bäume, Häuser usw. sich außerhalb unseres Körpers befinden: die Annahme einer Außenwelt gehe also in keiner Weise über die un-

mittelbare Erfahrung hinaus. Aber man würde dabei vergessen, daß die Gegenstände, von denen wir wahrnehmen, daß sie außer-einander liegen, eben notwendig Wahrnehmungsinhalte sind; die Anerkennung dieses Außereinander der Wahrnehmungsinhalte involviert noch nichts über die Existenz einer Welt von Dingen außerhalb des Bewußtseins. Das „Außer“, mit welchem wir es für unser jetziges Problem zu tun haben, hat nicht räumliche, sondern logische Bedeutung; es entspricht nicht dem lateinischen „extra“, sondern dem „praeter“; es fragt sich, wie wir wissen können, nicht, daß sich in unserem Wahrnehmungsraum neben dem eigenen auch fremde Körper befinden, sondern, daß es außer dieser wahrgenommenen Welt von räumlich getrennten Körpern noch eine andere, unabhängig vom Wahrgenommen-werden existierende Welt von wirklichen Körpern gibt. Um aber diese Frage zu verstehen, hat man sich nur Rechenschaft davon zu geben, daß es etwas anderes ist, zu sagen, daß man etwas wahrnimmt (was ja auch im Traume und in der Halluzination stattfindet), etwas anderes, zu behaupten, daß etwas als stoffliches Ding wirklich existiert. — Ein zweiter Weg, auf welchem man versucht hat, unser Problem aus der Welt zu schaffen, ist folgender. Der Gegensatz zwischen Psychischem und Physischem, zwischen dem Gegenstände der Psychologie und demjenigen der Naturwissenschaft, wird, wie man glaubte, mit Unrecht zu einem solchen zwischen Bewußtsein und Außenwelt aufgebauscht: Psychisches und Physisches beide seien uns im Bewußtsein gegeben, jenes in unseren Gedanken, Gefühlen und Bestrebungen, dieses in Farben, Tönen, Gestalten, Bewegungen u. dgl.; wir erschließen das letztere nicht aus dem ersteren, sondern finden es neben demselben vor. Das ist sehr richtig; es ist aber noch einmal zu bedenken, daß es nur die bewußten Wahrnehmungsinhalte, nicht deren außerhalb unseres Bewußtseins liegende Gegenstände sind, welche wir vorfinden; und die Frage bleibt, in welcher Weise und mit welchem Rechte aus jenen auf diese geschlossen werden kann. Allerdings: wenn wir, jeder für sich, uns darauf beschränkten, zu sagen, daß wir die Empfindung des Roten oder Süßen, die Wahrnehmung eines Baumes oder eines Hauses haben, so wäre damit der Kreis des Gegebenen nicht überschritten und es gäbe kein Problem. Daß wir aber in unseren Urteilen über die „Außenwelt“ etwas mehr behaupten wollen als

dieses, geht schon daraus hervor, daß wir die aus Träumen oder Halluzinationen erinnerten Empfindungen und Wahrnehmungen nicht, wie diejenigen des wachen Lebens, auf eine Außenwelt beziehen, während doch das unmittelbar Gegebene in den beiden Fällen wesentlich ein Gleiches ist. Die Wahrnehmungen des wachen Lebens werden eben „objektiviert“: es wird neben denselben noch eine selbständige, von ihrem Wahrgenommenwerden unabhängige, in den Wahrnehmungen sich mehr oder weniger genau abbildende Welt von Gegenständen angenommen; und eben mit dieser Annahme wird der Umkreis der gegebenen Erfahrung überschritten, und der Erkenntnistheorie ein Problem zur Lösung aufgegeben.

Wir gehen nun weiter und fragen, welche die speziellen Erfahrungen sind, die das Denken zur Annahme einer Außenwelt veranlassen, und wie es sich des näheren diese Außenwelt vorstellt. Auf die erstere Frage ist die Antwort leicht zu geben: wir finden nämlich, daß keineswegs alle gegebenen Erscheinungen, sondern ausschließlich eine besondere Art derselben, nämlich diejenigen, welche wir als Sinnesempfindungen und -wahrnehmungen bezeichnen, uns veranlassen, ihnen eine nichtgegebene Außenwelt zur Seite zu stellen. Erinnerung und Phantasiebild, Zweifel und Überzeugung, Lust und Leid, Begier und Vorsatz sind ebenso wohl gegebene Erscheinungen wie Farben, Töne und dergleichen; aber während wir nicht umhin können, zu diesen irgend welche Wirklichkeiten in der Außenwelt hinzuzudenken, lassen wir es jenen gegenüber bei der im Bewußtsein gegebenen Wirklichkeit bewenden. Allerdings können uns nachher spezielle Untersuchungen lehren, daß auch mit jenen nichtsinnlichen Bewußtseinsinhalten bestimmte Vorgänge in der Außenwelt, nämlich Hirnprozesse, gesetzlich zusammengehen; die Annahme solcher Hirnprozesse beruht aber nicht auf jenen nichtsinnlichen Bewußtseinsinhalten, sondern wieder ausschließlich auf die sinnlichen Gehirnwahrnehmungen, und wir finden erst nachträglich, daß die aus diesem Grunde angenommenen Hirnprozesse zu den Bewußtseinsinhalten in gesetzlichen Beziehungen stehen. Und so muß es denn dabei bleiben, daß die Veranlassung zur Annahme einer stofflichen Außenwelt überall in dem Vorliegen von Sinnesempfindungen und Sinneswahrnehmungen zu suchen ist.

Unsere zweite Frage, diejenige nach den inhaltlichen Merkmalen, welche das Denken der von ihm gesetzten Außenwelt zuerkennt, erfordert eine etwas ausführlichere Untersuchung. Es muß nämlich diese Frage in verschiedener Weise beantwortet werden, je nachdem wir das natürliche oder das naturwissenschaftliche Denken ins Auge fassen. Für das natürliche Denken entspricht die Wirklichkeit außerhalb des Bewußtseins vollständig der vorgestellten; mit der einzigen Ausnahme, daß diese eben als eine vorgestellte, jene als eine für sich bestehende Wirklichkeit gedacht wird. Sämtliche inhaltliche Merkmale der ersteren, Gestalt, Farbe, Temperatur, selbst Geruch und Geschmack, werden aber ohne Bedenken auch der zweiten im absoluten Sinne zugeschrieben. Das naturwissenschaftliche Denken dagegen macht einen Unterschied, indem es ausschließlich den geometrisch-mechanischen Eigenschaften objektive Wirklichkeit zugesteht, die anderen aber nur als Merkmale der subjektiven Wirklichkeit, als Modifikationen des Bewußtseins, gelten läßt. Dementsprechend stellt es die Forderung auf, für alle sinnlichen Erscheinungen und den Wechsel derselben mechanische Substrate anzugeben; jede Wahrnehmung als die Erscheinungsweise einer geometrisch-mechanisch bestimmten objektiven Wirklichkeit aufzufassen, und alle Veränderungen in derselben auf mechanische Ursachen zurückzuführen. Diese Forderung einer mechanischen Naturerklärung enthält also, genau gesprochen, ein Doppeltes. Erstens soll in der objektiven Welt keine qualitative Veränderung, sondern nur Ortsveränderung, Bewegung, stattfinden. Als objektive Ursache der Gesichtswahrnehmung mögen wir mit den Griechen Ausflüsse von den sichtbaren Dingen oder vom Auge, mit Newton einen eigentümlichen, von den leuchtenden Körpern ausgehenden Lichtstoff, oder mit Huyghens eine den Ätherteilchen mitgeteilte Oszillationsbewegung annehmen; das Wesen der Abkühlung mögen wir in dem Austritt eines hypothetischen Wärmestoffs oder in einer Verminderung der molekulären Bewegungen, das Wesen der Oxydation in einer Ausscheidung von Phlogiston oder in einer Verbindung mit Sauerstoff suchen: in allen diesen Fällen ist doch der gemeinsame Umstand gegeben, daß qualitative Veränderungen auf Ortsveränderungen zurückgeführt werden. Damit sind aber die Forderungen einer mechanischen Naturerklärung noch keines-

wegs vollständig erfüllt. Denn zweitens wird vorausgesetzt, daß auch die Subjekte der Ortsveränderung, die Körper, sich nur durch Größe, Gestalt, Masse und Bewegung voneinander unterscheiden; oder richtiger, daß denselben keine anderen als diese geometrisch-mechanischen Eigenschaften zukommen. Mit spezifischen Licht- und Wärmestoffen, mit elektrischen Flüssigkeiten u. dgl. gibt man sich nur vorläufig zufrieden: unter dem Vorbehalte nämlich, den Begriff derselben entweder durch denjenigen materieller Bewegungen zu ersetzen, oder durch ausschließlich geometrisch-mechanische Merkmale zu bestimmen. So hat denn die Wissenschaft die Erscheinungen des Schalls und der körperlichen Wärme bereits auf molekuläre Bewegungen zurückgeführt; für die Erscheinungen des Lichts, der Wärmestrahlung und der Elektrizität bedarf sie noch eines eigenen Stoffes, des Äthers, aber diesem Äther braucht sie keine anderen als mechanische Eigenschaften zuzuerkennen; die Chemie endlich strebt wenigstens danach, die Verschiedenheit der Elemente, die Affinitäts- und Valenzverhältnisse als die Erscheinungsweise geometrisch-mechanischer Verhältnisse zu denken. So richtet sich die Arbeit der Forscher überall, mehr oder weniger klar bewußt, auf ein scharf bestimmtes Ideal: die ganze objektive Welt als einen riesigen Mechanismus zu denken und aus mechanischen Daten nach mechanischen Gesetzen zu erklären.

Wir haben somit als Tatsache zu konstatieren, daß natürliches und wissenschaftliches Denken beide die Existenz einer objektiven Wirklichkeit mit gleicher Zuversicht behaupten; auch über den allgemeinen Begriff derselben und die Bedingungen für die Anwendung dieses Begriffs, nicht aber über die derselben zuzuerkennenden inhaltlichen Merkmale gleicher Meinung sind. Unserer früher begründeten Gewohnheit gemäß (7) halten wir uns vorläufig an die wissenschaftliche Auffassung und fassen die in dieser Auffassung gegebenen Tatsachen des Denkens noch einmal kurz zusammen. Es wird also in der Naturwissenschaft angenommen, daß den Sinnesempfindungen jedesmal ein Wirkliches zugrunde liegt, welches außerhalb des Bewußtseins existiert, dessen Existenz von seinem Wahrgenommen- oder Vorgestelltwerden unabhängig ist, welches nur geometrisch-mechanische Eigenschaften besitzt und sich

nur nach mechanischen Gesetzen verändert. Für diese Tatsachen werden wir also eine Erklärung zu suchen haben.

Daß wir es dabei mit synthetisch-apriorischen Urteilen zu tun haben, bedarf wohl kaum des ausführlichen Nachweises. Schon die allgemeine Behauptung, daß jeder aus äußeren Sinnesempfindungen aufgebauten Wahrnehmung ein objektiv wirkliches, also außerhalb des Bewußtseins und unabhängig vom Vorstellen existierendes Ding entspreche, geht sowohl über den Inhalt des Subjektbegriffs wie über die gegebene Erfahrung hinaus; und von der speziellen Forderung, diese objektive Wirklichkeit ausschließlich durch geometrisch-mechanische Prädikate bestimmt zu denken, gilt offenbar das nämliche. Auch lehrt die Geschichte, daß die letztere, dem wissenschaftlichen Denken eigentümliche Forderung keineswegs aus empirischen Forschungen hervorgegangen ist, sondern stets umgekehrt der empirischen Forschung die Wege gewiesen hat. Viele Jahrhunderte bevor es möglich war, selbst den ersten schüchternen Versuch zur Aufstellung einer mechanischen Theorie des Schalls, des Lichtes, der Wärme zu wagen, wurde die Forderung einer streng mechanischen Naturerklärung mit vollster Bestimmtheit aufgestellt, und in keiner Zeit ernsthafter Naturforschung hat man diese Forderung wieder ganz aus den Augen verloren. Im Altertum findet man sie zuerst von Leucipp und Demokrit ausgesprochen, während sie auf die meisten anderen Systeme einen mehr oder weniger tiefgehenden Einfluß ausübt; in der Neuzeit erwacht sie gleichzeitig mit der Naturwissenschaft aus dem langen Schläfe des Mittelalters und wird sofort von den Führern der modernen Wissenschaft, Descartes, Hobbes, Gassendi, Locke, Newton, Huyghens, als selbstverständlich akzeptiert. Die meisten dieser Forscher haben in ihren Versuchen, die Erfahrung mit dieser Forderung in Übereinstimmung zu bringen, mehr oder weniger fehlgegriffen; von einigen sind, dem Prinzip zuliebe, Theorien aufgestellt worden, welche weit davon entfernt waren, der Erfahrung zu entsprechen. Eben diese Fehler in der Ausführung tragen aber dazu bei, den apriorischen Charakter des Prinzips sicherzustellen. Denn wenn es vielen Forschern, trotz eifrigen Bemühens, nicht gelungen ist, die Tatsachen dem Prinzip anzupassen, so haben gewiß diese Tatsachen nicht zum Prinzip geführt. Nicht durch die Tatsachen

wurden die Wissenschaft, sondern durch die Wissenschaft wurden die Tatsachen genötigt, sich der mechanischen Auffassung zu fügen. Der Gedanke einer mechanischen Naturerklärung steht nicht am Ende, sondern am Anfang der Forschung; er ist nicht ein Resultat, sondern ein Postulat; und wenn er jetzt als Resultat erscheinen kann, so verdankt er dies ausschließlich Untersuchungen, welche nicht möglich gewesen wären, wenn er nicht von Anfang an als das zu erreichende Ziel den Forschern vor Augen gestanden hätte.

97. Die Annahme einer Außenwelt und die mechanische Naturbetrachtung: die Erklärung der Tatsachen. Von den im vorhergehenden Paragraphen erkannten, der Objektivierung des Gegebenen zugrunde liegenden Annahmen läßt sich wenigstens ein Teil ohne Zuhilfenahme neuer Erklärungsprinzipien verstehen und rechtfertigen. Zu den Merkmalen des Begriffs der objektiven Wirklichkeit gehört nämlich an erster Stelle die Unabhängigkeit vom Vorgestelltwerden; die Annahme einer objektiven Wirklichkeit bedeutet demnach unter anderem, daß es eine Wirklichkeit gibt, deren Existenz von ihrem Vorgestelltwerden unabhängig ist. Die so formulierte Annahme läßt sich aber in einfacher Weise durch Anwendung des Kausalitätsprinzips und des demselben zugrunde liegenden Hamiltonschen Postulates auf die gegebene Erfahrung begründen. Denn dieser Erfahrung fehlt eben der durchgängige Zusammenhang, den jene Prinzipien fordern; jede Wahrnehmung führt in dieselbe neue, mit den vorhergehenden unverbundene Elemente ein; sie bedarf demnach in allen Punkten der Ergänzung. Indem wir aber annehmen, daß den diskontinuierlichen Wahrnehmungen eine kontinuierliche Wirklichkeit zugrunde liegt, müssen wir offenbar dieser Wirklichkeit eine Existenz unabhängig von ihrem Vorgestelltwerden zuschreiben; in dem Sinne nämlich, daß sie auch existiert, wenn wir sie nicht wahrnehmen und nicht an sie denken. Die tatsächlichen Wahrnehmungen aber erscheinen jetzt als Wirkungen, welche jene Wirklichkeit unter gewissen vorübergehenden Umständen vorübergehend erzeugt; und was die bis jetzt erkannten Daten uns über jene Wirklichkeit zu behaupten erlauben, läßt sich in erschöpfender Weise in dem Millschen Begriffe der bleibenden Empfindungsmöglichkeiten („permanent possi-

bilities of sensation“) zusammenfassen. Freilich ist Mill insofern im Irrtum, als er glaubt, daß sich dieser Begriff und das entsprechende Urteil aus den gegebenen Wahrnehmungen an und für sich entwickeln könnten; denn aus den gegebenen Wahrnehmungen an und für sich läßt sich bloß die abstrakte Möglichkeit derselben, also die Behauptung, daß das Gegebensein derselben keinen logischen Widerspruch involviert (23), ableiten; diese abstrakte Möglichkeit ist aber nichts Wirkliches, und es hätte keinen Sinn, zu sagen, daß sie eine eigene Existenz habe, sich verändere usw. Ganz anders verhält sich aber die Sache, wenn zu den bloßen Wahrnehmungen das Hamiltonsche Postulat als ein neues Datum hinzutritt. Denn aus diesen Daten ergibt sich in der angegebenen Weise erstens der Schluß auf ein Wirkliches außerhalb des Vorgestellten, sodann die Auffassung dieses Wirklichen als Teilursache der Wahrnehmungen. Wenn wir also dieses Wirkliche als bleibende Empfindungsmöglichkeit definieren, so fassen wir das Wort Möglichkeit nicht in seinem weiteren, logischen, sondern in seinem engeren, physischen Sinne, in welchem es nur die teilweise Verwirklichung der Bedingungen irgend eines Geschehens bedeutet. Wir wollen bloß sagen, daß jene Wirklichkeit die relativ konstanten Bedingungen enthält, welche in Verbindung mit anderen, vorübergehenden Bedingungen (bestimmte Beziehungen zu unseren Sinnesorganen) unsere jeweiligen Wahrnehmungen erzeugen; daß aber diese Bedingungen eine eigene Existenz haben, Veränderungen erfahren usw., bietet keine weiteren Schwierigkeiten.

Diese Erklärung wird nun wenigstens zum Teil bestätigt durch die oben erwähnte Tatsache, daß es speziell die sinnlichen Empfindungen und Wahrnehmungen sind, an welche die Annahme einer außerbewußten stofflichen Wirklichkeit sich knüpft. Denn eben von diesen gilt, daß sie die Kontinuität des Bewußtseinslebens durchbrechen, indem sie dort auftauchen, ohne daß dafür nach den Millschen Methoden in vorhergehenden Bewußtseinsinhalten Ursachen zu finden wären. Von allen sonstigen Bewußtseinsdaten, mit alleiniger Ausnahme dieser sinnlichen Empfindungen und Wahrnehmungen, läßt sich durchweg feststellen, daß ihr Auftreten durch das Vorhergegebensein anderer Bewußtseinsdaten bedingt wird: Erinnerungen sind

von früheren Wahrnehmungen abhängig und treten ins Bewußtsein auf Veranlassung assoziierender Vorstellungen; Urteile hängen mit Gründen, Gefühle mit Wahrnehmungen oder Urteilen, Willensentschlüsse mit Motiven gesetzlich zusammen; überall kommen wir, um Nachfolgendes aus Vorhergehendem zu erklären, im Prinzip mit Bewußtseinstatsachen aus. Selbstverständlich soll das nicht heißen, daß wir überall, nach dem Hamiltonschen Prinzip, das Nachfolgende als die identische Fortsetzung des Vorhergehenden erkannt hätten; daran fehlt, hier wie in der Naturwissenschaft, noch nahezu alles. Aber es soll heißen, daß wir diejenigen Umstände, von welchen sich das Auftreten einer neuen Bewußtseinserscheinung empirisch abhängig erweist, hier durchgängig in vorhergehenden Bewußtseinserscheinungen vorfinden, und also Grund haben, in diesen die (wenn auch noch unverstandenen) Ursachen jener zu vermuten. Das ist nun ganz anders bei den Empfindungen und Wahrnehmungen. Wenn ich etwa einen Knall höre, einen Geruch spüre, einen Menschen eintreten sehe, so kann allerdings dasjenige, was man als die Ursachen dieser Erscheinungen zu bezeichnen pflegt, mir auch in der Wahrnehmung gegeben sein; daß aber nicht diese Wahrnehmungen als solche die Ursachen der betreffenden Erscheinungen sind, geht daraus hervor, daß das Eintreten der letzteren in keiner Weise gestört wird, wenn die ersteren (etwa infolge zeitweilig fehlender Adaptation der Sinnesorgane) in Wegfall geraten. Sofern dem Kausalitätsprinzip genügt werden soll, bleibt also nur übrig anzunehmen, daß nicht die nachfolgende Wahrnehmung ihre Ursache in der vorhergehenden Wahrnehmung, sondern daß vielmehr beide ihre Ursachen außerhalb des gegebenen Bewußtseins haben, und daß dann diese außerbewußten Ursachen unter sich wieder kausal zusammenhängen. Also: es gibt außerhalb des gegebenen Bewußtseins kausal verbundene Tatsachen, welche wir als das Losdrücken eines Gewehres und den nachfolgenden Knall, als eine Rose und ihren besonderen Duft, als das Näherkommen eines Menschen und sein schließliches Eintreten wahrnehmen können; ob aber diese Wahrnehmungen wirklich zustande kommen, hängt von weiteren Bedingungen ab, welche jenen Tatsachen gestatten, irgendwie unser Bewußtsein zu beeinflussen. So deutet man sich die Verhältnisse allgemein, im natürlichen wie im wissenschaftlichen Denken; und

man braucht, um diese Deutung zu erklären und zu rechtfertigen, nichts weiter als das Kausalitätsprinzip vorzusetzen. Allerdings wird dies keineswegs allgemein zugegeben. So erklärt Rickert¹⁾ den Versuch, die Annahme einer Außenwelt auf das Kausalitätsprinzip zurückzuführen, für aussichtslos, weil die physiologischen Ursachen der Empfindungen in der Wahrnehmung gegeben, also ein Bewußtseinimmanentes, nicht transzendentes seien, wie denn überhaupt Ursache und Bewirktes dieselbe Art des Seins haben müssen. Es liegt hier, wie ich glaube, ein Mißverständnis vor. Unmittelbar vor jeder Empfindung, welche ich habe, könnte ich allerdings (unter passenden, nahezu niemals verwirklichten, aber doch denkbaren Bedingungen) die Wahrnehmung eines bestimmten Vorgangs in meinen Sinnesorganen haben; und wenn mir alle diese möglichen Wahrnehmungen mitsamt den zugehörigen Empfindungen wirklich gegeben wären, würde sich in der Tat herausstellen, daß die einen den anderen gesetzlich zugeordnet sind. Aber tatsächlich habe ich nur die Empfindungen, nicht die zugehörigen Sinnesorganwahrnehmungen; es müssen also jene Empfindungen entweder keine, oder außerbewußte Ursachen haben. Man kann sich, wie mir scheint, dieser Folgerung nur dann verschließen, wenn man vergißt, was hier mit dem Worte „außerbewußt“ gemeint ist, nämlich nicht etwa eine Wirklichkeit von anderer Art als das gegebene Bewußtsein, sondern eine Wirklichkeit, welche in diesem gegebenen Bewußtsein nicht mitgegeben ist. Man hat eben die beiden Fragen, ob es eine Außenwelt gibt, und wie diese Außenwelt beschaffen ist, auseinanderzuhalten; für den Augenblick fassen wir ausschließlich die erstere Frage ins Auge, und können dann nur feststellen, daß für die Mehrzahl unserer Empfindungen sich keine Ursachen im gegebenen Bewußtsein auffinden lassen, und daß also diese Ursachen, wenn es überhaupt solche gibt, als ein im obigen Sinne Außerbewußtes zu denken sind.

Die bloße Annahme eines Außerbewußten, ohne nähere Bestimmung desselben, involviert also, sofern wir das Kausalitätsprinzip als gültig voraussetzen, keine weiteren Schwierigkeiten. Wie verhält es sich nun aber mit der näheren Bestimmung,

¹⁾ Der Gegenstand der Erkenntnis, Tübingen 1904, S. 37—49.

welche einerseits das natürliche, andererseits das wissenschaftliche Denken diesem Außerbewußten zuteil werden läßt? Ich glaube, daß wir auch hier für die Erklärung im wesentlichen mit der Grundvoraussetzung des kausalen Denkens, dem Hamiltonschen Prinzip, auskommen können.

Was zunächst das natürliche Denken anbelangt, so muß in der Tat auf einem primitiven Standpunkte die Annahme, daß die außerbewußte Wirklichkeit inhaltlich der vorgestellten durchgängig entspricht, unbedingt als die nächstliegende erscheinen. Die Veranlassung zur Annahme einer Außenwelt überhaupt fanden wir in dem Umstande, daß im Bewußtsein Empfindungen und Wahrnehmungen als etwas völlig Neues, ohne Beziehung auf das vorhergehend Gegebene, hervorspringen; womit dem Hamiltonschen Prinzip, welches alles Neue als die identische Fortsetzung eines Alten aufzufassen vorschreibt, direkt widersprochen zu werden scheint. Soll nun dieses Hamiltonsche Prinzip dennoch behauptet werden, so muß erstens für die Empfindungen und Wahrnehmungen eine Ursache außerhalb des Bewußtseins angenommen werden; zweitens aber muß diese Ursache so gedacht werden, daß in irgend welcher Weise die zerbrochene Identität wiederhergestellt wird. Und dies kann offenbar am einfachsten so geschehen, daß die Wahrnehmungsqualitäten den Dingen selbst beigelegt werden, und nun angenommen wird, daß dieselben bei Gelegenheit der Wahrnehmung unverändert durch die Sinnesorgane in den Wahrnehmer hineintreten. Die Vorstellungen des natürlichen Denkens über die Außenwelt erscheinen demnach als vollkommen erklärlich, und, soweit keine anderen Daten als die Tatsache der Wahrnehmung und das Hamiltonsche Prinzip in Betracht gezogen werden, auch als relativ gerechtfertigt.

Dagegen ergeben sich für diese Auffassung, auch wenn wir von empirischen Bedenken absehen, sofort Schwierigkeiten, wenn sich das Nachdenken, statt auf die Tatsache der Wahrnehmung, auf die Wahrnehmungsgegenstände richtet, also gleichzeitig mit dem Entstehen einer primitiven Naturwissenschaft oder Naturphilosophie. Es kann jetzt schwerlich verborgen bleiben, daß durch jene Auffassung, wenn sie auch die Entstehung der Wahrnehmungen relativ verständlich macht, die Naturkausalität ein für allemal dem Verständnisse entzogen wird. Denn wenn jene

zahlreichen, nicht aufeinander zurückführbaren Qualitäten, welche in unserer Wahrnehmungswelt ihr buntes Spiel treiben, auch in der Außenwelt tatsächlich existieren, entstehen und vergehen sollten, so wäre damit eben verneint, was das Hamiltonsche Prinzip behauptet, daß nämlich alle Veränderung sich auf einen Übergang unveränderlicher Wirklichkeitselemente muß zurückführen lassen. So wird denn begreiflich, daß, sobald sich ein wissenschaftliches Interesse der Natur zuwandte, innerhalb weniger Jahrzehnte das Problem der Veränderung die Aufmerksamkeit auf sich zog (ionische Naturphilosophen), das Hamiltonsche Prinzip formuliert wurde (Eleaten); alle Veränderung auf Bewegung, nämlich auf Ausscheidung (Anaximander), Verdichtung und Verdünnung (Anaximenes, Heraklit), Mischung und Entmischung (Empedokles, Anaxagoras) zurückgeführt wurde; und schließlich der Grundgedanke der mechanischen Naturbetrachtung, es gebe in der Außenwelt nichts weiter als die mit geometrisch-mechanischen Eigenschaften behafteten Atome und den leeren Raum, sich in Demokrit zum ersten Male zu klarem Bewußtsein erhob. Der innige Zusammenhang der mechanischen Naturbetrachtung mit dem Hamiltonschen Prinzip läßt sich also einerseits historisch nachweisen, andererseits aber auch theoretisch verstehen: denn da die mechanische Betrachtung den Dingen nichts weiter als die eine Fähigkeit, Bewegungsempfindungen zu hemmen, beizulegen braucht, ist für dieselbe alle qualitative Verschiedenheit und damit auch aller qualitative Wechsel aus der Natur verschwunden. Ob allerdings diese mechanische Betrachtung sich widerspruchlos durchführen läßt, und ob mit der Durchführung derselben die äußerste Grenze desjenigen, was wir von der Außenwelt wissen können, erreicht sein würde, darüber wird einerseits die Naturwissenschaft der Zukunft, andererseits aber auch die Metaphysik das entscheidende Wort zu sprechen haben.

Register.

- Absolute und relative Bewegung 383
 bis 398.
 Allgemeinheit der Denkgesetze 28—32.
 Angewandte Arithmetik 151—154.
 Angewandte Geometrie 235—236.
 Anthropologische Theorie des kau-
 salen Denkens 346—350.
 Apodiktische Urteile 102—103.
 Aristotelische Denkgesetze 57—69.
 Arithmetik 123—161.
 Arten der Induktion 282—284.
 Assoziationalistische Theorie des kau-
 salen Denkens 333—346.
 Außenwelt 426—438.
 Außerkausale Induktion 308—318.

 Von Baer 256.
 Bolliger 378.

 Chronometrische Theorie der Arith-
 metik 140—141.

 Denkfehler 31—32.

 Empirismus 2—4.
 Empiristische Theorie der Arithmetik
 132—139.
 Empiristische Theorie der Geometrie
 183—192.
 Empiristische Theorie der Logik
 79—89.
 Erkennen I.
 Erkenntnistheorie und Psychologie
 21—27.
 Euler 400.

 Formale Kausalprinzipien 304—308,
 341—345, 353—359.
 Formale Logik 43—44, 49—103.

 Geometrische Axiome 162—183, 188
 bis 192, 222—234.
 Geometrische Theorie der Arithmetik
 139—140.
 Geometrische Theorie der Logik
 90—94.
 Göring 72.

 Hamilton 350.
 Hamiltonsches Prinzip 350—353.
 Helmholtz 172—175, 200—207.
 Hume 333.
 Hußerl 23, 24, 70, 101.

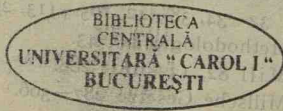
 Induktives Denken 261—265.
 Jevons 271.

 Kant 192, 250.
 Kausale Induktion 284—332.
 Kroman 139.

 Legendre 169, 180.
 Lobatschewsky 170, 180.

 Mach 387, 419.
 Masse 418—421.
 Materiale Kausalprinzipien 318—329,
 345—346, 359—363.
 Mechanischer Kraftbegriff 375—377,
 409—415.
 Mechanische Naturerklärung
 430—432.
 Metaphysik 45.
 Methodeder Erkenntnistheorie 19—22,
 32—34, 38—42, 105—113, 279—282.
 Methodologie 42—43.
 Mill 82, 132, 181, 288.
 Millsche Gesetze 287—306.
 Modalität der Urteile 55—56.

- Negative, gebrochene, irrationale und imaginäre Zahlen 155—161.
 Neokritizismus 12—13.
 Neumann 390.
 Newton 416.
- Physische Geometrie 242—247.
 Physischer Kraftbegriff 371—375.
 Poisson 410.
 Positivismus 10—12.
 Pragmatismus 13—14.
 Probleme der Erkenntnistheorie 7—10, 78—79.
 Problematische Urteile 103.
 Qualität der Urteile 53—54.
 Quantität der Urteile 52—53.
- Raumvorstellung 207—222.
 Real- und Normalgesetze 69—77.
 Rechtsfrage in der Erkenntnistheorie 4, 10—21.
 Reine Arithmetik 146—151.
 Relation der Urteile 54—55.
 Relativitätsprinzip 15.
- Rickert 436.
 Riehl 215.
 Riemann 176—177, 199—200.
 Streintz 388.
 Subjekt-Prädikat 50—52.
 Symmetrieprinzip 415.
 Synthetische Urteile apriori 108—120.
 Tatsachenfrage in der Erkenntnistheorie 4—10.
 Trägheitsprinzip 398—409.
 Unvollständige Induktion 267—271.
 Ursache 328, 357.
 Ursache-Bedingung 369—370.
 Urteil 34—38, 49—57.
 Vollständige Induktion 265—267.
 Wechselwirkungsprinzip 416—418.
 Wundt 379.
- Zahlen 141—144.
 Zeitvorstellung 249—250.



Von G. HEYMANS erschien bereits in gleichem Verlage:
EINFÜHRUNG IN DIE METAPHYSIK
auf Grundlage der Erfahrung

3. durchgesehene und vermehrte Auflage
VI. 363 Seiten. 1921. G.-Z. 10, geb. 13

Literarisches Zentralblatt: Ein nach Gehalt und Form vorzügliches Buch. Der Verfasser versteht die metaphysischen Gedankengänge geschichtlicher und zeitgenössischer Autoren unter rein sachlichem Gesichtspunkte großzügig und erschöpfend zu disponieren und sie derart vorzutragen, daß trotz der vorwaltenden psychisch-monistischen und kritizistischen Anschauungsweise die Beurteilung der Gedankengänge in ihrem eigenen Zusammenhange, aus ihren Voraussetzungen und nach ihren Konsequenzen aufs nachhaltigste angeregt und unterstützt wird.

**DAS KÜNFTIGE JAHRHUNDERT DER
PSYCHOLOGIE**

Rede, gehalten in der Aula der Groninger Universität beim
Rektoratswechsel am 20. September 1909

Aus dem Niederländischen übersetzt von

H. Pol

52 Seiten. 1911. G.-Z. 1.2

Archiv für Kriminalanthropologie: Diese geistvolle Rektoratsrede sollte vielfach gelesen werden. Der Groninger Philosoph erwartet, daß das naturwis. enschaftliche Jahrhundert von einem der Psychologie abgelöst werden wird, der Wissenschaft, die uns das Wichtigste kennen lehrt: uns selbst, unsere Mitmenschen und den Weltgrund.

Zeitschrift für Jugenderziehung, Gemeinnützigkeit und Volkswohlfahrt: Einer der besten Kenner moderner Psychologie, der selbst an der psychologischen Forschung sich erfolgreich beteiligt, entwirft ein Zukunftsbild, das nichts von utopischer Überspanntheit an sich hat und doch erfreuliche Perspektiven eröffnet.

EINFÜHRUNG IN DIE ETHIK
auf Grundlage der Erfahrung

2. durchgesehene Auflage

VI, 323 Seiten. 1922. G.-Z. 10, geb. 13

Literarisches Zentralblatt für Deutschland: Das ausgezeichnete Werk des holländischen Denkers wird mit seiner vornehmen Ruhe und Bestimmtheit inmitten des Gewirrs der streitenden ethischen Parteien ein guter Führer sein.

Deutsches Lehrer-Blatt: Jeder gebildete Leser kann darum das Buch mit großem Nutzen studieren. Der Lehrerwelt empfehlen wir es ganz besonders, da es uns zeigt, wie wir ethische Probleme wissenschaftlich bearbeiten können und müssen.

Frankfurter Zeitung: Die Verwandtschaft mit dem Kants ist leicht zu erkennen. Sehr beachtenswert ist seine Kritik anderer ethischer Theorien und seine Verteidigung des Determinismus. Überhaupt eignet sich das Buch wegen seiner schlichten, klaren und auf das Wesentliche gehenden Darstellung vortrefflich zur Einführung in die ethischen Probleme.

August Messer-Gießen.

**ÜBER DIE ANWENDBARKEIT DES
ENERGIEBEGRIFFES IN DER PSYCHOLOGIE**

IV, 39 Seiten. 1921. G.-Z. 1.2

Allgemeine Deutsche Lehrerzeitung: Reizvoll und befruchtend sind H.'s Gedankengänge für diejenigen, die das Ganze einer Wissenschaft unter leitendem Gesichtspunkte schauen möchten, die nicht nur den Tagesfragen ihre Zeit und Kraft opfern:

Der deutsche Verkaufspreis ergibt sich aus Multiplikation der Grundzahl mit der jeweils geltenden Schlüsselzahl. Letztere beträgt am 6. November 1922: 210. — Nach dem Ausland wird in der Währung des betr. Landes geliefert. — Die angegebenen Grundzahlen sind gleichzeitig die Auslandspreise in Schw. Franken. — Lieferungsmöglichkeit vorbehalten.

HANDSCHRIFT UND CHARAKTER

Gemeinverständlicher Abriß der Graphologischen Technik

von Ludwig Klages

5.—7. unveränderte Auflage

XI, 254 Seiten mit 137 Figuren und 21 Tabellen. 1923

G.-Z. 6, geb. 9

Literarischer Ratgeber des Dürerbundes: Dr. Klages, einer der wenigen wissenschaftlich ernst zu nehmenden Graphologen und Charakterologen, leitet den gebildeten Leser sorgfältig und mit glänzendem pädagogischen Geschick an, Handschriften zu zergliedern und charakterbestimmende Merkmale aus ihnen abzuleiten; dabei fällt auf die Möglichkeiten, Charaktere überhaupt zu erkennen und zu unterscheiden, reiches Licht. Das Buch darf selbständigen Lesern eindringlich empfohlen werden.

Deutsche Rundschau: Durch seine Arbeiten hat Klages die Graphologie zum Range einer Wissenschaft erhoben. Es ist eine große schöpferische Leistung, die er in seinen Büchern niedergelegt hat; er faßt die unendliche Kleinarbeit methodischer und praktischer Art, die von seinen Vorgängern vollbracht ist, zu einem System zusammen, das eine Grundlegung bedeutet.

VOM WESEN DES BEWUSSTSEINS

Aus einer lebenswissenschaftlichen Vorlesung

von Ludwig Klages

VI, 94 Seiten. 1921

G.-Z. 2.4, geb. 4

Feuer: Das Werk wurde nicht nur für Gelehrte geschrieben und ist zugleich eine unerschöpfliche Fundgrube für jeden künstlerischen Menschen. Denn es redet nicht von Ansichten, sondern von beweisbaren Tatsachen, es handelt nicht von ersonnenen Theorien, sondern ist eine Metaphysik des Lebens, womit gesagt sein soll, daß dies kleine Buch das erste seit Nietzsche wieder ganz große Ereignis unserer Zeit ist.

GRUNDLEGUNG ZUR SOZIALEN HYGIENE UND POLITIK

von Alfred Stehr

Band I.

Die Entwicklung der Gefühle und das Glück

VIII, 131 Seiten mit 12 Fig. im Text. 1921. G.-Z. 3.6

Hygienische Rundschau: Jeder Seite merkt man an, daß sie auf ein festgefügtes und angelegtes System der Philosophie zurückweist. Es ist erfreulich, ein solches Buch in der jetzigen Zeit kennenzulernen, welches geeignet ist, am Wiederaufbau unseres Staatslebens mitzuwirken. Eine weite Verbreitung ist ihm daher zu wünschen. Mit Spannung wird dem II. Band entgegen gesehen.

Natur und Gesellschaft: Wir sind gespannt, wie Dr. Stehr seine Aufgabe weiterhin lösen wird — einen guten Wurf hat er gewiß getan.

Der deutsche Verkaufspreis ergibt sich aus Multiplikation der Grundzahl mit der jeweils geltenden Schlüsselzahl. Letztere beträgt am 6. November 1922: 210. — Nach dem Ausland wird in der Währung des betr. Landes geliefert — Die angegebenen Grundzahlen sind gleichzeitig die Auslandspreise in Schw. Franken, — Lieferunsmöglichkeit vorbehalten.

GRUNDZÜGE DER PSYCHOTECHNIK

von Hugo Münsterberg

2., mit ergänztem Literaturverzeichnis versehene Auflage

XII, 769 Seiten. 1920. G.-Z. 18, geb. 21

Allgemeine Deutsche Lehrerzeitung: Wer das Buch sein eigen nennt, wird ein treffliches Nachschlagebuch damit besitzen.

Kunstwart: Das Buch ist vortrefflich geschrieben mit voller Beherrschung des Stoffes, ganz leicht verständlich, ohne trivial zu sein, nicht überschwänglich, aber auch nicht allzu skeptisch, mithin eine ausgezeichnete Einführung in dieses hervorragend wichtige, praktische Gebiet wie übrigens auch in eine Reihe der wichtigsten Fragestellungen der neueren Psychologie. Weite Verbreitung und nachhaltige Wirkung ist ihm gleicherweise zu wünschen, auch in den Kreisen der Laien (Richter, Ärzte, Lehrer, Direktoren u. a. m.).

PSYCHOLOGIE UND WIRTSCHAFTSLEBEN

Ein Beitrag zur angewandten Experimental-Psychologie

von Hugo Münsterberg

5. Auflage

VIII, 192 Seiten. 1922. G.-Z. 5, geb. 7

Technik und Wirtschaft: Das vorliegende Buch wird reiche Anregung allen denen geben können, die im Wirtschaftsleben stehen, gleichgültig welche Stellung sie heute zu der einen oder anderen hier behandelten Frage einnehmen mögen. Der geringe Umfang und die anregende Schreibweise werden es auch den vielbeschäftigten Männern der Industrie ermöglichen, es zu lesen. Die Zukunft wird zu zeigen haben, wie wertvoll für Industrie und Technik der weitere Ausbau dieser Gedankengänge und Untersuchungen werden wird.

PHILOSOPHIE DER WERTE

Grundzüge einer Weltanschauung

von Hugo Münsterberg

2. unveränderte Auflage

VIII, 486 Seiten. 1921. G.-Z. 12, geb. 15

Kantstudien: Inmitten der Versuche, die Grundbegriffe für die Philosophie im Sinne einer Wissenschaft von den allgemeingültigen Werten eindeutig zu fixieren, erhebt sich als das kühne Unternehmen eines vollendeten, alle Gebiete der Philosophie umfassenden Wertsystems Münsterbergs Philosophie der Werte. Den Verfasser befähigt zu solchem Werk eine ungewöhnliche Energie verwand ist — allenfalls bis ins Detail konsequent durchzuführen imstande ist, gepaart mit einer ausgebreiteten Bildung, welche ihr Material durchweg geistvoll verarbeitet und zu den eigenen Ideen in innere Beziehung gesetzt hat. Die hervorragende Bedeutung des Werks kann selbst durch die reichsten Einwände nicht in Frage gestellt werden. Der Philosophie als Wissenschaft gibt es die fundamentalen Einwände nicht in Frage gestellt werden. Der Philosophie als Wissenschaft gibt es die reichsten Anregungen, indem es die Probleme der gesamten Philosophie unter einer neuen Perspektive zeigt, der Philosophie als Weisheitslehre aber eine Weltanschauung, die geeignet ist, auf die höchsten Ziele der Menschheit gerichtete Willenskräfte zu erwecken.

GRUNDZÜGE DER PSYCHOLOGIE

von Hugo Münsterberg

I. Band. Allgemeiner Teil: Die Prinzipien der Psychologie

2. Auflage. XXVIII, 565 Seiten mit einem Bildnis des Verfassers und einem Geleitwort von Max Dessoir. 1918. G.-Z. 15, geb. 18

Kantstudien: Es ist ein gedankenreiches Buch. . . . Man merkt es jeder Seite an, daß sie auf ein festgefügt und umfassend angelegtes System der Philosophie zurückweist. Es ist eine Freude, wieder einmal ein solches Buch kennen zu lernen, das die größte Aufgabe der Philosophie, die Synthese, aufzugreifen den Mut und die Kraft hat. Schien es doch schon fast, als sei es bloß noch den populären Weltweisern vorbehalten, ihr Weltbild systematisch zu begreifen. Hier aber liegt eine Leistung vor, die von der Überzeugung getragen ist, daß der deutsche Idealismus seine Mission noch nicht erfüllt hat, sondern daß auch heute noch in der Tiefe von Kants und Fichtes Werk Anknüpfungspunkte gefunden werden können, von denen aus eine wahrhaft philosophische Durchdringung der Weltwirklichkeit möglich ist.

Der deutsche Verkaufspreis ergibt sich aus Multiplikation der Grundzahl mit der jeweils geltenden Schlüsse zahl. Letztere beträgt am 6. November 1922: 210. — Nach dem Ausland wird in der Währung des betr. Landes geliefert. — Die angegebenen Grundzahlen sind gleichzeitig die Auslandspreise in Schw. Franken. — Lieferungsmöglichkeit vorbehalten.

VERIFICAT
2007

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH IN LEIPZIG

DER WILLE

seine Erscheinung und seine Beherrschung nach
den Ergebnissen der experimentellen Forschung

von J. Lindworsky (S. J.)

2. unveränderte, mit einem Anhang versehene Auflage
VIII, 222 Seiten. 1921. G.-Z. 5

Deutsche Reichszeitung: Den Erfolg dieses unbestrittenen Hauptwerkes aus der gegenwärtigen experimentellen Willensforschung bekundet die schnellgefolgte 2. Auflage.

Katholische Schulblätter: . . . Darum darf eine solche tiefgründige Studie von vornherein darauf rechnen, beachtet zu werden. Eine Arbeit, die, wie Lindworskys, ein vollständiges Bild der experimentellen Willensforschung bietet und so scharf ihr bisheriges Ergebnis herausstellt, gab es bisher noch nicht. Dieses ist auch beachtenswert, ja bedeutend genug, um hier mitgeteilt zu werden.

UMRISSSKIZZE ZU EINER THEORETISCHEN PSYCHOLOGIE

von J. Lindworsky (S. J.)

Sonderabdruck aus: Zeitschrift für Psychologie, Band 89, Heft 1—3
47 Seiten. 1922. G.-Z. 1.5

Der Psychologie fehlt es noch an großen umfassenden Gesetzen von der Art etwa des Prinzipes von der Erhaltung der Energie oder des biogenetischen Grundgesetzes. Nur langsam ringt sich die Überzeugung durch, daß das Fundament eine experimentelle Psychologie zu bilden hat, die nur Tatsachen sammelt, auf ihr muß sich die theoretische Psychologie aufbauen, und erst auf beiden eine metaphysische, weltanschauliche Psychologie. Zur Neuorientierung und einer Auseinandersetzung dieser Gedanken soll die vorliegende Broschüre anregen.

EINFÜHRUNG IN DIE PSYCHOLOGIE

von Alexander Pfänder

2. durchgesehene Auflage
VII, 383 Seiten. 1920. G.-Z. 7, geb. 10

Literarischer Ratgeber des Dürerbundes: Das Werk ist eines der scharfsinnigsten und klarsten Bücher unseres Gebiets, das dem zu abstraktem Denken Veranlagten die Grundlagen der theoretischen Psychologie in mustergültiger, eingehendster Weise klarmacht.

EINSTEINS RELATIVITÄTSLEHRE IM LICHT DER EXPERIMENTELLEN PSYCHOLOGIE UND DES PHILOSOPHISCHEN REALISMUS

von Hans Henning

II, 48 Seiten. 1922. G.-Z. 1.5

Der Verfasser unternimmt zum ersten Male den Versuch, Einsteins Relativitätslehre vom Standpunkt der experimentellen Psychologie aus zu betrachten. Er hält die Auseinandersetzung der Psychologie mit der Relativitätslehre für eine unabweisliche Notwendigkeit. Die Broschüre wird daher nicht nur für Psychologen, sondern auch für Physiker und alle gebildeten Laien Interesse haben.

Der deutsche Verkaufspreis ergibt sich aus Multiplikation der Grundzahl mit der jeweils geltenden Schlüsselzahl. Letztere beträgt am 6. November 1922: 210. — Nach dem Ausland wird in der Währung des betr. Landes geliefert. Die angegebenen Grundzahlen sind gleichzeitig die Auslandspreise in Schw. Franken. — Lieferungsmöglichkeit vorbehalten.

VERIFICAT
1987

VERIFICAT